

สวฟต
พิชิตสอบ



คณิตศาสตร์ O-NET ม.๓



สรุปเนื้อหาสาระสำคัญ
เก็งข้อสอบ O-NET คณิตศาสตร์ ม.๓
พร้อมเฉลยละเอียด

โดย
วัชรพงศ์ โกมุทธรรมวิบูลย์
และคณะ

ติวฟิตพิชิตสอบ

คณิตศาสตร์ O-NET ม.๓

สรุปสาระสำคัญกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓

เรียบเรียงโดย

วัชรพงศ์ โกมุทธรรมวิบูลย์
และคณะ

เฉลยละเอียด

เก็งข้อสอบ O-NET คณิตศาสตร์ ม.๓

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

ตัวพีตพิชิตสอบ คณิตศาสตร์ O-NET ม.๓

ผู้เรียบเรียง

วิชรพงศ์ โกมุทธรมวิบูลย์ และคณะ

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ (ฉบับเพิ่มเติม) พ.ศ.2558

กองบรรณาธิการ

บุญศรี ไพรัตน์, บุญช่วย เรืองเดช, อุดมศักดิ์ ลูกเลื้อ,
อมรศักดิ์ บุญเรือง, คมฤทธิ เกษประทุม, อาภาพรณี ศิริรักษ์



จัดพิมพ์ บริษัท สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนาจำกัด

๑๒ หม่อมแฝ้ว แยก ๓ ถนนพระราม ๖

ซอย ๔๑ แขวงสามเสนใน เขตพญาไท

กรุงเทพมหานคร ๑๐๔๐๐

โทร. ๐๒-๒๗๙-๖๒๒๒ (อัตโนมัติ ๑๕ คู่สาย)

โทรสาร ๐๒-๒๗๙-๖๒๐๓-๔

พิมพ์ที่

โรงพิมพ์เพิ่มทรัพย์การพิมพ์

๑๑๑/๒๒ หมู่ ๕ ซอยบางไผ่พัฒนา ถนนนครอินทร์

ตำบลบางไผ่ อำเภอมือง จังหวัดนนทบุรี ๑๑๐๐๐

ผู้พิมพ์ : ผู้โฆษณา

นายธนพัฒน์ สุขมงคลกุล



สำนักพิมพ์นี้เป็นสมาชิกสมาคมผู้จัดพิมพ์
และผู้จำหน่ายหนังสือแห่งประเทศไทย

แนะนำหรือวิจารณ์หนังสือเล่มนี้ได้ที่

www.thaibookrecommend.com



หนังสือเล่มนี้พิมพ์ด้วย กระดาษรีไซเคิล เอ
กระดาษจากไม้ปลูก ไม่รบกวนไม้ธรรมชาติ



คำนำ

เนื่องจากกระทรวงศึกษาธิการเห็นความสำคัญและความจำเป็นในการรักษาและการยกระดับคุณภาพการศึกษาของสถานศึกษาต่างๆ ให้มีมาตรฐานทัดเทียมกัน จึงกำหนดให้มีการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Education Test) หรือ O-NET ขึ้น โดยมอบให้สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) เป็นผู้ดำเนินการจัดการสอบทั้งในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา เพื่อให้เป็นข้อมูลในการพัฒนาการเรียนรู้ในสาระการเรียนรู้ต่างๆ ให้ได้มาตรฐานสูงขึ้น

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ จะต้องสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพร้อมกันทั่วประเทศประมาณเดือนกุมภาพันธ์ - มีนาคม ของทุกปี เพื่อนำผลคะแนนที่ได้จากการทดสอบไปใช้ประเมินคุณภาพทางการศึกษาในระดับต่างๆ ในภาพรวม การทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐานจึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง

คณะผู้เขียนเห็นถึงความสำคัญดังกล่าว จึงได้จัดทำหนังสือติวพิชิตสอบ คณิตศาสตร์ O-NET ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ขึ้น โดยได้สรุปสาระสำคัญของเนื้อหา พร้อมทั้งแก่งข้อสอบและเฉลยอย่างละเอียด เพื่อให้ให้นักเรียนเห็นแนวข้อสอบ และเตรียมตัวสอบได้อย่างมั่นใจยิ่งขึ้น

คณะผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเล่มนี้ คงจะอำนวยประโยชน์แก่นักเรียนในการเตรียมตัวสอบ O-NET วิชาคณิตศาสตร์ตามสมควร

ด้วยความปรารถนาดี



(นายวัชรพงศ์ โกมุทธรรมวิบูลย์)

