

สรุปยอดคำนวณและเทคนิคคิดลัด

คณิตศาสตร์

เพิ่มเติม

ม.4 เล่ม 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ตามหลักสูตรแกนกลาง พุทธศักราช 2551
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)



จะเขียนคณและจากทาง
ต้องอ่าน เล่มนี้เท่านั้น

สรุปเนื้อหา และเทคนิคที่สำคัญ

แบบฝึกประจำบท พร้อมเฉลย

เนื้อหา

- เซต
- ตรรกศาสตร์
- จำนวนจริง

เรียบเรียงโดย

ดร.จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง

วศ.บ. (ไฟฟ้า ฉุกเฉิน)

ค.บ. (การจัดการคุณภาพ มรท.สวนสุนันทา)

ศษ.ด. (เทคโนโลยีการศึกษา ม.เกษตรศาสตร์)

นักวิชาการอิสระด้านคณิต วิทยา การจัดการคุณภาพ และเทคโนโลยีการศึกษา



สรุปยอดคำนวณและเทคนิคคิดลัด

คณิตศาสตร์

เพิ่มเติม

ม.4 เล่ม 1

ตามผลการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551



จะเขียนคณและจากทาง
ต้องอ่าน เล่มนี้เท่านั้น

สรุปเนื้อหา และเทคนิคที่สำคัญ

แบบฝึกประจำบท พร้อมเฉลย

เนื้อหา

เซต

ตรรกศาสตร์

จำนวนจริง

เรียบเรียงโดย

ดร.จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง

วศ.บ. (ไฟฟ้า วิทยา)

ค.บ. (การจัดการคุณภาพ มรณ.สวนสุนันทา)

ศษ.ด. (เทคโนโลยีการศึกษา ม.เกษตรศาสตร์)

นักวิชาการอิสระด้านคณิต วิทยา การจัดการคุณภาพ และเทคโนโลยีการศึกษา

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ (ฉบับเพิ่มเติม) พ.ศ. ๒๕๕๘

สุดยอดคำนวณและเทคนิคคิดลัด

คณิตศาสตร์

U.4 เล่ม 1 (เพิ่มเติม)

ผู้เรียบเรียง : **ดร.จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง**

กองบรรณาธิการ : อรศรี โรจน์พจนรัตน์, อมรศักดิ์ บุญเรือง, ณัฏฐ์ธินัน ลูกเสือธิดา, สภาพร พุทธิศิริพร,
พิรุณนิชา ไบสุวรรณ, มนชญา กมลวานนท์, ยุภาภรณ์ แดงมณี

จัดพิมพ์โดย : บริษัท สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา จำกัด

12 หม่อมแฝ้ว แยก 3 ถนนพระราม 6 (ซอย 41) แขวงสามเสนใน เขตพญาไท กรุงเทพฯ 10400

โทร 02-279-6222 (อัตโนมัติ 15 คู่สาย) โทรสาร 02-279-6203-4

พิมพ์ที่ : โรงพิมพ์เพิ่มทรัพย์การพิมพ์
117/22 หมู่ 5 ซ.บางไผ่พัฒนา ถ.นครอินทร์ ต.บางไผ่ อ.เมือง จ.นนทบุรี 11000

ผู้พิมพ์ - ผู้โฆษณา
นายธนวัฒน์ สุขมงคลกุล

คำนำ

หนังสือ **คณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 1 (เพิ่มเติม)** เล่มนี้ เป็นหนังสือที่มีเนื้อหาตรงตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ และยังได้สอดแทรกเนื้อหาที่เกินหลักสูตรพร้อมทั้งเทคนิคคิดลัดต่าง ๆ ตามที่ผู้เขียนเห็นว่าสำคัญ เนื่องจากผู้เขียนเห็นว่าการศึกษาคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จได้นั้น ผู้ศึกษาจะต้องมีความรู้พื้นฐานในวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และจะต้องมีเทคนิคคิดลัดต่าง ๆ เพื่อช่วยให้ผู้ศึกษาสามารถแก้ไขปัญหาโจทย์และแข่งขันกับเวลาได้อย่างรวดเร็ว

1. การอธิบายเนื้อหาในหนังสือเล่มนี้จะใช้ภาษาเดียวกับภาษาที่ผู้เขียนใช้สอน ดังนั้นจึงอ่านง่ายและเพลิดเพลินไปกับบทเรียน ทำให้ผู้อ่านมีความรู้สึกเหมือนกับว่าผู้เขียนมาสอนให้เองเลย
2. ครอบคลุมเนื้อหาพื้นฐานที่สำคัญโดยจะมีการแบ่งเนื้อหาให้เป็นระบบเพื่อจะได้ศึกษาได้ง่าย
3. โจทย์ในหนังสือเล่มนี้จะมีมากมายเพียงพอที่ผู้ศึกษาจะฝึกทำเพื่อเสริมสร้างทักษะและประสบการณ์ในการทำโจทย์
4. หนังสือเล่มนี้จะเน้นถึงเทคนิคและการวิเคราะห์โจทย์ต่าง ๆ อย่างเป็นระบบ
5. มีเทคนิคคิดลัดต่าง ๆ เพื่อช่วยให้ผู้ศึกษาทำข้อสอบแข่งขันได้อย่างรวดเร็ว
6. แนวข้อสอบเตรียมสอบเข้ามหาวิทยาลัย ระบบ TCAS

สุดท้ายนี้ผู้เขียนหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะให้ประโยชน์แก่ผู้อ่าน และขอขอบคุณ บริษัท สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา จำกัด ที่ให้โอกาสแก่ผู้เขียนได้เขียนหนังสือที่อยากเขียน สำหรับคุณงามความดีที่พึงมีจากหนังสือเล่มนี้ ขอมอบให้แด่ พ่อแม่ครูอาจารย์ คือ พระราชสังวรญาณ (พุธ ฐานิโย) บุนพารี่ คือ ผอ.ประเสริฐ วรรณโพธิ์กลาง และนางสนาน วรรณโพธิ์กลาง พร้อมทั้งครูอาจารย์ผู้ประสิทธิ์ประสาทวิชาแก่ผู้เขียน

ด้วยความปรารถนาดี
จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง
(ดร.จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง)

สารบัญ

บทที่ 1 เซต

1.1 เซต	1
1.2 การดำเนินการระหว่างเซต	17
1.3 การแก้ปัญหาโดยใช้เซต	62
◆ แบบฝึกหัดและเฉลย	77

บทที่ 2 ตรรกศาสตร์

2.1 ตรรกศาสตร์	85
2.2 ประพจน์	86
2.3 ตารางค่าความจริง	90
2.4 การเชื่อมประพจน์	91
2.5 หาค่าความจริงของประพจน์	91
2.6 สัจนิรันดร์	129
2.7 รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน	136
2.8 การอ้างเหตุผล	140
2.9 ประโยคเปิด	148
2.10 ตัวบ่งปริมาณ	148
2.11 ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียว	149
2.12 สมมูลของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ	153
2.13 นิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ	154
◆ แบบฝึกหัดและเฉลย	160

บทที่ 3 จำนวนจริง

3.1 จำนวนจริง	168
3.2 ระบบจำนวนจริง	171
3.3 พหุนามตัวแปรเดียว	178
3.4 การแยกตัวประกอบของพหุนาม	178
3.5 สมการพหุนามตัวแปรเดียว	187
3.6 เศษส่วนของพหุนาม	202
3.7 สมการเศษส่วนของพหุนาม	204
3.8 การไม่เท่ากันของจำนวนจริง	206
3.9 อสมการพหุนามตัวแปรเดียว	211
3.10 ค่าสมบูรณ์	228
3.11 สมการและอสมการค่าสมบูรณ์ของพหุนามตัวแปรเดียว	234
◆ แบบฝึกหัดและเฉลย	255

บทที่ 1 เซต

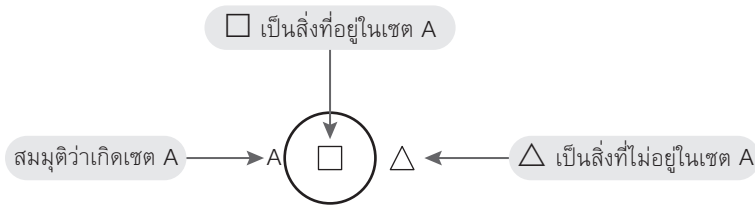
เทคนิค 1

เซตและการเกิดเซต

หลักการ

1. **เซต (Set)** หมายถึง กลุ่มของสิ่งต่าง ๆ และถ้ามีใครกล่าวถึงกลุ่มใด แล้วจะทราบได้อย่างชัดเจนว่าสิ่งใดอยู่ในกลุ่ม และสิ่งใดไม่อยู่ในกลุ่ม
2. จริง ๆ แล้วนักคณิตศาสตร์มักไม่ค่อยสนใจถึงความหมายของคำว่า “เซต” สักเท่าไร แต่จะสนใจ “การเกิดเซต” เป็นกรณีพิเศษเลยทีเดียว
3. เซตจะเกิดขึ้น ก็ต่อเมื่อ เราสนใจที่จะศึกษาถึงกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งจะต้องชัดเจนนะว่า สิ่งใดอยู่ในกลุ่มและสิ่งใดไม่อยู่ในกลุ่ม

