

ติวเข้ม
แนวข้อสอบ

คณิตศาสตร์



ปรับปรุงใหม่ ม.3 เข้า ม.4



โรงเรียน มหิดลวิทยานุสรณ์

โรงเรียน เติร์มมอติศึกษา

โรงเรียน จุฬารณราชวิทยาลัย

โรงเรียน วิทยาศาสตร์ ในกำกับของมหาวิทยาลัย

โครงการ พสวท.

โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ประกอบด้วย

สรุป นิยาม กฎ สูตร ครบในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

แนวข้อสอบ ตามแนวข้อสอบจริง

เฉลย ละเอียดทุกชุด

โดย
สุดกวีล นรินธร

M.S.

หนังสือเล่มนี้พิมพ์จากกระดาษดีบีเอส เอ
กระดาษจากคินนา ช่วยแก้ปัญหาโลกร้อน



www.porsor.com

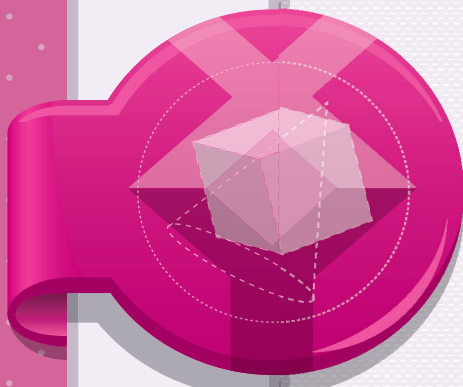


@pspattana

ติวเข้ม แนวข้อสอบ คณิตศาสตร์



ปรับปรุงใหม่ **ม.3** เข้า **ม.4**



โรงเรียน **มหิตลวิทยาลัยนุสรณ์**
โรงเรียน **เตรียมอุดมศึกษา**
โรงเรียน **จุฬารัตนราชวิทยาลัย**
โรงเรียน **วิทยาศาสตร์ในกำกับของมหาวิทยาลัย**
โครงการ พสวท. โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ประกอบด้วย

สรุป นิยาม กฎ สูตร ครบในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

แนวข้อสอบ ตามแนวข้อสอบจริง

เฉลย ละเอียดทุกชุด

โดย
สุดกวีล นรินทร์
M.S.

ติวเข้ม แนวข้อสอบ คณิตศาสตร์ ม.3 เข้า ม.4

ผู้เรียบเรียง อ.สุดถวิล นรินทร

บรรณาธิการ	อรศรี โรจน์พจนรัตน์
ผู้ช่วยบรรณาธิการ (ศิลปกรรม)	อมรศักดิ์ บุญเรือง
หัวหน้าฝ่ายศิลป์	อุไรพรรณ บุญเรือง
พิสูจน์อักษร	ณัฐธินันท์ ลูกเสือธิดา พิรุณณิชา ไบสุวรรณ
เรียงพิมพ์	อรนิตย์ พิมพ์หาญ
รูปเล่ม	อรนิตย์ พิมพ์หาญ สิทธิณันท์ สกุลชัยสิริวิช
ฝ่ายศิลป์	มรุเชษฐ์ พิมพ์หาญ
ปก	อมรศักดิ์ บุญเรือง
รองปก	สิทธิณันท์ สกุลชัยสิริวิช



จัดพิมพ์ : บริษัท สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา จำกัด

12 หม่อมแฝดแยง 3 ถนนพระราม 6 (ซอย 41) แขวงสามเสนใน เขตพญาไท กรุงเทพมหานคร 10400

โทร. 0-2279-6222 (อัตโนมัติ 15 คู่สาย)

โทรสาร. 0-2279-6203-4

พิมพ์ที่ : บริษัท เรืองแสงการพิมพ์ (2002) จำกัด

48/1721-1722 หมู่ 7 ซอยหมู่บ้าน ดี.เค. 16 ถนนกาญจนาภิเษก แขวงบางบอน เขตบางบอน กรุงเทพฯ 10150

ผู้พิมพ์ : ผู้โฆษณา

นายมานิตย์ พิภพปัญญา

ติวเข้ม

แนวข้อสอบ

คณิตศาสตร์ ม.3 เข้า ม.4

คำนำ

โงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์เป็นโรงเรียนวิทยาศาสตร์ของรัฐโรงเรียนแรกในประเทศไทย จัดตั้งมาตั้งแต่ปี 2543 ขณะนี้มีการขยายห้องเรียนวิทยาศาสตร์ไปยังโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ทั้ง 12 แห่ง ห้องเรียนวิทยาศาสตร์ในโรงเรียน โดยการกำกับของมหาวิทยาลัย ซึ่งเป็นโครงการที่กระทรวงวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีให้การสนับสนุน อีก 7 แห่ง และยังมีห้องเรียนวิทยาศาสตร์โดยการสนับสนุนของสำนักงานคณะกรรมการ การศึกษาขั้นพื้นฐาน จัดขึ้นตามจังหวัดต่างๆ อีก ประมาณ 500 โรงเรียน ซึ่งนับรวมแล้วจะมีห้องเรียนวิทยาศาสตร์ ที่เพียงพอต่อการพัฒนากำลังคนของประเทศ

การจัดตั้งห้องเรียนวิทยาศาสตร์เพิ่มขึ้นถือเป็นความพยายามของรัฐบาลที่ส่งเสริม การศึกษาด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีของประเทศไทยให้เพิ่มขึ้น มี มาตรฐานสูงขึ้น ปัจจุบันนี้โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์รับนักเรียนปีละ ๒๔๐ คน นักเรียน ทุกคนได้รับทุนการศึกษาคนละ 44,000 บาทต่อปี ศึกษาอยู่ในโรงเรียนประจำ เพื่อฝึกฝน ให้เป็นผู้นำทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีของประเทศ เป็นนักประดิษฐ์ คิดค้น สร้างองค์ ความรู้ให้กับบ้านเมืองในอนาคต ผลผลิตเหล่านี้ได้ออกสู่สายตาประชาชน สร้างชื่อเสียง ทางด้านเหรียญโอลิมปิกวิชาการมาแล้วหลายปี การเพิ่มห้องเรียนวิทยาศาสตร์ในโรงเรียน จุฬาภรณราชวิทยาลัย และโรงเรียนอื่นๆ จึงเป็นโอกาสดีสำหรับนักเรียนทุกคนที่มีโอกาส ได้สมัครสอบเพื่อชิงทุนการศึกษาเข้าเรียนในห้องเรียนวิทยาศาสตร์ต่างๆ ต่อไป

ผู้เขียนหวังอย่างยิ่งว่า **ติวเข้มแนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ม.3 เข้า ม.4** ฉบับนี้จะ ช่วยให้นักเรียนที่มีความมุ่งมั่นเข้าเรียนห้องเรียนวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ได้สมดังปรารถนาโดยทั่วกัน

สุดถวิล นรินทร์

ติวเข้ม

แนวข้อสอบ

คณิตศาสตร์

ม.3 เข้า ม.4

สารบัญ

■	สรุป นิยาม กฎ สูตร คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น	1
■	แนวข้อสอบคณิตศาสตร์เข้าเรียนโรงเรียนวิทยาศาสตร์	
	ชุดที่ 1	171
	เฉลย แนะนำ แสดงวิธีทำอย่างละเอียด	178
	ชุดที่ 2	190
	เฉลย แนะนำ แสดงวิธีทำอย่างละเอียด	197
	ชุดที่ 3	213
	เฉลย แนะนำ แสดงวิธีทำอย่างละเอียด	219
	ชุดที่ 4	236
	เฉลย แนะนำ แสดงวิธีทำอย่างละเอียด	242
	ชุดที่ 5	257
	เฉลย แนะนำ แสดงวิธีทำอย่างละเอียด	265
	ชุดที่ 6	281
	เฉลย แนะนำ แสดงวิธีทำอย่างละเอียด	289
	ชุดที่ 7	309
	เฉลย แนะนำ แสดงวิธีทำอย่างละเอียด	316
	ชุดที่ 8	337
	เฉลย แนะนำ แสดงวิธีทำอย่างละเอียด	342
	ชุดที่ 9	353
	เฉลย แนะนำ แสดงวิธีทำอย่างละเอียด	357
	ชุดที่ 10	369
	เฉลย แนะนำ แสดงวิธีทำอย่างละเอียด	373

สรุป นิยาม กฎ สูตร คณิตศาสตร์

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

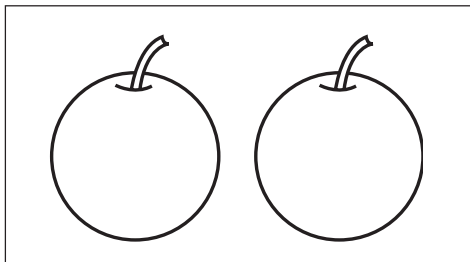
บทที่ 1

จำนวนและตัวเลข (Numbers and Numerals)

ประวัติของจำนวน

เมื่อประมาณ 30,000 ปีก่อนคริสตกาล มีหลักฐานทางโบราณคดีที่ค้นพบในถ้ำต่างๆ ที่มนุษย์เข้าไปอาศัยอยู่ แล้วขีดเขียนภาพบนผนังถ้ำเป็นการบอกจำนวนของสัตว์ที่มีอยู่ จึงสันนิษฐานว่าการนับสิ่งของต่างๆ คงเริ่มต้นขึ้นตั้งแต่สมัยมนุษย์ถ้ำ และคงเป็นวิธีการจับคู่สิ่งของแบบหนึ่งต่อหนึ่งด้วยความจำเป็นต้องใช้จำนวนในการบอกปริมาณว่ามีมากหรือน้อย เช่น คนสองคนกับวัวฝูงหนึ่ง จับคู่กันแล้วจะมีวัวเหลืออยู่ 3 ตัว ก็เป็นการแสดงว่าคนกับวัวมีจำนวนไม่เท่ากัน

มนุษย์ทุกชาติภาษาต่างมีความเข้าใจตรงกันในเรื่องของจำนวน (Number) แต่สัญลักษณ์ที่เขียนแทนจำนวนหรือสิ่งที่เรารู้จักกันในนามของตัวเลข (Numeral) นั้นจะมีลักษณะแตกต่างกัน เช่น มีส้ม 2 ผล



ภาษาไทย ใช้คำว่า สอง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ๒

ภาษาจีน ใช้คำว่า เอ้อ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ 二

ภาษาอังกฤษ ใช้คำว่า two เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ 2

ตัวเลขสมัยโบราณที่ใช้แพร่หลายตามความเจริญของอารยธรรมชนเผ่า ได้แก่ ตัวเลขอียิปต์ ตัวเลขบาบิโลน ตัวเลขโรมัน และตัวเลขฮินดู ตัวเลขในปัจจุบันที่ใช้กันอย่างแพร่หลายเป็นสากลคือ ตัวเลขฮินดูอารบิก

ตัวเลขไทยนั้น มีหลักฐานปรากฏในศิลาจารึกหลักที่ 1 ประดิษฐานโดยพ่อขุนรามคำแหงมหาราช

ตัวอย่างตัวเลขชนิดต่างๆ

ตัวเลขบาบิโลน	▼	▼▼	▼▼▼	▼▼▼▼	▼▼▼▼	▼▼▼▼	▼▼▼▼	▼▼▼▼	▼▼▼▼	◁	◁◁
ตัวเลขอียิปต์										∩	9
ตัวเลขมายัน	•	••	•••	••••	—	—•	—••	—•••	—••••	=	
ตัวเลขจีน	一	二	三	四	五	六	七	八	九	+	百
ตัวเลขโรมัน	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	C
ตัวเลขฮินดู	८	२	३	४	५	६	७	८	९	१०	१००
ตัวเลขฮินดูอารบิก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100
ตัวเลขไทย	๑	๒	๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙	๑๐	๑๐๐

ตัวเลขอียิปต์

อียิปต์เป็นชาติที่มีอารยธรรมลุ่มแม่น้ำไนล์ มีความเจริญรุ่งเรืองด้านศิลปวิทยาการต่างๆ สิ่งที่หลงเหลือให้เห็นอยู่คือพีระมิดที่กิซาห์ซึ่งเป็นพีระมิดที่มีชื่อเสียงที่สุด

จำนวน	หนึ่ง	สิบ	หนึ่งร้อย	หนึ่งพัน	หนึ่งหมื่น	หนึ่งแสน	หนึ่งล้าน
ตัวเลขอียิปต์		∩	๑				

ตัวเลขอียิปต์ จะเขียนตัวเลขเรียงกันแล้วนำค่ามาบวกกัน

ตัวอย่าง

๓๓๑๕

แทนจำนวน หนึ่งพันหนึ่งร้อยยี่สิบเอ็ด

๓๓๑๑๐๐๐

แทนจำนวน หนึ่งแสนสองหมื่นสองร้อยสิบสอง

๓๓๑๐๐๕๕๕

แทนจำนวน หนึ่งล้านหนึ่งแสนหนึ่งหมื่นสองพันหนึ่งร้อยสิบสาม

ตัวเลขบาบิโลน

ชาวบาบิโลน เป็นชาติที่มีความเจริญทางลุ่มน้ำไทกริสยูเฟรติส ดินแดนตะวันออกกลางในปัจจุบันนี้ราว 3,000-2,000 ปี ก่อนคริสตกาล ชาวบาบิโลนจารึกตัวเลขรูปลิ่มที่ใช้แทนจำนวนต่างๆ

จำนวน	หนึ่ง	สอง	สาม	สี่	ห้า	หก	เจ็ด	แปด	เก้า	สิบ	หนึ่งร้อย
ตัวเลขบาบิโลน	▽	▽▽	▽▽▽	▽▽▽▽	▽▽▽▽▽	▽▽▽▽▽▽	▽▽▽▽▽▽▽	▽▽▽▽▽▽▽▽	▽▽▽▽▽▽▽▽▽	◁	◁◁

ชาวบาบิโลนเริ่มมีพัฒนาการในการใช้ค่าประจำหลัก ก็สามารถใช้สัญลักษณ์ตัวเดียวกันแทนจำนวนที่ต่างกันได้ โดยขึ้นกับการเขียนตำแหน่งตัวเลขนั้นๆ

สัญลักษณ์ ▽ หมายถึง 1, 60, 60², 60³, ...

