

เก่ง



คณิตศาสตร์

แบบฝึกหัดเสริมทักษะ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ตามหลักสูตรแกนกลาง พุทธศักราช 2551
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

พื้นฐาน

ม.2 เล่ม 2

พิชิตกรด

4

เนื้อหา
+แบบฝึกหัด
+แบบทดสอบทุกบท
พร้อมสูตรลัดในเล่ม

เรียบเรียงโดย

ดร.นันทวัฒน์ ลูกเสือภรา

ค.น., ค.ศ.น. (คณิตศาสตร์)

Ph.D.in Management

เก่ง



คณิตศาสตร์

แบบฝึกหัดเสริมทักษะ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ตามหลักสูตรแกนกลาง พุทธศักราช 2551
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ฝึกซ้ำ

ม. 2 เล่ม 2

พิชิตเกรด

4

ติวเนื้อหา
+แบบฝึกหัด
+แบบทดสอบทุกบท
พร้อมสูตรลัดในเล่ม

เรียบเรียงโดย

ดร.ณัฐธินัน ลุกเสือทิสรา

ค.บ., กศ.ม. (คณิตศาสตร์)
Ph.D.in Management

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ (ฉบับเพิ่มเติม) พ.ศ. 2558

ก่งคณิตศาสตร์

“พีชิตเกรด 4” ม.2 (พื้นฐาน) เล่ม 2

ผู้เรียบเรียง	ดร.ณัฐธินันท์ ลูกเสือติรา
บรรณาธิการ	อรรศรี ไรจน์พจนรัตน์
เรียงพิมพ์	สุพรรณษา เทพารส สิทธิินันท์ สกุลชัยสิริวิธ
รูปเล่ม	สิทธิินันท์ สกุลชัยสิริวิธ
ฝ่ายศิลป์	สิทธิินันท์ สกุลชัยสิริวิธ
พิสูจน์อักษร	พิรุณณิชา ไบสุวรรณ
รองปก	อมรศักดิ์ บุญเรือง
ปก	อมรศักดิ์ บุญเรือง



หนังสือเล่มนี้พิมพ์ด้วย กระดาษรีไซเคิล 100%
กระดาษจากไม้ปลูก ไม่รบกวนไม้ธรรมชาติ



จัดพิมพ์ : บริษัท สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา จำกัด

12 หม่อมแฝดแยก 3 ถนนพระราม 6 (ซอย 41) แขวงสามเสนใน เขตพญาไท

กรุงเทพมหานคร 10400

โทร : 0-2279-6222 (อัตโนมัติ 15 คู่สาย)

โทรสาร : 0-2279-6203-4

พิมพ์ที่ : บริษัท เรืองแสงการพิมพ์ (2002) จำกัด

48/1721-1722 หมู่ 7 ซอยหมู่บ้าน ดี.เค. 16

ถนนกาญจนาภิเษก เขตบางบอน กรุงเทพมหานคร 10150

คำนำ

การศึกษาด้วยตนเองโดยมีกระบวนการอย่างเป็นระบบ จะทำให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะ และการจดจำ ได้ดีกว่าการฟังเพียงอย่างเดียว คณิตศาสตร์เป็นวิชาการแขนงหนึ่งที่ต้องอาศัยทั้งความเข้าใจ ทักษะการคิดคำนวณอย่างมีเหตุผล และการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ไปใช้แก้ปัญหา ซึ่งถ้าผู้เรียนต้องการ ดัน! คะแนนสอบของตนเองให้เพิ่มขึ้นควรพัฒนาตนเองให้มีความพร้อมในทุกๆ ด้าน และกำจัดจุดอ่อนของตนเองให้หมดไป

แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เรียบเรียงขึ้นเพื่อตอบโจทย์ปัญหาของนักเรียนที่มี 1) พื้นฐานความรู้เดิมไม่แน่น 2) มีความเข้าใจเนื้อหาของบทเรียนไม่ดีพอ 3) ต้องการใช้เวลาในการศึกษาบทเรียนน้อยๆ 4) ต้องการฝึกฝนโจทย์ต่างๆ ให้ชำนาญ และ 5) ต้องการดัน! เกรดเฉลี่ยของตนเอง (ให้พุ่งจนได้เกรด 4) ซึ่งการพัฒนาความรู้ของตนเองให้คงทนนั้นการศึกษาและการฝึกฝนโดยทำแบบฝึกหัดเป็นสิ่งที่สำคัญมาก ผู้เขียนมุ่งให้ผู้ศึกษาทุกท่านได้ใช้ประโยชน์จากแบบฝึกหัด ฉบับนี้อย่างเต็มที่นำพาท่านไปสู่ผลการเรียนที่เพิ่มขึ้นตามที่ได้คาดหวัง และบังเกิดความรักในการเรียนคณิตศาสตร์

“เรียนรู้ด้วยตนเอง พร้อมให้เรานำพา “ความเก่ง” ไปสู่คุณ”

ด้วยความปรารถนาดี



(ณัฏฐ์ธินันท์ ลูกเสือธิดา)

สารบัญ

บทที่ 1 สถิติ (2)	5
แผนภาพจุด	5
แผนภาพต้น – ใบ	6
การนำเสนอข้อมูล	13
ฮิสโทแกรม	21
ค่ากลางของข้อมูล (ค่าเฉลี่ยเลขคณิต, มัธยฐาน, ฐานนิยม)	28
การกระจายของข้อมูล (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน)	40
เส้นโค้งของความถี่	43
TEST สถิติ (2)	49
บทที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	62
ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต	62
ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	63
ความเท่ากันทุกประการของรูปหลายเหลี่ยม	65
ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของ “รูปสามเหลี่ยม 2 รูป”	66
การพิสูจน์ทางเรขาคณิต เกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการ	76
การนำไปใช้ (สมบัติของรูป Δ หน้าจั่ว)	90
TEST ความเท่ากันทุกประการ	92
บทที่ 3 เส้นขนาน	103
เส้นขนานและมุมภายใน	103
ทฤษฎีบท สมบัติของเส้นขนาน	108
เส้นขนาน และมุมภายนอกกับมุมภายใน	112
เส้นขนาน และมุมแย้ง	115
เส้นขนาน และรูปสามเหลี่ยม	121
TEST เส้นขนาน	142
บทที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	153
ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต	153
ประโยชน์มีเงื่อนไข	157
การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	158
การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง	162
การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม	173
TEST การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	182
บทที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	188
การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง	188
การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว	191
การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	199
การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ที่เป็นผลต่างของกำลังสอง	204
การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง โดยทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์	207
การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่าสอง	215
TEST การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	219