ในนามคณะผู้เขียน

สารบัญ

สรุปสาระสำคัญ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้น ม.๑ ม.๒ ม.๓

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑

รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม ๑

๓

บทที่ ๑ ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย

๓

บทที่ ๒ ระบบจำนวนเต็ม

๘

บทที่ ๓ เลขยกกำลัง

๑๒

บทที่ ๔ พื้นฐานทางเรขาคณิต

๑๕

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑

รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม ๒

๑๘

บทที่ ๑ ทศนิยมและเศษส่วน

๑๘

บทที่ ๒ การประมาณค่า

๒๘

บทที่ ๓ คู่อันดับและกราฟ

๓๑

บทที่ ๔ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

๓๓

บทที่ ๕ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

๓๗

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒

รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม ๑

๔๓

บทที่ ๑ อัตราส่วนและร้อยละ

๔๓

บทที่ ๒ การวัด

๕๑

บทที่ ๓ แผนภูมิรูปวงกลม

๕๘

บทที่ ๔ การแปลงทางเรขาคณิต

๕๙

บทที่ ๕ ความเท่ากันทุกประการ

๖๔

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒

รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม ๒

๖๗

บทที่ ๑ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

๖๗

บทที่ ๒ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

๗๑

บทที่ ๓ การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

๗๘

บทที่ ๔ เส้นขนาน

๘๑

สารบัญ

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓

รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม ๑

๘๙

บทที่ ๑ พื้นที่ผิวและปริมาตร

๘๙

บทที่ ๒ กราฟ

๙๙

บทที่ ๓ ระบบสมการเชิงเส้น

๑๐๙

บทที่ ๔ ความคล้าย

๑๑๗

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓

รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม ๒

๑๒๗

บทที่ ๑ อสมการ

๑๒๗

บทที่ ๒ ความน่าจะเป็น

๑๓๗

บทที่ ๓ สถิติ

๑๔๗

บทที่ ๔ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

๑๖๑

แนวข้อสอบ 0 – NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓

แนวข้อสอบ 0 – NET วิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๑

לכל

เฉลยแนวข้อสอบ 0 – NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๑

၁၀၂၆

เฉลยละเอียดแนวข้อสอบ O-NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๑

כלום

แนวข้อสอบ 0 – NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๒

၁၈၆

เฉลยแนวข้อสอบ 0 – NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๒

פאט

เฉลยละเอียดแนวข้อสอบ O-NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๒

᠑᠕᠘

แนวข้อสอบ 0 – NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๓

၆၀၄

เฉลยแนวข้อสอบ 0 – NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๓

၆၉၀

เฉลยละเอียดแนวข้อสอบ O-NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๓

၆၄၆

แนวข้อสอบ 0 – NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๘

ULU

เฉลยแนวข้อสอบ O – NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๔

ᄃᄃᄃ

เฉลยละเอียดแนวข้อสอบ O-NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๔

ᄃᄆᄃ

แนวข้อสอบ O – NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๕

၆၄၄

เฉลยแนวข้อสอบ O – NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๕

၆၄၈]

เฉลยละเอียดแนวข้อสอบ O-NET วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ชุดที่ ๕

৬৬৮

**สรุปสาระสำคัญกลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์**

ม. ๑ – ม. ๒ – ม. ๓

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑

รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม ๑

บทที่ ๑ ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย

ตัวประกอบ ของจำนวนนับใด คือจำนวนนับที่หารจำนวนนับนั้นลงตัว เช่น

ตัวประกอบของ 18 คือ 1, 2, 3, 6, 9 และ 18

ตัวประกอบของ 24 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 และ 24

1, 2, 3 และ 6 เป็นตัวประกอบของทั้ง 18 และ 24 จึงเรียก 1, 2, 3 และ 6 ว่า **ตัวประกอบร่วม** หรือ **ตัวหารร่วม** ของ 18 และ 24

จำนวนเฉพาะ คือ จำนวนที่มากกว่า 1 และมีตัวประกอบเพียงสองตัว คือ 1 และ ตัวเอง เช่น 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 เป็นจำนวนเฉพาะ แต่ 1, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ เรียกว่า **ตัวประกอบเฉพาะ** เช่น

ตัวประกอบเฉพาะของ 18 คือ 2 และ 3 ตัวประกอบเฉพาะของ 34 คือ 2 และ 17

การแยกตัวประกอบ ของจำนวนนับใด คือ ประโยคที่แสดงการเขียนจำนวนนับนั้น ในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะ เช่น

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \qquad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

1.1 ตัวหารร่วมมากและการนำไปใช้

ตัวหารร่วมมาก เขียนย่อ ๆ ว่า **ห.ร.ม.** การหา ห.ร.ม. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปเป็นการหาตัวประกอบร่วม หรือ ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของจำนวนนับเหล่านั้นโดยวิธีใดวิธีหนึ่ง ดังต่อไปนี้

วิธีที่ 1 การพิจารณาตัวประกอบ

ตัวอย่างที่ 1.1 จงหา ห.ร.ม. ของ 16 และ 24

วิธีทำ เนื่องจากตัวประกอบของ 16 คือ 1, 2, 4, 8 และ 16

ตัวประกอบของ 24 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 และ 24

จะได้ตัวประกอบร่วมของ 16 และ 24 คือ 1, 2, 4 และ 8

ตัวประกอบร่วมที่มากที่สุดของ 16 และ 24 คือ 8

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 16 และ 24 คือ 8

วิธีที่ 2 การแยกตัวประกอบ

ตัวอย่างที่ 1.2 จงหา ห.ร.ม. ของ 24 และ 30

วิธีทำ แยกตัวประกอบของ 24 และ 30 ได้ดังนี้

$$\begin{array}{lcl} 24 & = & \boxed{2} \times 2 \times 2 \times \boxed{3} \\ 30 & = & \boxed{2} \times \boxed{3} \times 5 \end{array}$$

ตัวประกอบร่วมของ 24 และ 30 คือ 2, 3 และ 2×3

ตัวประกอบร่วมที่มากที่สุดของ 24 และ 30 คือ $2 \times 3 = 6$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 24 และ 30 คือ 6