๑ พิจารณาการเกิดเซต



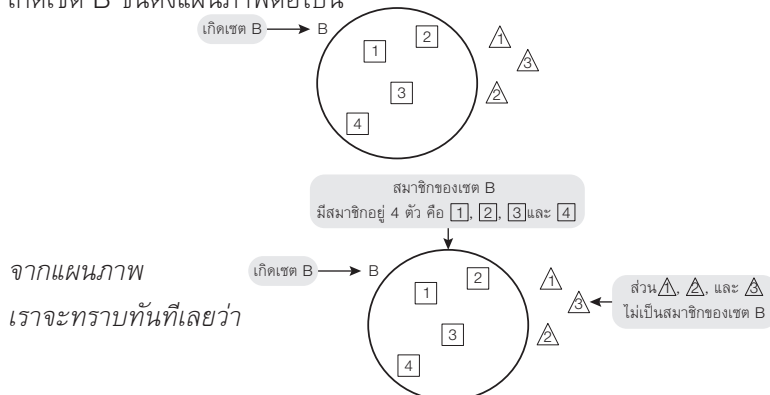
เทคนิค 2

สมาชิกของเซต

หลักการ

สมาชิก (Element) ของเซต หมายถึง สิ่งที่อยู่ในเซต และแน่นอนว่า สิ่งที่ไม่อยู่ในเซต ก็ต้องไม่เป็นสมาชิกเซต

๑ สมมติว่า เกิดเซต B ขึ้นดังแผนภาพต่อไปนี้



๑ ลองพิจารณากลุ่มที่เราสนใจศึกษาต่อไปนี้มีเซตหรือไม่

1. สนใจนักเรียนห้องหนึ่งที่ใส่เสื้อสีเขียวและถ้าในห้องนั้นมีเฉพาะ ด.ญ.ปลา กับ ด.ช.หมู อย่างนี้เกิดเซตนะ เป็นเซตของนักเรียนห้องหนึ่งที่ใส่เสื้อสีเขียว โดยมีสมาชิกเป็น ด.ญ.ปลา กับ ด.ช.หมู
2. สนใจวันในหนึ่งสัปดาห์ อย่างนี้เกิดเซตนะ เป็นเซตของวันในหนึ่งสัปดาห์ โดยมีสมาชิกเป็น วันจันทร์ วันอังคาร วันพุธ วันพฤหัสบดี วันศุกร์ วันเสาร์ และวันอาทิตย์
3. สนใจรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก อย่างนี้เกิดเซตด้วยนะ เป็นเซตของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งประกอบด้วยรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

คณิตศาสตร์

:-1:-

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1

4. สนใจ
 - ผลไม้ที่อร่อยที่สุดในโลก 2 ชนิด
 - คนที่หล่อที่สุดในโลก 3 คน
 - คนน่ารักที่สุดในประเทศไทย 1 คน
 - คนที่เก่งที่สุดในจังหวัดนครราชสีมา 2 คน

อย่างนี้ไม่เกิดเซตเด็ดขาด เนื่องจากปริมาณคุณภาพที่ใช้ออก ความอร่อย, ความหล่อ, ความน่ารัก, ความเก่ง ของแต่ละคนไม่เหมือนกันซึ่งกำกวม

☺ สัญลักษณ์ที่ต้องทราบเกี่ยวกับเซต

1. โดยทั่วไปจะแทนเซตด้วยอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น
 $A, B, C, \dots, Z$
 และ จะแทนสมาชิกของเซตด้วยอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็ก เช่น
 $a, b, c, \dots, z$
2. ใช้วงเล็บปีกกาแทนเซตที่มีสมาชิกต่างๆ ของเซตคั่นด้วยเครื่องหมายจุลภาค “,” อยู่ด้านใน ดังนี้
 $A = \{3, 5, 7, 9\}$
 อ่านว่า A เป็นเซตที่มี 3, 5, 7 และ 9 เป็นสมาชิก
3. เครื่องหมาย “|” แทนคำว่า โดยที่ เช่น
 $B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก}\}$
 อ่านว่า B เป็นเซตซึ่งประกอบด้วย x โดยที่ x เป็นจำนวนเต็มบวก
4. คำว่า “เป็นสมาชิกของ” ถูกเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $\in$ ”
 คำว่า “ไม่เป็นสมาชิกของ” ถูกเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $\notin$ ” เช่น
 $C = \{-3, 2\}$ พบว่า $-3 \in C, 2 \in C$ แต่ $1 \notin C$
5. จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด A ใดๆ จะถูกเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $n(A)$ เช่น
 $D = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ จะได้ $n(D) = 5$
6. เซตที่กำหนดขึ้นมาหนึ่งเซตโดยมีข้อตกลงว่า เมื่อกล่าวถึงสมาชิกของเซตใดๆ แล้วจะไม่กล่าวถึงสิ่งอื่นใดที่นอกเหนือไปจากสมาชิกในเซตที่กำหนดขึ้นมา เซตที่กำหนดขึ้นมานี้ถูกเรียกว่า “เอกภพสัมพัทธ์ (Relative Universe)” และถูกเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ I ” ซึ่งผู้เขียนจะอธิบายถึงเอกภพสัมพัทธ์เพิ่มเติมในโอกาสต่อไป
7. เซตที่ไม่มีสมาชิก ถูกเรียกว่า “เซตว่าง (Empty Set หรือ Null Set)” และถูกเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $\{ \}$ ” หรือ “ $\emptyset$ ” ซึ่งผู้เขียนจะอธิบายถึงเซตว่างเพิ่มเติมในโอกาสต่อไป

คณิตศาสตร์

-:2:-

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1

การเขียนแทนเซต

หลักการ

เทคนิค

3

จริงๆ แล้วการเขียนแทนเซตสามารถทำได้หลายวิธีขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ และลักษณะที่ต้องการแสดงให้เห็น แต่ในระดับชั้นนี้นิยมเขียนแทนเซต 2 แบบ ดังนี้

1. แบบแจกแจงสมาชิก
2. แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

■ เทคนิค 3.1 การเขียนแทนเซตแบบแจกแจงสมาชิก

หลักการ การเขียนแทนเซตแบบแจกแจงสมาชิก ให้เขียนสมาชิกต่าง ๆ ขึ้นด้วยเครื่องหมายจุลภาค “,” ลงไปในเครื่องหมายวงเล็บปีกกา ดังนี้

1. ถ้าสมาชิกของเซตมีน้อย แล้วให้เขียนสมาชิกครบทุกตัวเลยนะ เช่น
สมมติให้ A เป็นเซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -5
แสดงว่า เขียนแทนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้ ดังนี้
$$A = \{-4, -3, -2, -1\}$$
2. ถ้าสมาชิกของเซตมีมาก และเป็นระเบียบจนกระทั่งสามารถทราบสมาชิกตัวต่อ ๆ ไปได้ แล้วให้สามารถละสมาชิกช่วงกลาง ๆ ได้โดยใช้จุด 3 จุด “...” เช่น
สมมติให้ B เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่มีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 150
แสดงว่า เขียนแทนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้ ดังนี้
$$B = \{1, 2, 3, \dots, 149, 150\}$$
3. ถ้าสมาชิกของเซตมีมากจนไม่สิ้นสุด และเป็นระเบียบจนกระทั่งสามารถทราบสมาชิกตัวต่อ ๆ ไปได้ แล้วให้สามารถละสมาชิกช่วงหลัง ๆ ได้โดยใช้จุด 3 จุด “...” เช่น
สมมติให้ C เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
แสดงว่า เขียนแทนเซต C แบบแจกแจงสมาชิกได้ ดังนี้
$$C = \{1, 2, 3, \dots\}$$

คณิตศาสตร์

☞ ตัวอย่าง 1 $A = \{a, b, c\}$ มีความหมายอย่างไร

วิธีทำ A คือ กลุ่มอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็กโดยมีสมาชิก 3 ตัว คือ a, b และ c

☞ ตัวอย่าง 2 $B = \{\text{ปลา}\}$ มีความหมายอย่างไร

วิธีทำ B คือ กลุ่มของคำในภาษาไทย “ปลา” ซึ่งมีสมาชิกตัวเดียว

☞ ตัวอย่าง 3 $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ มีความหมายอย่างไร

วิธีทำ C คือกลุ่มของตัวเลข มีสมาชิก 5 ตัว คือ 1, 2, 3, 4, 5

☞ ตัวอย่าง 4 $D = \{12345\}$

วิธีทำ D คือ กลุ่มของตัวเลข “12345” ซึ่งมีตัวเดียว

☞ ตัวอย่าง 5 จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

- 1) เซตของวันในหนึ่งสัปดาห์ที่ขึ้นต้นด้วยพยัญชนะ “อ”
- 2) เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 100
- 3) เซตของจำนวนเต็มคี่บวกที่น้อยกว่า 11
- 4) เซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -1000
- 5) เซตของจำนวนเต็มที่มากกว่า 50
- 6) เซตของสระในภาษาอังกฤษ
- 7) เซตของจำนวนเต็มบวกที่มีหนึ่งหลัก
- 8) เซตของจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า 14

-:3:-

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1

- วิธีทำ**
- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) {อังคาร, อาทิตย์} | 2) {1, 2, 3, ..., 99} |
| 3) {1, 3, 5, 7, 9} | 4) {-999, -998, -997, ..., -1} |
| 5) {51, 52, 53, ...} | 6) {a, e, i, o, u} |
| 7) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} | 8) {2, 4, 6, 8, 10, 12} |