แผนภาพจุด (dot plot)

คือ การนำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณรูปแบบหนึ่ง โดยใช้การเขียนจุดแทนข้อมูลแต่ละตัวไว้เหนือแกนนอนที่มีสเกล ซึ่งจุดจะต้องตรงกับตำแหน่งที่แสดงค่าของข้อมูลนั้น

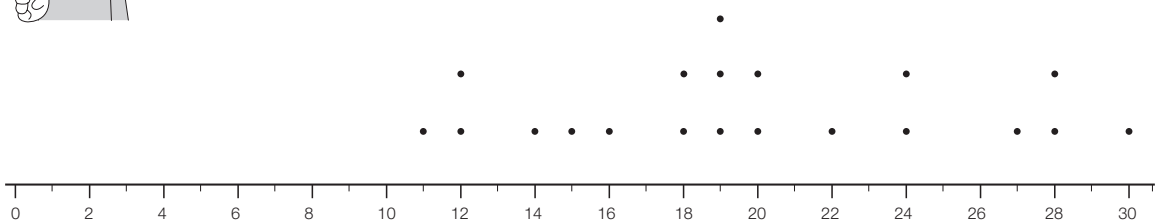
Ex. คะแนนจากการตอบคำถามโจทย์ท้าทายวิชาคณิตศาสตร์ของตัวแทนแต่ละห้องของนักเรียนชั้น ม.2 จำนวน 20 คน เป็นดังนี้

คะแนนจากการตอบคำถาม

24 18 20 30 15 22 12 19 18 12
28 19 11 16 27 20 14 19 28 24



นำเสนอคะแนนจากการตอบคำถามโจทย์ท้าทายด้วยแผนภาพจุด ได้ดังนี้



พบว่า การนำเสนอด้วยแผนภาพจุด ทำให้สามารถอ่านและแปลความหมายข้อมูลได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น



แผนภาพต้น – ใบ (Stem and Leaf plot)

คือ แผนภาพที่นำเสนอข้อมูลที่มีอยู่เป็นกลุ่ม ๆ โดยจัดแสดงข้อมูลในลักษณะของการแจกแจงความถี่ และวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นไปพร้อมกัน

• กรณีที่ข้อมูลมีเพียงกลุ่มเดียว

Ex. จากการชั่งน้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียน 16 คน เป็นดังนี้

39	35	39	43	45	42	42	40
40	41	46	44	47	43	51	50

นำข้อมูลน้ำหนักของนักเรียนทั้งหมด เขียนเป็นแผนภาพต้น – ใบ ได้ดังนี้



ขั้นที่ 1 : เขียนส่วนที่เป็นลำต้น

เรียงลำดับน้ำหนักของนักเรียนจากค่าน้อยไปมาก

35	39	39	40	40	41	42	42
43	43	44	45	46	47	50	51

พิจารณาน้ำหนักของนักเรียนแต่ละคน แล้วนำตัวเลขโดดในหลักสิบมาเขียนเป็นส่วนของลำต้น (ไม่ใช่ตัวเลขโดดในหลักหน่วย)

ลำต้น
3
4
5

ขั้นที่ 2 : เขียนแผนภาพต้น - ใบ

นำตัวเลขโดดในหลักหน่วยมาต่อส่วนที่เป็นใบ (เขียนต่อจากที่เขียนไว้ในขั้นที่ 1)

ลำต้น	ใบ										
3	5	9	9								
4	0	0	1	2	2	3	3	4	5	6	7
5	0	1									

ขั้นที่ 3 : อ่านวิเคราะห์ข้อมูล

จากแผนภาพต้น - ใบ ข้างต้นพบว่า

- (1) นักเรียนที่มีน้ำหนัก 30 – 39 กิโลกรัม มีจำนวน 3 คน
- (2) นักเรียนที่มีน้ำหนัก 40 – 49 กิโลกรัม มีจำนวน 11 คน
- (3) นักเรียนที่มีน้ำหนัก 50 – 59 กิโลกรัม มีจำนวน 2 คน
- (4) นักเรียนส่วนใหญ่มีน้ำหนัก 40 – 49 กิโลกรัม
- (5) นักเรียนที่มีน้ำหนักน้อยที่สุด คือ 35 กิโลกรัม และ
นักเรียนที่มีน้ำหนักมากที่สุด คือ 51 กิโลกรัม
- (6) นักเรียนคนที่หนักที่สุด มีน้ำหนักมากกว่า คนที่หนักน้อยที่สุด
คิดเป็น $51 - 35 = 16$ กิโลกรัม
- (7) นักเรียนที่มีน้ำหนักน้อยกว่า 42 กิโลกรัม มีจำนวน 6 คน

แต่ละคนมีน้ำหนัก 41, 40, 40, 39, 39, และ 35 กิโลกรัม ตามลำดับ

• กรณีที่ข้อมูลมี 2 กลุ่ม

สามารถนำเสนอข้อมูล 2 ชุดพร้อมกันและเปรียบเทียบข้อมูล 2 ชุด นั้นโดยใช้แผนภาพต้น – ใบ เพื่อให้ง่ายในการอ่านวิเคราะห์ข้อมูลได้

Ex. ผลการสอบของนักเรียนห้องหนึ่ง ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ซึ่งแต่ละวิชามีคะแนน เป็นดังนี้