วิธีที่ 3 การตั้งหาร

การหา ห.ร.ม. โดยการตั้งหาร มีข้อสังเกตดังนี้

- (1) จำนวนนับที่นำมาหารในแต่ละขั้นตอน ต้องเป็นจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวประกอบร่วมของทุกจำนวนที่ต้องการหาร ซึ่งอาจมีหลายจำนวน จะเลือกจำนวนเฉพาะจำนวนใดจำนวนหนึ่งไปหารก่อนก็ได้
- (2) การหารจะยุติลงเมื่อไม่มีจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวประกอบร่วมของทุกจำนวนที่ต้องการหาร
- (3) ห.ร.ม. ได้จากผลคูณของจำนวนเฉพาะที่นำไปหารในแต่ละขั้นตอน

ตัวอย่างที่ 1.3 จงหา ห.ร.ม. ของ 18, 27 และ 36

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 3 \overline{)18 \quad 27 \quad 36} \\ \quad \quad 3 \overline{)6 \quad 9 \quad 12} \\ \quad \quad \quad \underline{2 \quad 3 \quad 4} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 18, 27 และ 36 คือ $3 \times 3 = 9$

ตัวอย่างที่ 1.4 จงหาจำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 1,504 ได้ลงตัว แต่หาร 1,697 แล้วเหลือเศษ 1

วิธีทำ จำนวนที่หาร 1,697 แล้วเหลือเศษ 1 คือจำนวนที่หาร $(1,697 - 1)$ หรือ 1,696 ได้ลงตัว

ดังนั้น จำนวนที่มากที่สุดที่หาร 1,504 ได้ลงตัว แต่หาร 1,697 แล้วเหลือเศษ 1 ก็คือ ห.ร.ม. ของ 1,504 และ 1,696

หา ห.ร.ม. ของ 1,504 และ 1,696 ได้ดังนี้

$$2 \overline{) 1,504 \quad 1,696}$$

$$2 \overline{) 752 \quad 848}$$

$$2 \overline{) 376 \quad 424}$$

$$2 \overline{) 188 \quad 212}$$

$$2 \overline{) 94 \quad 106}$$

$$\underline{\underline{47 \quad 53}}$$

จะได้ ห.ร.ม. ของ 1,504 และ 1,696 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

ดังนั้น จำนวนที่มากที่สุดที่หาร 1,504 ได้ลงตัว แต่หาร 1,697 แล้วเหลือเศษ 1 คือ 32

1.2 ตัวคูณร่วมน้อยและการนำไปใช้

จำนวนนับที่หารด้วยจำนวนนับที่กำหนดให้ลงตัว เรียกว่าพหุคูณของจำนวนนับนั้น เช่น

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ... เป็นพหุคูณของ 2

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ... เป็นพหุคูณของ 3

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ... เป็นพหุคูณของ 4

6, 12, 18, ... เป็นพหุคูณของทั้ง 2 และ 3 จึงเรียกว่าเป็นพหุคูณร่วมของ 2 และ 3

และพหุคูณร่วมน้อยที่สุดของ 2 และ 3 เรียกว่า **ตัวคูณร่วมน้อย** ซึ่งเขียนย่อ ๆ ว่า **ค.ร.น.**

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 2 และ 3 คือ 6 ในทำนองเดียวกัน ค.ร.น. ของ 2 และ 4 คือ 4 และ ค.ร.น. ของ 3 และ 4 คือ 12

การหา ค.ร.น. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปเป็นการหาพหุคูณร่วมน้อยที่สุดของจำนวนนับเหล่านั้นโดยวิธีใดวิธีหนึ่ง ดังต่อไปนี้

วิธีที่ 1 การพิจารณาพหุคูณ

ตัวอย่างที่ 1.5 จงหา ค.ร.น. ของ 6 และ 15

วิธีทำ เนื่องจากพหุคูณของ 6 คือ 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ...

พหุคูณของ 15 คือ 15, 30, 45, 60, ...

พหุคูณร่วมของ 6 และ 15 คือ 30, 60, ...

พหุคูณร่วมของ 6 และ 15 ที่น้อยที่สุดคือ 30

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 6 และ 15 คือ 30

วิธีที่ 2 การแยกตัวประกอบ

โดยแยกตัวประกอบของจำนวนนับทุกจำนวนที่ต้องการหา ค.ร.น. แล้วหา ค.ร.น. ของจำนวนนับเหล่านั้น จากผลคูณของ **จำนวนเฉพาะ** ที่เป็นตัวประกอบร่วมของทุกจำนวนและตัวประกอบร่วมของอย่างน้อยสองจำนวน กับจำนวนเฉพาะที่เหลืออยู่ทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 1.6 จงหา ค.ร.น. ของ 6 และ 15

วิธีทำ แยกตัวประกอบของ 6 และ 15 ได้ดังนี้

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 2 \times 3 \\ 15 & = & 5 \times 3 \end{array}$$

ค.ร.น. ของ 6 และ 15 คือ จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่มี 6 และ 15 เป็น ตัวประกอบ หรือพหุคูณร่วมที่น้อยที่สุดของ 6 และ 15

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 6 และ 15 คือ $3 \times 2 \times 5 = 30$

วิธีที่ 3 การตั้งหาร

การหา ค.ร.น. โดยการตั้งหาร มีข้อสังเกตดังนี้

- (1) จำนวนนับที่นำมาหารในแต่ละขั้นตอน ต้องเป็นจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวประกอบร่วมของทุกจำนวนหรือเป็นตัวประกอบร่วมของอย่างน้อยสองจำนวนที่ต้องการหาร
- (2) การหารจะยุติลงเมื่อไม่มีจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวประกอบร่วมของสองจำนวนใด ๆ ที่ต้องการหาร
- (3) หา ค.ร.น. ได้จากผลคูณของจำนวนเฉพาะที่นำไปหารในแต่ละขั้นตอน และจำนวนที่เหลือจากการหารทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 1.7 จงหา ค.ร.น. ของ 18, 30 และ 36