■ เทคนิค 3.2 การเขียนแทนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

หลักการ

1. การเขียนแทนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก ให้ใช้ตัวแปรเขียนแทนสมาชิกของเซต โดยอธิบายสมาชิกที่อยู่ในรูปของตัวแปรว่ามีสมบัติอะไร แล้วเขียนเครื่องหมายวงเล็บปีกกาครอบ เช่น

สมมติให้ $A = \{1, 3, 5, 7\}$ เขียนแทนเซต A แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกได้ดังนี้

$$A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มคี่บวกตั้งแต่ } 1 \text{ ถึง } 7\}$$

อ่านว่า A เป็นเซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิก x โดยที่ x เป็นจำนวนเต็มคี่บวกตั้งแต่ 1 ถึง 7

2. รูปแบบการเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกทั่วไป ที่กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์เป็น $\mathcal{U}$ และ A เป็นเซตซึ่งประกอบไปด้วยสมาชิก x โดยที่ x เป็นสมาชิกของ $\mathcal{U}$ และมีเงื่อนไขเป็น " $P(x)$ " เราสามารถเขียนเซต A ได้ดังนี้

$$A = \{x \mid x \in \mathcal{U} \text{ และ } P(x)\}$$

$$\text{หรือ } A = \{x \in \mathcal{U} \mid P(x)\}$$

3. ถ้ากำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์ตั้งแต่แรก แล้วการเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกอาจจะไม่ต้องเขียนบอกว่า x เป็นสมาชิกของเอกภพสัมพัทธ์ ($\mathcal{U}$) ก็ได้แต่ให้เราถืออยู่เสมอว่าสมาชิกทุกตัวของเซต จะต้องเป็นสมาชิกของเอกภพสัมพัทธ์ที่กำหนดมาให้เสมอ ดังนี้

$$A = \{x \mid P(x)\}$$

ข้อตกลง ในระดับชั้นนี้ ถ้าเซตที่เราสนใจเป็นเซตที่มีสมาชิกเป็นจำนวน และไม่ได้กำหนดเอกภพสัมพัทธ์มาให้ แล้วให้เราถือเอาเองนะว่าเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง

คณิตศาสตร์

-:4:-

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1

☞ ตัวอย่าง 1 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ จงเขียนเป็นแบบบอกเงื่อนไข

วิธีทำ สามารถเขียนเป็นเซตแบบบอกเงื่อนไขได้หลายแบบ เช่น

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } x \leq 3\}$$

$$\text{หรือ } A = \{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } 1 \leq x \leq 3\} \text{ เป็นต้น}$$

☞ ตัวอย่าง 2 จงบอกความหมายของเซตต่อไปนี้

วิธีทำ 2.1 $A = \{x \mid x \text{ เป็นคนทั้งหมด}\}$

A คือ กลุ่มของคนทั้งหมด มีสมาชิกหลายตัว

2.2 $B = \{x \mid x = \text{จักรินทร์}\}$

B จะมีสมาชิกเพียง 1 ตัว คือ กลุ่มของภาษาไทย “จักรินทร์” อาจเขียนแบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{\text{จักรินทร์}\}$

2.3 $C = \{x \mid x^2 = 4\}$

เราสามารถเขียนแบบแจกแจงสมาชิกได้ $C = \{-2, 2\}$

2.4 $D = \{x \mid x \text{ เป็นสมาชิกของมดในโลก}\}$

D คือ กลุ่มของมดทั้งหมดในโลก มีสมาชิกหลายตัว

2.5 $E = \{x \mid x = \text{มด}\}$ จะได้ $E = \{\text{มด}\}$

E จะมีสมาชิกอยู่ตัวเดียวคือ กลุ่มของคำในภาษาไทย “มด”

๓๐ ตัวอย่าง 3 กำหนดให้ $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคี่}\}$

$$B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่}\}$$

จงเขียน A และ B แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ $A = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

๓๑ ตัวอย่าง 4 กำหนดให้ $\mathcal{U} = \{5, 6, 7, 8, \dots\}$

$$A = \{x \in \mathcal{U} \mid x \text{ เป็นจำนวนคี่}\}$$

$$B = \{x \in \mathcal{U} \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่}\}$$

จงเขียน A และ B แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ $A = \{5, 7\}$

$$B = \{6, 8\}$$

ข้อสังเกต จากตัวอย่างที่ 3 กับ 4 จะเห็นได้ว่า เซตที่เงื่อนไขของสมาชิกเหมือนกันแต่มีเอกภพสัมพัทธ์ ไม่เหมือนกัน เซตที่ได้จากเอกสัมพัทธ์ไม่เหมือนกัน อาจจะมีสมาชิกต่างกันก็ได้

เซตจำกัดและเซตอนันต์ (Finite and Infinite Set)

เทคนิค
4

หลักการ เซตจำกัด คือ เซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับจำนวนเต็มบวกใดๆ หรือ ศูนย์
เซตอนันต์ คือ เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด

◆ สิ่งที่ต้องทราบ

1. เซตว่างเป็นเซตจำกัด เพราะมีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์
2. เซตอนันต์ เป็นเซตที่มีสมาชิกล้นไม่ถ้วน และละสมาชิกช่วงหลังๆ ได้โดยใช้จุด 3 จุด “...”
3. เซตของจำนวนที่ควรทราบ มีดังนี้

N เป็นเซตของจำนวนนับ หรือ $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

I^+ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก หรือ $I^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$

I^0 เป็นเซตของจำนวนเต็มศูนย์ หรือ $I^0 = \{0\}$

I^- เป็นเซตของจำนวนเต็มลบ หรือ $I^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$

I เป็นเซตของจำนวนเต็ม หรือ $I = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

P เป็นเซตของจำนวนเฉพาะ หรือ $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$

R เป็นเซตของจำนวนจริง

Q เป็นเซตของจำนวนตรรกยะ หรือ Q เป็นเซตจำนวนจริงที่สามารถเขียนได้ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มที่ตัวส่วนไม่เป็นศูนย์

Q' เป็นเซตของจำนวนอตรรกยะ หรือ Q' เป็นเซตของจำนวนจริงที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มที่ตัวส่วนไม่เป็นศูนย์ เช่น $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ เป็นต้น

หมายเหตุ จำนวนจริงประกอบไปด้วยจำนวนตรรกยะรวมกับจำนวนอตรรกยะ

๓๒ ตัวอย่าง 1 ลองให้เหตุผลดูว่าเซต $A = \emptyset$

$$B = \{\text{นายจักรินทร์}\}$$

$$C = \{1, 3, 6, 12\}$$

$$D = \{\emptyset\} \text{ ทำไมจึงเป็นเซตจำกัด}$$

คณิตศาสตร์

–:5:–

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1

- วิธีทำ** A = $\emptyset$ เป็นเซตจำกัด เพราะมีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์
 B = {นายจักรินทร์} เป็นเซตจำกัด เพราะเป็นเซตที่มี 1 สมาชิก คือ “นายจักรินทร์”
 C = {1, 3, 6, 12} เป็นเซตจำกัด เพราะเป็นเซตที่มี 4 สมาชิก
 D = $\{\emptyset\}$ เป็นเซตจำกัด เพราะเป็นเซตที่มี 1 สมาชิกคือ $\emptyset$

ตัวอย่าง 2 ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง

1. $\emptyset$ เป็นเซตจำกัด
2. $\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ และ } 0 < x < 3\}$ เป็นเซตจำกัด
3. $\{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } 0 < x < 3\}$ เป็นเซตจำกัด
4. $\{x \mid x \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } x < -3\}$ เป็นเซตอนันต์
5. $\{x \mid x = \text{ควาย}\}$ เป็นเซตจำกัด
6. $\{x \mid x \text{ เป็นควายในโลกนี้}\}$ เป็นเซตอนันต์
7. $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\}$ เป็นเซตอนันต์
8. $\{x \mid x = \text{เป็นจำนวนเต็ม}\}$ เป็นเซตอนันต์
9. {จำนวนจริง} เป็นเซตอนันต์

- วิธีทำ**
1. ถูก เพราะ การที่เซตไม่มีสมาชิกถือว่าเป็นเซตจำกัด
 2. ผิด เพราะ จะมีจำนวนจริงมากมายอยู่ระหว่าง 0 กับ 3
 3. ถูก เพราะ สามารถแจกแจงได้เป็น {1, 2}
 4. ผิด เพราะเป็น $\emptyset$
 5. ถูก เพราะมีสมาชิกตัวเดียวคือ กลุ่มคำภาษาไทย “ควาย” สามารถเขียนแจกแจงได้คือ {ควาย}
 6. ผิด ถึงเราจะไม่รู้จำนวนที่แท้จริงเพราะมันมาก แต่มันนับถ้วนแน่ๆ จริงไหม ณ เวลาที่เราจะนับ ไม่นับไม่ถ้วนจึงเป็นเซตจำกัด
 7. ถูก เพราะ $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ ซึ่งเป็นเซตอนันต์
 8. ผิด เพราะ มีสมาชิกตัวเดียวคือ กลุ่มคำภาษาไทย “เป็นจำนวนเต็ม” สามารถเขียนแจกแจงได้คือ {เป็นจำนวนเต็ม}
 9. ผิด เพราะ {จำนวนจริง} เป็นเซตจำกัดที่มี 1 สมาชิกคือ กลุ่มคำภาษาไทย “จำนวนจริง”