วิชาคณิตศาสตร์ พื้นฐาน	41	53	55	56	60	62	65	66	66	69
	72	74	75	75	75	82	85	99	100	100

วิชาคณิตศาสตร์ เพิ่มเติม	32	39	69	71	75	78	78	78	79	82
	82	84	85	86	87	87	90	91	93	95

คะแนนสอบทั้งสองรายวิชา สามารถนำเสนอข้อมูลพร้อมกันเป็นแผนภาพต้น – ใบ ดังนี้

ขั้นที่ 1: เขียนส่วนที่เป็นลำต้น

เนื่องจาก คะแนนสอบของทั้งสองรายวิชา เรียงคะแนนจากค่าน้อยไปมากแล้ว จึงนำตัวเลขโดดในหลักสิบ และตัวเลขโดดในหลักร้อยมาเขียนเป็นส่วนของลำต้น (ไม่ใช่ตัวเลขในหลักหน่วย และในตัวอย่างนี้นักเรียนที่ได้ 100 คะแนน จะใช้ 10 เป็นส่วนของลำต้น)

ลำต้น
3
4
5
6
7
8
9
10

ขั้นที่ 2 : เขียนแผนภาพต้น - ใบ

นำตัวเลขโดดในหลักหน่วยของทั้งสองรายวิชามาต่อส่วนที่เป็นใบ (เขียนต่อจากที่เขียนไว้ในขั้นที่ 1)

ใบ (วิชาคณิตฯ พื้นฐาน)	ลำต้น	ใบ (วิชาคณิตฯ เพิ่มเติม)
	3	2 9
1	4	
6 5 3	5	
9 6 6 5 2 0	6	9
5 5 5 4 2	7	1 5 8 8 8 9
5 2	8	2 2 4 5 6 7 7
9	9	0 1 3 5
0 0	10	

ขั้นที่ 3 : อ่านวิเคราะห์ข้อมูล

จากแผนภาพต้น - ใบ ข้างต้นพบว่า

- ผลการสอบของนักเรียนห้องนี้ สอบได้คะแนนต่ำสุด
 - รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน นักเรียนที่สอบได้คะแนนต่ำสุด
ทำคะแนนสอบได้ 41 คะแนน
 - รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม นักเรียนที่สอบได้คะแนนต่ำสุด
ทำคะแนนสอบได้ 32 คะแนน
- ผลการสอบของนักเรียนห้องนี้ สอบได้คะแนนสูงสุด
 - รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน นักเรียนที่สอบได้คะแนนสูงสุด
ทำคะแนนสอบได้ 100 คะแนน
 - รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม นักเรียนที่สอบได้คะแนนสูงสุด
ทำคะแนนสอบได้ 95 คะแนน
- รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน นักเรียนที่ทำคะแนนสอบได้ 70 – 79 คะแนน
มีจำนวน 5 คน แต่ละคนสอบได้ 72, 74, 75, 75, และ 75 คะแนน ตามลำดับ
- รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม นักเรียนที่ทำคะแนนสอบได้ 90 – 99 คะแนน
มีจำนวน 4 คน แต่ละคนสอบได้ 90, 91, 93, และ 95 คะแนน ตามลำดับ
- รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน นักเรียนที่ทำคะแนนสอบได้สูงสุดและต่ำสุด
มีผลคะแนนต่างกัน $100 - 41 = 59$ คะแนน
- รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม นักเรียนที่ทำคะแนนสอบได้สูงสุดและต่ำสุด
มีผลคะแนนต่างกัน $95 - 32 = 63$ คะแนน
- รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม นักเรียนที่ทำคะแนนสอบได้ 83 – 94 คะแนน
มีจำนวน 8 คน แต่ละคนสอบได้ 84, 85, 86, 87, 87, 90 และ 91 คะแนน ตามลำดับ

PRACTICE 1 : พิจารณาข้อมูลในแต่ละข้อแล้วเขียนแผนภาพต้น - ใบ พร้อมทั้งตอบคำถามให้ถูกต้อง

1. คะแนนสอบวิชาฟิสิกส์ซึ่งมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน ของนักเรียน 20 คนเป็นดังนี้

85	90	34	94	68	80	85	75	95	70
82	62	39	75	84	85	78	93	84	78

จากการแจกแจงความถี่ของข้อมูลข้างต้น จงสร้างแผนภาพต้น - ใบ



ต้น	ใบ
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

จงตอบคำถาม

(1) คะแนนที่มีความถี่สูงสุด คือข้อใด

ก. 75

ข. 84

ค. 78

ง. 85

(2) ช่วงคะแนนที่มีความถี่มากที่สุด คือช่วงใด

ก. ช่วง 80 - 89

ข. ช่วง 70 - 79

ค. ช่วง 80 - 84

ง. ช่วง 70 - 74

(3) คะแนนส่วนใหญ่อยู่ในช่วงใด

ก. ช่วง 70 - 79

ข. ช่วง 70 - 89

ค. ช่วง 80 - 99

ง. ช่วง 60 - 79

(4) ไม่มีผู้สอบได้คะแนนในช่วงคะแนนใด

ก. 30 - 39

ข. 40 - 49

ข. 50 - 59

ง. 40 - 59

(5) ช่วงคะแนนที่มีความถี่ ช่วง 60 - 69 และ 90 - 99 คะแนน แต่ละช่วงมีความถี่เท่าใด ตามลำดับ

ก. 2 และ 3

ข. 2 และ 4

ค. 3 และ 4

ง. 2 และ 5

2. การสำรวจอายุของผู้เข้าชมนิทรรศการภาพเขียนสีน้ำมัน 25 คนแรก ที่มาร่วมงานเป็นดังนี้

19, 11, 32, 22, 32, 34, 35, 18, 45, 46, 22, 24, 14
16, 56, 56, 30, 61, 7, 9, 25, 8, 51, 43 และ 18