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 30 \quad 36} \\ 3 \overline{) 9 \quad 15 \quad 18} \\ 3 \overline{) 3 \quad 5 \quad 6} \\ \underline{\underline{1 \quad 5 \quad 2}} \end{array}$$

ค.ร.น. ของ 18, 30 และ 36 คือ $2 \times 3 \times 3 \times 1 \times 5 \times 2 = 180$

ตัวอย่างที่ 1.8 จงหาจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 108, 54, 45 และ 18 แล้วเหลือเศษ 8 เท่ากัน

วิธีทำ จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 108, 54, 45 และ 18 ได้ลงตัวคือ ค.ร.น. ของ 108, 54, 45 และ 18

หา ค.ร.น. ของ 108, 54, 45 และ 18

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 108 \ 54 \ 45 \ 18} \\ 3 \overline{) 36 \ 18 \ 15 \ 6} \\ 3 \overline{) 12 \ 6 \ 5 \ 2} \\ 2 \overline{) 4 \ 2 \ 5 \ 2} \\ \underline{\underline{2 \ 1 \ 5 \ 1}} \end{array}$$

ค.ร.น. ของ 108, 54, 45 และ 18 คือ $3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 = 540$

จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 108, 54, 45 และ 18 ได้ลงตัวคือ 540

ดังนั้น จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 108, 54, 45 และ 18 แล้วเหลือเศษ 8 เท่ากัน คือ $540 + 8 = 548$

ตอบ ๕๔๘

ตัวอย่างที่ 1.9 น้ำเกลือสามขวดใช้เวลา 10, 20 และ 30 วินาที น้ำเกลือจึงจะหยดครั้งหนึ่งตามลำดับ ถ้าน้ำเกลือทั้งสามขวดหยดพร้อมกันครั้งหนึ่งแล้วอีกนานเท่าไรจึงจะหยดพร้อมกันอีกครั้งหนึ่ง

วิธีทำ หา ค.ร.น. ของ 10, 20 และ 30

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 10 \ 20 \ 30} \\ 5 \overline{) 5 \ 10 \ 15} \\ \underline{\underline{1 \ 2 \ 3}} \end{array}$$

ค.ร.น. ของ 10, 20 และ 30 คือ $2 \times 5 \times 2 \times 3 = 60$

ดังนั้น อีกนาน 60 วินาที หรือ 1 นาที น้ำเกลือทั้งสามขวดจึงจะหยดพร้อมกันอีกครั้งหนึ่ง

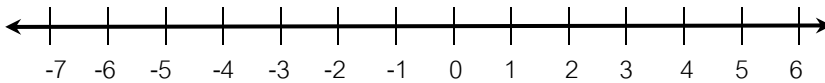
ตอบ ๖๐ วินาที หรือ ๑ นาที

บทที่ ๒ ระบบจำนวนเต็ม

2.1 จำนวนเต็ม

จำนวนเต็มประกอบด้วยจำนวนเต็มบวก ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, . . . จำนวนเต็มลบ ได้แก่ -1, -2, -3, -4, -5, . . . และจำนวนเต็มศูนย์ ได้แก่ 0

การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม ในการเปรียบเทียบจำนวนเต็มสองจำนวนที่ไม่เท่ากันว่า จำนวนใดน้อยกว่า จำนวนใดมากกว่า จะเห็นได้ง่ายโดยใช้เส้นจำนวน บนเส้นจำนวน จำนวนเต็มที่อยู่ทางขวามือจะมากกว่าจำนวนเต็มที่อยู่ทางซ้ายมือเสมอ เช่น



2 มากกว่า 0 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $2 > 0$

-3 น้อยกว่า 3 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $-3 < 3$

-6 มากกว่า -7 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $-6 > -7$

ตัวอย่าง 2.1 จงเรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากน้อยไปหามาก

-9, -15, -24, -32, -13, -2

(ตอบ -32, -24, -15, -13, -9, -2)

ตัวอย่าง 2.2 จงเรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากมากไปหาน้อย

-77, -99, -55, -44, -33

(ตอบ -33, -44, -55, -77, -99)

2.2 การบวกจำนวนเต็ม มีหลักเกณฑ์ดังนี้

- การบวกจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก เช่น $5 + 7 = 12$
- การบวกจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ เช่น $(-5) + (-7) = -12$
- การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์ไม่เท่ากัน ให้นำค่าสัมบูรณ์ที่มากกว่าลบด้วยค่าสัมบูรณ์ที่น้อยกว่า แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก หรือจำนวนเต็มลบตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์ที่มากกว่า เช่น $(5) + (-7) = -2$ และ $(-5) + (7) = 2$

4. การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากัน ผลบวกเท่ากับ 0
เช่น $(5) + (-5) = 0$
5. การบวกจำนวนเต็มใด ๆ ด้วย ศูนย์ หรือการบวกศูนย์ด้วยจำนวนเต็มใด ๆ จะได้ผลบวกเท่ากับจำนวนเต็มนั้นเสมอ เช่น $25 + 0 = 25$ และ $0 + (-75) = (-75)$