ตัวอย่าง 3 เซตต่อไปนี้ เซตใดเป็นเซตจำกัด เซตใดเป็นเซตอนันต์

- 1) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มคู่}\}$
- 2) {1, 2, 3, ..., 999, 1000}
- 3) $\{x \mid x = \frac{1}{2n} \text{ โดยที่ } n \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\}$
- 4) $\{x \mid x = \frac{1}{2n} \text{ โดยที่ } n \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า } 10\}$

- วิธีทำ**
- 1) เป็นเซตอนันต์
 - 2) เป็นเซตจำกัด
 - 3) เป็นเซตอนันต์
 - 4) เป็นเซตจำกัด

การเปรียบเทียบระหว่างเซต

เทคนิค

5

หลักการ ผู้เขียนจะกล่าวถึงการเปรียบเทียบระหว่างเซต 2 ลักษณะ ดังนี้

1. เซตที่เท่ากัน
2. เซตเทียบเท่ากันของเซต

คณิตศาสตร์

-:6:-

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1

■ เทคนิค 5.1 เซตที่เท่ากัน (Equal Sets or Identical Sets)

หลักการ ให้ คำว่า “เซต A เท่ากับเซต B” ถูกเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $A = B$ ”

และให้ เซต A เท่ากับเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และ สมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

จากข้อความข้างต้นทำให้เราทราบทันทีเลยว่า

1. การสลับสมาชิกภายในเซตไม่มีผลต่อการเปลี่ยนสภาพของเซต
เช่น $\{1, 3, 5\} = \{3, 1, 5\} = \{5, 1, 3\}$
2. การซ้ำของสมาชิกของเซต ก็ไม่ทำให้เกิดเซตใหม่
เช่น $\{1, 3, 3, 5, 5, 5, 1\} = \{1, 3, 5\}$ ยับสมาชิกที่ซ้ำกันได้และขยายออกก็ได้นะ
3. ถ้าเซต A เท่ากับเซต B แล้ว $n(A) = n(B)$
4. เซต A ไม่เท่ากับ เซต B ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต B หรือ มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต B ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต A

☞ ตัวอย่าง 1 กำหนดให้ $A = \{x \mid x \in I \text{ และ } 2 < x < 6\}$

และ $B = \{4, 3, 5, 3\}$ ลองพิจารณาชื่อว่า เซต $A = B$ หรือไม่

วิธีทำ แจกแจงสมาชิก $A = \{3, 4, 5\}$

จัด B ใหม่ $B = \{3, 4, 5\} \longleftarrow \{4, 3, 5, 3\} = \{3, 4, 5\}$

ดังนั้น $A = B$

☞ ตัวอย่าง 2 กำหนดให้ $A = \{1, 3, 5\}$

$B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$

$C = \{x \mid x \text{ คือจำนวนเต็มของลูกเต๋าหนึ่งลูกที่หารด้วย 2 ไม่ลงตัว}\}$

$D = \{x \mid x \text{ คือจำนวนหัวที่ได้เมื่อโยนเหรียญ 3 เหรียญ}\}$

แล้วข้อใดต่อไปนี้ ถูก

- | | |
|------------|------------|
| 1. $A = B$ | 2. $B = C$ |
| 3. $C = D$ | 4. $A = C$ |

วิธีทำ จากโจทย์ $A = \{1, 3, 5\}$

$B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$

$= \{x \mid (x - 3)(x - 1) = 0\}$

$B = \{1, 3\}$

$C = \{1, 3, 5\}$

และ $D = \{0, 1, 2, 3\}$

พบว่า $A = C$

ดังนั้น $A = C$ ถูก

ตอบ ตัวเลือก 4

■ เทคนิค 5.2 เซตเทียบเท่ากัน

หลักการ เซต A เทียบเท่า เซต B ก็ต่อเมื่อ เซต A และเซต B มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน

☞ ตัวอย่าง 1 $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{1, 3, 5\}$ จงเปรียบเทียบ A กับ B

วิธีทำ จะเห็นว่า จำนวนสมาชิกเซต A = จำนวนสมาชิกเซต B

ดังนั้น แสดงว่า เซต A เทียบเท่ากับเซต B แต่สมาชิกไม่เหมือนกัน ทำให้ $A \neq B$

คณิตศาสตร์

–:7:–

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1

๓๐ ตัวอย่าง 2 $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{x \mid x \in I \text{ และ } 0 < x < 5\}$ จงเปรียบเทียบ A กับ B

วิธีทำ จะได้ เซต B สามารถแจกแจงได้ $B = \{1, 2, 3, 4\}$

ดังนั้น ซึ่งจะได้ A เทียบเท่ากับ B และ A ยังเท่ากับ B ด้วย

เทคนิค
6

เอกภพสัมพัทธ์ (Relative Universe)

หลักการ เซตที่กำหนดขึ้นมาหนึ่งเซตโดยมีข้อตกลงว่า เมื่อกล่าวถึงสมาชิกของเซตใดๆ แล้ว จะไม่กล่าวถึงสิ่งอื่นใดที่นอกเหนือไปจากสมาชิกในเซตที่กำหนดขึ้นมา เซตที่กำหนดขึ้นมานี้ ถูกเรียกว่า “เอกภพสัมพัทธ์” และถูกเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ U ”

◆ **สิ่งที่ควรทราบทันที**

1. เอกภพสัมพัทธ์ เป็นเซตที่กำหนดขึ้นมาเพื่อจะจำกัดขอบเขตและครอบคลุมเซตทุกเซตที่เราสนใจนั่นเอง จริงไหม
2. เซตใดๆ จะต้องอยู่ภายใต้เอกภพสัมพัทธ์เสมอ
3. โดยทั่วไปเมื่อกล่าวถึงเซตใดๆ แล้ว จะต้องกำหนดเอกภพสัมพัทธ์มาด้วยเสมอ

หมายเหตุ ถ้าเซตที่เราสนใจเป็นเซตที่มีสมาชิกเป็นจำนวน และไม่ได้กำหนดเอกภพสัมพัทธ์มาให้ แล้วในระดับขั้นนี้ให้เรานึกเอาเองเลยนะว่า เอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของ จำนวนจริง

๓๑ ตัวอย่าง 1 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3\}$

และ $A = \{x \mid x > 2\}$ จงเขียน A เป็นแบบแจกแจง

วิธีทำ จะเขียน A เป็นแบบแจกแจงได้ ดังนี้

$$A = \{3\}$$

ข้อสังเกต เห็นไหม A ต้องอยู่ใน U เท่านั้น

๓๒ ตัวอย่าง 2 กำหนดให้ $U = \{7, 8, 9, 10\}$

และ $A = \{x \mid 1 < x < 9\}$ จงเขียน A เป็นแบบแจกแจง

วิธีทำ จะเขียน A เป็นแบบแจกแจงได้ดังนี้

$$A = \{7, 8\}$$

ข้อสังเกต เห็นไหม A ต้องอยู่ใน U เท่านั้น

๓๓ ตัวอย่าง 3 กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์เป็นจำนวนเต็มลบ

$$A = \{x \mid (x - 2)(x + 3)\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0\}$$

จงเขียน A แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ จาก $(x - 2)(x + 3)\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0$

$x = 2, -3, -\frac{1}{2}$ จะเห็นว่า 2 กับ $-\frac{1}{2}$ ไม่อยู่ในจำนวนเต็มลบ

ดังนั้น $A = \{-3\}$

๓๔ ตัวอย่าง 4 กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์เป็นจำนวนเต็มบวก

$$A = \{x \mid -2 \leq x \leq 3\}$$

จงเขียน A แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ จาก $-2 \leq x \leq 3$

จะเห็นว่า 1, 2, 3 เท่านั้นที่เป็นจำนวนเต็มบวก

ดังนั้น $A = \{1, 2, 3\}$

คณิตศาสตร์

-:8:-

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1

- ตัวอย่าง 5 กำหนดให้ $U = \{-1, 0, 2\}$
 $A = \{x \mid x^2 = 4\}$ จงเขียน A แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ เนื่องจาก $U = \{-1, 0, 2\}$
 $A = \{x \mid x^2 = 4\}$
 ดังนั้น $A = \{2\}$

- ตัวอย่าง 6 กำหนดให้ $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 5\}$
 $B = \{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } x > -3\}$

วิธีทำ จาก $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 5\}$ ดังนั้น $A = \{2, 3, 4\}$
 จาก $B = \{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } x > -3\}$ ดังนั้น $B = \{-1, -2\}$

เทคนิค
7

เซตว่าง (Empty Set หรือ Null Set)

หลักการ เซตที่ไม่มีสมาชิกถูกเรียกว่า เซตว่าง และถูกเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “{ }” หรือ “ $\emptyset$ ”

ตัวอย่าง ของเซตว่าง

- เซตของคนที่มีขา 1,000 ขา ในโลกนี้
- เซตของคนที่สูง 100 เมตร ในโลกนี้
- เซตของม้าที่วิ่งได้ด้วยความเร็ว 3,000 กิโลเมตรต่อวินาที

- ตัวอย่าง เซตต่อไปนี้ เซตใดเป็นเซตว่าง

- 1) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มมากกว่า 5 และน้อยกว่า 6}\}$
- 2) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 1 กับ 2}\}$
- 3) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกและน้อยกว่า 0}\}$
- 4) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มลบและมากกว่า 0}\}$

