

คู่มือเรียนรายวิชา กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์
เพิ่มเติม ตามหลักสูตรแกนกลาง พ.ศ. 2551
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)



ฟิสิกส์

เรียบเรียงโดย

นิรันดร์ สุวรัตน์

กศ.บ. (ฟิสิกส์), ก.ม. (ฟิสิกส์)

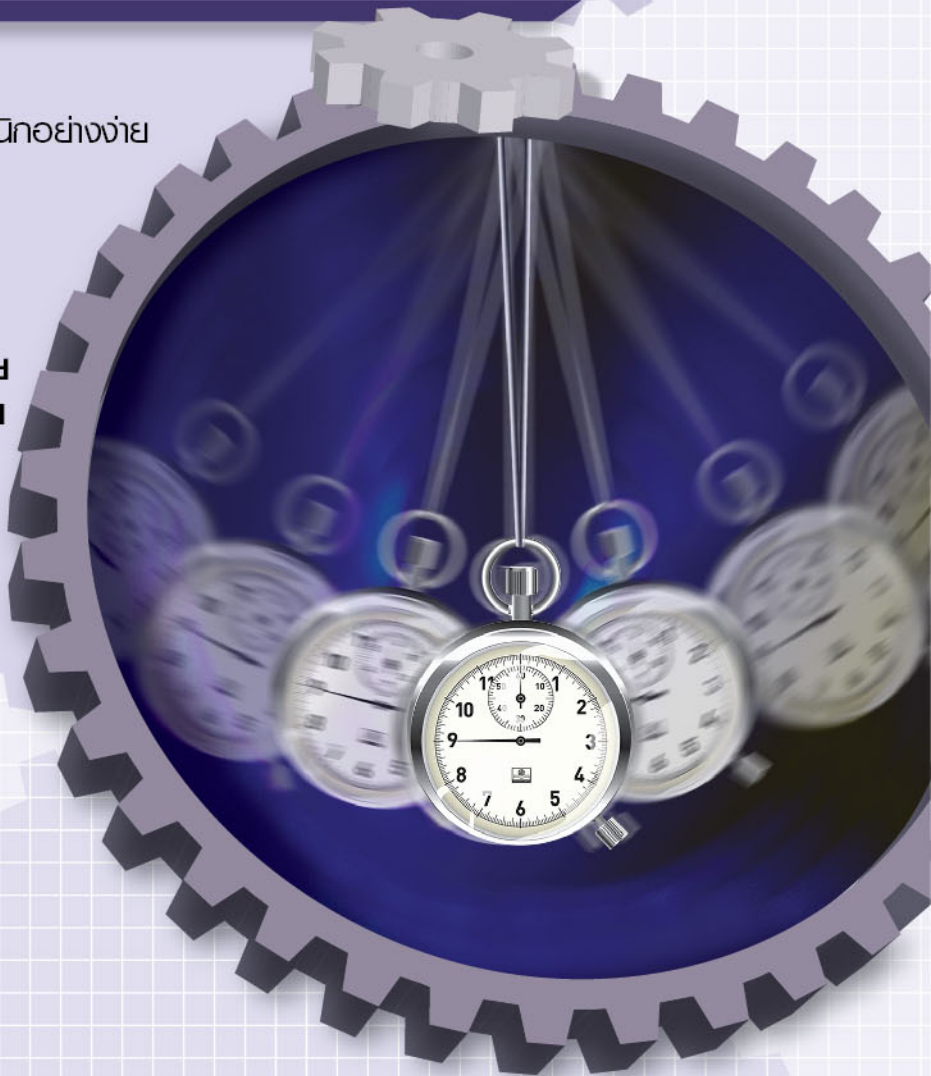
ม.5 เล่ม 3

สรุปเนื้อหาสำคัญ

- การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย
- คลื่น
- แสงเชิงคลื่น
- แสงเชิงรังสี

แบบทดสอบท้ายบท

ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย
พร้อมเฉลยครบถ้วน



คู่มือเรียนรายวิชา กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์
เพิ่มเติม ตามหลักสูตรแกนกลาง พ.ศ. 2551
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)



ฟิสิกส์

เรียบเรียงโดย

นิรันดร์ สุวรรรัตน์

กศ.บ. (ฟิสิกส์), ก.ม. (ฟิสิกส์)

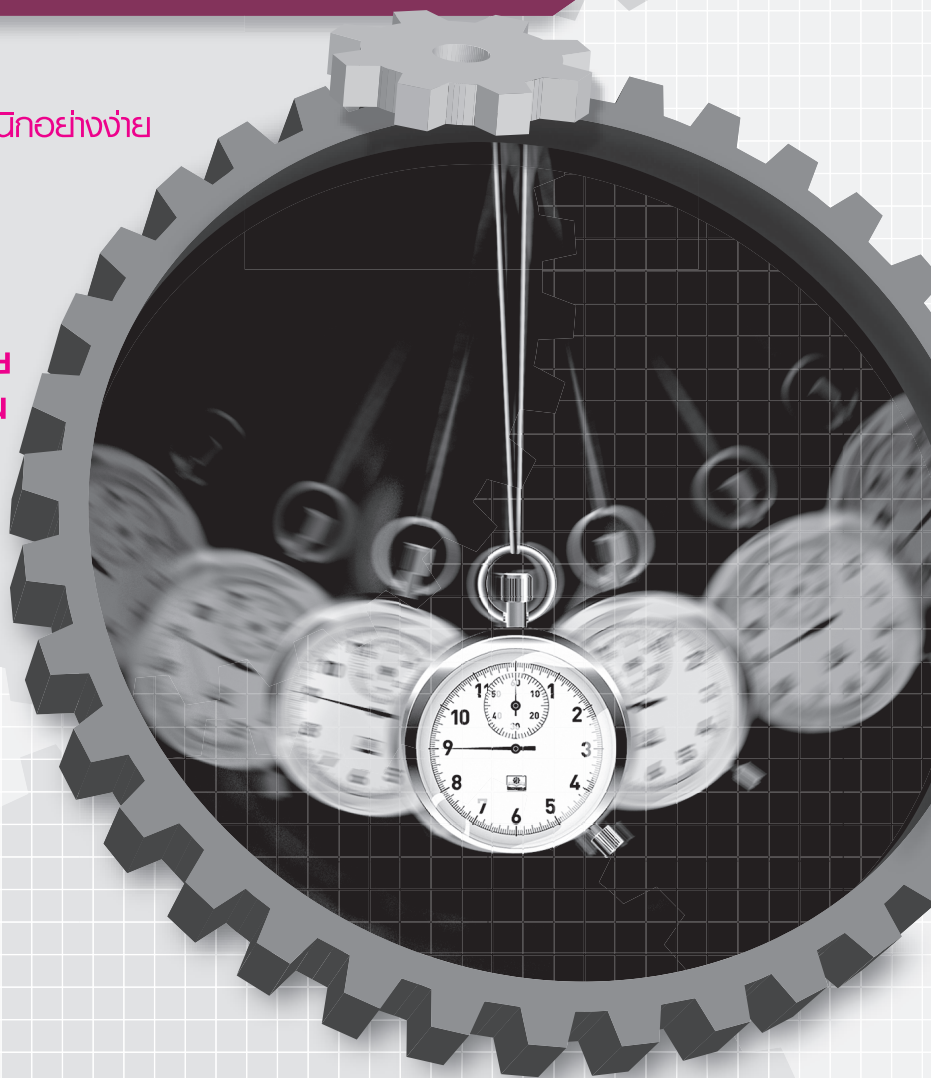
ม.5 เล่ม 3

สรุปเนื้อหาสำคัญ

- การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย
- คลื่น
- แสงเชิงคลื่น
- แสงเชิงรังสี