สัญลักษณ์ ◁ หมายถึง 10, 10 × 60, 10 × 60²

การเขียน ▽ ◁ หมายถึง 10 + 1 = 11 หรือ 60 + 600 = 660

1.1 ระบบตัวเลขโรมัน

เมื่อประมาณ 300-100 ปีก่อนคริสตกาล ชาวโรมันนำตัวหนังสือกรีกมาดัดแปลงเป็นตัวเลขโรมัน โดยมีสัญลักษณ์ 7 ตัว ดังนี้

ตัวเลขโรมัน	I	V	X	L	C	D	M
ตัวเลขฮินดูอารบิก	1	5	10	50	100	500	1,000

เมื่อต้องการเขียนตัวเลขจำนวนอื่นๆ ก็ใช้หลักการ 2 ประการคือ

1. **หลักการเพิ่ม** คือการเขียนตัวเลขเรียงตามลำดับจากค่ามากไปหาค่าน้อย

ตัวอย่าง

VII แทน 5 + 2 = 7

XVI แทน 10 + 5 + 1 = 16

CLXVIII แทน 100 + 50 + 10 + 5 + 3 = 168

MMDCLXVI แทน 2,000 + 500 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 = 2,666

2. หลักการลด ต้องมีเงื่อนไขประกอบ ดังนี้

2.1 ตัวเลขที่ใช้เป็นตัวลบ ได้แก่ I, X และ C เท่านั้น

เช่น IV, IX, XC มีค่า = 4, 9, 90

2.2 จะพบว่าตัวเลขที่อยู่ข้างหน้าของ X หรือ V มีเพียง I ตัวเดียว

เช่น IX = 9

2.3 ตัวเลขที่อยู่ด้านหน้าของ L หรือ C ได้แก่ X เพียงตัวเดียว

เช่น XL แทน 40

2.4 ตัวเลขที่อยู่ข้างหน้าของ D หรือ M ได้แก่ C เพียงตัวเดียว

เช่น CD แทน 400

CM แทน 900

1.2 ระบบตัวเลขฐานต่างๆ

1. ระบบตัวเลขฐานสิบ

ระบบตัวเลขฮินดูอารบิกเป็นระบบตัวเลขฐาน 10 ฮินดูฮินดูเป็นผู้คิดระบบตัวเลขนี้ และชนชาติอาหรับนำตัวเลขนี้ไปเผยแพร่ จากการเดินทางไปค้าขายระหว่างอินเดียและยุโรปมีหลักฐานจากเสาหินในประเทศอินเดีย ซึ่งเชื่อว่าสร้างสมัยพระเจ้าอโศกมหาราช ประมาณ พ.ศ. 300 สมัยแรก ยังไม่มีเลขศูนย์ หลักฐานการใช้เลขศูนย์ปรากฏในหนังสือเขียนราว พ.ศ. 1350

สัญลักษณ์หรือตัวเลขฮินดูมีเลขโดดที่ใช้ในระบบตัวเลขฐานสิบอยู่สิบตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9 ตัวเลขเหล่านี้เมื่อใช้เขียนแทนจำนวนใดก็จะขึ้นอยู่กับหลักที่ปรากฏอยู่และค่าประจำหลักนั้น

หลักและค่าประจำหลักในระบบตัวเลขฐานสิบแสดงได้ดังนี้

หลักที่	...	เจ็ด	หก	ห้า	สี่	สาม	สอง	หนึ่ง
ค่าประจำหลัก	...	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	1

2. ระบบตัวเลขฐานห้า

มีหลักเกณฑ์ว่าเมื่อนับสิ่งของที่มีจำนวนไม่ถึงห้าจะใช้เลขโดดห้าตัวคือ 0, 1, 2, 3 และ 4 เป็นสัญลักษณ์เขียนของปริมาณของสิ่งนั้น เมื่อได้ครบห้าก็จะมัดเป็น 1 มัด หรือ 1 กอง และใช้เลขโดด 0 กับ 1 เขียนเป็น $10_ห้า$ แสดงปริมาณแทน ห้า หากสิ่งนั้นมีจำนวนมาก ทุกครั้งที่นับครบห้าก็จะทำเป็น 1 มัดเรื่อยๆ ไป

ระบบเลขฐานห้าจึงมีค่าประจำหลักเป็น 1, 5, 5×5 , $5 \times 5 \times 5$, ... หรือ $1, 5^1, 5^2, 5^3, \dots$

ระบบเลขฐานห้าจะเขียนห้ากำกับไว้ที่ตัวเลข เช่น $14_ห้า$ อ่านว่า หนึ่งสี่ฐานห้า

$1213_ห้า$ อ่านว่า หนึ่งสองหนึ่งสามฐาน 5

ตารางแสดงหลักและค่าประจำหลักในระบบตัวเลขฐานห้า

หลักที่	...	หก	ห้า	สี่	สาม	สอง	หนึ่ง
ค่าประจำหลัก	...	5^5	5^4	5^3	5^2	5^1	1

การเขียนตัวเลขแทนจำนวนในระบบตัวเลขฐานห้า เช่น $4312_{\text{ห้า}}$ มีความหมาย ดังนี้

$$4312_{\text{ห้า}} = (4 \times 5^3) + (3 \times 5^2) + (1 \times 5) + (2 \times 1)$$

ประโยคที่เขียนในรูปการกระจายข้างบนนี้ มีค่าดังนี้

2	อยู่ในหลักที่หนึ่ง	2	มีค่าเป็น	2×1
1	อยู่ในหลักที่สอง	1	มีค่าเป็น	1×5^1
3	อยู่ในหลักที่สาม	3	มีค่าเป็น	3×5^2
4	อยู่ในหลักที่สี่	4	มีค่าเป็น	4×5^3

ผลลัพธ์ที่ได้หาจาก

$$(4 \times 5^3) + (3 \times 5^2) + (1 \times 5) + (2 \times 1) = 500 + 75 + 5 + 2 = 582$$

$$\text{ดังนั้น } 4312_{\text{ห้า}} = 582_{\text{สิบ}}$$

3. ระบบตัวเลขฐานสอง

ระบบเลขฐานสอง มีเลขโดด 2 ตัว คือ 0 กับ 1

ตารางแสดงหลักและค่าประจำหลักในระบบตัวเลขฐานสอง

หลักที่	...	หก	ห้า	สี่	สาม	สอง	หนึ่ง
ค่าประจำหลัก	...	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	1

การเขียนตัวเลขแทนจำนวนในระบบตัวเลขฐานสอง เช่น $11001_{\text{สอง}}$ มีความหมายดังนี้

$$11001_{\text{สอง}} = (1 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (0 \times 2) + (1 \times 1)$$

ประโยคที่เขียนในรูปการกระจายข้างบนนี้ มีค่าดังนี้

1	อยู่ในหลักที่หนึ่ง	1	มีค่าเป็น	1×1
0	อยู่ในหลักที่สอง	0	มีค่าเป็น	0×2^1
0	อยู่ในหลักที่สาม	0	มีค่าเป็น	0×2^2
1	อยู่ในหลักที่สี่	1	มีค่าเป็น	1×2^3
1	อยู่ในหลักที่ห้า	1	มีค่าเป็น	1×2^4

$$\text{ผลลัพธ์ที่ได้จาก } (1 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (0 \times 2) + (1 \times 1)$$

$$= 16 + 8 + 0 + 0 + 1$$

$$= 25$$

$$\text{ดังนั้น } 11001_{\text{สอง}} = 25_{\text{สิบ}}$$

4. ระบบตัวเลขฐานสิบสอง

ระบบตัวเลขฐานสิบสองใช้เลขโดดสิบสองตัว จึงเพิ่มสัญลักษณ์แทนเลขโดดอีกสองตัว ใช้ A แทนสิบ และ B แทนสิบเอ็ด

ตารางแสดงหลักและค่าประจำหลักในระบบตัวเลขฐานสิบสอง

หลักที่	...	หก	ห้า	สี่	สาม	สอง	หนึ่ง
ค่าประจำหลัก	...	12^5	12^4	12^3	12^2	12	1

การเขียนตัวเลขแทนจำนวนในระบบตัวเลขฐานสิบสอง เช่น 9AB431_{สิบสอง} มีความหมายดังนี้

9AB431_{สิบสอง} = $(9 \times 12^5) + (A \times 12^4) + (B \times 12^3) + (4 \times 12^2) + (3 \times 12^1) + (1 \times 1)$
 ประโยคที่เขียนในรูปการกระจายข้างบนนี้ มีค่าดังนี้

1	อยู่ในหลักที่หนึ่ง	1	มีค่าเป็น	1×1
3	อยู่ในหลักที่สอง	3	มีค่าเป็น	3×12^1
4	อยู่ในหลักที่สาม	4	มีค่าเป็น	4×12^2
B	อยู่ในหลักที่สี่	B	มีค่าเป็น	11×12^3
A	อยู่ในหลักที่ห้า	A	มีค่าเป็น	10×12^4
9	อยู่ในหลักที่หก	9	มีค่าเป็น	9×12^5

ผลลัพธ์ที่ได้จาก

$$\begin{aligned} & (9 \times 12^5) + (A \times 12^4) + (B \times 12^3) + (4 \times 12^2) + (3 \times 12^1) + (1 \times 1) \\ &= 2,239,488 + 207,360 + 19,008 + 576 + 36 + 1 \\ &= 2,466,469 \end{aligned}$$

ดังนั้น 9AB431_{สิบสอง} = 2,466,469_{สิบ}

1.3 การเปลี่ยนฐานในระบบตัวเลข

การเปลี่ยนฐานที่กำหนดให้เป็นฐานอื่นๆ และฐานทั้งคู่ไม่ใช่ฐานสิบทำได้โดยเปลี่ยนตัวเลขที่กำหนดให้เป็นตัวเลขในระบบฐานสิบก่อนแล้วค่อยเปลี่ยนไปยังฐานที่ต้องการ

ตัวอย่าง จงเขียน 2345_{หก} ให้อยู่ในระบบตัวเลขฐานห้า

วิธีทำ เปลี่ยน 2345_{หก} เป็นฐานสิบได้โดยการกระจายดังนี้

$$\begin{aligned} 2345_{\text{หก}} &= (2 \times 6^3) + (3 \times 6^2) + (4 \times 6^1) + (5 \times 1) \\ &= 432 + 108 + 24 + 5 \\ &= 569 \end{aligned}$$

เปลี่ยน 569 เป็นตัวเลขในระบบฐานห้า

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)569} \\ \underline{5} \\ 113 \\ 5 \overline{)113} \quad \text{เศษ } 4 \\ \underline{10} \\ 22 \\ 5 \overline{)22} \quad \text{เศษ } 3 \\ \underline{20} \\ 4 \\ \underline{4} \quad \text{เศษ } 2 \end{array}$$

ดังนั้น 2345_{หก} = 4234_{ห้า}

การเปลี่ยนเลขฐานสิบเป็นฐานสอง

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)25} \\ \underline{2} \\ 12 \\ 2 \overline{)12} \quad \text{เศษ } 1 \\ \underline{10} \\ 6 \\ 2 \overline{)6} \quad \text{เศษ } 0 \\ \underline{6} \\ 3 \\ 2 \overline{)3} \quad \text{เศษ } 0 \\ \underline{2} \\ 1 \\ \underline{1} \quad \text{เศษ } 1 \end{array}$$

$$= 11001_2$$

การเปลี่ยนตัวเลขในระบบฐานต่างๆ เป็นเลขฐานสิบ

$$\begin{aligned} 4531_6 &= (4 \times 6^3) + (5 \times 6^2) + (3 \times 6) + (1 \times 1) \\ &= 864 + 180 + 18 + 1 \\ &= 1063 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2230_4 &= (2 \times 4^3) + (2 \times 4^2) + (3 \times 4) + (0 \times 1) \\
 &= 128 + 32 + 12 + 0 \\
 &= 172 \\
 3403_5 &= (3 \times 5^3) + (4 \times 5^2) + (0 \times 5) + (3 \times 1) \\
 &= 375 + 100 + 0 + 3 \\
 &= 478
 \end{aligned}$$