วิธีทำ 1) เป็นเซตว่าง 2) เป็นเซตว่าง
 3) เป็นเซตว่าง 4) เป็นเซตว่าง

เทคนิค
8

เซตที่มีสมาชิกเป็นเซต

หลักการ เซตใดๆ สามารถมีเซตอื่นเป็นสมาชิกได้ เช่น $A = \{\emptyset, \{1, 2\}\}$

หมายความว่า A มีสมาชิก 2 ตัว คือ $\emptyset$ กับ $\{1, 2\}$ แต่ 1 กับ 2 ไม่ได้เป็นสมาชิกของ A นะ

• สิ่งที่เราควรทำความเข้าใจเนื่องจากผู้ศึกษาชอบสับสน

บางคนคิดว่า $\emptyset$ ไม่มีสมาชิก แล้ว $\{\emptyset\}$ ก็จะไม่มีความหมายตามไปด้วย อย่างนี้คิดผิดอย่างมากเลยนะ เพราะ $\emptyset$ ก็ถือว่าเป็นเซตเซตหนึ่ง เมื่อ $\emptyset$ ไปอยู่เป็นสมาชิกของเซตใดก็จะทำให้เซตนั้นมีสมาชิกตัวหนึ่งเป็น $\emptyset$ แน่ๆ
 จริงไหม

สรุปได้ว่า $\emptyset$ ไม่มีสมาชิกนะถูกแล้ว

แต่ $\{\emptyset\}$ มีสมาชิก 1 ตัวคือ $\emptyset$

และถ้าไปเจอ $\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset\}\}\}$ ต้องทราบทันทีนะว่า

$\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset\}\}\}$ มีสมาชิก 3 ตัว คือ 1. $\emptyset$

2. $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

3. $\{\{\emptyset\}\}$

คณิตศาสตร์

-:9:-

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1

๓๐ ตัวอย่าง 1 กำหนดให้ $A = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{4, 5\}\}$

มีความหมายอย่างไร

วิธีทำ จาก $A = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{4, 5\}\}$ หมายความว่า A มีสมาชิก 4 ตัว ดังนี้

$$\emptyset \in A$$

$$\{0\} \in A$$

$$\{1\} \in A$$

$$\{4, 5\} \in A$$

๓๐ ตัวอย่าง 2 กำหนดให้ $B = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, 1, 5\}$

มีความหมายอย่างไร

วิธีทำ จาก $B = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, 1, 5\}$ หมายความว่า B มีสมาชิก 5 ตัว ดังนี้

$$\emptyset \in B$$

$$\{\emptyset\} \in B$$

$$\{\{\emptyset\}\} \in B$$

$$1 \in B$$

$$5 \in B$$

หมายเหตุ $\emptyset \neq \{\emptyset\} \neq \{\{\emptyset\}\}$ เพราะ $\emptyset$ ไม่มีสมาชิกเลย แต่ $\{\emptyset\}$ มีสมาชิก 1 ตัว คือ $\emptyset$ และ $\{\{\emptyset\}\}$ มีสมาชิก 1 ตัว คือ $\{\emptyset\}$

คณิตศาสตร์

-:10:-

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1

๓๐ ตัวอย่าง 3 กำหนดให้ $A = \{1, \{\{1\}\}\}$

ข้อใดถูกต้อง

ก. $A = \{\{1\}\}$

ข. $\{1\} \in A$

ค. $\{\{1\}\} \in A$

ง. $\{1, \{1\}\} \in A$

วิธีทำ ก. ผิด เพราะว่า $\{\{1\}\}$ มีสมาชิกตัวเดียวคือ $\{1\}$

จากโจทย์ $A = \{1, \{\{1\}\}\}$

พบว่า A มีสมาชิก 2 ตัว คือ 1 กับ $\{\{1\}\}$

ดังนั้น $A \neq \{\{1\}\}$ แน่

ข. เนื่องจาก A มีสมาชิก 2 ตัว คือ 1 กับ $\{\{1\}\}$ เท่านั้น

ดังนั้น $\{1\} \notin A$

ค. ถูก เพราะ $\{\{1\}\} \in A$

ง. ผิด เพราะ $\{1, \{1\}\} \notin A$

๓๐ ตัวอย่าง 4 กำหนดให้ $A = \{1, \{2, 3, \{4, 5\}, 6\}, 7\}$

จงหาจำนวนสมาชิกของ A

วิธีทำ $A = \{1, \{2, 3, \{4, 5\}, 6\}, 7\}$ พบว่า สมาชิก A คือ

$$1 \in A$$

$$\{2, 3, \{4, 5\}, 6\} \in A$$

$$7 \in A$$

ดังนั้น จะเห็นได้ว่าสมาชิกของ A มีจำนวนเป็น 3 สมาชิกเท่านั้น

คอมพลีเมนต์ (Complement)

หลักการ

เมื่อกำหนดเซต A ที่มี U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ แล้ว ให้ เรียกเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ (U) แต่ไม่ใช่สมาชิกของเซต A ว่า **คอมพลีเมนต์ของเซต A** เมื่อเทียบกับเอกภพสัมพัทธ์ (U) หรือ คอมพลีเมนต์ของเซต A และถูกเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ A' ”

พบว่า คอมพลีเมนต์ของ A เมื่อเทียบกับเอกภพสัมพัทธ์ (U) หรือ คอมพลีเมนต์ของเซต A มีภาษาคณิตศาสตร์ คือ

$$A' = \{x \mid x \in U \text{ และ } x \notin A\}$$

หมายเหตุ ถ้าเราจะ U ในฐานที่เข้าใจว่ามีอยู่ก็สามารถเขียนภาษาคณิตศาสตร์แบบสั้นๆ ได้ว่า

$$A' = \{x \mid x \notin A\}$$

- **สิ่งที่ควรเน้น** ถ้า A เป็นเซตใดๆ ที่มี U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ แล้วเซต A จะต้องมีเซตคู่ของมันเสมอ คือ คอมพลีเมนต์ของเซต A นั่นเอง

หรือ อาจกล่าวสั้นๆ ว่า เซตทุกเซตจะต้องมีเซตคู่ของมันเสมอ คือ คอมพลีเมนต์ของตัวเอง เช่น

A มีคู่คือ A'

U มีคู่คือ U'

$\emptyset$ มีคู่คือ $\emptyset'$

A' มีคู่คือ $(A')'$

$$U' = \emptyset$$

$$\emptyset' = U$$

$$(A')' = A$$

หมายเหตุ อาจมีหนังสือบางเล่มใช้สัญลักษณ์อื่นแทน A' เช่น A^c , $\bar{A}$, $\tilde{A}$, $C(A)$ เป็นต้น

☞ ตัวอย่าง 1 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

และ $A = \{1, 3, 5\}$ จงหา A'

วิธีทำ $A' = \{2, 4, 6\}$

ดังนั้น ข้อสังเกต นะว่า A' ยังมีสมาชิกอยู่ใน U แต่ไม่มีสมาชิกอยู่ใน A เลย

☞ ตัวอย่าง 2 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

และ $A = \{ \}$ จงหา A'

วิธีทำ เนื่องจาก A ไม่มีสมาชิกเลย

ดังนั้น $A' = U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

☞ ตัวอย่าง 3 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ จงหา U'

วิธีทำ เนื่องจาก U ไม่มีสมาชิกใดเลยอยู่ใน U

ดังนั้น $U' = \emptyset$

☞ ตัวอย่าง 4 กำหนดให้ $U = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับ}\}$

และ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ จงหา A'

วิธีทำ จากโจทย์ $U = \{1, 2, 3, \dots\}$

และ $A = \{1, 2, 3, 4\}$

ดังนั้น $A' = \{5, 6, 7, \dots\}$

☞ ตัวอย่าง 2 กำหนดให้ $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 1\}$

$$B = \{\{\{\emptyset\}\}, \emptyset, 1, \{\emptyset\}\}$$

จงแสดงว่า $A \subset B$ หรือไม่

วิธีทำ จะเห็นว่าสมาชิกทุกตัวใน A เป็นสมาชิกของ B
ดังนั้น $A \subset B$

☞ ตัวอย่าง 3 จงตรวจดูว่าข้อใดผิดหรือถูก

วิธีทำ 3.1 $\emptyset \subset \emptyset$

ถูก เพราะเซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซตเสมอแม้แต่มันเอง

3.2 $\emptyset \subset \{\emptyset\}$

ถูก เพราะเซตว่างจะเป็นสับเซตของทุกเซตเสมอ

3.3 $\emptyset \in \{\emptyset\}$

ถูก เพราะ $\emptyset$ นั้นอยู่เป็น $\{\emptyset\}$

3.4 $\emptyset = \{\emptyset\}$

ผิด เพราะ $\emptyset$ ไม่มีสมาชิกเลย แต่ $\{\emptyset\}$ มีสมาชิกคือ $\emptyset$

3.5 $\{\emptyset\} \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

ถูก เพราะ $\{\emptyset\}$ อยู่ใน $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

3.6 $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

ถูก เพราะ $\emptyset \in \{\emptyset\}$ และ $\emptyset \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ด้วย

3.7 $\{\{\emptyset\}\} \subset \{\{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}\}$