แบบทดสอบท้ายบท

ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย
พร้อมเฉลยครบถ้วน



สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ (ฉบับเพิ่มเติม) พ.ศ. 2558

คู่มือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม

ฟิสิกส์ ม.5 เล่ม 3

ผู้เรียบเรียง นรินทร์ สุวรรรัตน์

บรรณาธิการ	: อรศรี ไรจน์พจนรัตน์
ผู้ช่วยบรรณาธิการ (วิชาการ)	: ณัฐธินัน ลูกเสือถิรา
ผู้ช่วยบรรณาธิการ (ศิลปกรรม)	: อมรศักดิ์ บุญเรือง
หัวหน้าฝ่ายศิลป์	: อุไรพรรณ บุญเรือง
เรียงพิมพ์	: ยุภาภรณ์ แต่งมณี
รูปเล่ม	: อุไรพรรณ บุญเรือง
พิสูจน์อักษร	: พิรุณนิชา ไบสุวรรณ ณัฏวิทย์ ไรจน์พจนรัตน์
ศิลปกรรม	: ลิทธิพนธ์ สุกุลชัยสิริวิช
ปก	: อมรศักดิ์ บุญเรือง

จัดพิมพ์ : บริษัท สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา จำกัด

12 หม่อมแฝ้ว แยก 3 ถนนพระราม 6 ซอย 41

แขวงสามเสนใน เขตพญาไท กรุงเทพมหานคร 10400

โทร. 02-279-6222 (อัตโนมัติ 15 คู่สาย) โทรสาร 02-279-6203-4

พิมพ์ที่ : บริษัท ธนอักษรการพิมพ์ จำกัด

43/100 หมู่ที่ 5 ซอยเทอดพระเกียรติ 1 ถนนเทอดพระเกียรติ ตำบลวัดชลอ อำเภอบางกรวย จังหวัดนนทบุรี 11130

ผู้พิมพ์/ผู้โฆษณา : นางนงลักษณ์ ธนากุลโรจน์

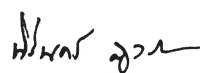
คำนำ

เนื่องด้วยในปี พ.ศ. 2551 กระทรวงศึกษาธิการได้ประกาศให้ใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยวิชาฟิสิกส์จัดอยู่ในกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ และในปี พ.ศ. 2560 ได้มีการปรับปรุงวิชาฟิสิกส์โดยจัดเรียงเนื้อหา สาระใหม่ ในรายวิชาฟิสิกส์ เล่ม 3 เพื่อใช้ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เป็นการศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย, คลื่น, แสงเชิงคลื่น และแสงเชิงรังสี โดยละเอียด ประกอบด้วย

1. เนื้อหาครบสมบูรณ์ครอบคลุม
2. มีตัวอย่างต่อจากทฤษฎีทุกทฤษฎี
3. มีข้อสรุปที่สำคัญเป็นระยะๆ
4. มีการวิเคราะห์โจทย์ตัวอย่าง เพื่อฝึกหัดการวิเคราะห์โจทย์ของนักเรียน ให้ความเข้าใจอย่างถ่องแท้
5. แบบทดสอบตามบทเรียน เพื่อช่วยทบทวนและประเมินตนเอง
6. เฉลยแบบทดสอบอย่างละเอียด
7. ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัยปี 2518 - ปีปัจจุบัน เพื่อให้นักเรียนเห็นแนวข้อสอบ
8. เฉลยข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัยอย่างละเอียด

ผู้เขียนได้อาศัยประสบการณ์จากการสอนฟิสิกส์มากกว่า 30 ปี ทำการเรียบเรียงหนังสือคู่มือ ฟิสิกส์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่ม 3 เล่มนี้ขึ้นมาเพื่อช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาครบตามหลักสูตร และเป็นพื้นฐานในการศึกษาขั้นสูงต่อไป หวังว่านักเรียนที่ได้อ่านและศึกษาจากคู่มือเล่มนี้จะประสบความสำเร็จในการเรียนวิชาฟิสิกส์ต่อไป

ด้วยความปรารถนาดี



(นิรันดร์ สุวรรตน์)

บทที่ 8

การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย 1

8.1	ลักษณะการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย	2
8.2	ปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย	3
8.2.1	การหาการกระจัดของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ในแนวระดับ (x) และในแนวดิ่ง (y)	4
8.2.2	การหาความเร็วของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ในแนวระดับ (V_x) และในแนวดิ่ง (V_y)	5
8.2.3	การหาความเร่งของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ในแนวระดับ (a_x) และในแนวดิ่ง (a_y)	6
8.2.4	การหาอัตราเร็วสูงสุด ($V_{\max}$) และอัตราเร็วเร่งสูงสุด ($a_{\max}$)	7
8.2.5	การหาคาบและความถี่ของการสั่นของวัตถุติดสปริง	7
8.2.6	การแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่าย	8
8.2.7	การหาคาบและความถี่ของการแกว่งแบบลูกตุ้มนาฬิกา	8
8.3	เฟส	9
8.4	ความสัมพันธ์ของกราฟ $y-t$, $v-t$ และ $a-t$ ของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิก อย่างง่าย	10
■	แบบทดสอบบทที่ 8 การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย	27
□	เฉลยแบบทดสอบบทที่ 8 การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย	31
■	ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัยบทที่ 8 การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย	37
□	เฉลยข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัยบทที่ 8 การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย	40

บทที่ 9

คลื่น

43

9.1 การจำแนกคลื่น	43
9.2 การถ่ายโอนพลังงานของคลื่นกล	45
9.3 คลื่นบนเส้นเชือก และคลื่นผิวหน้า	46
9.4 ส่วนประกอบของคลื่น	47
9.5 การบอกตำแหน่งของการเคลื่อนที่แบบคลื่น	57
9.6 ทัศนคลื่น	66
9.7 การซ้อนทับของคลื่น	69
9.8 สมบัติของคลื่น	74
9.8.1 การสะท้อนของคลื่น	74
9.8.2 การหักเหของคลื่น	80
9.8.3 การแทรกสอดของคลื่น	90
9.8.4 คลื่นนิ่ง	99
9.8.5 การสั่นพ้อง	102
9.8.6 การเลี้ยวเบนของคลื่น	106
■ แบบทดสอบ บทที่ 9 คลื่น	115
□ เฉลยแบบทดสอบ บทที่ 9 คลื่น	126
■ ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย บทที่ 9 คลื่น	139
□ เฉลยข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย บทที่ 9 คลื่น	148

บทที่ 10

แสงเชิงคลื่น

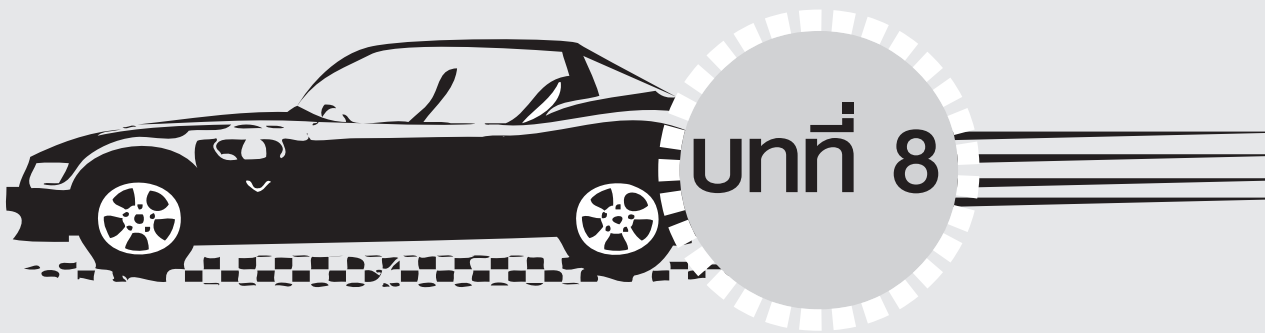
10.1 สมบัติฐานและทฤษฎีของแสง	161
10.2 การแทรกสอด	162
10.3 การเลี้ยวเบนของแสง	173
10.4 เกรตติง	179
10.5 โฟลาไรเซชันของแสงและการกระเจิงของแสง	187
10.6 ปรากฏการณ์เรื้อนกระจก	191
■ แบบทดสอบบทที่ 10 แสงเชิงคลื่น	192
□ เฉลยแบบทดสอบบทที่ 10 แสงเชิงคลื่น	196
■ ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัยบทที่ 10 แสงเชิงคลื่น	203
□ เฉลยข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัยบทที่ 10 แสงเชิงคลื่น	209