จงสร้างแผนภาพต้น - ใบ ของอายุผู้เข้าชมนิทรรศการ

ต้น	ใบ
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

จงตอบคำถาม

(1) อายุต่ำสุดของผู้เข้าชมคือกี่ปี

ก. 6 ปี

ข. 7 ปี

ค. 8 ปี

ง. 9 ปี

(2) อายุสูงสุดของผู้เข้าชมคือกี่ปี

ก. 65 ปี

ข. 64 ปี

ค. 61 ปี

ง. 60 ปี

(3) ผู้เข้าชมนิทรรศการกลุ่มนี้มีช่วงอายุใดมากที่สุด

ก. ช่วง 10 - 19

ข. ช่วง 20 - 29

ค. ช่วง 30 - 39

ง. ช่วง 10 - 18

(4) ผู้เข้าชมนิทรรศการ ช่วงอายุ 24 - 35 มีจำนวนทั้งหมดกี่คน

ก. 5 คน

ข. 7 คน

ค. 9 คน

ง. 10 คน

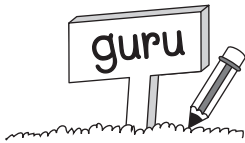
(5) ผู้เข้าชมนิทรรศการ ช่วงอายุ 10 - 19 ปี และช่วงอายุ 40 - 49 ปี มีจำนวนต่างกันกี่คน

ก. 6 คน

ข. 4 คน

ค. 3 คน

ง. 2 คน



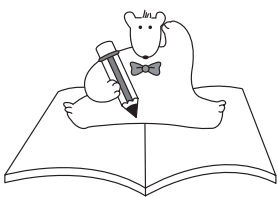
คำศัพท์... สถิติ

- **สถิติ (Statistics)** หมายถึง วิชาที่ว่าด้วย (1) การเก็บรวบรวมข้อมูล (2) การนำเสนอข้อมูล (3) การวิเคราะห์ข้อมูล และ (4) การแปลความหมายข้อมูล
- **ข้อมูล (Data)** หมายถึง ข้อเท็จจริงที่สามารถนำมาเปรียบเทียบได้แบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ
 - (1) ข้อมูลเชิงปริมาณ คือ ข้อมูลที่สามารถวัดค่าได้ นำค่ามาเปรียบเทียบกันได้ เช่น คะแนน ความสูง น้ำหนัก ราคา อัตราค่าจ้าง เป็นต้น
 - (2) ข้อมูลเชิงคุณภาพ คือ ข้อมูลที่บ่งบอกลักษณะที่เปรียบเทียบกันได้ยาก เช่น สี กลิ่น ความชอบ ความดี เป็นต้น



การนำเสนอข้อมูล

1. ตารางแจกแจงความถี่ (แบบไม่เป็นอันตรภาคชั้น)



ขั้น 1 : พิจารณาข้อมูล (**คะแนนดิบ**) ที่โจทย์กำหนดให้

ขั้น 2 : เรียงลำดับข้อมูลจากค่าน้อยไปมาก โดยเขียนเรียงในช่องตาราง

ขั้น 3 : นับจำนวนรอยขีดของแต่ละข้อมูล แล้วนำไปเขียนลงในช่องความถี่

Example

จากการสำรวจอายุของนักเรียนมัธยมศึกษากลุ่มหนึ่ง เป็นดังนี้

11	15	15	13	15	14	15	14	13
14	13	17	17	17	16	11	17	15
16	17	12	17	12	15	15	13	14
13	15	17	15	16	17	16	16	17
15	11	14	14	15	13	14	15	11

จงเขียนตารางแจกความถี่ (แบบไม่เป็นอันตรภาคชั้น) ของข้อมูลต่อไปนี้



ขั้น 1 : พิจารณาข้อมูลแล้ว พบว่า อายุของนักเรียนกลุ่มนี้ซ้ำกัน

ขั้น 2 : เรียงลำดับอายุที่ซ้ำกัน จากค่าน้อยไปมากได้

11 12 13 14 15 16 และ 17

ขั้น 3 : สร้างตารางแจกแจงความถี่

อายุ (ปี)	รอยขีดแสดงจำนวนครั้ง	ความถี่ (คน)
11		4
12		2
13		6
14		7
15		12
16		5
17		9

แปลความหมายข้อมูล... อายุของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษากลุ่มนี้

อายุ 11 ปี มีจำนวน 4 คน, อายุ 12 ปี มีจำนวน 2 คน,

อายุ 13 ปี มีจำนวน 6 คน, อายุ 14 ปี มีจำนวน 7 คน,

อายุ 15 ปี มีจำนวน 12 คน, อายุ 16 ปี มีจำนวน 5 คน,

อายุ 17 ปี มีจำนวน 9 คน

2. ตารางแจกแจงความถี่ (แบบเป็นอันตรภาคชั้น)

วิธีสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบเป็นอันตรภาคชั้น ทำดังนี้

ขั้น 1 : พิจารณาข้อมูลดิบที่โจทย์กำหนดให้ แล้วหาว่า...



ค่าสูงสุดของข้อมูล = ?

และ

ค่าต่ำสุดของข้อมูล = ?

ขั้น 2 : หาพิสัยของข้อมูล



พิสัย = ค่าสูงสุด - ค่าต่ำสุด

ขั้น 3 : หาจำนวนอันตรภาคชั้น



จำนวนอันตรภาคชั้น = $\frac{\text{พิสัย}}{\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น}}$

เศษที่ได้จากการหารจะปัดขึ้นเสมอ ถึงแม้ว่าเศษจะไม่ถึง 5 ก็ตาม

ถ้าค่าของจำนวนอันตรภาคที่ได้เป็นจำนวนเต็มให้บวก 1 เสมอ

ขั้น 4 : จัดข้อมูลแต่ละอันตรภาคชั้นใส่ลงในตารางแจกแจงความถี่โดยเรียง
คะแนนจากน้อยไปมาก (ให้คะแนนต่ำสุดอยู่ในอันตรภาคชั้นแรกและ
คะแนนสูงสุดอยู่ในอันตรภาคชั้นสุดท้าย)