ถูก เพราะ $\{\emptyset\} \in \{\{\emptyset\}\}$ และ $\{\emptyset\} \in \{\{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}\}$

3.8 $\{\emptyset\} \subset \{\{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}\}$

ผิด เพราะ $\emptyset \in \{\emptyset\}$ แต่ $\emptyset \notin \{\{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}\}$

3.9 $\{\emptyset\} \in \{\emptyset\}$

ผิด เพราะ $\{\emptyset\}$ ไม่ได้อยู่ใน $\{\emptyset\}$

3.10 $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset\}$

ถูก เพราะเซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเองเสมอ

☞ ตัวอย่าง 4 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$

$$C = \{2, 3, 4\}, D = \{1, 2\}, E = \{2, 3\}$$

จงวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่าง A, B, C, D และ E

วิธีทำ วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่าง A, B, C, D และ E

4.1 $D \subset A$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ D เป็นสมาชิกของ A

4.2 $D \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ D เป็นสมาชิกของ B

4.3 $A \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B

4.4 $C \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ C เป็นสมาชิกของ B

4.5 $E \subset C$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ E เป็นสมาชิกของ C

4.6 $C \not\subset A$ เพราะ $4 \in C$ แต่ $4 \notin A$

4.7 $D \not\subset C$ เพราะ $1 \in D$ แต่ $1 \notin C$

4.8 $B \not\subset A$ เพราะ $4 \in B$ แต่ $4 \notin A$

4.9 $B \not\subset C$ เพราะ $1 \in B$ แต่ $1 \notin C$

คณิตศาสตร์

–:13:–

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1

- 4.10 $D \not\subset E$ เพราะ $1 \in D$ แต่ $1 \notin E$
 4.11 $E \not\subset D$ เพราะ $3 \in E$ แต่ $3 \notin D$
 4.12 $E \subset A$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ E เป็นสมาชิกของ A
 4.13 $E \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ E เป็นสมาชิกของ B
 4.14 $\emptyset \subset A$
 4.15 $\emptyset \subset B$
 4.16 $\emptyset \subset C$
 4.17 $\emptyset \subset D$
 4.18 $\emptyset \subset E$ } เพราะเซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซตเสมอ
 4.19 $A \subset A$
 4.20 $B \subset B$
 4.21 $C \subset C$
 4.22 $D \subset D$
 4.23 $E \subset E$ } เพราะเซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเองเสมอ

☞ ตัวอย่าง 5 กำหนดให้ $X = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ข้อความต่อไปนี้ข้อใดไม่จริง

- $\emptyset \in X$
- $\emptyset \subset X$
- $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subset X$
- ไม่มีคำตอบในข้อ 1, 2 และ 3

วิธีทำ จากโจทย์ $X = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

พิจารณาตัวเลือก ตัวเลือก 1 $\emptyset \in X$ ถูกต้อง

ตัวเลือก 2 $\emptyset \subset X$ ถูกต้อง

ตัวเลือก 3 $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subset X$ ถูกต้อง

ดังนั้น ไม่มีคำตอบในข้อ 1, 2 และ 3

ตอบ ตัวเลือก 4

■ เทคนิค 10.2 สับเซตแท้ (Proper Subset)

หลักการ A เป็นสับเซตแท้ของ B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ แต่ $A \neq B$

หมายเหตุ ในหนังสือเล่มนี้ สับเซตแท้จะไม่มีสัญลักษณ์ให้เขียนไปเลยว่า A เป็นสับเซตแท้ของ B

☞ ตัวอย่าง 1 กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$

จงหาสับเซตแท้

- วิธีทำ สับเซตของ A มีเซต
- $\emptyset$
 - $\{1\}$
 - $\{2\}$
 - $\{1, 2\} = A$

ดังนั้น สับเซตแท้ของเซต A คือ $\emptyset, \{1\}, \{2\}$ ไม่รวม A ด้วยตามหลักการ

☞ ตัวอย่าง 2 จงหาสับเซตแท้ของ $\emptyset$

วิธีทำ เนื่องจาก $\emptyset \subset \emptyset$ มีตัวเดียวโดยที่ $\emptyset = \emptyset$

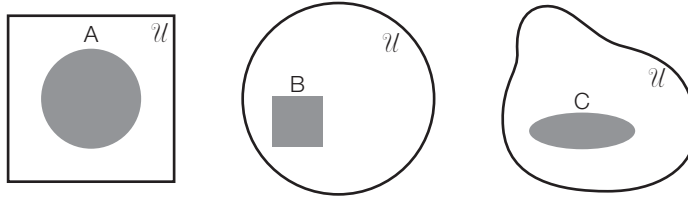
ดังนั้น $\emptyset$ จึงไม่มีสับเซตแท้

สิ่งที่ควรเน้น สับเซตแท้ของ A ก็คือ สับเซตของ A ทุกตัวยกเว้นเซต A เอง

แผนภาพของเวนน – ออยเลอร์ (Venn – Euler Diagram)

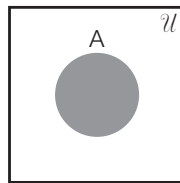
หลักการ การเขียนแผนภาพแทนเซต จะช่วยให้สามารถเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องเซตได้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น แผนภาพแทนเซตนี้จะถูกเรียกว่า “แผนภาพของเวนน – ออยเลอร์” ทั้งนี้เนื่องจากชื่อของแผนภาพแทนเซตดังกล่าว มาจากชื่อของนักคณิตศาสตร์ในอดีตสองท่านคือ เวนนและออยเลอร์ นั่นเอง สำหรับหนังสือเล่มนี้ผู้เขียนจะเรียกแผนภาพของเวนน – ออยเลอร์ใหม่แบบสั้นๆ ว่า “แผนภาพ”

การเขียนแผนภาพแทนเอกภพสัมพัทธ์ (U) มักถูกเขียนแทนด้วยรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือรูปปิดใดๆ ส่วนเซตต่างๆ ($A, B, \dots$) ซึ่งเป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ (U) อาจเขียนแทนด้วยวงกลม วงรี หรือรูปปิดที่มีพื้นที่จำกัดใดๆ ก็ได้ เช่น

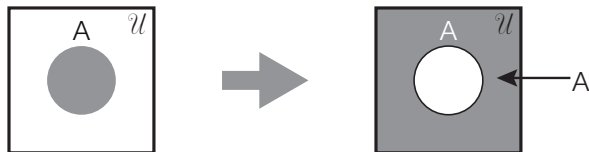


◆ สิ่งที่ต้องทราบ

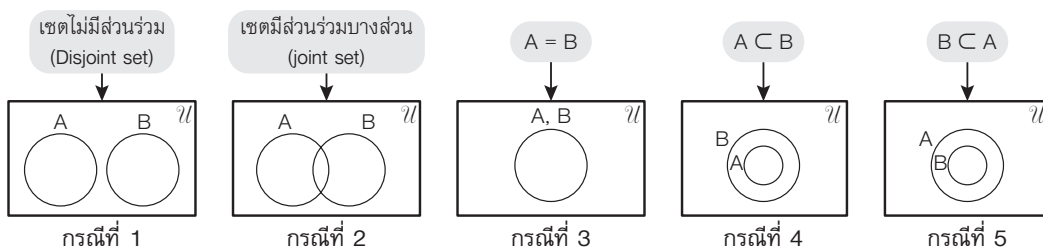
1. เซต A ที่มี U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



2. พบว่า เซต A ใดๆ จะมีคอมพลีเมนต์ของมันเสมอคือ A' ซึ่งจะเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



3. พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างเซต 2 เซตใดๆ (เซต A และเซต B) เขียนเป็นแผนภาพที่เป็นไปได้ทั้งหมด 5 กรณี ดังนี้



คณิตศาสตร์

–:15:–

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1

ตัวอย่าง 1 จากเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

จงเขียนแผนภาพแทนเซตต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ $\mathcal{U}$ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

$$1) A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$2) A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{2, 3\}$$

$$C = \{1, 5, 8\}$$

$$3) A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{5, 6, 7\}$$

$$C = \{2, 3\}$$

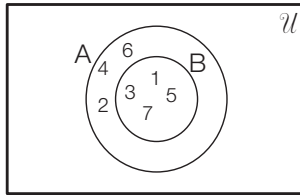
$$4) A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{2, 3, 4, 5\}$$

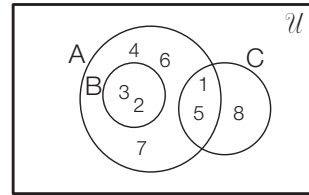
$$C = \{4, 5, 6\}$$

วิธีทำ

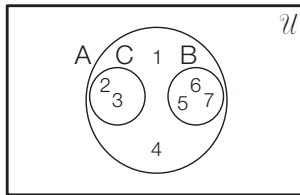
1) เขียนแผนภาพแทนเซตได้ดังนี้



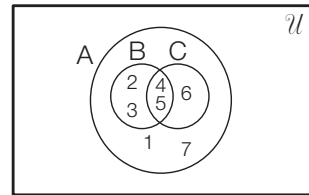
2) เขียนแผนภาพแทนเซตได้ดังนี้



3) เขียนแผนภาพแทนเซตได้ดังนี้



4) เขียนแผนภาพแทนเซตได้ดังนี้



คณิตศาสตร์

-:16:-

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1

ตัวอย่าง 2 ให้ $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

จงเขียนแผนภาพเพื่อแทนเซตต่อไปนี้

$$1) A = \{3, 5, 7, 9\}$$

$$2) B = \{1, 2, 6, 8\}$$

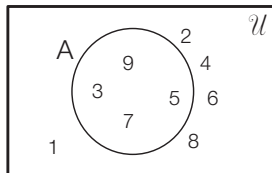
$$3) A = \{2, 3, 4, 5, 6\} \text{ และ}$$

$$B = \{3, 5, 6, 7, 8\}$$

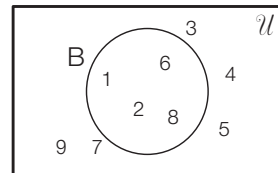
$$4) A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