บทที่ 11

แสงเชิงรังสี 220

- 11.1 การเคลื่อนที่ของแสงและการเกิดเงา 220
- 11.2 การสะท้อนแสง 223
- 11.3 การหักเหของแสง 249
- 11.4 การหักเหของแสงเมื่อผ่านเลนส์บาง 263
- 11.5 ปรากฏการณ์ที่เกี่ยวกับแสง 279
- 11.6 ทัศนอุปกรณ์ 281
- 11.7 ความสว่าง 289
- 11.8 ตาและการมองเห็นสี 291
- 11.9 สี 294
- แบบทดสอบบทที่ 11 แสงเชิงรังสี 298
- เฉลยแบบทดสอบบทที่ 11 แสงเชิงรังสี 314
- ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัยบทที่ 11 แสงเชิงรังสี 341
- เฉลยข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัยบทที่ 11 แสงเชิงรังสี 351





การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

จากการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุ เราได้ศึกษาการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง การเคลื่อนที่ในแนวโค้ง (โพรเจกไทล์และวงกลม)มาแล้ว ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการเคลื่อนที่แบบสั่นและแบบแกว่งแบบที่ง่ายที่สุด เรียกว่า การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย (Simple harmonic motion)

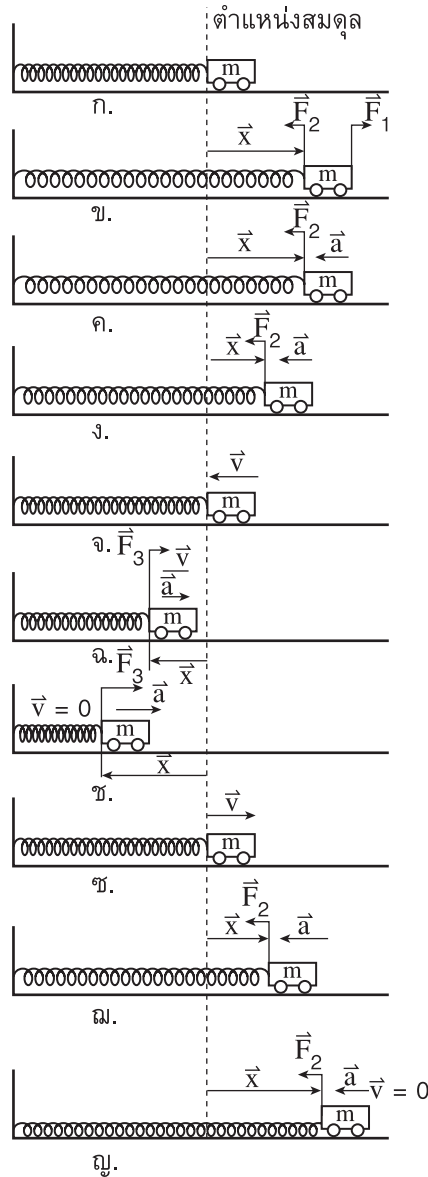
8.1 ลักษณะการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

จากการพิจารณาเมื่อนำปลายข้างหนึ่งของสปริงยึดติดกับรถทดลอง ส่วนปลายอีกข้างหนึ่งยึดแน่นกับผนัง โดยรถทดลองวางบนพื้นราบซึ่งไม่มีแรงเสียดทาน จัดให้สปริงขนานกับพื้น ดังรูป 8.1 ก. ตำแหน่งเริ่มต้นเมื่อสปริงยังไม่ยืดหรือหด เรียกตำแหน่งนี้ว่า **ตำแหน่งสมดุล**

ออกแรง $\vec{F}_1$ ดึงรถทดลองเพื่อให้สปริงยืดออกจากตำแหน่งเริ่มต้นไปทางขวาเป็นระยะ x ดังรูป 8.1 ข. x เป็นการกระจัดของรถทดลอง มีทิศจากตำแหน่งสมดุลไปยังรถทดลอง

เมื่อปล่อยมือแรง $\vec{F}_1$ จะหมดไป เหลือแรง $\vec{F}_2$ ซึ่งเป็นแรงดึงกลับ (restoring force) เนื่องจากสปริงทำให้อัตราการเคลื่อนที่ของรถทดลองเปลี่ยนไปทางซ้ายด้วยความเร่ง ดังรูป 8.1 ค. เข้าหาตำแหน่งสมดุล การกระจัดลดลงเรื่อยๆ จนกระทั่งเป็นศูนย์ เมื่อผ่าน **ตำแหน่งสมดุล** ดังรูป 8.1 จ. ซึ่ง ณ ตำแหน่งสมดุล รถทดลองมีความเร็วสูงสุดและมีทิศไปทางซ้าย พร้อมกับอัดสปริงให้หดสั้นเข้า สปริงจะออกแรง $\vec{F}_3$ ด้านการเคลื่อนที่ ทำให้ความเร็วของรถทดลองลดลงเรื่อยๆ จนกระทั่งความเร็วเป็นศูนย์ เมื่อเคลื่อนที่ไปถึงจุดซ้ายสุด (จุดปลาย) ดังรูป 8.1 ช.

หลังจากรถทดลองมีความเร็วเป็นศูนย์แรง $\vec{F}_3$ จะดันรถทดลองให้เคลื่อนที่กลับไปทางขวาเข้าหาตำแหน่งสมดุลด้วยความเร่ง การกระจัดจะลดลงจนเป็นศูนย์เมื่อถึงตำแหน่งสมดุล ดังรูป 8.1 ซ. ณ ตำแหน่งนี้รถทดลองจะมีความเร็วสูงสุดไปทางขวา หลังจากนั้นสปริงจะยืดออก ทำให้เกิดแรงดึงในสปริง $\vec{F}_4$ ด้านการเคลื่อนที่ของรถทดลอง ทำให้อัตราการเคลื่อนที่ของรถทดลองที่ช้าลงจนความเร็วเป็นศูนย์ เมื่อเคลื่อนที่ถึงตำแหน่งขวาสุด (จุดปลาย) ดังรูป 8.1 ฅ.