Example. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 40 คน ซึ่งมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน มีดังนี้

31	45	76	65	52	99	71	43
48	37	55	60	57	49	53	40
65	36	48	57	92	82	78	95
96	59	45	76	62	58	50	89
80	73	54	95	70	56	68	47

จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ที่มีความกว้างของอันตรภาคชั้น เป็น 10



ขั้น 1 : คะแนนสูงสุด คือ 99 คะแนนต่ำสุด คือ 31

ขั้น 2 : พิสัย = คะแนนสูงสุด - คะแนนต่ำสุด

$$\text{พิสัย} = 99 - 31 = 68$$

ขั้น 3 : จำนวนอันตรภาคชั้น = $\frac{\text{พิสัย}}{\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น}}$

$$\text{จำนวนอันตรภาคชั้น} = \frac{68}{10} = 6.8 \approx 7 \text{ อันตรภาคชั้น}$$

ขั้น 4 : สร้างตารางแจกแจงความถี่

	คะแนน	รอยขีด	ความถี่
7 อันตรภาค	31 - 40		4
	41 - 50		8
	51 - 60		10
	61 - 70		5
	71 - 80		6
	81 - 90		2
	91 - 100		5



คำศัพท์... สถิติ

- ขอบล่างของอันตรภาคชั้น

$$\text{ขอบล่าง} = \frac{\text{ค่าที่น้อยที่สุดของอันตรภาคชั้นนั้น} + \text{ค่าที่มากที่สุดของอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าหนึ่งชั้น}}{2}$$

- ขอบบนของอันตรภาคชั้น

$$\text{ขอบบน} = \frac{\text{ค่าที่มากที่สุดของอันตรภาคชั้นนั้น} + \text{ค่าที่น้อยที่สุดของอันตรภาคชั้นที่สูงกว่าหนึ่งชั้น}}{2}$$

- ความกว้างของอันตรภาคนี้ = ขอบบน - ขอบล่าง

- จุดกึ่งกลางชั้น = $\frac{\text{ขอบบน} + \text{ขอบล่าง}}{2}$

Example จงใช้ตารางต่อไปนี้ตอบคำถาม

คะแนน	รอยขีด	ความถี่
31 - 40		4
41 - 50		8
51 - 60		10
61 - 70		5
71 - 80		6
81 - 90		2
91 - 100		5

จงหา....

- 1) ขอบล่างของอันตรภาคชั้น 41 - 50 และชั้น 61 - 70
- 2) ขอบบนของอันตรภาคชั้น 41 - 50 และชั้น 61 - 70
- 3) ความกว้างของอันตรภาคชั้น 41 - 50 และชั้น 61 - 70
- 4) จุดกึ่งกลางชั้น 41 - 50 และชั้น 61 - 70



- 1) ขอบล่างของอันตรภาคชั้น 41 - 50 คือ $\frac{41 + 40}{2} = 40.5$
 ขอบล่างของอันตรภาคชั้น 61 - 70 คือ $\frac{61 + 60}{2} = 60.5$
- 2) ขอบบนของอันตรภาคชั้น 41 - 50 คือ $\frac{50 + 51}{2} = 50.5$
 ขอบบนของอันตรภาคชั้น 61 - 70 คือ $\frac{70 + 71}{2} = 70.5$
- 3) ความกว้างของอันตรภาคชั้น 41 - 50 คือ $50.5 - 40.5 = 10$
 ความกว้างของอันตรภาคชั้น 61 - 70 คือ $70.5 - 60.5 = 10$
- 4) จุดกึ่งกลางชั้น 41 - 50 คือ $\frac{50.5 + 40.5}{2} = 45.5$
 จุดกึ่งกลางชั้น 61 - 70 คือ $\frac{70.5 + 60.5}{2} = 65.5$

PRACTICE 2 : ผลสำรวจความสูงของคนที่มาออกกำลังกายเดิน วิ่ง และขี่จักรยาน ในสวนสาธารณะแห่งหนึ่งจำนวน 76 คน เป็นดังนี้

181	181	141	145	142	163	150	146	148	181
147	181	146	147	153	147	152	145	147	181
143	153	142	143	146	143	145	161	145	181
145	143	141	140	143	143	141	140	140	143
140	144	153	142	142	144	144	142	143	145
141	142	142	141	142	142	144	142	142	142
143	153	144	136	142	145	145	148	141	144
143	144	144	153	144	178				

- จงหา (1) พิสัยของข้อมูลนี้
 (2) ข้อมูลนี้ สามารถสร้างได้กี่อันตรภาคชั้น (เมื่อให้ความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้น คือ 6)
 (3) ตารางแจกแจงความถี่ โดยเติมในช่องตารางให้สมบูรณ์



(1) พิสัย = ค่าสูงสุด - ค่าต่ำสุด =

(2) จากโจทย์ (ความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้น คือ 6)

จำนวนอันตรภาคชั้น = $\frac{\text{พิสัย}}{\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น}}$ =

(3) ตารางแจกแจงความถี่ เป็นดังนี้

ความสูง(เซนติเมตร)	รอยขีด	จำนวน(คน)
136 - 141		
.....		
.....		
.....		
.....		
.....		
.....		
.....		
รวม		

PRACTICE 3 : การสำรวจนักเรียนที่มาร่วมกิจกรรม โครงการรณรงค์ต่อต้านยาเสพติดในคราวหนึ่ง พบว่าผู้เข้าร่วมกิจกรรมจำนวน 40 คน มีอายุที่แตกต่างกัน เป็นดังนี้

16	15	13	17	18	14	14	12	13	17
14	16	11	10	12	19	17	15	11	15
12	12	15	12	10	18	16	13	15	13
19	16	13	15	20	14	15	17	17	18

จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ โดยให้ความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้น คือ 4 และอันตรภาคชั้นต่ำสุด มีค่าต่ำสุด คือ 10 พร้อมทั้งตอบคำถาม



- พิสัย = ค่าสูงสุด - ค่าต่ำสุด =
- จำนวนอันตรภาคชั้น = $\frac{\text{พิสัย}}{\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น}}$ =
- ตารางแจกแจงความถี่ เป็นดังนี้

อายุ	รอยขีด	จำนวน (คน)
.....		
.....		
.....		
รวม		

คำถาม...