2.3 การลบจำนวนเต็ม

การลบจำนวนเต็ม อาศัยการบวกตามข้อตกลงดังนี้

$$\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้ง} + \text{จำนวนตรงข้ามของตัวลบ}$$

นั่นคือ ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มใด ๆ จะได้ $a - b = a + (-b)$

ดังนั้นในการลบจำนวนเต็มเราจึงเขียนการลบให้อยู่ในรูปการบวกก่อนแล้วหาผลบวก เช่น

$$9 - 7 = 9 + (-7) = 2 \qquad (-12) - 7 = (-12) + (-7) = -19$$

$$5 - (-3) = 5 + 3 = 8 \qquad (-12) - (-7) = (-12) + 7 = -5$$

2.4 การคูณจำนวนเต็ม มีหลักเกณฑ์ดังนี้

1. การคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวกจะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น เช่น $2 \times 3 = 6$
2. การคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบ จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น เช่น $2 \times (-3) = (-6)$
3. การคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น เช่น $(-3) \times 2 = 2 \times (-3) = (-6)$
4. การคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น เช่น $(-3) \times (-2) = 6$
5. การคูณจำนวนเต็มใด ๆ ด้วยศูนย์หรือการคูณศูนย์ด้วยจำนวนเต็มใด ๆ จะได้คำตอบเป็นศูนย์ เช่น $(-3) \times 0 = 0 \times (-3) = 0$
6. การคูณจำนวนเต็มใด ๆ ด้วยหนึ่งหรือการคูณหนึ่งด้วยจำนวนเต็มใด ๆ จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มนั้นเสมอ เช่น $5 \times 1 = 1 \times 5 = 5$ และ $(-5) \times 1 = 1 \times (-5) = -5$

2.5 การหารจำนวนเต็ม

ให้นำค่าสัมบูรณ์ของตัวตั้งและค่าสัมบูรณ์ของตัวหารมาหารกัน แล้วพิจารณาดังนี้

1. ถ้าทั้งตัวตั้งและตัวหารเป็นจำนวนเต็มบวกทั้งคู่หรือจำนวนเต็มลบทั้งคู่ จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวก เช่น $50 \div 5 = 10$ และ $(-50) \div (-5) = 10$
2. ถ้าตัวตั้งหรือตัวหารตัวใดตัวหนึ่งเป็นจำนวนเต็มลบ และอีกตัวหนึ่งเป็นจำนวนเต็มบวก จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบ เช่น $(-50) \div 5 = -10$ และ $50 \div (-5) = -10$

2.6 สมบัติของจำนวนเต็ม

2.6.1 สมบัติเกี่ยวกับการบวกและการคูณจำนวนเต็ม

1. สมบัติการสลับที่สำหรับการบวก

ถ้า a และ b แทนจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว $a + b = b + a$ เช่น

$$5 + (-7) = (-7) + 5 = -2 \quad (-25) + 15 = 15 + (-25) = -10$$

นั่นคือ เมื่อมีจำนวนเต็มสองจำนวนบวกกัน สามารถสลับที่กันได้ระหว่างตัวตั้งและตัวบวกโดยที่ผลบวกยังคงเท่ากัน

2. สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ

ถ้า a และ b แทนจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว $a \times b = b \times a$ เช่น

$$5 \times (-7) = (-7) \times 5 = -35 \quad (-9) \times (-8) = (-8) \times (-9) = 72$$

นั่นคือ เมื่อมีจำนวนเต็มสองจำนวนคูณกัน สามารถสลับที่กันได้ระหว่างตัวตั้งและตัวคูณโดยที่ผลคูณยังคงเท่ากัน

3. สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการบวก

ถ้า a , b และ c แทนจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว $(a + b) + c = a + (b + c)$ เช่น

$$\{5 + (-2)\} + 8 = 5 + \{(-2) + 8\} = 11$$

นั่นคือ เมื่อมีจำนวนเต็มสามจำนวนบวกกัน สามารถบวกจำนวนเต็มคู่แรกหรือคู่หลังก่อนก็ได้โดยที่ผลบวกยังคงเท่ากัน

4. สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการคูณ

ถ้า a , b และ c แทนจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ เช่น

$$\{5 \times (-2)\} \times 8 = 5 \times \{(-2) \times 8\} = -80$$

นั่นคือ เมื่อมีจำนวนเต็มสามจำนวนคูณกัน สามารถคูณจำนวนเต็มคู่แรกหรือคู่หลังก่อนก็ได้โดยที่ผลคูณยังคงเท่ากัน

5. สมบัติการแจกแจง

ถ้า a, b และ c แทนจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

และ $(b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$ เช่น

$$(-3) \times \{8 + (-6)\} = \{(-3) \times 8\} + \{(-3) \times (-6)\} = -6$$

$$\{8 + (-6)\} \times (-3) = \{8 \times (-3)\} + \{(-6) \times (-3)\} = -6$$

2.6.2 สมบัติของหนึ่งและศูนย์

1. สมบัติของหนึ่ง

(1) ถ้า a แทนจำนวนใด ๆ แล้ว $a \times 1 = 1 \times a = a$ เช่น

$$14 \times 1 = 1 \times 14 = 14 \quad (-9) \times 1 = 1 \times (-9) = -9$$

นั่นคือ การคูณจำนวนใด ๆ ด้วยหนึ่งหรือคูณหนึ่งด้วยจำนวนใด ๆ จะได้ผลคูณเท่ากับจำนวนนั้น