รูป 8.1 การเคลื่อนที่แบบสั่นของรถทดลองที่ติดกับปลายลวดสปริง

จากนั้นลวดสปริงจะดึงรถทดลองกลับไปกลับมาซ้ำทางเดิม เรียกการเคลื่อนที่ลักษณะนี้ว่า **การเคลื่อนที่แบบสั่น (oscillatory motion)** นอกจากนี้เราอาจเรียกการเคลื่อนที่ของวัตถุกลับไปกลับมาซ้ำรอยเดิมว่า **การเคลื่อนที่แบบพริวดิก (periodic motion)** เช่น การเคลื่อนที่แบบสั่น, การแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกา เป็นต้น

จากการศึกษาการเคลื่อนที่แบบสั่นของรถทดลอง เมื่อไม่มีแรงเสียดทานภายนอกมากระทำต่อรถทดลอง รถทดลองจะ**เคลื่อนที่กลับไปกลับมาตลอดไป**ด้วยแรงจากขดลวดสปริงเพียงแรงเดียว



ให้ $\vec{F}$ เป็นแรงที่ลวดสปริงกระทำต่อรถทดลอง ณ ตำแหน่งที่การกระจัดของรถทดลองเท่ากับ $\vec{x}$ จะได้ว่า

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

และ $\vec{F} = m\vec{a}$ (กฎการเคลื่อนที่ข้อสองของนิวตัน)

ดังนั้น $m\vec{a} = -k\vec{x}$

หรือ $\vec{a} = -\frac{k}{m}\vec{x} \quad \dots (8.1)$

จากสมการ 8.1 แสดงว่า **ความเร่งมีขนาดแปรผันตรงกับขนาดของการกระจัดแต่มีทิศตรงข้าม** เราอาจเรียกการเคลื่อนที่แบบนี้ว่า **การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายหรือฮาร์มอนิกอย่างง่าย (simple harmonic motion)** การใช้คำว่าอย่างง่ายเพราะการเคลื่อนที่แบบนี้บรรยายได้ด้วยฟังก์ชันไซน์และมีความถี่เดียว ซึ่งจะได้ศึกษาต่อไป

8.2 ปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

1. **แอมพลิจูด (A)** คือ ขนาดของการกระจัดของวัตถุที่วัดจากตำแหน่งสมดุลถึงจุดปลายทั้งสองข้าง ซึ่งมีความมากที่สุดและมีความที่เสมอ
2. **คาบ (T)** คือ ช่วงเวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ครบหนึ่งรอบ มีหน่วยเป็นวินาทีต่อรอบหรือวินาที
3. **ความถี่ (f)** คือ จำนวนรอบที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในหนึ่งหน่วยเวลา มีหน่วยเป็นรอบต่อวินาที หรือ เฮิรตซ์ (Hz)

4. ณ ตำแหน่งจุดปลาย $\vec{v} = 0$ (หยุดชั่วขณะ)

$\vec{x}$ มีค่ามากที่สุด

$\vec{F}$ มีค่ามากที่สุด ($F = kx$)

$\vec{a}$ มีค่ามากที่สุด ($F = ma$)

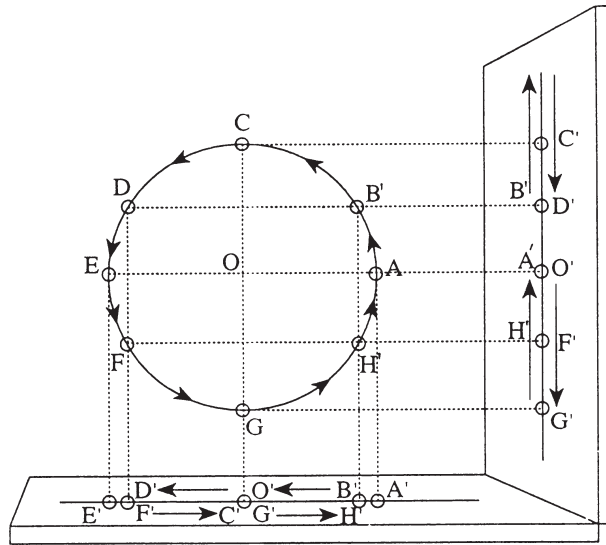
5. ณ ตำแหน่งสมดุล $\vec{x} = 0$

$\vec{F} = 0$

$\vec{a} = 0$

$\vec{v}$ มีค่ามากที่สุด

เนื่องจากการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายกับการเคลื่อนที่ในแนววงกลมมีลักษณะคล้ายกันคือเคลื่อนที่ช้าลงเมื่อเคลื่อนที่ครบรอบ ดังนั้นในการพิจารณาหาปริมาณต่างๆ ของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย จะพิจารณาจากเงาของอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบตั้งด้วยอัตราเร็วคงที่ เงาของอนุภาคบนฉากซึ่งวางในแนวนอนและในแนวตั้งจะเคลื่อนที่กลับไปกลับมาในแนวตรงตามแนวระดับและแนวตั้ง ดังรูป 8.2



รูป 8.2 แสดงการเคลื่อนที่ของวงกลมในแนวระดับและแนวตั้ง

จากรูป 8.2 เมื่ออนุภาคเคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี R ด้วยอัตราเร็ว (v) คงตัวรอบจุดศูนย์กลาง O จะได้ว่าอัตราเร็วเชิงมุม (ω), คาบ (T) และความถี่ (f) มีค่าคงตัวด้วย เมื่อพิจารณาเงาของอนุภาคซึ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย มี O' เป็นจุดสมดุลมีแอมพลิจูด (A) เท่ากับ R มีคาบ (T) และความถี่ (f) เท่ากับการเคลื่อนที่ของอนุภาคแนววงกลม

การหาปริมาณต่างๆ ของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย เช่น การกระจัด, ความเร็ว และ ความเร่งของอนุภาค ณ ตำแหน่งต่างๆ เมื่อเวลาผ่านไป t ทั้งในแนวระดับและแนวตั้ง สามารถหาได้โดยใช้ความรู้เรื่องการเคลื่อนที่ในแนววงกลม ดังนี้

เมื่อเวลาผ่านไป t ให้อนุภาคเคลื่อนที่ในแนวส่วนโค้งของวงกลมจากตำแหน่ง A ไปอยู่ที่ตำแหน่ง B ทำมุมที่จุดศูนย์กลาง θ ซึ่งเท่ากับ ωt ดังรูป 8.3

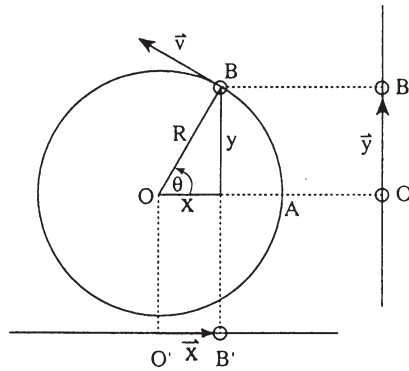
8.2.1 การหาการกระจัดของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายในแนวระดับ (x) และในแนวตั้ง (y)

$$\text{จากรูป } x = R \cos \theta$$

$$x = A \cos \omega t \quad \dots (8.2)$$

$$\text{และ } y = R \sin \theta$$

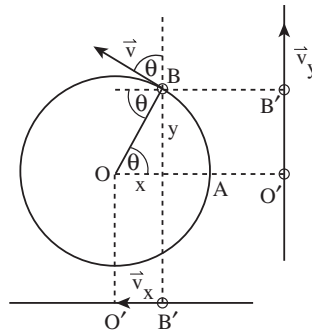
$$y = A \sin \omega t \quad \dots (8.3)$$



รูป 8.3 การกระจัดของเงาวัตถุจากจุดสมมติ O' ในแนวระดับและในแนวดิ่ง

8.2.2 การหาความเร็วของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายในแนวระดับ (v_x) และในแนวดิ่ง (v_y)

พิจารณาความเร็วของเงาของอนุภาค จากรูป 8.4 ณ ตำแหน่ง B มีขนาด v ซึ่งเท่ากับ ωR หรือ ωA สามารถหาขนาดของความเร็วของเงาของอนุภาคในแนวระดับและแนวดิ่งได้ ดังนี้



รูป 8.4 แสดงขนาดและทิศความเร็วของเงาของอนุภาคในแนวระดับและแนวดิ่ง

การหา v_x และ v_y

จากรูป $v_x = -v \sin \theta$

$$v_x = -\omega A \sin \omega t \quad \dots (8.4)$$

และ $v_y = v \cos \theta$

$$v_y = \omega A \cos \omega t \quad \dots (8.5)$$

จาก $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$$

และ $\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$

แทนค่า $\sin\theta$, $\cos\theta$ ในสมการ (8.4), (8.5)

$$\begin{aligned}\text{ได้ว่า } v_x &= \omega A \sqrt{1 - \cos^2 \omega t} \\ &= \omega \sqrt{A^2 - A^2 \cos^2 \omega t}\end{aligned}$$

$$v_x = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} \quad \dots (8.6)$$