เปรียบเทียบตัวเลขระบบฐานต่าง ๆ

ฐาน 2	ฐาน 3	ฐาน 4	ฐาน 5	ฐาน 6	ฐาน 7	ฐาน 8	ฐาน 9	ฐาน 10
1	1	1	1	1	1	1	1	1
10_2	2	2	2	2	2	2	2	2
11_2	10_3	3	3	3	3	3	3	3
100_2	11_3	10_4	4	4	4	4	4	4
101_2	12_3	11_4	10_5	5	5	5	5	5
110_2	20_3	12_4	11_5	10_6	6	6	6	6
111_2	21_3	13_4	12_5	11_6	10_7	7	7	7
1000_2	22_3	20_4	13_5	12_6	11_7	10_8	8	8
1001_2	100_3	21_4	14_5	13_6	12_7	11_8	10_9	9
1010_2	101_3	22_4	20_5	14_6	13_7	12_8	11_9	10

การเปลี่ยนเลขฐาน 10 ให้เป็นตัวเลขฐานต่าง ๆ

หากต้องการเปลี่ยนเป็นฐานใด ก็เอากำนวนนั้นหารไปเรื่อย ๆ จนตัวตั้งเหลือ 0 คำตอบก็คือเศษ ได้จากล่างขึ้นบน ดังตัวอย่าง

- เปลี่ยน 3456 เป็นฐาน 4

$$\begin{array}{r|l}
 4 \overline{)3456} & \\
 \underline{4)864} & \text{เศษ } 0 \\
 4 \overline{)216} & \text{เศษ } 0 \\
 4 \overline{)54} & \text{เศษ } 0 \\
 4 \overline{)13} & \text{เศษ } 2 \\
 3 & \text{เศษ } 1
 \end{array}$$

ดังนั้น $3456 = 312000_4$

การเปลี่ยนเลขฐานสองเป็นฐานสิบ

$$\begin{aligned}
 11_2 &= (1 \times 2) + 1 = 3 \\
 110_2 &= (1 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + 0 = 6 \\
 10111_2 &= (1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (1 \times 2) + 1 \\
 &= 16 + 0 + 4 + 2 + 1 \\
 &= 23
 \end{aligned}$$

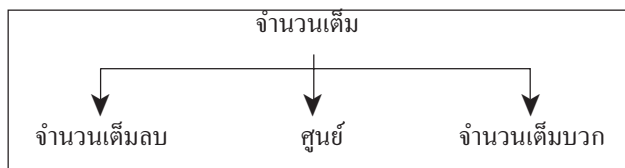


บทที่ 2

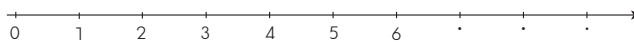
ระบบจำนวนเต็ม (Integers System)

จำนวนเต็ม ประกอบด้วย

- จำนวนเต็มบวก หรือ จำนวนนับ เช่น 1, 2, 3, 4, ...
- ศูนย์ ใช้สัญลักษณ์ 0
- จำนวนเต็มลบ เช่น -1, -2, -3, -4, ...

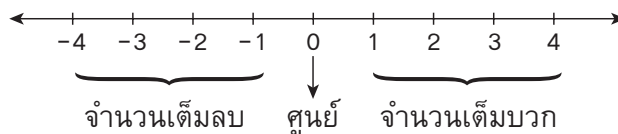


จำนวนเต็มบวก หรือจำนวนนับเป็นจำนวนเต็มชนิดแรกที่มนุษย์รู้จักและนำมาใช้ในการนับทรัพย์สินสมบัติ สิ่งของ เครื่องใช้ต่างๆ จำนวนเต็มบวกเป็นจำนวนที่สามารถเขียนได้บนเส้นจำนวน ดังรูป และมีจำนวนเพิ่มมากขึ้นได้เรื่อยๆ โดยไม่มีที่สิ้นสุด

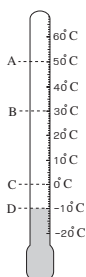


ในกรณีที่เราต้องการเขียนจำนวนที่ไม่มีสิ้นสุด จะสามารถเขียนแทนได้ดังนี้
1, 2, 3, ... หมายความว่า 1, 2, 3 และจำนวนต่อๆ ไปอีกโดยไม่มีสิ้นสุด

ศูนย์ เป็นจุดกำเนิดของเส้นตรงหรือเส้นจำนวน ศูนย์จะแบ่งเส้นจำนวนเป็นสองด้าน คือด้านบวกและด้านลบ ด้านบวกจะอยู่ทางขวามือ และมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ขณะที่ด้านลบที่อยู่ทางซ้ายมือ ก็จะมีค่าลดลงเรื่อยๆ เช่นกัน



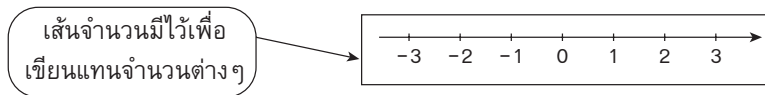
จำนวนเต็มลบ คือ จำนวนเต็มชนิดหนึ่ง ที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ เป็นจำนวนที่มีไว้เพื่อแสดงคุณสมบัติบางอย่างที่ไม่อาจแทนได้ด้วยจำนวนเต็มบวก



พิจารณาเทอร์โมมิเตอร์ จะพบว่า

- | | | |
|-------|--------------|-------|
| จุด A | แสดงอุณหภูมิ | 50°C |
| จุด B | แสดงอุณหภูมิ | 30°C |
| จุด C | แสดงอุณหภูมิ | 0°C |
| จุด D | แสดงอุณหภูมิ | -10°C |

จากการพิจารณาเส้นจำนวน



จะพบว่าจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบต่างก็อยู่ในทิศทางตรงข้ามกัน เราจึงเรียก 2 ว่าเป็นจำนวนตรงข้ามกับ -2 และ -4 เป็นจำนวนตรงข้ามกับ 4 เราอาจเขียนตัวเลขจำนวนเต็มเหล่านี้แทนขนาด ความยาว กำไร ขาดทุนได้ด้วย ดังนี้

แดงได้กำไร 50 บาท : 50
 สมศรีอยู่ทางทิศเหนือ 6 กม. : 6
 อุณหภูมิ - 30° เซลเซียส : -30
 นายทองดีขายหุ้นขาดทุนไปหุ้นละ 2 บาท : -2
 ประกิจอยู่ทางทิศใต้ 2 กม. : -2
 เรือดำน้ำ ดำน้ำลึก 1,200 ฟุต : -1,200
 ลูกเสือเดินทางไกล 15 กม. : 15

การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม Comparing Integers

ประโยค (STATEMENT)

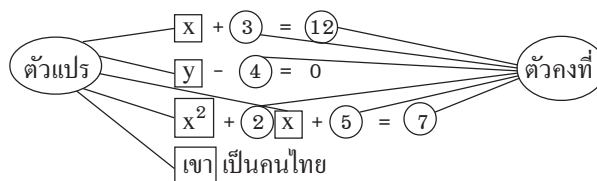
เรากันเคยกับประโยคมาแล้วทั้งในแง่ของวิชาภาษา และวิชาคณิตศาสตร์ประโยคในแง่ของคณิตศาสตร์นั้น มุ่งหมายให้สามารถแยกได้ว่าประโยคที่กล่าวนั้นสามารถให้ข้อเท็จจริงได้ กล่าวคือ บอกได้ว่าประโยคนั้น เป็นจริง หรือ เท็จ เช่น

ประโยคที่ว่า	$1 + 1$ เป็น 2	ย่อมเป็นจริง
ประโยคที่ว่า	$2 + 2$ เป็น 3	ย่อมเป็นเท็จ
ประโยคที่ว่า	$3 > 2$ (3 มากกว่า 2)	ย่อมเป็นจริง
ประโยคที่ว่า	$3 \neq 2$	ย่อมเป็นจริง

ยังมีประโยคอีกชนิดหนึ่งที่เรพบเห็นกันอยู่บ่อยๆ และไม่สามารถบอกได้แน่นอนทันทีว่าเป็นจริงหรือเท็จ เช่น เขาเป็นวีรบุรุษชาวบางระจัน ย่อมไม่สามารถบอกได้ว่าจริงหรือเท็จ หากแทนเขาด้วย **นายทองเหม็น** ก็จะเป็นจริง หากแทนเขาด้วย **นายเบิร์ดธงไชย** ก็เป็นเท็จ หรือประโยคที่ว่า $x + 3 = 8$ หากแทน x ด้วย 5 ก็เป็นจริง หากแทน x ด้วย 6 ก็เป็นเท็จ เขาและ x ในภาษาคณิตศาสตร์ เรียกว่า ตัวแปร

จากตัวอย่างที่ยกมานี้จะเห็นว่าประโยคในทางคณิตศาสตร์จะมี 2 ชนิด คือ ประโยคที่มีตัวแปร และประโยคที่ไม่มีตัวแปร

ตัวอย่าง ประโยคที่มีตัวแปร



ตัวอย่าง ประโยคที่ไม่มีตัวแปร (มีแต่ตัวคงที่)

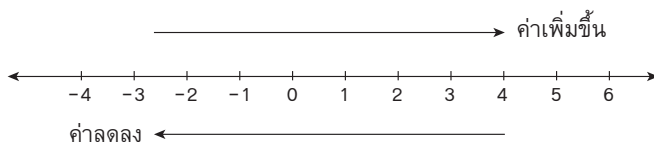
$$\begin{array}{rcl} 3 + 4 + 5 & = & 12 \\ (2 \times 2) + 5 & = & 9 \\ 4 & > & -5 \\ -2 & < & -1 \\ 3 + 4 & \neq & 6 \end{array}$$

การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม

เราทราบว่า 2 มีค่าน้อยกว่า 3 หรือ 6 มีค่ามากกว่า 3 ในเชิงคณิตศาสตร์ เราใช้ เครื่องหมาย $>$ (มากกว่า) , $<$ (น้อยกว่า) เขียนแทนการเปรียบเทียบดังกล่าวได้ ดังนี้

$$\begin{array}{rcl} 2 & < & 3 \\ 6 & > & 3 \end{array}$$

ซึ่งค่าของจำนวนดังกล่าว เราสามารถเขียนแสดงบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



จะเห็นว่า ค่าของจำนวนที่นับไปทางขวา จะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ

อาจเริ่มจาก $-1, 0, 1, 2, 3, \dots$ หรือ $1, 2, 3, 4, \dots$

ส่วนค่าของจำนวนที่นับไปทางซ้ายก็จะลดลงเรื่อยๆ

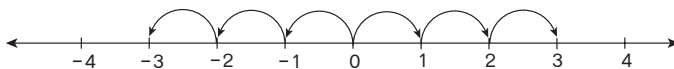
อาจเริ่มจาก $1, 0, -1, -2, -3, \dots$ หรือ $0, -1, -2, -3, \dots$

ทำให้เราสามารถเปรียบเทียบได้ว่า ประโยคต่อไปนี้ เป็นจริง

$$\begin{array}{rcl} -4 < -3 & -1 < 0 & -2 < 1 \\ -3 > -4 & 0 > -2 & 1 > -3 \end{array}$$

2.2 การบวกจำนวนเต็ม

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็ม



หากพิจารณาจากเส้นจำนวน จะพบว่า 1 และ -1 อยู่บนเส้นจำนวนห่างจาก 0 เป็นระยะห่าง 1 หน่วยเท่ากัน กล่าวได้ว่า ค่าสัมบูรณ์ของ 1 คือ 1 และค่าสัมบูรณ์ของ -1 คือ 1

2 และ -2 อยู่บนเส้นจำนวน ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง 2 หน่วยเท่ากัน กล่าวได้ว่า ค่าสัมบูรณ์ของ 2 คือ 2 และค่าสัมบูรณ์ของ -2 คือ 2

จะพบว่าค่าสัมบูรณ์ของจำนวนตรงข้ามจะเท่ากันเสมอ

ค่าสัมบูรณ์ของ -3 และ 3 คือ 3

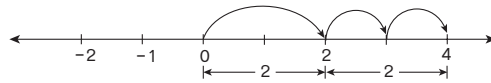
ค่าสัมบูรณ์ของ -4 และ 4 คือ 4

หาก a เป็นจำนวนเต็มใดๆ จำนวนตรงข้ามของ a ซึ่งมีเพียงจำนวนเดียวคือ $-a$ ค่าสัมบูรณ์ของ a เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $|a|$

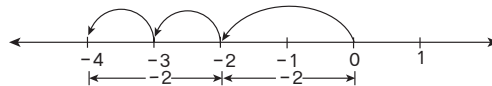
การบวกจำนวนเต็ม

(1) การบวกจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ

มีวิธีการเช่นเดียวกับการบวกจำนวนเต็ม การบวกจำนวนเต็มหากทำบนเส้นจำนวนจะบวกไปทางขวา เช่น $2 + 2 = 4$ แสดงบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