วิธีทำ

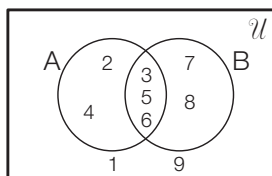
1) เขียนแผนภาพแทนเซตได้ดังนี้



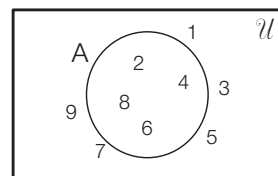
2) เขียนแผนภาพแทนเซตได้ดังนี้



3) เขียนแผนภาพแทนเซตได้ดังนี้



4) เขียนแผนภาพแทนเซตได้ดังนี้



การกระทำกันระหว่างเซต (Operation of Set)

หลักการ

- การกระทำกันระหว่างเซต คือ การกระทำกันระหว่างเซตใดๆ ด้วย “ตัวกระทำกัน (Operational Codes) ของเซต” ที่จะทำให้เกิดเซตใหม่จากเซตเดิมที่กำหนดไว้ ซึ่งมีเอกภพสัมพัทธ์เดียวกัน
 - ตัวกระทำกันของเซตที่จะเน้นให้ทราบมีดังนี้
 - ยูเนียน (Union)
 - อินเตอร์เซกชัน (Intersection)
 - ผลต่างระหว่างเซต (Relative Complement or Difference of Sets)
- ซึ่งผู้เขียนจะทำการศึกษาดูตัวกระทำกันของเซตอย่างละเอียดในหัวข้อถัดไป

■ เทคนิค 12.1 ยูเนียน (Union)

หลักการ เรียก เซตใหม่ที่ประกอบด้วยสมาชิก ซึ่งเป็นสมาชิกของเซต A หรือ ของเซต B หรือของทั้งสองเซต ว่า “ยูเนียนของเซต A และเซต B” และถูกเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $A \cup B$ ” เช่น สมมติให้ $A = \{0, 2, 4\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ จะได้ $A \cup B = \{0, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5\}$ เหมือนการนำเอาสมาชิกรวมกัน หลังจากนั้น ก็ยุบสมาชิกที่ซ้ำกัน (การซ้ำของสมาชิกของเซต ก็ไม่ทำให้เกิดเซตใหม่) ดังนั้น $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ พบว่า ยูเนียนของเซต A และเซต B มีภาษาคณิตศาสตร์ คือ

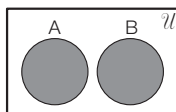
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B \text{ หรือ } x \text{ เป็นสมาชิกของทั้งสองเซต}\}$$

จริงๆ แล้ว เงื่อนไขของสมาชิกที่ว่า “ x เป็นสมาชิกของทั้งสองเซต” ไม่ต้องมีก็ได้ ทั้งนี้เพราะเงื่อนไขของสมาชิกที่ว่า $x \in A$ หรือ $x \in B$ มันครอบคลุมไปถึงเงื่อนไขของสมาชิกที่ว่า “ x เป็นสมาชิกของทั้งสองเซต” อยู่แล้ว

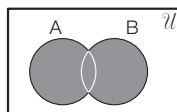
แสดงว่า สามารถเขียนภาษาคณิตศาสตร์สั้นๆ ได้ว่า $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$

◆ สิ่งที่ต้องทราบ

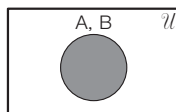
- เซต A กับเซต B ทุกคู่ใดๆ สามารถถูกกระทำได้ด้วย “ยูเนียน” เสมอ
- ยูเนียนของเซต A และเซต B จะได้เซตใหม่ที่มีสมาชิก ประกอบด้วยสมาชิกทั้งหมดที่ได้จากเซต A หรือสมาชิกทั้งหมดที่ได้จากเซต B (เหมือนการนำเอาสมาชิกจากเซต A มาเทรวมกันกับเซต B)
- ความสัมพันธ์ระหว่างเซต 2 เซตใดๆ (เซต A และเซต B) เขียนเป็นแผนภาพที่เป็นไปได้ทั้งหมด 5 กรณี ซึ่งให้พื้นที่แรเงาเป็นผลลัพธ์ของ $A \cup B$ ดังนี้



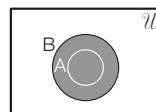
กรณีที่ 1



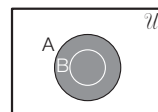
กรณีที่ 2



กรณีที่ 3



กรณีที่ 4



กรณีที่ 5

■ เทคนิค 12.1.1 การหา ยูเนียนของเซต A และเซต B โดยใช้ความหมายตรงๆ

- หลักการ**
- เซต A กับเซต B ทุกคู่ใดๆ สามารถถูกกระทำได้ด้วย “ยูเนียน” เสมอ
 - ยูเนียนของเซต A และเซต B จะได้เซตใหม่ที่มีสมาชิกประกอบด้วยสมาชิกทั้งหมดที่ได้จากเซต A หรือสมาชิกทั้งหมดที่ได้จากเซต B (เหมือนการนำเอาสมาชิกจากเซต A มาเทรวมกันกับเซต B)
 - เมื่อกล่าวถึงสมาชิกของเซตใดๆ แล้วจะไม่กล่าวถึงสิ่งอื่นใดที่นอกเหนือไปจากสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ (เซตใดๆ จะต้องอยู่ใน U เท่านั้น)

ตัวอย่าง 1 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$

และ $B = \{1, 3, 5, 7\}$ จงหา $A \cup B$

วิธีทำ $A \cup B = \{1, 1, 2, 3, 3, 5, 7\}$ เหมือนการนำเอาสมาชิกมาเทรวมกัน
แล้วยุบสมาชิกที่ซ้ำกันจะได้ $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$

ตัวอย่าง 2 กำหนดให้ $A = \{3, 5, 7\}$

และ $B = \{1, 3, 7, 9\}$ จงหา $A \cup B$

วิธีทำ $A \cup B = \{1, 3, 3, 5, 7, 7, 9\}$ เหมือนการนำเอาสมาชิกมาเทรวมกัน
แล้วยุบสมาชิกที่ซ้ำกันจะได้ $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

ตัวอย่าง 3 กำหนดให้ $A = \{1, 3\}$

และ $B = \{1, 2, 3, 4\}$ จงหา $A \cup B$

วิธีทำ จะเห็นได้ว่า $A \subset B$

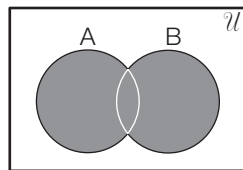
$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$$

ข้อสังเกต จะเห็นได้ว่า ถ้า $A \subset B$ แล้วจะได้ $A \cup B = B$ เสมอ

ตัวอย่าง 4 กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$

และ $B = \{2, 3\}$ จงหา $A \cup B$ กับ $B \cup A$

วิธีทำ



$$A \cup B = \{1, 2, 3\}$$

$$\text{และ } B \cup A = \{1, 2, 3\}$$

ข้อสังเกต จะเห็นได้ว่า $A \cup B = B \cup A$ สลับที่ได้นะ

ตัวอย่าง 5 กำหนดให้ $A = \{\}$

และ $B = \{4, 5\}$

จงหา $A \cup B$

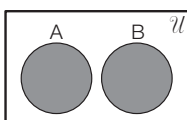
วิธีทำ เนื่องจาก A ไม่มีสมาชิกเลยเพราะเป็น $\emptyset$ ดังนั้น

$$A \cup B = \{4, 5\} = B$$

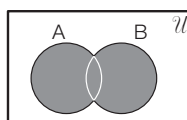
ข้อสังเกต จะเห็นได้ว่า ถ้า B เป็นเซตใดๆ แล้ว $\emptyset \cup B = B \cup \emptyset = B$ เสมอ

เทคนิค 12.1.2 การหายูเนียนของเซต A และเซต B โดยใช้แผนภาพ

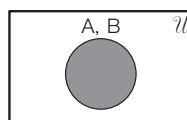
หลักการ ความสัมพันธ์ระหว่างเซต 2 เซตใดๆ (เซต A และเซต B) เขียนเป็นแผนภาพที่เป็นไปได้ทั้งหมด 5 กรณี ซึ่งให้พื้นที่แรเงาเป็นผลลัพธ์ของ $A \cup B$ ดังนี้