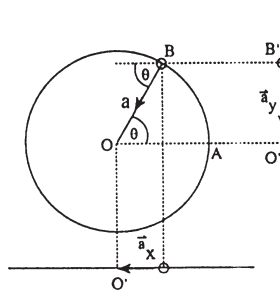
$$\begin{aligned}\text{และ } v_y &= \omega A \sqrt{1 - \sin^2 \omega t} \\ &= \omega \sqrt{A^2 - A^2 \sin^2 \omega t}\end{aligned}$$

$$v_y = \pm \omega \sqrt{A^2 - y^2} \quad \dots (8.7)$$

จาก (8.6) และ (8.7) เครื่องหมาย $\pm$ หมายความว่า ณ ตำแหน่งหนึ่งๆ อนุภาคมีการเคลื่อนที่ไปและกลับ

8.2.3 การหาความเร่งของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ในแนวระดับ (a_x) และในแนวดิ่ง (a_y)

พิจารณาความเร่งของเงาของอนุภาค จากรูป 8.5 ณ ตำแหน่ง B มีขนาด a ซึ่งเท่ากับ $\omega^2 R$ หรือ $\omega^2 A$ สามารถหาขนาดของความเร่งของเงาของอนุภาคในแนวระดับและแนวดิ่งได้ ดังนี้



รูป 8.5 แสดงขนาดและทิศความเร่งของเงาของอนุภาคในแนวระดับและแนวดิ่ง

จากรูป $a_x = -a \cos\theta$

$$a_x = -\omega^2 A \cos\omega t \quad \dots (8.8)$$

หรือ $a_x = -\omega^2 x \quad \dots (8.9)$

และ $a_y = -a \sin\theta$

$$a_y = -\omega^2 A \sin\omega t \quad \dots (8.10)$$

หรือ $a_y = -\omega^2 y \quad \dots (8.11)$



จากสมการที่ได้ออกมาเครื่องหมายมีค่าติดลบ (-) หมายความว่า ณ ตำแหน่ง B ความเร่ง a มีทิศตรงข้ามกับการกระจัด x และ y

การกำหนดเครื่องหมายแทนทิศของการกระจัด ความเร็วและความเร่ง

แนวระดับ (x) ทิศชี้ทางขวา มีเครื่องหมายบวก (+) ทิศชี้ทางซ้ายมีเครื่องหมายลบ (-)

แนวตั้ง (y) ทิศชี้ขึ้นมีเครื่องหมายบวก (+) ทิศชี้ลงมีเครื่องหมายลบ (-)

8.2.4 การหาอัตราเร็วสูงสุด ($v_{\max}$) และอัตราเร่งสูงสุด ($a_{\max}$)

$$\text{จาก} \quad v = \omega \sqrt{A^2 - y^2}$$

ณ ตำแหน่งสมดุล $y = 0, v$ มีค่ามากที่สุด

$$\text{ได้ว่า} \quad v = \omega \sqrt{A^2 - 0}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \boxed{v_{\max} = \omega A} \quad \dots (8.12)$$

$$\text{จาก} \quad a = \omega^2 y$$

ณ ตำแหน่งไกลสุด y มากสุดเท่ากับ A a มีค่ามากที่สุด

$$\text{ได้ว่า} \quad \boxed{a_{\max} = \omega^2 A} \quad \dots (8.13)$$

8.2.5 การหาคาบและความถี่ของการสั่นของวัตถุที่ติดสปริง

$$\text{จาก (8.1)} \quad a = -\frac{k}{m} x$$

$$\text{และ (8.9)} \quad a = -\omega^2 x$$

$$\text{ได้ว่า} \quad \omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} \quad \dots (8.14)$$

$$\text{จาก} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}} \quad \dots (8.15)$$

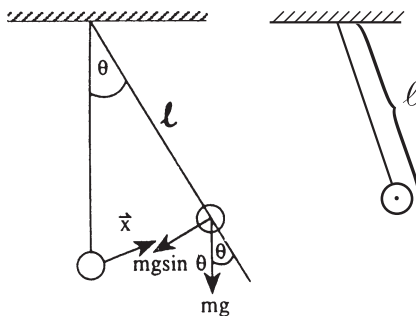
$$\text{จาก} \quad f = \frac{1}{T}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \boxed{f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}} \quad \dots (8.16)$$

สรุปจากสมการ T และ f ที่ได้แสดงว่า คาบ (T) และความถี่ (f) ของวัตถุที่ติดกับสปริงขึ้นอยู่กับมวล (m) และค่าคงตัวของสปริง (k)

8.2.6 การแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่าย

พิจารณาจากรูป 8.6 เป็นการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกา (simple pendulum) ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย อีกลักษณะหนึ่งโดยนำวัตถุมวล m ผูกเชือกยาว l เมื่อวัตถุแกว่งเป็นมุมแคบๆ (θ มีค่าน้อยๆ) ซึ่งถือได้ว่าแรงลัพธ์ที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่มีทิศทางขนานกับเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุ และส่วนโค้งของวงกลมจากตำแหน่งสมดุลถึงตำแหน่งต่างๆ ของวัตถุเป็นเส้นตรง



รูป 8.6 การแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกา

ให้ θ เป็นมุมที่เส้นเชือกทำกับแนวดิ่ง ($\theta \ll 1$)

$\vec{x}$ เป็นการกระจัดของวัตถุจากตำแหน่งสมดุล

$\vec{F}$ เป็นแรงดึงกลับ

$$\text{จาก } \vec{F} = m\vec{a} \quad \dots (1)$$

$$\text{และ } \vec{F} = -mg\sin\theta \quad \dots (2)$$

$$(1) = (2) \quad \vec{a} = -g\sin\theta \quad (\theta = \frac{x}{l})$$

$$\text{ได้ว่า } a = -g\frac{x}{l} \quad \dots (3)$$

$$\text{จาก (8.9)} \quad a = -\omega^2 x$$

$$\text{ได้ว่า } \omega^2 = \frac{g}{l}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad \dots (8.17)$$

8.2.7 การหาคาบและความถี่ของการแกว่งแบบลูกตุ้มนาฬิกา

$$\text{จาก } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\text{และ } \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\text{ได้ว่า } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \dots (8.18)$$

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad f &= \frac{1}{T} \\ \text{ดังนั้น} \quad f &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}} \quad \dots (8.19) \end{aligned}$$

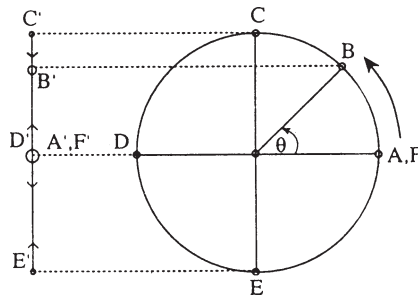
สรุป จากสมการ T และ f ที่ได้ แสดงว่า คาบ (T) และความถี่ (f) ของการแกว่งแบบลูกตุ้มนาฬิกาขึ้นอยู่กับความยาวสายแขวน (ℓ) และค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง (g) เท่านั้น

8.3 เฟส (Phase)

เฟส เป็นคำที่ใช้สำหรับบอกตำแหน่งการเคลื่อนที่ที่มีลักษณะเป็นรอบ ๆ เช่น การเคลื่อนที่แบบวงกลม, แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย และแบบคลื่น โดยในการบอกตำแหน่งจะดูความสัมพันธ์ของการกระจัดของการเคลื่อนที่กับมุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลม, **การบอกค่าของเฟสบอกเป็นองศา หรือเรเดียน**