การบวกจำนวนเต็มลบพิจารณาจากเส้นจำนวนจะบวกไปทางซ้าย เช่น $(-2) + (-2) = -4$ แสดงบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



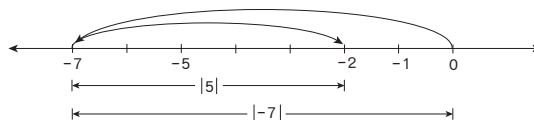
การบวกจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มลบ แต่ละจำนวนมาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ

(2) การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์ไม่เท่ากัน

การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์ไม่เท่ากันให้นำค่าสัมบูรณ์มาลบกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวกหรือลบ ตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

ตัวอย่าง จงหาผลบวกของ $5 + (-7)$

วิธีทำ พิจารณาจากเส้นจำนวน



$$\begin{aligned} 5 + (-7) &= -(|-7| - 5) \\ &= -(7 - 5) \\ &= -2 \text{ ผลบวกเป็นลบเพราะ } |-7| > |5| \end{aligned}$$

ตอบ -2

2.3 การลบจำนวนเต็ม

การลบจำนวนเต็ม ทำได้โดยอาศัยการบวก ดังนี้

$$\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้ง} + \text{จำนวนตรงข้ามของตัวลบ}$$

ตัวอย่าง

$$\begin{aligned} 4 - 1 &= 4 + (-1) = 3 \\ (-9) - 3 &= (-9) + (-3) = -12 \end{aligned}$$

2.4 การคูณจำนวนเต็ม

การคูณจำนวนเต็ม มีสมบัติการสลับที่ การเปลี่ยนกลุ่มและการแจกแจงสำหรับการบวก ซึ่งสมบัติเหล่านี้สามารถนำมาใช้ในการคูณจำนวนเต็ม

- (1) การคูณจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ

$$\begin{aligned}\text{เราทราบว่า} \quad 3 \times 2 &= 2 + 2 + 2 \\ 5 \times 4 &= 4 + 4 + 4 + 4 + 4\end{aligned}$$

ดังนั้น ในการคูณที่เกี่ยวกับจำนวนเต็มลบก็สามารถทำได้ดังนี้

$$\begin{aligned}4 \times (-2) &= (-2) + (-2) + (-2) + (-2) \\ &= -8 \\ 3 \times (-4) &= (-4) + (-4) + (-4) \\ &= -12\end{aligned}$$

- (2) การคูณจำนวนเต็มลบ กับจำนวนเต็มบวก

$$\begin{aligned}(-2) \times 4 &= 4 \times (-2) \text{ ตามสมบัติการสลับที่} \\ &= -8 \\ (-4) \times 3 &= 3 \times (-4) \text{ ตามสมบัติการสลับที่} \\ &= -12\end{aligned}$$

ข้อสรุป

จำนวนเต็มบวกคูณจำนวนเต็มลบหรือจำนวนเต็มลบคูณจำนวนเต็มบวก ผลคูณจะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่าเท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

- (3) การคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ

$(-3) \times (-2)$ สามารถหาได้โดยใช้สมบัติการแจกแจงดังนี้

$$\begin{aligned}\text{เนื่องจาก} \quad (-2) + 2 &= 0 \\ \text{ดังนั้น} \quad (-3) \times [(-2) + 2] &= (-3) \times 0 \\ [(-3) \times (-2)] + [(-3) \times 2] &= 0 \\ [(-3) \times (-2)] + (-6) &= 0 \\ (-3) \times (-2) &= 6\end{aligned}$$

จะพบว่า ผลคูณของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบจะได้เป็นจำนวนเต็มบวก

ผลสรุป

จำนวนเต็มลบคูณกับจำนวนเต็มลบ ผลคูณเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าเท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

การคูณจำนวนเต็มจึงมีข้อสรุป ดังนี้

- | | | | |
|----|-----------------------------|---|--------------|
| 1. | จำนวนเต็มบวก × จำนวนเต็มบวก | = | จำนวนเต็มบวก |
| 2. | จำนวนเต็มลบ × จำนวนเต็มลบ | = | จำนวนเต็มบวก |
| 3. | จำนวนเต็มลบ × จำนวนเต็มบวก | = | จำนวนเต็มลบ |
| 4. | จำนวนเต็มบวก × จำนวนเต็มลบ | = | จำนวนเต็มลบ |

2.5 การหารจำนวนเต็ม

เมื่อพิจารณาจากหลักการหารซึ่งเกิดจาก

$$\frac{\text{ตัวตั้ง}}{\text{ตัวหาร}} = \text{ผลหาร}$$

$$\text{ตัวตั้ง} = \text{ผลหาร} \times \text{ตัวหาร}$$

จึงพิจารณาการหาผลหารดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลหารของ $\frac{-40}{8}$

วิธีทำ ให้ a แทนผลหาร

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{-40}{8} = a$$

$$\text{ใช้ 8 คูณทั้งสองข้าง} \quad \frac{-40 \times 8}{8} = a \times 8$$

$$\text{จะได้} \quad -40 = a \times 8$$

$$\text{เนื่องจาก} \quad -40 = (-5) \times 8$$

$$\text{ฉะนั้น} \quad a = -5$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{-40}{8} = -5$$

ข้อสรุปในการหารด้วยจำนวนเต็มบวกหรือลบ ดังนี้

- | | |
|----|---|
| 1. | การหารจำนวนเต็ม ให้นำค่าสัมบูรณ์ของตัวตั้งและตัวหารมาหารกัน |
| 2. | ถ้าตัวตั้งและตัวหารเป็นจำนวนเต็มบวกทั้งคู่ หรือจำนวนเต็มลบทั้งคู่ (เครื่องหมายเหมือนกัน) จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวกเสมอ |
| 3. | ถ้าตัวตั้งและตัวหารเป็นจำนวนเต็มที่เป็นบวกหรือลบต่างกัน (เครื่องหมายต่างกัน) จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบเสมอ |

2.6 สมบัติของจำนวนเต็ม

2.6.1 สมบัติการบวกและการคูณจำนวนเต็มบวก

จากการศึกษาเรื่องการบวกจำนวนเต็ม เมื่อนำจำนวนเต็มสองจำนวนมารวมกัน ไม่ว่าจะใช้จำนวนใดเป็นตัวตั้งก็จะได้ผลลัพธ์เท่ากัน

$$\text{ตัวอย่างเช่น} \quad 40 + 20 = 20 + 40 \quad \text{จึงกล่าวได้ว่า}$$

จำนวนเต็มบวกทุกจำนวนและศูนย์ **มีสมบัติการสลับที่สำหรับการบวก** ซึ่งเขียนเป็นสัญลักษณ์

$$a + b = b + a$$

ในทำนองเดียวกันก็จะพบว่า การคูณก็ **มีสมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ** ซึ่งเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้

$$a \times b = b \times a$$

สมบัติการเปลี่ยนหมู่ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad \text{เป็นสมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการบวก}$$

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) \quad \text{เป็นสมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการคูณ}$$

สมบัติการแจกแจง เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c) \quad \text{เป็นสมบัติการแจกแจงทางซ้าย}$$

$$(b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a) \quad \text{เป็นสมบัติการแจกแจงทางขวา}$$

2.6.2 สมบัติของศูนย์

1. จำนวนใดๆ บวกกับ 0 จะได้จำนวนนั้น เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้

$$a + 0 = 0 + a = a \quad \text{เมื่อ } a \text{ แทนจำนวนใดๆ}$$

เราเรียกว่า 0 เป็นเอกลักษณ์การบวก

2. จำนวนใดๆ คูณกับ 0 จะได้ 0 เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้

$$a \times 0 = 0 \times a = 0 \quad \text{เมื่อ } a \text{ แทนจำนวนใดๆ}$$

3. จำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ 0 หาร 0 จะได้ 0 เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้

$$\frac{0}{a} = 0 \quad \text{เมื่อ } a \text{ แทนจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ } 0$$

4. ผลคูณของจำนวนสองจำนวนใดๆ เท่ากับ 0 จำนวนใดจำนวนหนึ่งอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเป็น 0 เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้

$$\text{ถ้า } a \times b = 0 \quad \text{ดังนั้น } a = 0 \text{ หรือ } b = 0 \quad \text{เมื่อ } a, b \text{ แทนจำนวนใดๆ}$$

5. 0 ไม่สามารถใช้เป็นตัวหารจำนวนใดๆ เนื่องจากหารแล้วจะไม่มีคำตอบที่แน่นอน

2.6.3 สมบัติของหนึ่ง

1. จำนวนใดๆ คูณกับ 1 จะได้จำนวนนั้น เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้

$$1 \times a = a \times 1 = a \quad \text{เมื่อ } a \text{ แทนจำนวนใดๆ}$$

เราเรียกว่า 1 เป็นเอกลักษณ์การคูณ

2. จำนวนใดๆ หารด้วย 1 จะได้จำนวนนั้น เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้

$$\frac{a}{1} = a \quad \text{เมื่อ } a \text{ แทนจำนวนใดๆ}$$

2.6.4 จำนวนคู่และจำนวนคี่

บทนิยาม จำนวนคู่ คือ จำนวนเต็มที่ 2 หารลงตัว
จำนวนคี่ คือ จำนวนเต็มที่ 2 หารไม่ลงตัว

ในทางคณิตศาสตร์ เราสามารถแยกจำนวนเต็มได้เป็นจำนวนคู่และจำนวนคี่

ตัวอย่าง ของจำนวนคู่ ได้แก่ -2, -4, -6, 2, 4, 6, 8, ...

ตัวอย่างของจำนวนคี่ ได้แก่ -3, -5, -7, -9, 3, 5, 7, ...



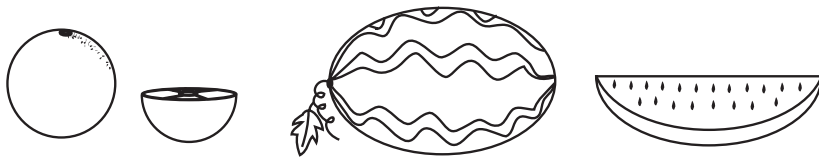
บทที่ 3

ทศนิยมและเศษส่วน

จำนวนเต็ม เรารู้จักแล้วว่าจำนวนเต็มประกอบด้วย จำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบ ซึ่งสามารถนำมาบวก ลบ คูณ และหารกันได้

จำนวนไม่เต็ม ก็คือ เศษส่วนและทศนิยม นั่นเอง

เศษส่วน เป็นส่วนย่อยของจำนวนเต็มที่มนุษย์สร้างขึ้นเพื่อแทนส่วนที่ไม่เต็ม เช่น เมื่อแบ่งส้มผลหนึ่งเป็น 2 ส่วนเท่าๆกัน ส้มชิ้นหนึ่งแทนด้วย $\frac{1}{2}$ หรือแบ่งแตงโมลูกหนึ่งออกเป็น 4 ส่วนเท่าๆ กัน แตงโมส่วนหนึ่งแทนด้วย $\frac{1}{4}$



ในการเขียนเศษส่วนนั้น

เลขตัวล่าง แสดง จำนวนส่วนแบ่งทั้งหมดของสิ่งนั้นๆ

เลขตัวบน แสดง จำนวนส่วนแบ่งที่ต้องการ

ชนิดต่างๆ ของเศษส่วน

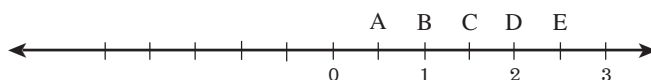
1. เศษส่วนแท้ ได้แก่ เศษส่วนที่มีตัวเศษน้อยกว่าตัวส่วน เช่น $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{29}{32}$, $\frac{125}{311}$
2. เศษส่วนไม่แท้ ได้แก่ เศษส่วนที่มีตัวเศษมากกว่าตัวส่วน หรือเท่ากับตัวส่วน เช่น $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{40}{19}$
(กรณีที่ตัวเศษมากกว่าตัวส่วนจะเรียกว่า **เศษเกิน**)
3. เศษส่วนหน่วย ได้แก่ เศษส่วนที่มีเศษเป็น 1 เสมอ เช่น $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{12}$
4. เศษส่วนอย่างต่ำ ได้แก่ เศษส่วนที่ไม่สามารถทอนได้อีก เป็นเศษส่วนที่มี ห.ร.ม. ของตัวเศษและตัวส่วนเป็น 1 เช่น $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{9}{11}$
จาก $\frac{7}{8}$ จะเห็นได้ว่า ไม่สามารถหาจำนวนใดมาหาร 7 และ 8 ได้อีก ห.ร.ม. ของ 7, 8 = 1
5. เศษส่วนเหมือน ได้แก่ เศษส่วนที่มีส่วนเป็นจำนวนเดียวกัน เช่น $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{5}$, $-\frac{3}{5}$ จะเห็นว่าเศษส่วนชนิดนี้สามารถนำมาบวกกันได้ ในการบวกลบเศษส่วน จึงต้องทำให้เป็น**เศษส่วนเหมือน**ก่อนเสมอ
6. จำนวนคละ ได้แก่ เศษเกินที่เขียนในรูปจำนวนเต็มปนกับเศษส่วนแท้

$$\text{เช่น } \frac{19}{5} = 3\frac{4}{5} \text{ จำนวนคละ คือ } 3\frac{4}{5}$$

$$\frac{18}{7} = 2\frac{4}{7} \text{ จำนวนคละ คือ } 2\frac{4}{7}$$

เศษส่วนกับเส้นจำนวน เศษส่วนสามารถเขียนแทนด้วยเส้นจำนวนได้ดังนี้

ตัวอย่าง



$$\text{จุด A} = \frac{1}{2} \longrightarrow \text{เศษส่วนแท้, เศษส่วนหน่วย}$$

$$\text{จุด B} = \frac{2}{2} = 1 \longrightarrow \text{เศษส่วนไม่แท้}$$

$$\text{จุด C} = 1 \frac{1}{2} \longrightarrow \text{จำนวนคละ}$$

$$\text{จุด C} = \frac{3}{2} \longrightarrow \text{เศษเกิน}$$

$$\text{จุด D} = \frac{4}{2} = 2 \longrightarrow \text{เศษเกิน, เศษส่วนไม่แท้, จำนวนเต็ม 2}$$