(2) ถ้า a แทนจำนวนใด ๆ แล้ว $\frac{a}{1} = a$ เช่น $\frac{-7}{1} = -7$ $\frac{35}{1} = 35$

นั่นคือ การหารจำนวนใด ๆ ด้วยหนึ่ง จะได้ผลหารเท่ากับจำนวนนั้น

2. สมบัติของศูนย์

(1) ถ้า a แทนจำนวนใด ๆ แล้ว $a + 0 = 0 + a = a$ เช่น

$$4 + 0 = 0 + 4 = 4 \quad (-3) + 0 = 0 + (-3) = (-3)$$

นั่นคือ การบวกจำนวนใด ๆ ด้วยศูนย์หรือการบวกศูนย์ด้วยจำนวนใด ๆ จะได้ผลบวกเท่ากับจำนวนนั้น

(2) ถ้า a แทนจำนวนใด ๆ แล้ว $a \times 0 = 0 \times a = 0$ เช่น

$$14 \times 0 = 0 \times 14 = 0 \quad (-9) \times 0 = 0 \times (-9) = 0$$

นั่นคือ การคูณจำนวนใด ๆ ด้วยศูนย์ หรือการคูณศูนย์ด้วยจำนวนใด ๆ จะได้ผลคูณเท่ากับศูนย์

(3) ถ้า a แทนจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ 0 แล้ว $\frac{0}{a} = 0$ เช่น $\frac{0}{9} = 0$ $\frac{0}{-7} = 0$

นั่นคือ การหารศูนย์ด้วยจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ 0 จะได้ผลหารเท่ากับศูนย์

(4) ถ้า a, b แทนจำนวนใด ๆ และ $a \times b = 0$ แล้วจะได้ $a = 0$ หรือ $b = 0$

นั่นคือ ถ้าผลคูณของจำนวนสองจำนวนเท่ากับศูนย์ จำนวนใดจำนวนหนึ่งอย่างน้อยหนึ่งจำนวน ต้องเป็นศูนย์

บทที่ ๓ เลขยกกำลัง

3.1 ความหมายของเลขยกกำลัง

บทนิยาม ถ้า a แทนจำนวนใด ๆ และ n แทนจำนวนเต็มบวก “ a ยกกำลัง n ” หรือ “ a กำลัง n ” เขียนแทนด้วย a^n มีความหมายดังนี้

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$$

เรียก a^n ว่า **เลขยกกำลัง** ที่มี a เป็นฐาน และ n เป็นเลขชี้กำลัง

ตัวอย่างที่ 3.1 จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้ $(-3)^4$ และ $(0.5)^4$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} (-3)^4 &= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81 \\ (0.5)^4 &= (0.5) \times (0.5) \times (0.5) \times (0.5) = 0.0625 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3.2 จงเขียน (-4913) ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังมากกว่าหนึ่ง

วิธีทำ

$$(-4913) = (-17) \times (-17) \times (-17) = (-17)^3$$

3.2 การดำเนินการของเลขยกกำลัง

3.2.1 การคูณเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก ถ้าฐานของเลข ยกกำลัง ที่นำมาคูณกันเป็นจำนวนเดียวกันแล้วผลคูณที่ได้ สามารถเขียนอยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเดิมและเลขชี้กำลังหาได้จากผลบวกของเลขชี้กำลังของตัวตั้งกับของเลขชี้กำลังของตัวคูณ นั่นคือ เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ m และ n แทนจำนวนเต็มบวก

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

ตัวอย่างที่ 3.3 จงเขียนผลคูณ 81×3^6 ในรูปเลขยกกำลัง

วิธีทำ

$$81 \times 3^6 = 3^4 \times 3^6 = 3^{10}$$

ตัวอย่างที่ 3.4 จงเขียนผลคูณ $(-3)^3 \times 3^5$ ในรูปเลขยกกำลัง

วิธีทำ

$$\begin{aligned} (-3)^3 \times 3^5 &= (-3)(-3)(-3) \times 3^5 \\ &= (-3) \times (-3)^2 \times 3^5 = (-3) \times 3^2 \times 3^5 \\ &= (-3) \times 3^{2+5} = (-3) \times 3^7 = (-1) \times 3 \times 3^7 \\ &= (-1) \times 3^{1+7} = (-1) \times 3^8 = -3^8 \end{aligned}$$

3.2.2 การหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก การหารเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกันและฐานไม่เป็นศูนย์ และมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก เป็นไปตามสมบัติการหารเลขยกกำลัง ดังนี้

เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ m, n แทนจำนวนเต็มบวก $a^m \div a^n = a^{m-n}$

บทนิยาม เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ $a^0 = 1$

บทนิยาม เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ และ n แทนจำนวนเต็มบวก $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

ตัวอย่างที่ 3.5 จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

$$(1) 5^3 \div 5^5 \quad (2) 2^5 \div 2^{-3}$$

วิธีทำ $(1) 5^3 \div 5^5 = \frac{5^3}{5^5} = 5^{3-5} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

$$(2) 2^5 \div 2^{-3} = \frac{2^5}{2^{-3}} = 2^{5-(-3)} = 2^{5+3} = 2^8$$

ตัวอย่างที่ 3.6 จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

$$(1) \frac{625 \times 5^3}{(-5)^2} \quad (2) \frac{3^0 \times 243}{3^{-5}}$$

วิธีทำ $(1) \frac{625 \times 5^3}{(-5)^2} = \frac{5^4 \times 5^3}{5^2} = \frac{5^{4+3}}{5^2} = \frac{5^7}{5^2} = 5^{7-2} = 5^5$

$$(2) \frac{3^0 \times 243}{3^{-5}} = \frac{1 \times 3^5}{3^{-5}} = \frac{3^5}{\frac{1}{3^5}} = 3^5 \times \frac{3^5}{1} = 3^5 \times 3^5 = 3^{5+5} = 3^{10}$$