การบอกตำแหน่งของการเคลื่อนที่แบบวงกลม และแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย (แบบสั้น)

กำหนดให้อนุภาคเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบตั้งด้วยอัตราเร็วคงที่แล้วพิจารณา เงามของอนุภาคนี้ในแนวตั้ง พบว่าเงาจะเคลื่อนที่กลับไปกลับมา ซึ่งเรียกว่า การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย (SHM.) ตามแนว y ดังรูป 8.7



รูป 8.7 แสดงเฟสของการเคลื่อนที่แบบวงกลมและแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

จากรูป 8.7 เมื่ออนุภาคเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบตั้ง $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F$ ครบรอบพอดี เงามของอนุภาคนี้ในแนวตั้งก็จะเคลื่อนที่กลับไปกลับมาในแนวตั้งครบรอบด้วยเช่นกัน การบอกตำแหน่งของอนุภาคที่มีการเคลื่อนที่ในรูป 8.7 สามารถบอกโดยใช้มุมในหน่วยองศาหรือเรเดียน ซึ่งเรียกว่า **เฟส** โดยมีหลักดังนี้

(1) กรณีการเคลื่อนที่แบบวงกลม

- | | |
|---|---|
| A มีเฟส 0° หรือ 0 เรเดียน | B มีเฟส θ |
| C มีเฟส 90° หรือ $\frac{\pi}{2}$ เรเดียน | D มีเฟส 180° หรือ π เรเดียน |
| E มีเฟส 270° หรือ $\frac{3\pi}{2}$ เรเดียน | F มีเฟส 360° หรือ 2π เรเดียน |

(2) กรณีการเคลื่อนที่แบบสั่น

- A' มีเฟส 0° หรือ 0 เรเดียน (เมื่ออนุภาคกำลังสั่นขึ้นจากแนวสมดุล)
 B' มีเฟส θ (เมื่ออนุภาคกำลังสั่นขึ้นเหนือแนวสมดุล)
 C' มีเฟส 90° หรือ $\frac{\pi}{2}$ เรเดียน (เมื่ออนุภาคอยู่ที่ตำแหน่งสูงสุดเหนือแนวสมดุล)
 D' มีเฟส 180° หรือ π เรเดียน (เมื่ออนุภาคกำลังสั่นลงจากแนวสมดุล)
 E' มีเฟส 270° หรือ $\frac{3\pi}{2}$ เรเดียน (เมื่ออนุภาคอยู่ที่ตำแหน่งต่ำสุดใต้แนวสมดุล)
 F' มีเฟส 360° หรือ 2π เรเดียน (เมื่ออนุภาคกำลังสั่นขึ้นจากแนวสมดุล)

(3) เฟสตรงกัน (Inphase)

กรณีวัตถุเคลื่อนที่ในแนววงกลมช้ารอบเดิม เมื่อวัตถุเคลื่อนที่มาถึงจุด ๆ หนึ่งแต่คนละรอบ ณ จุดนั้น ๆ ถือว่ามี **เฟสตรงกัน** เช่น จากรูป 8.7 A กับ F มีเฟสตรงกัน ทำนองเดียวกันกรณีวัตถุเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย จุด A' กับ F' มีเฟสตรงกัน ดังนั้น ณ ตำแหน่งใด ๆ 2 ตำแหน่ง ที่มีเฟสต่างกัน $2\pi, 4\pi, \dots$ เรเดียน ถือว่าเป็นตำแหน่งที่มีเฟสตรงกัน

(4) เฟสตรงข้ามกัน (Out of phase)

กรณีวัตถุเคลื่อนที่แบบวงกลมช้ารอบเดิม เมื่อวัตถุเคลื่อนที่มาถึงจุด 2 จุด ซึ่งอยู่คนละด้านของเส้นผ่านศูนย์กลางเดียวกัน ถือว่าจุด 2 จุดนั้น มี**เฟสตรงข้ามกัน** เช่น จากรูป 8.7 A กับ D มีเฟสตรงข้ามกัน ทำนองเดียวกันกรณีวัตถุเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย จุด A' กับ D' มีเฟสตรงข้ามกัน ดังนั้น ณ ตำแหน่งใด ๆ 2 ตำแหน่ง ที่มีเฟสต่างกัน $\pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ เรเดียน ถือว่าเป็นตำแหน่งที่มีเฟสตรงข้ามกัน

8.4 ความสัมพันธ์ของกราฟ $y - t$, $v - t$ และ $a - t$ ของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

จากสมการ (8.3), (8.5) และ (8.10) ใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัด ความเร็ว ความเร่ง เทียบกับเวลาของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายของวัตถุโดย

$$y = A \sin \omega t \quad \dots (1)$$

และ $v = \omega A \cos \omega t$

หรือ $v = \omega A \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$

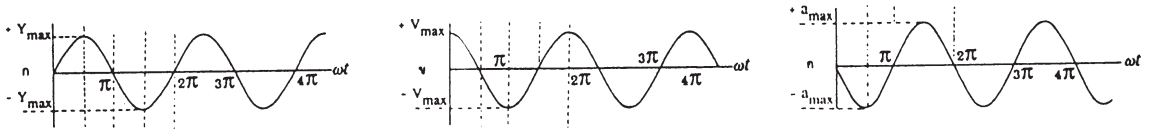
หรือ $v = v_{\max} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad \dots (2)$

และ $a = -\omega^2 A \sin \omega t$

หรือ $a = \omega^2 A \sin \left(\omega t + \pi \right)$

หรือ $a = a_{\max} \sin \left(\omega t + \pi \right) \quad \dots (3)$

จากสมการทั้งสามพบว่ามีความสัมพันธ์กันเป็นฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์ โดยความเร่งมีเฟสนำหน้าความเร็วอยู่ $\frac{\pi}{2}$ เรเดียน และความเร็วมีเฟสนำหน้าการกระจัดอยู่ $\frac{\pi}{2}$ เรเดียน หรือ ความเร่งมีเฟสนำหน้าการกระจัดอยู่ π เรเดียน หรือ กล่าวได้ว่า **ความเร่งมีเฟสตรงข้ามกับการกระจัด** ซึ่งเขียนเป็นกราฟได้ดังรูป 8.8



รูป 8.8 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง y กับ ωt , v กับ ωt และ a กับ ωt

จากสมการ (1), (2) และ (3) ซึ่งอธิบายด้วยกราฟรูป 8.8 อาจเขียนสมการใหม่ได้ว่า

$$y = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$v = v_{\max} \sin(\omega t + \phi)$$

$$a = a_{\max} \sin(\omega t + \phi)$$

Ø เรียกว่ามุมเฟสเริ่มต้น

สมการ $y - t$ มี $\phi = 0$

สมการ $v - t$ มี $\phi = \frac{\pi}{2}$

สมการ $a - t$ มี $\phi = \pi$

สรุปการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย (SHM)

1. เป็นการเคลื่อนที่แบบสั่นหรือแกว่งกลับไปกลับมาซ้ำรอยเดิม โดยมีการกระจัดสูงสุดจากแนวสมดุล (แอมพลิจูด) คงที่
2. เป็นการเคลื่อนที่ที่มีความเร่งและแรงมีขนาดแปรโดยตรงกับขนาดของการกระจัด แต่มีทิศทางตรงข้ามกันเสมอ (แรงและความเร่งมีทิศพุ่งเข้าหาจุดสมดุล แต่การกระจัดมีทิศพุ่งออกจากจุดสมดุล)
3. ณ ตำแหน่งสมดุล $x = 0$, $F = 0$, $a = 0$ แต่ v มีค่าสูงสุด
4. ณ ตำแหน่งปลาย (ไกลสุด) x , F , a มีค่ามากที่สุดแต่ $v = 0$
5. สมการการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