รูปทศนิยม คือ เครื่องหมาย . ที่ใช้แสดงความไม่เป็นจำนวนเต็มของตัวเลขที่ตามหลังจุดทศนิยมนั้น เช่น 4.75 บาท (อ่านว่า สี่จุดเจ็ดห้า บาท)

$$\text{มีจำนวนเต็ม} = 4 \text{ บาท}$$

$$\text{จำนวนทศนิยม} = 0.75 \text{ บาท}$$

$$40 \text{ เมตร มีหน่วยเป็นกิโลเมตร} = 0.04 \text{ กิโลเมตร}$$

$$5 \text{ กรัม มีหน่วยเป็นกิโลกรัม} = 0.005 \text{ กิโลกรัม}$$

$$3 \text{ เมตร 2 เซนติเมตร 3 มิลลิเมตร มีหน่วยเป็นเมตร} = 3.023 \text{ เมตร}$$

ค่าประจำตำแหน่งทศนิยม นับตั้งแต่ตำแหน่งที่หนึ่ง คือ ตัวเลขตัวหนึ่งที่อยู่หลังจุดทศนิยมและมีค่ามากที่สุด ส่วนตำแหน่งรองๆ ลงไปก็มีค่าลดน้อยลงเรื่อยๆ

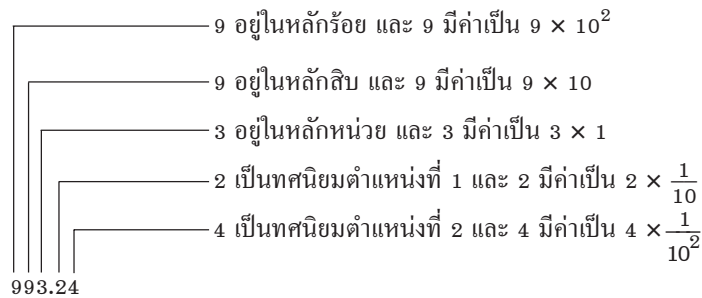
ตัวอย่าง การเขียนจำนวนทศนิยมให้อยู่ในรูปของการกระจาย

$$\begin{aligned} 0.164 &= \frac{164}{1,000} = \frac{100 + 60 + 4}{1,000} \\ &= \frac{100}{1,000} + \frac{60}{1,000} + \frac{4}{1,000} \\ &= \frac{1}{10} + \frac{6}{100} + \frac{4}{1,000} \\ &= \left(1 \times \frac{1}{10}\right) + \left(6 \times \frac{1}{10^2}\right) + \left(4 \times \frac{1}{10^3}\right) \\ 0.205 &= \frac{205}{1,000} = \frac{200 + 5}{1,000} \\ &= \frac{200}{1,000} + \frac{5}{1,000} \\ &= \frac{2}{10} + \frac{5}{1,000} \\ &= \left(2 \times \frac{1}{10}\right) + \left(5 \times \frac{1}{10^3}\right) \end{aligned}$$

3.1 ทศนิยมและการเปรียบเทียบทศนิยม

ทศนิยม เป็นสิ่งที่ทุกคนได้พบเห็นอยู่ในชีวิตประจำวันเสมอ เช่น การเติมน้ำมันรถจะได้จำนวนน้ำมันเป็นลิตร และมีจุดทศนิยมกำกับ ค่าน้ำมันก็จะแจ้งเป็นจำนวนเต็มและทศนิยมกำกับด้วย จำนวนที่อยู่ในรูปทศนิยม แบ่งเป็นสองส่วน คือ จำนวนเต็มและส่วนที่เป็นทศนิยม โดยมี จุด (.) คั่นกลาง เลขแต่ละหลักก็มีความหมายดังนี้

ราคาน้ำมัน 36 ลิตรๆ ละ 27.59 บาท เป็นเงิน 993.24 บาท มีความหมายดังนี้



ค่าประจำหลักของทศนิยม

ราคาน้ำมัน 993.24 สามารถเขียนในรูปการกระจายได้ดังนี้

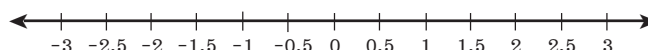
$$993.24 = (9 \times 10^2) + (9 \times 10) + (3 \times 1) + (2 \times \frac{1}{10}) + (4 \times \frac{1}{10^2})$$

ค่าประจำหลักของทศนิยมสรุปได้ดังนี้

ค่าประจำหลัก									
จำนวนเต็ม					ทศนิยม				
...	หลักพัน	หลักร้อย	หลักสิบ	หลักหน่วย	ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2	ตำแหน่งที่ 3	ตำแหน่งที่ 4	...
	10^3	10^2	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{10^3}$	$\frac{1}{10^4}$	

ค่าสัมบูรณ์ของทศนิยม

ทศนิยม สามารถเขียนได้บนเส้นจำนวนได้เช่นเดียวกับจำนวนเต็ม ดังตัวอย่าง



การพิจารณาค่าทศนิยม ก็ทำเช่นเดียวกับจำนวนเต็ม คือ พิจารณาที่ 0 เป็นสำคัญ ทศนิยมที่อยู่ทางขวาของ 0 เป็นทศนิยมที่มีค่าเป็นบวก ทศนิยมที่อยู่ทางซ้ายของ 0 เป็นทศนิยมที่มีค่าเป็นลบ

ค่าสัมบูรณ์ของทศนิยม หาได้จากระยะที่ทศนิยมนั้นอยู่ห่างจาก 0 บนเส้นจำนวน

ค่าสัมบูรณ์ของ 0.5 เท่ากับ 0.5 เนื่องจาก 0.5 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง 0.5 หน่วย

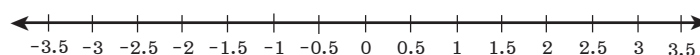
ค่าสัมบูรณ์ของ -0.5 เท่ากับ 0.5 เนื่องจาก -0.5 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง 0.5 หน่วย

ค่าสัมบูรณ์ของ 1.5 เท่ากับ 1.5 เนื่องจาก 1.5 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง 1.5 หน่วย

ค่าสัมบูรณ์ของ -1.5 เท่ากับ 1.5 เนื่องจาก -1.5 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง 1.5 หน่วย

การเปรียบเทียบทศนิยม

สามารถเปรียบเทียบทศนิยมได้โดยดูจากเส้นจำนวน



เมื่อพิจารณาที่เส้นจำนวน ทศนิยมที่อยู่ทางบวก จะมีค่ามากกว่าทศนิยมที่อยู่ทางซ้ายเสมอ เช่น

-3	มากกว่า	-3.5	-2	มากกว่า	-2.5
-1	มากกว่า	-1.5	0	มากกว่า	-1
1	มากกว่า	0.5	2	มากกว่า	1.5
3	มากกว่า	2.5			

หลักการเปรียบเทียบทศนิยม

1. การเปรียบเทียบทศนิยมที่เป็นบวกสองจำนวนใดๆ พิจารณาจากเลขโดดคู่แรกในตำแหน่งเดียวกันที่ไม่เท่ากัน จำนวนที่มีเลขโดดมากกว่า จะเป็นจำนวนที่มากกว่า เช่น $3.78 < 4.02$
2. การเปรียบเทียบทศนิยมที่เป็นลบสองจำนวนใดๆ ให้หาค่าสัมบูรณ์ของทั้งสองจำนวน จำนวนใดมีค่าสัมบูรณ์น้อยกว่าจะเป็นจำนวนที่มากกว่า เช่น $-0.09 > -0.18$
3. การเปรียบเทียบทศนิยมที่เป็นบวกและทศนิยมที่เป็นลบ ทศนิยมที่เป็นบวกย่อมมีค่ามากกว่าทศนิยมที่เป็นลบเสมอ เช่น $0.0001 > -9.95$

3.2 การบวกและการลบทศนิยม

หลักการบวกและลบทศนิยม

1. การบวกทศนิยมที่เป็นบวกด้วยทศนิยมที่เป็นบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนบวก
2. การบวกทศนิยมที่เป็นลบด้วยทศนิยมที่เป็นลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนลบ
3. การบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นบวกกับทศนิยมที่เป็นลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์ที่มากกว่าลบด้วยค่าสัมบูรณ์ที่น้อยกว่า แล้วตอบเป็นจำนวนบวกหรือลบ ตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

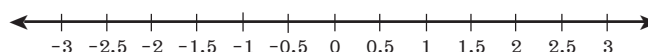
วิธีการบวกลบทศนิยม

1. จำนวนที่นำมาบวกลบกันได้ ต้องมีหน่วยกำกับเหมือนกัน เช่น นิ้ว เซนติเมตร กิโลกรัม
2. ตั้งจำนวนแรกที่เป็นตัวตั้ง ให้อยู่พอเหมาะกะกับหน้ากระดาน
3. จำนวนที่นำมาบวกและลบกับตัวตั้ง จะต้องมิตำแหน่งของจุดทศนิยมตรงกับตัวตั้ง
4. นำมาบวกลบกันเช่นเดียวกับการบวกลบจำนวนเต็ม

การลบทศนิยม

จำนวนตรงข้ามของทศนิยม

ทศนิยมที่เป็นบวกและทศนิยมที่เป็นลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากัน จะอยู่คนละข้างของศูนย์และอยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะเท่ากัน



-2.5 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 2.5

และ 2.5 เป็นจำนวนตรงข้ามของ -2.5

ถ้า a เป็นทศนิยมใดๆ จำนวนตรงข้ามของ a มีเพียงจำนวนเดียว เขียนแทนด้วย $-a$ และ $a + (-a) = (-a) + a = 0$

ถ้า $-a$ เป็นทศนิยมใดๆ จำนวนตรงข้ามของ $-a$ คือ a และเขียนแทนด้วย $-(-a) = a$

ในการหาผลลบของทศนิยมมีข้อดลลงว่า

$$\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้ง} + \text{จำนวนตรงข้ามของตัวลบ}$$

3.3 การคูณและการหารทศนิยม

หลักการคูณทศนิยม

1. ตั้งจำนวนที่เป็นตัวตั้งและจำนวนที่จะนำมาคูณให้มีจุดทศนิยมตรงกัน
2. คูณเช่นเดียวกับจำนวนเต็ม
3. ถ้าตัวตั้งมีทศนิยม a ตำแหน่ง ตัวคูณมีทศนิยม b ตำแหน่ง ผลคูณจะเป็นทศนิยมที่มี a + b ตำแหน่ง

ตัวอย่าง $3.84 \times 5.29 = ?$

วิธีทำ	3.84	×	5.29	
			0.3456	เกิดจาก $3.84 \times 0.09 = 0.3456$
			0.768	เกิดจาก $3.84 \times 0.2 = 0.768$
			19.20	เกิดจาก $3.84 \times 5 = 19.20$
			20.3136	

หลักการหารทศนิยม

1. ถ้าตัวหารเป็นจำนวนเต็มให้หารเสมือนว่าตัวตั้งเป็นจำนวนเต็ม แล้วทำผลการให้มีจำนวนตำแหน่งทศนิยมเท่ากับตัวตั้ง
2. ถ้าตัวหารเป็นทศนิยม ทำตัวหารเป็นจำนวนเต็ม โดยนำ 10 หรือ 100 หรือ 1,000 ฯลฯ มาคูณตัวตั้งและตัวหาร เมื่อได้ตัวหารเป็นจำนวนเต็มแล้วหาผลการตามข้อ 1
3. ผลหารจะเป็นทศนิยมที่มีจำนวนตำแหน่งทศนิยมเท่ากับทศนิยมของตัวตั้ง

3.4 เศษส่วนและการเปรียบเทียบเศษส่วน

1. **เศษส่วนที่เท่ากัน** คือ เศษส่วนที่สามารถนำมาเขียนในรูปแยกตัวประกอบได้ เช่น $\frac{1}{3}$