3.3 การนำไปใช้

การเขียนจำนวนในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ เป็นการเขียนในรูปการคูณของเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นสิบและเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม มีรูปแบบทั่วไปเป็น $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม ในทางวิทยาศาสตร์นิยมเขียนจำนวนที่มีค่ามาก ๆ และจำนวนที่มีค่าน้อย ๆ ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

3.3.1 การเขียนจำนวนที่มีค่ามาก ๆ ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ มีข้อสังเกตดังนี้

ถ้าเลื่อนจุดทศนิยมไปข้างหน้า 1 ตำแหน่ง ต้องคูณด้วย 10 จึงจะทำให้ค่าคงเดิม

ถ้าเลื่อนจุดทศนิยมไปข้างหน้า 2 ตำแหน่ง ต้องคูณด้วย 10^2 จึงจะทำให้ค่าคงเดิม

ถ้าเลื่อนจุดทศนิยมไปข้างหน้า 3 ตำแหน่ง ต้องคูณด้วย 10^3 จึงจะทำให้ค่าคงเดิม

ถ้าเลื่อนจุดทศนิยมไปข้างหน้า n ตำแหน่ง ต้องคูณด้วย 10^n จึงจะทำให้ค่าคงเดิม

$$\begin{array}{ll} \text{เช่น} & 1234 = 123.4 \times 10 & 1234 = 12.34 \times 10^2 \\ & 1234 = 1.234 \times 10^3 & 123.4 = 1.234 \times 10^2 \end{array}$$

ตัวอย่างที่ 3.7 จงหาผลคูณของ $(3.77 \times 10^9) \times (7.3 \times 10^{11})$ แล้วตอบให้อยู่ในรูปของ $A \times 10^n$
เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad (3.77 \times 10^9) \times (7.3 \times 10^{11}) &= (3.77 \times 7.3) \times (10^9 \times 10^{11}) \\ &= 27.521 \times 10^{20} \\ &= 2.7521 \times 10 \times 10^{20} \\ &= 2.7521 \times 10^{21} \end{aligned}$$

3.3.2 การเขียนจำนวนที่มีค่าน้อยๆ ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

มีข้อสังเกตดังนี้

ถ้าเลื่อนจุดทศนิยมไปข้างหลัง 1 ตำแหน่ง ต้องคูณด้วย 10^{-1} จึงจะทำให้ค่าคงเดิม

ถ้าเลื่อนจุดทศนิยมไปข้างหลัง 2 ตำแหน่ง ต้องคูณด้วย 10^{-2} จึงจะทำให้ค่าคงเดิม

ถ้าเลื่อนจุดทศนิยมไปข้างหลัง 3 ตำแหน่ง ต้องคูณด้วย 10^{-3} จึงจะทำให้ค่าคงเดิม

ถ้าเลื่อนจุดทศนิยมไปข้างหลัง n ตำแหน่ง ต้องคูณด้วย 10^{-n} จึงจะทำให้ค่าคงเดิม

$$\begin{array}{ll} \text{เช่น} & 0.2 = 2 \times 10^{-1} & 0.0123 = 1.23 \times 10^{-2} \\ & 0.03 = 3 \times 10^{-2} & 0.00123 = 1.23 \times 10^{-3} \\ & 0.005 = 5 \times 10^{-3} & 0.000123 = 1.23 \times 10^{-4} \end{array}$$

ตัวอย่างที่ 3.8 จงเขียน $\frac{6.75 \times 10^{-5}}{15}$ ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

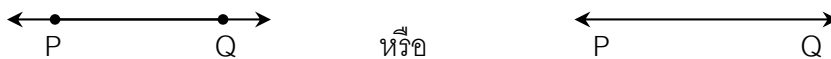
$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{6.75 \times 10^{-5}}{15} &= \frac{6.75}{15} \times 10^{-5} = 0.45 \times \frac{1}{10^5} \\ &= \frac{4.5}{10} \times \frac{1}{10^5} = \frac{4.5}{10^6} \\ &= 4.5 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

บทที่ ๑ พื้นฐานทางเรขาคณิต

จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง รังสี และมุม

จุด เป็นคำนิยาม ใช้แสดงตำแหน่ง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\cdot$ และเขียนตัวอักษรกำกับไว้เมื่อต้องการระบุชื่อจุด เช่น $\cdot P$ แทนจุด P

เส้นตรง เป็นคำนิยาม มีความยาวไม่จำกัด เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์



➢ เส้นตรง PQ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overleftrightarrow{PQ}$

สมบัติของ จุด และเส้นตรง

- (1) มีเส้นตรงเพียงเส้นเดียวเท่านั้นที่ลากผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้
- (2) ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกันแล้วจะมีจุดตัดเพียงจุดเดียวเท่านั้น

ส่วนของเส้นตรง คือส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่มีจุดปลายสองจุด เขียนรูปแทนได้ดังนี้