- (1) นักเรียนที่มาร่วมกิจกรรมมากที่สุด อยู่ในช่วงอายุใด
- (2) นักเรียนที่อายุไม่เกิน 17 ปี มีจำนวนกี่คน
- (3) นักเรียนที่อายุมากกว่า 13 ปี มีจำนวนกี่คน
- (4) ขอบบนของอันตรภาคชั้น 10 - 13 คือ จำนวนใด
- (5) ขอบล่างของอันตรภาคชั้น 18 - 21 คือ จำนวนใด
- (6) จุดกึ่งกลางชั้น 14 - 17 คือจำนวนใด

PRACTICE 4 : นายก้องภพ สำนวณเวลา(เป็นนาที)ในการใช้โทรศัพท์มือถือเพื่อค้นหาข้อมูล เกี่ยวกับการเรียนในวันหนึ่งของเพื่อนร่วมชั้นเรียน จำนวน 50 คน เป็นดังนี้

15	13	21	30	21	39	18	30	32	23
28	26	29	24	38	27	28	24	42	16
34	17	26	31	29	40	23	14	27	29
21	24	41	28	34	20	35	27	11	33
23	35	18	30	23	33	24	30	20	24

จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ โดยเมื่อเรียงข้อมูลจากค่าน้อยไปหามากแล้ว อันตรภาคชั้นที่อยู่ชั้นต่ำสุด และอันตรภาคชั้นที่อยู่ชั้นสูงสุด เป็นแบบปลายเปิด และอันตรภาคชั้นอื่นๆ มีความกว้างเท่ากัน เป็น 5



เวลา(นาที)	รอยขีด	จำนวน(คน)
น้อยกว่า 15 นาที		
.....		
.....		
.....		
.....		
.....		
มากกว่า 39 นาที		
รวม		

คำถาม... ในแต่ละวัน

- (1) นักเรียนที่ใช้โทรศัพท์ค้นหาข้อมูล เกี่ยวกับการเรียน น้อยกว่า 20 นาที มีกี่คน
.....
- (2) นักเรียนส่วนใหญ่ใช้โทรศัพท์ค้นหาข้อมูล เกี่ยวกับการเรียนช่วงเวลาใด
.....
- (3) นักเรียนที่ใช้โทรศัพท์เพื่อค้นหาข้อมูล เกี่ยวกับการเรียนตั้งแต่ 30 นาทีขึ้นไปมีกี่คน
.....
- (4) จากข้อมูลในตารางแจกแจงความถี่ข้างต้นแสดงว่า อาจมีนักเรียนที่ใช้โทรศัพท์ค้นหาข้อมูล เกี่ยวกับการเรียนถึง 1 ชั่วโมง ใชหรือไม่
.....



ฮิสโทแกรม (histogram)

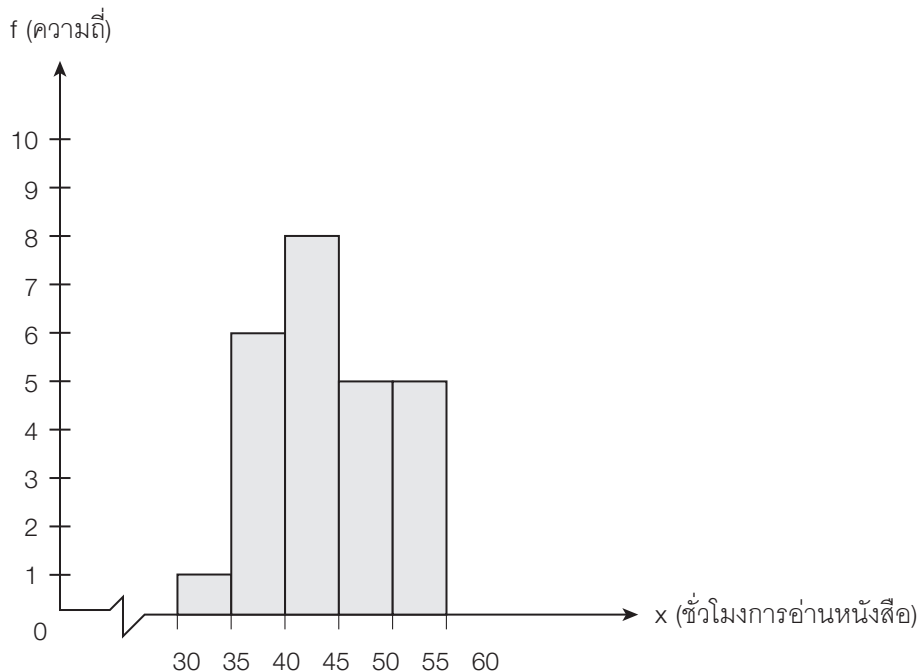
ฮิสโทแกรม มีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากวางเรียงติดต่อกันบนแกนนอน โดยมี

- แกนนอนแทนค่าของตัวแปร
- ความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แทนความกว้างของอันตรภาคชั้น
- พื้นที่ของแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูป แทนความถี่ของข้อมูลแต่ละอันตรภาคชั้น
- ถ้าความกว้างของอันตรภาคชั้นเท่ากันตลอด ความสูงของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจะแสดงความถี่

Exzmples ข้อมูลแสดงจำนวนชั่วโมงการอ่านหนังสือทบทวนบทเรียนของนักเรียน 25 คน ใน 1 สัปดาห์
เป็นดังนี้

จำนวนชั่วโมงการอ่านหนังสือ (x)	ความถี่ (f)
$30 \leq x < 35$	1
$35 \leq x < 40$	6
$40 \leq x < 45$	8
$45 \leq x < 50$	5
$50 \leq x < 55$	5
รวม	25

จงสร้างฮิสโทแกรมจากตารางแจกแจงความถี่



จากฮิสโทแกรม จะเห็นว่า

- บนแกนนอน จุดปลายของความกว้างของสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละแท่ง แสดงขอบล่างและขอบบนแต่ละอันตรภาคชั้น
- ความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้น คือความกว้างของแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละแท่ง

สูตร...