	$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$	
	$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$	
กล่าวได้ว่า	$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$	เป็นเศษส่วนที่เท่ากัน

$\frac{2}{6}$

2. **เศษส่วนที่ไม่เท่ากัน**

พิจารณาได้หลายกรณี เช่น

- ก. พิจารณาโดยลากเส้นจำนวนประกอบทำให้สามารถพิจารณาเศษส่วนแต่ละจำนวนที่ไม่เท่ากันได้
- ข. พิจารณาโดยการหา ค.ร.น. ของส่วนเพื่อทำส่วนให้เท่ากัน แล้วจึงพิจารณาข้อแตกต่าง

ตัวอย่าง จงเปรียบเทียบเศษส่วนต่อไปนี้ว่ามากกว่า น้อยกว่า หรือเท่ากัน

	$\frac{4}{5}, \frac{7}{10}$
วิธีทำ	$\frac{4}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{8}{10} > \frac{7}{10}$ ดังนั้น $\frac{4}{5} > \frac{7}{10}$

3.5 การบวก ลบ เศษส่วน

เศษส่วนที่จะนำมาบวกลบกันได้ ต้องมีส่วนเท่ากัน โดยนำส่วนมาหา ค.ร.น. แล้วนำเศษมาบวก ลบกัน กรณีที่เป็นจำนวนคละ อาจทำ 2 วิธีคือ

วิธีที่ 1 โดยแยกจำนวนเต็มและเศษส่วนออกจากกัน แล้วบวกลบกันในแต่ละส่วน

วิธีที่ 2 เปลี่ยนจำนวนคละให้เป็นเศษเกินเสียก่อน จึงนำมาบวก ลบกัน

ตัวอย่าง จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$(1) \frac{15}{7} + \frac{23}{21} - 2\frac{1}{3}$$

วิธีทำ (1) $\frac{15}{7} + \frac{23}{21} - 2\frac{1}{3}$ นำ 7, 21, 3 มาหา ค.ร.น. ได้ 21

$$\begin{aligned} &= \frac{15}{7} + \frac{23}{21} - \frac{7}{3} \\ &= \frac{(15 \times 3) + 23 - (7 \times 7)}{21} \\ &= \frac{45 + 23 - 49}{21} \\ &= \frac{19}{21} \end{aligned}$$

3.6 การคูณและการหารเศษส่วน

1. การคูณเศษส่วน

1. กรณีที่เป็นจำนวนคละให้ทำเป็นเศษเกินเสียก่อน
2. หากทำเป็นอย่างต่ำได้ก็ทำเสียก่อน
3. เศษคูณเศษ, ส่วนคูณส่วน, จำนวนเต็มคูณกับเศษ ถือว่ามีส่วนเป็น 1
4. ผลคูณที่ได้นำมาทอนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำที่สุดและทำเป็นจำนวนคละถ้าทำได้จึงจะถือว่าเป็นผลสำเร็จ

ตัวอย่าง จงหาผลคูณ

$$176 \times \frac{17}{77}$$

วิธีทำ $176 \times \frac{17}{77}$

ทอนเป็นอย่างต่ำเสียก่อน (โดยใช้ 11 หารทั้งข้างล่างข้างบน) ได้

$$\begin{aligned} 176 \times \frac{17}{77} &= 16 \times \frac{17}{7} \\ &= \frac{272}{7} \\ &= 38\frac{6}{7} \end{aligned}$$

ตอบ

2. การหารเศษส่วน

1. เปลี่ยนการหารเศษส่วนเป็นการคูณได้เลย เปลี่ยนที่ตัวหารเป็นตัวคูณด้วยการกลับเศษเป็นส่วน
2. ทำตามวิธีการคูณเศษส่วนต่อไปจนสำเร็จ

ตัวอย่าง จงหาผลหาร

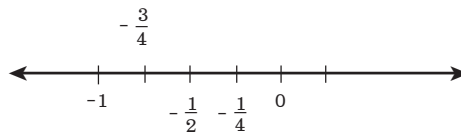
$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{15}{17} \div \frac{10}{51} &= \frac{15}{17} \times \frac{51}{10} \quad (\text{ตัวหารกลับเศษเป็นส่วน}) \\ &= \frac{3}{1} \times \frac{3}{2} \quad (\text{ทอนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ}) \\ &= \frac{9}{2} \\ &= 4\frac{1}{2} \end{aligned}$$

ตอบ

3.7 ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยมและเศษส่วน

3.7.1 การเขียนเศษส่วนในรูปทศนิยม

พิจารณาเส้นจำนวนต่อไปนี้

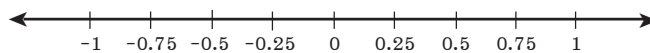


จะพบว่าจำนวนเศษส่วนทางซ้ายมือของเส้นจำนวนเป็นจำนวนตรงข้ามกับทศนิยมทางขวามือ ดังนั้นเศษส่วนดังกล่าวจึงสามารถเขียนได้ในรูปทศนิยม ดังนี้

$$\begin{aligned}-\frac{3}{4} &= -0.75 \\ -\frac{1}{2} &= -0.50 \\ -\frac{1}{4} &= -0.25\end{aligned}$$

3.7.2 การเขียนทศนิยมในรูปของเศษส่วน

พิจารณาเส้นจำนวนต่อไปนี้



จะพบว่าจำนวนทศนิยมบนเส้นจำนวนสามารถแปลงเป็นรูปของเศษส่วนได้ดังนี้

$$\begin{aligned}-0.75 &= -\frac{75}{100} = -\frac{3}{4} \\ -0.5 &= -\frac{5}{10} = -\frac{1}{2} \\ -0.25 &= -\frac{25}{100} = -\frac{1}{4} \\ 0.25 &= \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \\ 0.5 &= \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \\ 0.75 &= \frac{75}{100} = \frac{3}{4}\end{aligned}$$

3.7.3 เศษส่วนกับทศนิยม

เศษส่วนสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมได้และทศนิยมก็สามารถแปลงกลับไปเป็นรูปเศษส่วนได้เช่นเดียวกัน

ตัวอย่าง การเขียนทศนิยมให้อยู่ในรูปของเศษส่วน

$$\begin{aligned}0.035 &= \frac{35}{1,000} = \frac{7}{200} \\ -4.781 &= -\frac{4,781}{1,000} \\ 0.\dot{9}i &= \frac{91}{99} \\ 0.9\dot{5} &= \frac{95 - 9}{90} \\ &= \frac{86}{90} \\ &= \frac{43}{45}\end{aligned}$$

3.8 การแก้โจทย์ปัญหา เศษส่วนและทศนิยม

3.8.1 การแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน

เป็นการนำความรู้ในการบวก ลบ คูณและหารเศษส่วน มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน

ตัวอย่าง บิดามีอายุ 35 ปี บุตรมีอายุ 3 ปี 6 เดือน จงหาว่าบิดามีอายุเป็นกี่เท่าของบุตรและบุตรมีอายุเป็นกี่เท่าของบิดา

วิธีทำ บิดามีอายุ 35 ปี

$$\text{บุตรมีอายุ 3 ปี 6 เดือน} = 3 \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \text{ ปี}$$

$$\text{บิดามีอายุเป็น } 35 \div \frac{7}{2} = 35 \times \frac{2}{7}$$

$$= 10 \text{ เท่าของบุตร}$$

ตอบ

$$\text{บุตรมีอายุเป็น } \frac{7}{2} \div 35 = \frac{7}{2} \times \frac{1}{35}$$

$$= \frac{1}{10} \text{ เท่าของบิดา}$$

ตอบ

3.8.2 การแก้โจทย์ปัญหาทศนิยม

เป็นการนำความรู้ในการบวก ลบ คูณและหาร ทศนิยมมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทศนิยม

ตัวอย่าง ท่อระบายน้ำทำด้วยปูนซีเมนต์รูปทรงกระบอก วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกได้ยาว 0.425 เมตร ปูนซีเมนต์ที่หล่อหนา 0.038 เมตร จงหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางภายในที่เป็นส่วนกลวง

วิธีทำ ท่อระบายน้ำซีเมนต์วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกยาว

$$0.425 \text{ เมตร}$$

$$\text{ปูนซีเมนต์ที่หล่อหนา} \quad 0.038 \text{ เมตร}$$

ดังนั้น ความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางภายในที่เป็นส่วนกลวง

$$0.425 - (0.038 \times 2) \text{ เมตร}$$

$$= 0.349 \text{ เมตร}$$

ตอบ



บทที่ 4

สมบัติของจำนวนนับ

4.1 ตัวหารร่วมมากและการนำไปใช้

4.1.1 ตัวประกอบ (FACTORS)

ตัวประกอบของจำนวนนับใดๆ คือ จำนวนนับทุกจำนวนที่หารจำนวนนับนั้นได้ลงตัว

ถ้า a, b, c เป็นจำนวนนับ และ $a = b \times c$ แล้ว b หรือ c ต่างเป็นตัวประกอบของ a

$20 \div$	1	ได้ลงตัว	มีค่าเท่ากับ 20
$20 \div$	2	ได้ลงตัว	มีค่าเท่ากับ 10
$20 \div$	4	ได้ลงตัว	มีค่าเท่ากับ 5
$20 \div$	5	ได้ลงตัว	มีค่าเท่ากับ 4
$20 \div$	10	ได้ลงตัว	มีค่าเท่ากับ 2
$20 \div$	20	ได้ลงตัว	มีค่าเท่ากับ 1

ตัวประกอบของ 20 คือ 1, 2, 4, 5, 10 และ 20

การหาตัวประกอบของจำนวนนับใดๆ จึงสามารถทำได้โดยการนำจำนวนนับมาหารเรื่อยๆ ไปจนครบ

ตัวอย่าง ตัวประกอบของ 12 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 12

เนื่องจากจำนวนเหล่านี้สามารถหาร 12 ได้ลงตัวทุกจำนวน

ตัวประกอบของ 27 คือ 1, 3, 9, 27

เนื่องจากจำนวนเหล่านี้สามารถหาร 27 ได้ลงตัวทุกจำนวน

4.1.2 จำนวนเฉพาะ (PRIME NUMBERS)

จำนวนเฉพาะ คือ จำนวนนับที่มากกว่า 1 และมีตัวประกอบเพียง 2 ตัว คือ 1 และตัวเอง

ตัวประกอบของ 17 คือ 1 และ 17 จึง **เป็น** จำนวนเฉพาะ

ตัวประกอบของ 21 คือ 1, 3, 7 และ 21 จึง **ไม่เป็น** จำนวนเฉพาะ

จำนวนประกอบ (Composite Numbers)

จำนวนประกอบ คือ จำนวนนับที่มากกว่า 1 และสามารถแยกเป็นตัวประกอบได้อย่างน้อย 2 ตัว ซึ่งไม่ใช่ 1 และตัวเอง

4	เป็นจำนวนประกอบ	เพราะ	แยกตัวประกอบได้	2×2
6	เป็นจำนวนประกอบ	เพราะ	แยกตัวประกอบได้	2×3
2	ไม่เป็นจำนวนประกอบ	เพราะ	แยกตัวประกอบได้	1×2
3	ไม่เป็นจำนวนประกอบ	เพราะ	แยกตัวประกอบได้	1×3

ดังนั้น จำนวนประกอบ และตัวประกอบจึงเป็นคนละจำนวนกัน

ตัวประกอบเฉพาะ คือ ตัวประกอบของจำนวนนับใดๆ ที่เป็นจำนวนเฉพาะ

ตะแกรงของเอราโตสเทเนส (The Sieve of Eratosthenes) เอราโตสเทเนสนักคณิตศาสตร์ชาวกรีกได้คิดกลวิธีในการตรวจสอบจำนวนเฉพาะ ดังนี้

1. ให้ n แทนจำนวนนับที่ต้องการตรวจสอบ
2. หาจำนวนเฉพาะทุกจำนวนที่ยกกำลังสองแล้ว มีค่าไม่เกิน n
3. นำจำนวนเฉพาะที่หาได้จากข้อ 2 ไปหาร n เพื่อตรวจดูว่าหารลงตัวหรือไม่ ถ้าไม่มีจำนวนเฉพาะใดหาร n ลงตัว จะกล่าวได้ว่า n เป็นจำนวนเฉพาะ แต่ถ้ามีจำนวนเฉพาะจำนวนหนึ่งจำนวนใดหาร n ลงตัว n จะไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

ตัวอย่าง จงตรวจสอบดูว่า 27 และ 31 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่

วิธีทำ

1.1) 27

1.2) $2^2, 3^2, 5^2$ มีค่าไม่เกิน 27

1.3) นำ 3 หาร 27 ได้ลงตัว

แสดงว่า 27 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

2.1) 31

2.2) $2^2, 3^2, 5^2$ มีค่าไม่เกิน 31

2.3) นำ 2, 3, 5 หาร 31 ไม่ลงตัว

แสดงว่า 31 เป็นจำนวนเฉพาะ

4.1.3 การแยกตัวประกอบ

การแยกตัวประกอบของจำนวนนับใดๆ คือ การเขียนจำนวนนั้นในรูปการคูณกันของตัวประกอบเฉพาะ