- ส่วนของเส้นตรง AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overline{AB}$
- A และ B เป็นจุดปลายของ $\overline{AB}$
- ความยาวของ $\overline{AB}$ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $m(AB)$ หรือ AB เช่น
ความยาวของส่วนของเส้นตรง AB เท่ากับ 5 เซนติเมตร
เขียนแทนด้วย $m(AB) = 5$ เซนติเมตร หรือ $AB = 5$ เซนติเมตร

รังสี คือส่วนหนึ่งของเส้นตรงซึ่งมีจุดปลายเพียงจุดเดียว เขียนรูปแทนได้ดังนี้

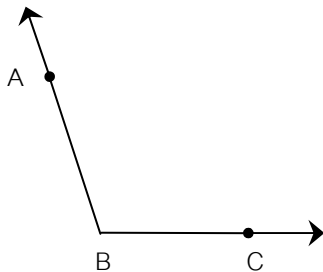


- รังสี AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overrightarrow{AB}$ รังสี BA เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overrightarrow{BA}$
- รังสี AB กับรังสี BA ไม่ใช่รังสีเดียวกัน เพราะ รังสี AB มีจุด A เป็นจุดปลาย และมี B เป็นจุดจุดหนึ่งบนรังสี แต่รังสี BA มีจุด B เป็นจุดปลาย และมี A เป็นจุดจุดหนึ่งบนรังสี รังสีสามารถต่อออกไปตามทิศทางของหัวลูกศรโดยไม่มีที่สิ้นสุด และในการเขียนรูปแทนรังสีไม่จำเป็นต้องเขียน $\cdot$ แทนจุดปลายและอีกจุดหนึ่งบนรังสี

มุม เกิดจากรังสีสองเส้นที่มีจุดปลายเป็นจุดเดียวกัน เรียกรังสีสองเส้นนี้ว่า **แขนของมุม** และเรียกจุดปลายที่เป็นจุดเดียวกันว่า **จุดยอดมุม**

การเรียกชื่อมุม

อาจเรียกตามอักษรสามตัว คือชื่อจุดหนึ่งบนแขนของมุมข้างหนึ่ง ชื่อจุดยอดมุม และชื่อจุดหนึ่งบนแขนของมุมอีกข้างหนึ่ง เรียงตามลำดับ หรือเรียกตามชื่อจุดยอดมุม เช่น

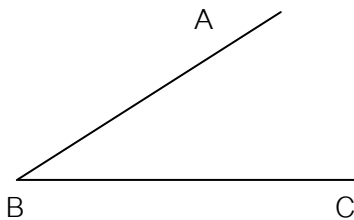


จากรูป จุด B เป็นจุดยอดมุม

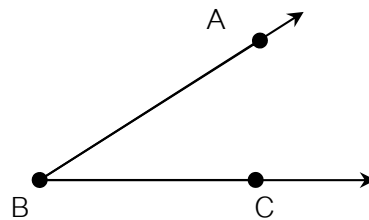
$\vec{BA}$ และ $\vec{BC}$ เป็นแขนของมุม

มุมนี้อาจเรียกว่า **มุม ABC** หรือ **มุม CBA** หรือ **มุม B**

ในทางปฏิบัติอาจเขียนรูปแทนมุมโดยใช้ส่วนของเส้นตรงแทนแขนของมุมโดยไม่จำเป็นต้องเขียนสัญลักษณ์ $\bullet$ แทนจุดยอดมุม หรือจุดอื่น ๆ ที่เป็นจุดปลายของส่วนของเส้นตรง เช่น



หมายถึง



มุม ABC อาจเรียกว่า **มุม CBA**

การเขียนสัญลักษณ์แทนมุม

ใช้ $\wedge$ หรือ $\angle$ โดยใส่สัญลักษณ์ $\wedge$ ไว้หน้าอักษรที่เป็นจุดยอดมุม หรือใส่สัญลักษณ์ $\angle$ ไว้หน้าอักษรที่เป็นชื่อมุม เช่น

มุม ABC อาจเขียนแทนด้วย $\wedge A\hat{B}C$ หรือ $\angle ABC$

มุม CBA อาจเขียนแทนด้วย $\wedge C\hat{B}A$ หรือ $\angle CBA$

มุม B อาจเขียนแทนด้วย $\wedge B$ หรือ $\angle B$

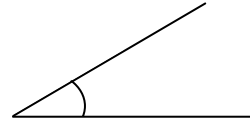
ชนิดของมุม

จำแนกตามขนาดของมุมได้ดังนี้

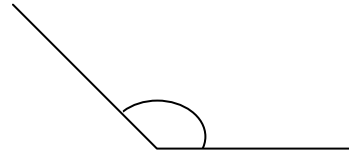
- (1) **มุมฉาก** เป็นมุมที่มีขนาดเท่ากับ 90 องศา
หรือหนึ่งมุมฉาก



- (2) **มุมแหลม** เป็นมุมที่มีขนาดใหญ่กว่า 0 องศา
แต่เล็กกว่า 90 องศา



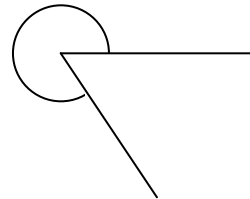
- (3) **มุมป้าน** เป็นมุมที่มีขนาดใหญ่กว่า 90 องศา
แต่เล็กกว่า 180 องศา



- (4) **มุมตรง** เป็นมุมที่มีขนาด 180 องศา



- (5) **มุมกลับ** เป็นมุมที่มีขนาดใหญ่กว่า 180 องศา
แต่เล็กกว่า 360 องศา



- (6) **มุมรอบจุด** เป็นมุมที่มีขนาด 360 องศา