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น} = \text{ขอบบน} - \text{ขอบล่าง}$$

- ฮิสโทแกรม แต่ละอันตรภาคชั้น มีความกว้างชั้นละ 5 เท่า ๆ กัน

$$35 - 30 = 5 \quad 40 - 35 = 5 \quad 45 - 40 = 5$$

$$50 - 45 = 5 \quad 55 - 50 = 5$$

- ความสูงของแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละแท่ง แสดงความถี่ของข้อมูลในแต่ละอันตรภาคชั้น
- จุดกึ่งกลางของแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละแท่ง แสดงจุดกึ่งกลางชั้นของข้อมูลในแต่ละอันตรภาคชั้น

สูตร...

$$\text{จุดกึ่งกลางชั้น} = \frac{\text{ขอบบน} + \text{ขอบล่าง}}{2}$$

- ฮิสโทแกรม จุดกึ่งกลางของแต่ละอันตรภาคชั้น เป็นดังนี้

$$30 \leq x < 35 \quad \text{มีจุดกึ่งกลางชั้น คือ} \quad \frac{35 + 30}{2} = 32.5$$

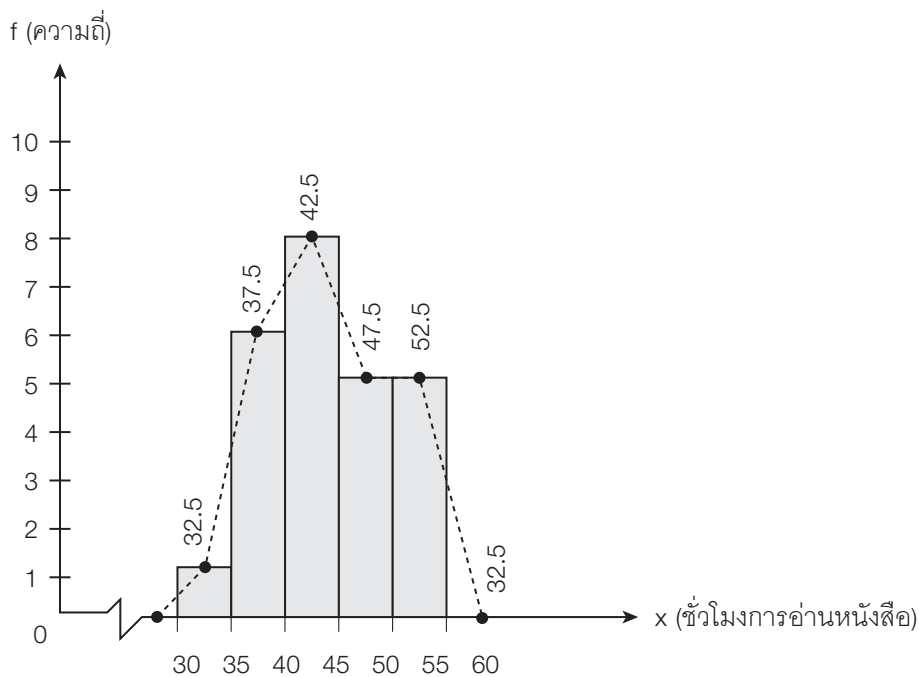
$$35 \leq x < 40 \quad \text{มีจุดกึ่งกลางชั้น คือ} \quad \frac{40 + 35}{2} = 37.5$$

$$40 \leq x < 45 \quad \text{มีจุดกึ่งกลางชั้น คือ} \quad \frac{45 + 40}{2} = 42.5$$

$$45 \leq x < 50 \quad \text{มีจุดกึ่งกลางชั้น คือ} \quad \frac{50 + 45}{2} = 47.5$$

$$50 \leq x < 55 \quad \text{มีจุดกึ่งกลางชั้น คือ} \quad \frac{55 + 50}{2} = 52.5$$

- เมื่อลากเส้นเชื่อมจุดกึ่งกลางของแต่ละอันตรภาคชั้น รูปเหลี่ยมที่เกิดขึ้นเรียกว่า “รูปหลายเหลี่ยมความถี่”



PRACTICE 5 : จากการสำรวจผู้ป่วยที่เป็นโรคมะเร็งปอด พบว่า จำนวนบุหรี่ (มวน) ที่ผู้ป่วยสูบบุหรี่ต่อวัน เป็นดังนี้

จำนวนบุหรี่ (มวน)/วัน < อันตรภาคชั้น >	จำนวนผู้ป่วย (คน)
6 – 8	2
9 – 11	4
12 – 14	5
15 – 17	4
18 – 20	5