ตัวอย่าง ตัวประกอบของ 10 คือ 1, 2, 5 และ 10

ตัวประกอบเฉพาะของ 10 คือ 2, 5

2, 5 เป็นตัวประกอบของ 10 ที่เป็นจำนวนเฉพาะ จึงเรียกว่าตัวประกอบเฉพาะ

ดังนั้น $10 = 2 \times 5$ คือการแยกตัวประกอบของ 10

จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่มีตัวประกอบเฉพาะไม่ซ้ำกันเลขทั้ง 4 ตัวคือ

210 ซึ่งแยกตัวประกอบได้ $= 2 \times 3 \times 5 \times 7$

วิธีการแยกตัวประกอบ

1. วิธีตั้งหาร โดยใช้จำนวนเฉพาะไปหารจำนวนนับที่เป็นตัวตั้งเรื่อยๆ จนไม่สามารถหารได้ เมื่อนำตัวหารทุกตัวมาคูณกันก็จะมีค่าเท่ากับจำนวนที่กำหนดให้

2. วิธีแยกตัวประกอบของจำนวนที่เป็นตัวตั้งไปเรื่อยๆ จนกว่าจะแยกไม่ได้

ตัวอย่าง

แบบที่ ①

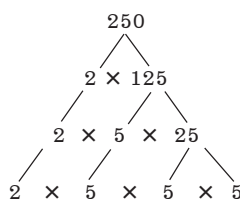
2) 250

5) 125

5) 25

5

แบบที่ ②



ตัวประกอบของ 250 $= 2 \times 5 \times 5 \times 5$ หรือ 2×5^3

4.1.4 ตัวหารร่วมมาก

จำนวนนับที่หารจำนวนนับสองจำนวนใดๆ ลงตัว เราเรียกจำนวนนับนั้นว่า

ตัวประกอบร่วม ของจำนวนนับสองจำนวนนั้น

ตัวอย่าง ตัวประกอบของ 9 ได้แก่ 1, 3 และ 9

ตัวประกอบของ 27 ได้แก่ 1, 3, 9 และ 27

จำนวนที่หารทั้ง 9 และ 27 ลงตัว ได้แก่ 1, 3 และ 9

เราเรียก 1, 3 และ 9 ว่า ตัวหารร่วมหรือตัวประกอบร่วมของ 9 และ 27

ตัวประกอบร่วมที่มีค่ามากที่สุดของจำนวนนับสองจำนวนใดๆ เรียกว่า

ตัวหารร่วมมากที่สุด (ห.ร.ม.) ของจำนวนนับสองจำนวนนั้น

จากตัวอย่าง แสดงว่า 9 เป็นตัวประกอบร่วมที่มีค่ามากที่สุด จึงเรียกว่า 9 เป็นตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ของ 9 และ 27

จงหา ห.ร.ม. ของ 12, 24 และ 32

$$\begin{aligned} 12 &= 1, \boxed{2}, \boxed{3}, \boxed{4}, 6, 12 \\ 24 &= 1, \boxed{2}, \boxed{3}, \boxed{4}, 6, 8, 12, 24 \\ 32 &= 1, \boxed{2}, \boxed{3}, \boxed{4}, 8, 16, 32 \end{aligned}$$

↑
ตัวประกอบร่วมที่มีค่ามากที่สุด

$$\begin{aligned} 12 &= \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3 \\ 24 &= \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \times 3 \\ 32 &= \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

↓ ↓
 $= 2 \times 2$ ตรวจสอบ

$= \begin{array}{c} \textcircled{4} \\ \uparrow \\ \text{ห.ร.ม.} \end{array}$

$$\begin{aligned} 12 \div 4 &= 3 \\ 24 \div 4 &= 6 \\ 32 \div 4 &= 8 \end{aligned}$$

ห.ร.ม. ของ 12, 24 และ 32 คือ 4

ห.ร.ม. หารตัวตั้ง
ทุกตัวลงตัวเสมอ

วิธีหา ห.ร.ม.

วิธีที่ 1 แยกตัวประกอบ

วิธีที่ 2 หารสั้นด้วยจำนวนเฉพาะ

โดยการหาจำนวนที่ต้องการหา ห.ร.ม. ทั้งหมดมาตั้งแล้วใช้จำนวนเฉพาะหาร โดยวิธีหารสั้นและต้องเป็นการหารลงตัวทุกๆ จำนวนของตัวตั้ง หากจนไม่สามารถหารต่อไปได้ หรือหารลงตัว ไม่ครบทุกจำนวนจึงนำตัวหารมาคูณกัน ผลคูณของตัวหารที่หารตัวตั้งได้ลงตัวทุกจำนวนก็คือ ห.ร.ม.

ตัวอย่าง หา ห.ร.ม. ของ 8, 20, 28

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8, 20, 28} \\ 2 \overline{) 4, 10, 14} \\ \underline{2, 5, 7} \end{array}$$

ห.ร.ม. ของ 8, 20, 28 คือ $2 \times 2 = 4$

วิธีที่ 3 คั้งหาร

เป็นการหา ห.ร.ม. ของจำนวน 2 จำนวนที่มีค่ามากๆ ทำได้โดยนำมาหารสลับกันไปมา จนหารลงตัว จำนวนที่หารลงตัว คือ ห.ร.ม.

ตัวอย่างที่ 1 จงหา ห.ร.ม. ของ 504 และ 945

วิธีทำ	1	504	945	1
		<u>441</u>	<u>504</u>	
		63	441	7
			<u>441</u>	
			<u>0</u>	

ห.ร.ม. ของ 504 และ 945 คือ 63

การประยุกต์ใช้ ห.ร.ม.

1. ใช้ทอนเศษส่วนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

ตัวอย่าง จงทอน $\frac{1180}{1440}$ ให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำที่สุด

วิธีทำ นำ 1180 และ 1440 มาหา ห.ร.ม. ดังนี้

$$1180 = 2 \times 2 \times 5 \times 59$$

$$1440 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$\text{ห.ร.ม. ของ 1180 และ 1440} = 2 \times 2 \times 5 = 20$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{1180 \div 20}{1440 \div 20} = \frac{59}{72}$$

2. ใช้ในการแบ่งสิ่งของ ซึ่งมีจำนวนต่างกัน ให้เป็นส่วนๆ ที่เท่ากันและมีความมากที่สุด

ตัวอย่าง มีเชือกอยู่ 3 เส้น วัดได้ยาว 35, 49 และ 63 เซนติเมตร ตามลำดับ ถ้าจะแบ่งเชือกให้เป็นเส้นสั้นๆ แต่ให้ยาวเท่ากันทุกเส้น จะได้เชือกยาวที่สุดเท่าไร และได้เชือกกี่เส้น

วิธีทำ ให้หหลักการของ ห.ร.ม.

$$35 = 5 \times 7$$

$$49 = 7 \times 7$$

$$63 = 3 \times 3 \times 7$$

แสดงว่าตัดเชือกให้ยาวที่สุดเส้นละ 7 เซนติเมตร จึงจะได้เชือกเท่ากันทุกเส้น โดยไม่มีเหลือเศษเลย

$$\text{ความยาวของเชือกทั้งหมด} = 35 + 49 + 63 = 147 \text{ เซนติเมตร}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \text{จะตัดเชือกได้} = \frac{147}{7} = 21 \text{ เส้น}$$

4.2 ตัวคูณร่วมน้อยและการนำไปใช้

จำนวนนับน้อยที่สุดที่มีจำนวนนับสองจำนวนใดๆ เป็นจำนวนประกอบ จะถูกเรียกว่า **ตัวคูณร่วมน้อยที่สุด** หรือ ก.ร.น.

วิธีตรวจสอบ ค.ร.น. ก็คือ จำนวนนับที่นำมาหา ค.ร.น. จะหาร ค.ร.น. ได้ลงตัวเสมอ

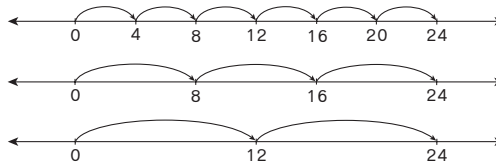
วิธีหา ค.ร.น.

วิธีที่ 1 แยกตัวประกอบ

ตัวอย่าง จงหา ค.ร.น. ของ 4, 8 และ 12

วิธีทำ

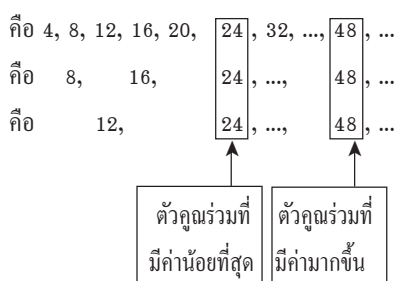
$$\begin{array}{rcl}
 4 & = & 2 \times 2 \\
 8 & = & 2 \times 2 \times 2 \\
 12 & = & 2 \times 2 \times 3 \\
 \text{ค.ร.น.} & = & 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\
 & = & 24
 \end{array}$$



จะสังเกตพบว่า จำนวนนับที่มี 4 เป็นตัวประกอบ

จำนวนนับที่มี 8 เป็นตัวประกอบ

จำนวนนับที่มี 12 เป็นตัวประกอบ



ตัวอย่าง $\frac{4}{5} + \frac{5}{7} - \frac{11}{15}$

วิธีทำ ค.ร.น. ของ 5, 7, 15 คือ 105

$$\begin{aligned}\frac{4}{5} + \frac{5}{7} - \frac{11}{15} &= \frac{4 \times 21}{5 \times 21} + \frac{5 \times 15}{7 \times 15} - \frac{11 \times 7}{15 \times 7} \\ &= \frac{84 + 75 - 77}{105} \\ &= \frac{82}{105}\end{aligned}$$

ตอบ

2. ใช้ในการแก้ปัญหาการทำงานหลาย ๆ งานที่มีจุดเริ่มต้นพร้อมกัน แต่ใช้ช่วงเวลาต่างกัน เพื่อค้นหาจุดที่มาบรรจบกันหรือเริ่มรอบใหม่พร้อมกันอีกครั้ง

ตัวอย่าง นาฬิกาปลุก 3 เรือน ตั้งให้ตรงกัน เวลา 8.00 น. แล้วให้แต่ละเรือนปลุกทุกเวลา 15 นาที, 20 นาที และ 30 นาที ตามลำดับ นานกี่ชั่วโมง นาฬิกาทั้งสามเรือน จึงจะปลุกพร้อมกัน และปลุกพร้อมกันเวลาใด

วิธีทำ ตั้งเวลาให้นาฬิกาแต่ละเรือนปลุกทุกเวลา 15, 20 และ 30 นาที

หา ค.ร.น. ได้

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 15, 20, 30} \\ 3 \overline{) 3, 4, 6} \\ 2 \overline{) 1, 4, 2} \\ \underline{1, 2, 1} \end{array}$$

ค.ร.น. คือ $5 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 = 60$

ดังนั้น นาน 1 ชั่วโมง นาฬิกาทั้งสามเรือนจะปลุกพร้อมกัน
นาฬิกาปลุกพร้อมกันเวลา 9.00 น.

ความสัมพันธ์ระหว่าง ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

“ผลคูณของจำนวนที่นำมาหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. เท่ากับผลคูณของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น.”