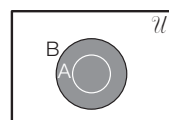
กรณีที่ 1



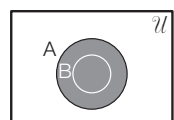
กรณีที่ 2



กรณีที่ 3



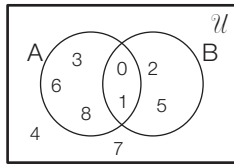
กรณีที่ 4



กรณีที่ 5

ตัวอย่าง 1 กำหนดให้แผนภาพเป็นดังนี้

เขียนแผนภาพแทนเซตได้ดังนี้

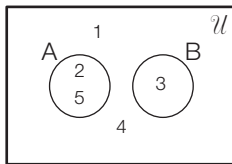


- จงหา 1. $A \cup B$
2. $(A \cup B)'$

วิธีทำ จากแผนภาพจะได้ 1. $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 8\}$
2. $(A \cup B)' = \{4, 7\}$

ตัวอย่าง 2 กำหนดให้แผนภาพเป็นดังนี้

เขียนแผนภาพแทนเซตได้ดังนี้

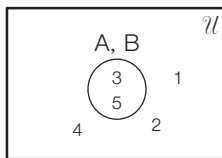


- จงหา 1. $A \cup B$
2. $(A \cup B)'$

วิธีทำ จากแผนภาพจะได้ 1. $A \cup B = \{2, 3, 5\}$
2. $(A \cup B)' = \{1, 4\}$

ตัวอย่าง 3 กำหนดให้แผนภาพเป็นดังนี้

เขียนแผนภาพแทนเซตได้ดังนี้

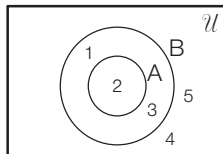


- จงหา 1. $A \cup B$
2. $(A \cup B)'$

วิธีทำ จากแผนภาพจะได้ 1. $A \cup B = \{3, 5\}$
2. $(A \cup B)' = \{1, 2, 4\}$

ตัวอย่าง 4 กำหนดให้แผนภาพเป็นดังนี้

เขียนแผนภาพแทนเซตได้ดังนี้

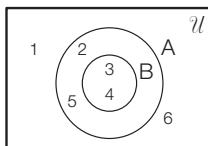


- จงหา 1. $A \cup B$
2. $(A \cup B)'$

วิธีทำ จากแผนภาพจะได้ 1. $A \cup B = \{1, 2, 3\}$
2. $(A \cup B)' = \{4, 5\}$

ตัวอย่าง 5 กำหนดให้แผนภาพเป็นดังนี้

เขียนแผนภาพแทนเซตได้ดังนี้

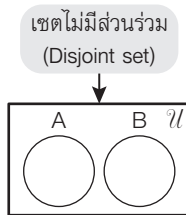


- จงหา 1. $A \cup B$
2. $(A \cup B)'$

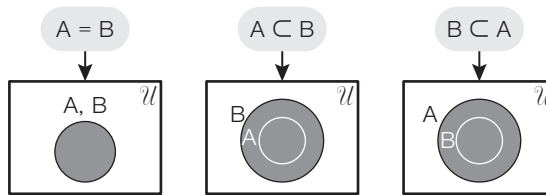
วิธีทำ จากแผนภาพจะได้ 1. $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$
2. $(A \cup B)' = \{1, 6\}$

■ **เทคนิค 12.1.3** การหาจำนวนสมาชิกสูงสุดและต่ำสุดของ $A \cup B$

หลักการ 1. จำนวนสมาชิกสูงสุดของ $A \cup B$ จะต้องอยู่ในกรณีที่เซต A และเซต B ไม่มีสมาชิกร่วมกันเลย (เซตไม่มีส่วนร่วม) ดังแผนภาพต่อไปนี้



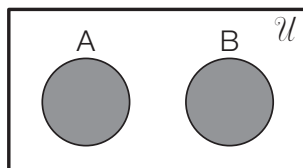
2. จำนวนสมาชิกต่ำสุดของ $A \cup B$ จะต้องอยู่ในกรณี $A = B$ หรือ $A \subset B$ หรือ $B \subset A$ อย่างใดอย่างหนึ่ง ดังแผนภาพต่อไปนี้



ตัวอย่าง 1 ถ้า $n(A) = 5$, $n(B) = 5$

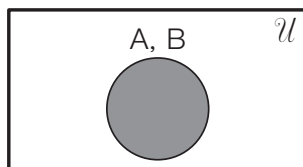
จงหาค่าสูงสุดและต่ำสุดของ $n(A \cup B)$

วิธีทำ



จากแผนภาพ

$$\begin{aligned} \text{ค่าสูงสุดของ } n(A \cup B) &= n(A) + n(B) \\ &= 5 + 5 = 10 \end{aligned}$$



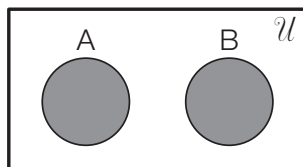
จากแผนภาพ

$$\text{ค่าต่ำสุดของ } n(A \cup B) = n(A) = n(B) = 5$$

ตัวอย่าง 2 ถ้า $n(A) = 3$, $n(B) = 8$

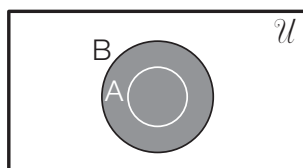
จงหาค่าสูงสุดและต่ำสุดของ $n(A \cup B)$

วิธีทำ



จากแผนภาพ

$$\begin{aligned} \text{ค่าสูงสุดของ } n(A \cup B) &= n(A) + n(B) \\ &= 3 + 8 = 11 \end{aligned}$$



จากแผนภาพ

$$\text{ค่าต่ำสุดของ } n(A \cup B) = n(B) = 8$$

คณิตศาสตร์

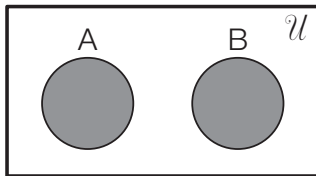
-:20:-

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1

ตัวอย่าง 3 ถ้า $n(A) = 7$, $n(B) = 3$

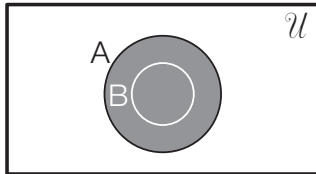
จงหาค่าสูงสุดและต่ำสุดของ $n(A \cup B)$

วิธีทำ



จากแผนภาพ

$$\begin{aligned} \text{ค่าสูงสุดของ } n(A \cup B) &= n(A) + n(B) \\ &= 7 + 3 = 10 \end{aligned}$$

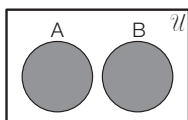


จากแผนภาพ

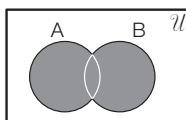
$$\text{ค่าต่ำสุดของ } n(A \cup B) = n(A) = 7$$

■ เทคนิค 12.1.4 การค้นหาความจริงที่เกิดขึ้นรอบๆ แผนภาพ $(A \cup B)$

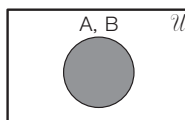
หลักการ 1. พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างเซต 2 เซตใดๆ (เซต A และเซต B) เขียนเป็นแผนภาพที่เป็นไปได้ทั้งหมด 5 กรณี ซึ่งให้พื้นที่แรเงาเป็นผลลัพธ์ของ $A \cup B$ ดังนี้



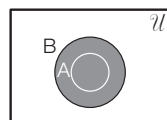
กรณีที่ 1



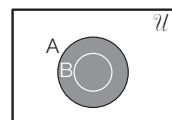
กรณีที่ 2



กรณีที่ 3



กรณีที่ 4



กรณีที่ 5

2. ค้นหาความจริงที่เกิดขึ้นรอบๆ แผนภาพ $(A \cup B)$

■ **สิ่งที่ควรเน้น** เทคนิคนี้เป็นเทคนิคที่สำคัญมากสำหรับ $A \cup B$ ดังนั้นผู้ศึกษาจะต้องทำความเข้าใจความจริงที่เกิดขึ้นรอบๆ แผนภาพ $(A \cup B)$ และจดจำให้ขึ้นใจ

◆ สิ่งที่ต้องค้นพบความจริงที่เกิดขึ้นรอบๆ แผนภาพ $(A \cup B)$ ดังนี้

กำหนดให้ A, B, C, D เป็นเซตใดๆ

1. พบว่า $A \cup B$ ยังคงเป็นเซตอยู่ (มีสมบัติปิด) เช่น

สมมติให้ $A = \{3, 7, 11\}$ ← เป็นเซต

และ $B = \{4, 5, 7\}$ ← เป็นเซต

พบว่า $A \cup B = \{3, 4, 5, 7, 11\}$ ← ยังคงเป็นเซตอยู่

2. เนื่องจาก $A \cup B$ ยังคงเป็นเซตอยู่และเซตทุกคู่สามารถถูกกระทำได้ด้วย “ยูเนียน” เสมอ ทำให้ทราบว่าการกระทำเซตจะก่อให้เกิดเซตใหม่ ๆ ขึ้นมานับไม่ถ้วน เช่น

$A \cup B$

$(A \cup B) \cup C$

$A \cup (B \cup C)$

$(A \cup B) \cup (C \cup D)$

$(A \cup B) \cup [(C \cup A) \cup D]$

สามารถทำได้และยังคงเป็นเซตอยู่

■ **หมายเหตุ** ตอนนี้อาจทราบแต่เพียงว่าเซตเหล่านี้สามารถทำได้ก็พอแล้ว ส่วนจะเป็นอะไรนั้นค่อยศึกษาในภายหลัง

คณิตศาสตร์

—:21:—

เพิ่มเติม
ม.4 เล่ม 1