จงหาจุดกึ่งกลางของแต่ละอันตรภาคชั้น และสร้างฮิสโทแกรม



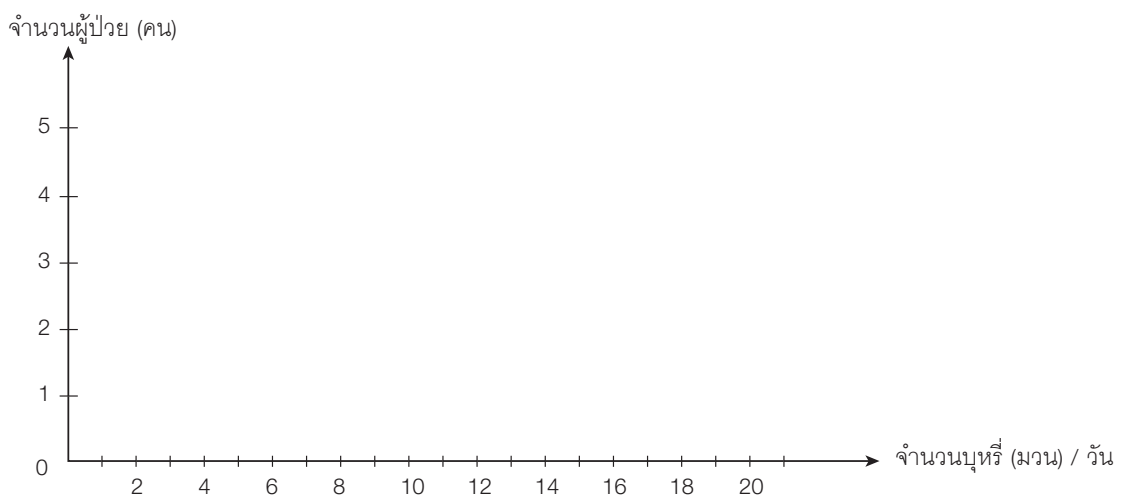
ช่วง 6 – 8 มีจุดกึ่งกลางชั้น คือ

ช่วง 9 – 11 มีจุดกึ่งกลางชั้น คือ

ช่วง 12 – 14 มีจุดกึ่งกลางชั้น คือ

ช่วง 15 – 17 มีจุดกึ่งกลางชั้น คือ

ช่วง 18 – 20 มีจุดกึ่งกลางชั้น คือ



PRACTICE 6 : ผลการชั่งน้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียนห้องหนึ่งซึ่งมีทั้งหมด 40 คน แต่ละคนมีน้ำหนัก ดังนี้

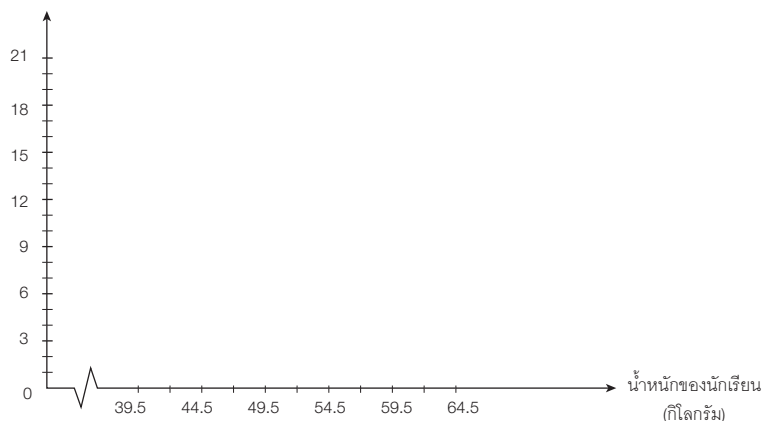
50	44	56	51	59	54	52	50	53	57
40	53	48	64	54	58	53	51	51	56
63	48	58	52	53	46	50	54	54	50
57	46	57	45	45	42	59	47	55	52

จากตารางแจกแจงความถี่ต่อไปนี้ จงหาจุดกึ่งกลางชั้นของแต่ละอันตรภาคชั้นและเติมความถี่ในช่องว่างให้สมบูรณ์ พร้อมทั้งสร้างฮิสโทแกรม

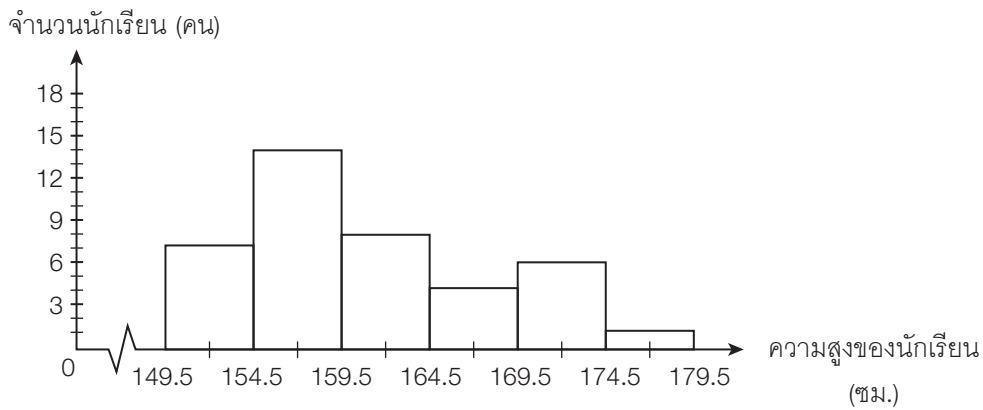


น้ำหนักของนักเรียน (กิโลกรัม)	จุดกึ่งกลางชั้น	จำนวนนักเรียน (คน) (ความถี่)
40 – 44		
45 – 49		
50 – 54		
55 – 59		
60 – 64		
		รวม คน

จำนวนนักเรียน (คน)



PRACTICE 7 : พิจารณาสีโทแกรมแสดงความสูงของนักเรียนชั้น ม.2 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งที่สุ่มเรียกรายชื่อเพื่อมาวัดความสูง (เซนติเมตร)



จงตอบคำถามต่อไปนี้

- (1) จงเขียนตารางแจกแจงความถี่ แสดงความสูงของนักเรียน
- (2) อ่านคำถาม แล้วเขียน x ทับตัวเลือกในแต่ละข้อที่ถูกต้อง

แนวคิด

- (1) เขียนตารางแจกแจงความถี่

ความสูงของนักเรียน (ซม.)	จำนวนนักเรียน (คน)
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
รวม	

- (2) อ่านคำถาม แล้วเขียน x ทับตัวเลือกในแต่ละข้อที่ถูกต้อง

1. ข้อมูลนี้ได้จากการสุ่มเรียกชื่อนักเรียน เพื่อมาวัดความสูง(เซนติเมตร)ทั้งหมดกี่คน

ก. 40

ข. 50

ค. 55

ง. 60