ตัวอย่าง จงหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของ 12, 18 และตรวจสอบความสัมพันธ์ของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

วิธีทำ หา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของ 12, 18 โดยวิธีแยกตัวประกอบ

$$\begin{aligned}12 &= 2 \times 2 \times 3 \\ 18 &= 2 \times 3 \times 3 \\ \text{ห.ร.ม.} &= 2 \times 3 = 6 \\ \text{ค.ร.น.} &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36\end{aligned}$$

ตรวจสอบความสัมพันธ์

$$\begin{aligned}12 \times 18 &= 6 \times 36 \\ 216 &= 216\end{aligned}$$



บทที่ 5

เลขยกกำลัง (Power)

5.1 ความหมายของเลขยกกำลัง

นิยาม ถ้า a เป็นจำนวนใดๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว

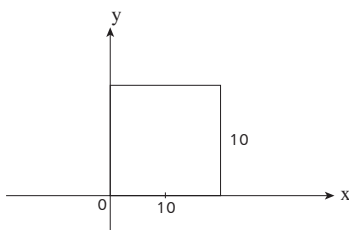
เลขยกกำลัง $\longrightarrow a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$

a^n อ่านว่า a ยกกำลัง n
 a เป็นฐาน (base)
 n เป็นเลขชี้กำลัง (Exponent)

5.1.1 เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเต็มสิบ

	เลขชี้กำลัง	ตัวประกอบ
ฐาน $\longrightarrow$	10^4	$= 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10,000$
	10^3	$= 10 \times 10 \times 10 = 1,000$
	10^2	$= 10 \times 10 = 100$
	10^1	$= 10$
	10^0	$= 1$

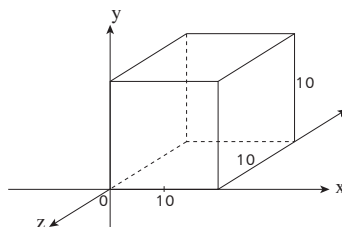
10^2 ยังสามารถใช้แทนพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ โดยดูจากรูป



10^2 อ่านว่า สิบยกกำลังสอง

พื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส $= 10^2$ ตารางหน่วย
เป็นรูปทรงสองมิติ คือ กว้าง $\times$ ยาว หรือ ด้าน $\times$ ด้าน

10^3 ยังสามารถใช้แทน ปริมาตรของรูปทรงลูกบาศก์ได้ด้วยโดยดูจากรูป



10^3 อ่านว่า สิบยกกำลังสาม

ปริมาตรของลูกบาศก์ = 10^3 ลูกบาศก์หน่วย

เป็นรูปทรงสามมิติ คือ กว้าง $\times$ ยาว $\times$ สูง

5.1.2 เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนใด ๆ

ถ้า a เป็นจำนวนใด ๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว $a^n = a$ คูณกับ a จำนวน n ตัว a เป็นจำนวนใด ๆ นั้น แสดงว่า a อาจมีค่าเป็นจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ เศษส่วนทศนิยมได้ทั้งสิ้น ลองพิจารณาตัวอย่างดังนี้

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$$(0.5)^2 = (0.5) \times (0.5)$$

5.2 การดำเนินการของเลขยกกำลัง

การคูณและการหารเลขยกกำลัง

นิยาม ถ้า a เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่เป็นศูนย์ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

$$1. \quad a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2. \quad 2.1) \quad a^m \div a^n = a^{m-n} \quad \text{เมื่อ } m > n$$

$$2.2) \quad a^m \div a^n = 1 \quad \text{เมื่อ } m = n$$

$$2.3) \quad a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}} \quad \text{เมื่อ } m < n$$

$$3. \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$4. \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$5. \quad a^0 = 1$$

5.3 สมบัติอื่นๆ ของเลขยกกำลัง

5.3.1 เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นเลขยกกำลัง

จากเลขยกกำลัง 4^2 เป็นเลขกำลังที่มี 4 เป็นฐาน และ 2 เป็นเลขชี้กำลัง เราอาจเขียน 4 ด้วย 2^2 ดังนั้น 4^2 อาจเขียนแทนด้วย $(2^2)^2$

$(2^2)^2$ เป็นเลขยกกำลังที่มี 2^2 เป็นฐานและ 2 เป็นเลขชี้กำลัง

ข้อสังเกต เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นเลขยกกำลัง

$((-5)^{-2})^{-3}$ เป็นเลขยกกำลังที่มี $(-5)^{-2}$ เป็นฐานและ -3 เป็นเลขชี้กำลัง

$$\begin{aligned} ((-5)^{-2})^{-3} &= \frac{1}{((-5)^{-2})^3} \\ &= \frac{1}{(-5)^{-2} \times (-5)^{-2} \times (-5)^{-2}} \\ &= \frac{1}{(-5)^{(-2)+(-2)+(-2)}} \\ &= \frac{1}{(-5)^{-6}} \quad \text{หรือ} \quad (-5)^6 \end{aligned}$$

เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ m และ n แทนจำนวนเต็ม

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

5.3.2 เลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปการคูณของจำนวนหลาย ๆ จำนวน

จาก $(3 \times 5)^2$ เป็นเลขยกกำลังที่มี 3×5 เป็นฐาน และ 2 เป็นเลขชี้กำลัง

$$\begin{aligned}(3 \times 5)^2 &= (3 \times 5) \times (3 \times 5) \\ &= (3 \times 3) \times (5 \times 5) \\ \text{จะได้} \quad (3 \times 5)^2 &= 3^2 \times 5^2\end{aligned}$$

เมื่อ a และ b แทนจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ และ n แทนจำนวนเต็ม

$$(ab)^n = a^n b^n$$

5.3.3 เลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปการหารของจำนวนหลาย ๆ จำนวน

จาก $\left(\frac{3}{7}\right)^{-3}$ เป็นเลขยกกำลังที่มี $\frac{3}{7}$ เป็นฐานและ -3 เป็นเลขชี้กำลัง

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{7}\right)^{-3} &= \frac{1}{\left(\frac{3}{7}\right)^3} \\ &= \frac{1}{\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7}} \\ &= \frac{1}{\frac{3^3}{7^3}} \\ &= 1 \times \frac{7^3}{3^3} \\ &= \frac{7^3}{3^3} \\ &= \frac{3^{-3}}{7^{-3}} \\ \text{จะได้} \quad \left(\frac{3}{7}\right)^{-3} &= \frac{3^{-3}}{7^{-3}}\end{aligned}$$

เมื่อ a และ b แทนจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ และ n แทนจำนวนเต็ม

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

พิจารณา $(ab)^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็ม

กรณีที่ 1 ถ้า $n = 0$ จะได้

$$(ab)^n = (ab)^0 = 1 = a^0 b^0$$

กรณีที่ 2 ถ้า $n > 0$ จะได้

$$\begin{aligned}(ab)^n &= (ab) \times (ab) \times \dots \times (ab) \\ &= (a.a.a \dots a) (b.b.b \dots b) \\ &= a^n b^n\end{aligned}$$

กรณีที่ 3 ถ้า $n < 0$ จะได้

$$\begin{aligned}(ab)^{-n} &= \frac{1}{(ab)^{|n|}} \\ &= \frac{1}{a^{|n|} b^{|n|}} \\ &= a^{-|n|} b^{-|n|} \\ &= a^{-n} b^{-n}\end{aligned}$$

จากกรณีที่ 3

- หมายเหตุ**
1. เนื่องจาก $n < 0$ ดังนั้น $|n| = n$ หรือ $-|n| = -n$
 2. $|n|$ อ่านว่า absolute n หมายความว่า ค่า n สามารถเป็นได้ทั้งบวกและลบแล้วแต่โจทย์กำหนด จาก 3 กรณีสรุปได้ว่า

$$(ab)^n = a^n b^n \text{ เมื่อ } a, b \neq 0 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนเต็ม}$$

เราทราบว่า $\frac{a}{b} = (ab^{-1})$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{b}\right)^n &= (ab^{-1})^n \\ &= a^n b^{-n} \\ &= \frac{a^n}{b^n} \end{aligned}$$

จึงสรุปเป็นสูตร

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \text{ เมื่อ } a, b \neq 0 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนเต็ม}$$

5.3 กรณีกรณฑ์

$$m\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$$

5.4 การนำไปใช้

ค่าในทางวิทยาศาสตร์ที่มีค่ามากๆ หรือน้อยๆ นิยมเขียนในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม ซึ่งเรียกกันว่า สัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ตัวอย่าง จงเขียนจำนวนให้อยู่ในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$, n เป็นจำนวนเต็ม

1. 3,000,000 = 3×10^6
2. 7,850,000 = 7.85×10^6
3. 0.5×10^2 = $\frac{5}{10} \times 10^2$ = 5×10
4. 0.005×10^4 = $\frac{5}{1,000} \times 10^4$ = 5×10
5. 0.0003×10^6 = $\frac{3}{10^4} \times 10^6$ = 3×10^2
6. 0.000004×10^7 = $\frac{4}{10^6} \times 10^7$ = 4×10

การคิดดอกเบี้ยทบต้น

การฝากเงินไว้กับธนาคารแบบประจำ จะมีการคิดดอกเบี้ยทบต้นในช่วงเวลาที่ตกลงกันได้

$$\text{เงินต้น} + \text{ดอกเบี้ย} = \text{เงินรวม}$$

ตัวอย่าง จงหาเงินรวมของเงินต้น 1,000 บาท ระยะเวลา 3 ปี คิดดอกเบี้ยทบต้น ปีละหนึ่งครั้ง อัตราดอกเบี้ย 7% ต่อปี

เริ่มปีที่ 1 เงินต้น 1,000 บาท ดอกเบี้ย 7%
 สิ้นปีที่ 1 ได้ดอกเบี้ย $\frac{7 \times 1,000}{100}$ หรือ $1,000 \times \frac{7}{100}$ บาท

จะได้เงินรวม $1,000 + (1,000 \times \frac{7}{100}) = 1,000 \times (1 + \frac{7}{100})$ บาท

ดังนั้นสิ้นปีที่ 1 ได้เงินรวม $1,000 + (1,000 \times \frac{7}{100}) = 1,000 \times (1 + \frac{7}{100})$ บาท

เริ่มปีที่ 2 เงินต้น $1,000 \times (1 + \frac{7}{100})$ บาท ดอกเบี้ย 7%

สิ้นปีที่ 2 ได้ดอกเบี้ย $[1,000 \times (1 + \frac{7}{100})] \times \frac{7}{100}$ บาท

$$\begin{aligned}\text{จะได้เงินรวม} & [1,000 \times (1 + \frac{7}{100})] + [1,000 \times (1 + \frac{7}{100})] \times \frac{7}{100} \\ &= [1,000 \times (1 + \frac{7}{100})] \times (1 + \frac{7}{100}) \\ &= 1,000 \times (1 + \frac{7}{100})^2 \quad \text{บาท}\end{aligned}$$

ดังนั้นสิ้นปีที่ 2 ได้เงินรวม $1,000 \times (1 + \frac{7}{100})^2$

เริ่มปีที่ 3 เงินต้น $1,000 \times (1 + \frac{7}{100})^2$ บาท ดอกเบี้ย 7%

สิ้นปีที่ 3 ได้ดอกเบี้ย $[1,000 \times (1 + \frac{7}{100})^2] \times \frac{7}{100}$ บาท

$$\begin{aligned}\text{จะได้เงินรวม} & [1,000 \times (1 + \frac{7}{100})^2] + [1,000 \times (1 + \frac{7}{100})^2 \times \frac{7}{100}] \\ &= 1,000 \times (1 + \frac{7}{100})^2 \times (1 + \frac{7}{100}) \\ &= 1,000 \times (1 + \frac{7}{100})^3\end{aligned}$$

ดังนั้นสิ้นปีที่ 3 ได้เงินรวม $1,000 \times (1 + \frac{7}{100})^3$

$$\begin{aligned}&= 1,000 \times (1.07)^3 \\ &\approx 1225 \quad \text{บาท}\end{aligned}$$

สรุปเป็นสูตรได้ดังนี้

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

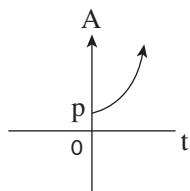
เมื่อ A แทนเงินรวม เมื่อสิ้นปีที่ t

P แทนเงินต้น

r แทนอัตราดอกเบี้ย คิดเป็นร้อยละต่อปี

t แทนเวลาเป็นปี

ความสัมพันธ์ $A = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$ นำมาสร้างกราฟได้ ดังนี้



จากกราฟจะเห็นได้ว่า เมื่อฝากเงินไว้ดอกเบี้ยจะค่อยๆ เพิ่มขึ้นอย่างช้าๆ เมื่อนานเข้าก็จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วได้

บทที่ 6

ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

6.1 จำนวนตรรกยะ

จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$

ตัวอย่าง จำนวนตรรกยะ $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{1}$, $-\frac{1}{5}$, $-\frac{3}{7}$

จำนวนตรรกยะที่เป็นเศษส่วนสามารถเขียนในรูปทศนิยมได้ดังนี้

$$\frac{3}{2} = 1.5$$

$$\frac{3}{4} = 0.75$$

$$\frac{4}{9} = 0.44... \text{ หรือ } 0.\dot{4}$$

จะเห็นว่าทศนิยมที่ได้บางส่วนเป็นทศนิยมซ้ำ

ทศนิยมซ้ำแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ดังนี้

1. ทศนิยมซ้ำศูนย์ เช่น $1.5\dot{0}$; $0.75\dot{0}$ นิยมเขียน 1.5 , 0.75

2. ทศนิยมซ้ำที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำศูนย์ เช่น $0.\dot{4}$, $0.\dot{3}5\dot{1}$

ทศนิยมซ้ำที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำศูนย์สามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้

ตัวอย่าง จงเขียน $2.1\dot{3}2\dot{7}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

วิธีทำ ให้ $N = 2.1327$
ดังนั้น $N = 2.1327327... \quad \dots(1)$

คูณทั้งสองข้างของสมการ 1 ด้วย 10,000 จะได้

$$10,000 N = 21327.327 \quad \dots(2)$$

คูณทั้งสองด้านของสมการ 1 ด้วย 10

$$10 N = 21.\dot{3}2\dot{7}... \quad \dots(3)$$

$$(2) - (3) \text{ ได้ } 9,990 N = 21306 \quad \dots(4)$$

$$N = \frac{21,306}{9,990} \\ = \frac{10,653}{4,995}$$

$$\text{ดังนั้น } 2.1327 = \frac{10,653}{4,995} \quad \text{ตอบ}$$

6.2 จำนวนอตรรกยะ

จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำหรือเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่

$b \neq 0$