พิจารณาในแนวระดับ (x)

1. $x = A \cos \omega t$
2. $v = -\omega A \sin \omega t$
3. $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$
4. $a = -\omega^2 A \cos \omega t$
5. $a = -\omega^2 x$
6. $v_{\max} = \omega A$ (ออกสอบบ่อยๆ)
7. $a_{\max} = \omega^2 A$ (ออกสอบบ่อยๆ)

พิจารณาในแนวตั้ง (y)

1. $y = A \sin \omega t$
2. $v = \omega A \cos \omega t$
3. $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - y^2}$
4. $a = -\omega^2 A \sin \omega t$
5. $a = -\omega^2 y$

6. กรณีที่มุมเฟสเริ่มต้นไม่เป็นศูนย์ สมการความสัมพันธ์ของการกระจัดความเร็ว และความเร่งกับเวลาอาจเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned} 1. \quad x &= A \cos(\omega t + \phi) & \text{และ} & \quad y = A \sin(\omega t + \phi) \\ 2. \quad v_x &= -\omega A \sin(\omega t + \phi) & \text{และ} & \quad v_y = \omega A \cos(\omega t + \phi) \\ 3. \quad a_x &= -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) & \text{และ} & \quad a_y = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

7. SHM แบบสปริง และแบบลูกตุ้มนาฬิกา (ออกสอบบ่อยๆ)

	อัตราเร็วเชิงมุม (ω)	คาบเวลา (T)	ความถี่ (f)
สปริง	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$
ลูกตุ้ม	$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$	$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

1. อนุภาคมวล 0.1 กรัม เคลื่อนที่แบบ SHM ในระนาบตั้งด้วยความถี่ 50 เฮิรตซ์ และมีแอมพลิจูด 1.0 เซนติเมตร โดยมีเฟสเริ่มต้นเป็นศูนย์ จงหา

- | | |
|--------------------------------------|--|
| ก. อัตราเร็วเชิงมุม | ข. การกระจัดที่เวลา t ใดๆ |
| ค. ความเร็วที่เวลา t ใดๆ | ง. การกระจัดที่เวลา 0.01 วินาที |
| จ. ความเร็วที่เวลา 0.01 วินาที | ฉ. อัตราเร็วที่ตำแหน่ง 0.5 เซนติเมตรจากสมดุล |
| ช. อัตราเร่งที่ตำแหน่ง 0.5 เซนติเมตร | ซ. อัตราเร็วสูงสุด |
| ณ. อัตราเร่งสูงสุด | ญ. แรงกระทำต่ออนุภาคสูงสุด |

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $m = 0.1 \times 10^{-3} \text{ kg}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $A = 10^{-2} \text{ m}$

$$\begin{aligned} \text{ก. หา } \omega, \text{ จาก } \omega &= 2\pi f \\ &= 2\pi (50) \\ \therefore \omega &= 100\pi \text{ rad/s} \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราเร็วเชิงมุมมีค่า 100π เรเดียนต่อวินาที

ข. หา y ที่ t ใดๆ

$$\begin{aligned} \text{จาก } y &= A \sin \omega t \\ \therefore y &= 10^{-2} \sin 100\pi t \end{aligned}$$

ดังนั้น การกระจัดที่เวลา t ใดๆ มีค่า $y = 10^{-2} \sin 100\pi t$

ค. หา v ที่ t ใดๆ

$$\begin{aligned} \text{จาก } v &= \omega A \cos \omega t \\ &= 100\pi (10^{-2}) \cos 100\pi t \\ \therefore v &= \pi \cos 100\pi t \end{aligned}$$

ดังนั้น ความเร็วที่เวลา t ใดๆ มีค่า $v = \pi \cos 100\pi t$

ง. หา y เมื่อ $t = 0.01$ s

$$\begin{aligned}\text{จาก } y &= 10^{-2} \sin 100\pi t \\ &= 10^{-2} \sin 100\pi (0.01)\end{aligned}$$

$$\therefore y = 0$$

ดังนั้น การกระจัดที่เวลา 0.01 วินาที มีค่าศูนย์

จ. หา v เมื่อ $t = 0.01$ s

$$\begin{aligned}\text{จาก } v &= \pi \cos 100\pi t \\ &= \pi \cos 100\pi (0.01)\end{aligned}$$

$$\therefore v = -\pi \text{ m/s}$$

ดังนั้น ความเร็วที่เวลา 0.01 วินาที มีค่า π เมตรต่อวินาที มีทิศไปลง

ฉ. หา v เมื่อ $y = 0.5 \times 10^{-2}$ m

$$\begin{aligned}\text{จาก } v &= \omega \sqrt{A^2 - y^2} \\ &= 100\pi \sqrt{(10^{-2})^2 - (0.5 \times 10^{-2})^2}\end{aligned}$$

$$\therefore v = 0.87 \pi \text{ m/s}$$

ดังนั้น อัตราเร็วที่ตำแหน่ง 0.5 เซนติเมตร จากสมมูลมีค่า 0.87π เมตรต่อวินาที

ช. หา a เมื่อ $y = 0.5 \times 10^{-2}$ m

$$\begin{aligned}\text{จาก } a &= \omega^2 y \\ &= (100 \pi)^2 0.5 \times 10^{-2}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 50 \pi^2 \text{ m/s}^2$$

ดังนั้น อัตราเร่งที่ตำแหน่ง 0.5 เซนติเมตร จากสมมูลมีค่า $50 \pi^2$ เมตรต่อวินาที²

ซ. หา $v_{\max}$; จาก $v_{\max} = \omega A$

$$= 100 \pi (10^{-2})$$

$$\therefore v_{\max} = \pi \text{ m/s}$$

ดังนั้น อัตราเร็วสูงสุดมีค่า π เมตรต่อวินาที

ฅ. หา $a_{\max}$; จาก $a_{\max} = \omega^2 A$

$$= (100 \pi)^2 10^{-2}$$

$$\therefore a_{\max} = 100 \pi^2 \text{ m/s}^2$$

ดังนั้น อัตราเร่งสูงสุดมีค่า $100 \pi^2$ เมตรต่อวินาที²

ญ. หา $F_{\max}$; จาก $F_{\max} = m a_{\max}$

$$= 0.1 \times 10^{-3} 100 \pi^2$$

$$\therefore F_{\max} = 10^{-2} \pi^2 \text{ N.}$$

ดังนั้น แรงกระทำต่ออนุภาคสูงสุดมีค่า $10^{-2} \pi^2$ นิวตัน

2. ข้อความใดกล่าวถูกต้องเกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

1. เป็นการเคลื่อนที่ที่มีคาบ ความถี่ และแอมพลิจูดคงที่เสมอ
2. ความเร่งมีขนาดแปรโดยตรงกับขนาดการกระจัดจากสมดุล แต่มีทิศตรงข้ามกันเสมอ
3. ณ ตำแหน่ง ที่วัตถุมีความเร็วสูงสุด จะมีความเร่งและการกระจัดน้อยที่สุด
4. ณ ตำแหน่งที่วัตถุมีความเร่งและการกระจัดมากที่สุดจะมีความเร็วน้อยที่สุด

วิเคราะห์โจทย์ พิจารณาทีละข้อความพบว่าถูกทุกข้อ

3. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายด้วยอัตราเร็ว 0.7 รอบ/วินาที และมีการกระจัดไกลสุด 0.5 เมตร จงหา

ก. อัตราเร็วสูงสุด

ข. อัตราเร่งสูงสุด

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $f = 0.7 \text{ Hz}$, $A = 0.5 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \text{ก. หา } v_{\max} \quad ; \quad & \text{จาก } v_{\max} = \omega A \\ & = 2\pi f A \\ & = 2 \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times 0.5 \\ \therefore v_{\max} & = 2.2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราเร็วสูงสุดมีค่า 2.2 เมตรต่อวินาที

$$\begin{aligned} \text{ข. หา } a_{\max} \quad ; \quad & \text{จาก } a_{\max} = \omega^2 A \\ & = (2\pi f)^2 A \\ & = (2 \times \frac{22}{7} \times 0.7)^2 \times 0.5 \\ \therefore a_{\max} & = 9.68 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราเร่งมีค่าสูงสุด 9.68 เมตรต่อวินาที²

4. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่แบบ SHM สามารถเขียนสมการการกระจัดกับเวลาได้ $x = 2\cos 5t$ จงเขียนสมการความเร็วกับเวลา และความเร่งกับเวลา

วิเคราะห์โจทย์ จาก $x = 2\cos 5t$ เทียบกับสมการมาตรฐาน

$$x = A\cos\omega t \quad \text{จะได้ } A = 2 \text{ m}, \omega = 5 \text{ rad/s}$$

หาสมการ $v - t$; จาก $v = -\omega A\sin\omega t$

$$v = -5 (2) \sin 5t$$

$$\therefore v = -10\sin 5t$$

หาสมการ $a - t$; จาก $a = -\omega^2 A\cos\omega t$

$$= -(5)^2 (2) \cos 5t$$

$$\therefore a = -50\cos 5t$$

ดังนั้น สมการความเร็วกับเวลามีค่า $v = -10\sin 5t$ และสมการความเร่งกับเวลามีค่า $a = -50\cos 5t$

5. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายด้วยอัตราเร็ว 10 เรเดียน/วินาที มีอัตราเร่งสูงสุด 40 เมตร/วินาที² จงหา

ก. แอมพลิจูด

ข. อัตราเร็วสูงสุด

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $\omega = 10 \text{ rad/s}$, $a_{\max} = 40 \text{ m/s}^2$

ก. หา A ; จาก $a_{\max} = \omega^2 A$

$$40 = (10)^2 A$$

$$\therefore A = 0.4 \text{ m}$$

ดังนั้น แอมพลิจูดมีค่า 0.4 เมตร

ข. หา $v_{\max}$; จาก $v_{\max} = \omega A$

$$= 10 (0.4)$$

$$\therefore v_{\max} = 4 \text{ m/s}$$

ดังนั้น อัตราเร็วสูงสุดมีค่า 4 เมตรต่อวินาที

6. มวล 0.25 กิโลกรัม ติดกับปลายข้างหนึ่งของสปริง ซึ่งมีค่านิจ 100 นิวตัน/เมตร วางอยู่บนพื้นระดับลื่น ส่วนปลายอีกข้างหนึ่งของสปริงยึดติดกับผนัง เมื่อดึงมวลทำให้สปริงยืดออกเล็กน้อยแล้วปล่อยมวลจะเคลื่อนที่กลับไปกลับมาด้วยคาบเท่าใด

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $m = 0.25 \text{ kg}$, $k = 100 \text{ N/m}$

หา T ; จาก $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \sqrt{\frac{0.25}{100}}$$

$$\therefore T = 0.31 \text{ s}$$

ดังนั้น คาบมีค่า 0.31 วินาที

7. มวล 2 กิโลกรัม ติดสปริงเบาห้อย อยู่ในแนวตั้งจะทำให้สปริงยืดออก 10 เซนติเมตร ถ้าเปลี่ยนเป็นมวล 0.5 กิโลกรัม ติดสปริงแทน จากนั้นดึงมวลแล้วปล่อย มวลนี้จะสั่นด้วยความถี่เท่าไร

วิเคราะห์โจทย์ ตอนแรก รู้ $m = 2 \text{ kg}$, $x = 0.1 \text{ m}$ สามารถหา k ได้

ตอนหลัง รู้ $m = 0.5 \text{ kg}$, k จากตอนแรก สามารถหา f ได้

หา k ก่อน ; จาก $F = mg$

$$kx = mg$$

$$k (0.1) = 2 (10)$$

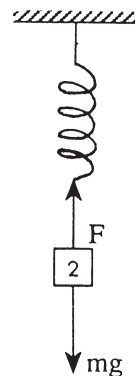
$$\therefore k = 200 \text{ N/m}$$

หา f ; จาก $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$= \frac{1}{2(3.14)} \sqrt{\frac{200}{0.5}}$$

$$\therefore f = 3.18 \text{ Hz}$$

ดังนั้น มวลสั่นด้วยความถี่ 3.18 เฮิรตซ์



8. ลูกตุ้มแขวนด้วยเชือกยาว 2 เมตร แกว่งไปมาด้วยคาบ 2.5 วินาที ถ้าลูกตุ้มแขวนด้วยเชือกยาว 8 เมตร จะแกว่งด้วยคาบเท่าไร

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $\ell_1 = 2 \text{ m}$, $T_1 = 2.5 \text{ s}$, $\ell_2 = 8 \text{ m}$ ต้องการหา T_2 ข้อนี้นี้ควรระวัง g ไม่รู้

จาก $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

$$\text{ได้ว่า } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1}{g}} \quad \dots (1)$$

$$\text{และ } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \quad \dots (2)$$

$$(2)/(1) ; \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}}$$

$$\frac{T_2}{2.5} = \sqrt{\frac{8}{2}}$$

$$\therefore T_2 = 5 \text{ s.}$$

ดังนั้น คาบของลูกตุ้มมีค่า 5 วินาที

9. ลูกตุ้มมวล 0.1 กิโลกรัม แขนด้วยเชือกยาว 4 เมตร ทำให้แกว่งกลับไปกลับมา โดยมีคาบ 4 วินาที ถ้าเปลี่ยนมาใช้ลูกตุ้มมวล 0.2 กิโลกรัม แขนด้วยเชือกยาว 1 เมตร ในเวลา 10 วินาที ลูกตุ้มจะแกว่งได้กี่รอบ

วิเคราะห์โจทย์ คล้ายข้อ 8 มวล ไม่มีผลต่อการแกว่ง เมื่อรู้ $\ell_1 = 4\text{ m}$, $T_1 = 4 \text{ s}$ หรือ $f_1 = 0.25 \text{ Hz}$, $\ell_2 = 1 \text{ m}$ สามารถหา f_2 ได้

$$\text{จาก } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$\text{ได้ว่า } f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell_1}} \quad \dots (1)$$

$$\text{และ } f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell_2}} \quad \dots (2)$$

$$(2)/(1) ; \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$$

$$\frac{f_2}{0.25} = \sqrt{\frac{4}{1}}$$

$$f_2 = 0.5 \text{ รอบ/วินาที}$$

$$\therefore \text{ ในเวลา 10 วินาที ลูกตุ้มจะแกว่งได้ } 0.5 \times 10 = 5 \text{ รอบ}$$

ดังนั้น ลูกตุ้มแกว่งได้ 5 รอบ

10. นาฬิกาแบบลูกตุ้มเรือนหนึ่ง เมื่อนำไปตั้งที่ผิวดาวดวงหนึ่ง ซึ่งมีค่าความเร่งเนื่องจากสนามความโน้มถ่วงเป็น $\frac{1}{4}$ เท่าของที่ผิวโลก จงหาว่าจะต้องใช้เวลานานเท่าไร เข็มยาวจึงเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $g_{\text{ดาว}} = \frac{1}{4} g_{\text{โลก}}$, $T_{\text{โลก}} = 1 \text{ h}$ ต้องการหา $T_{\text{ดาว}}$

$$\text{จาก } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$\text{ได้ว่า } T_{\text{โลก}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_{\text{โลก}}}} \quad \dots (1)$$

$$\text{และ } T_{\text{ดาว}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_{\text{ดาว}}}} \quad \dots (2)$$

$$(2)/(1); \frac{T_{\text{ดาว}}}{T_{\text{โลก}}} = \sqrt{\frac{g_{\text{โลก}}}{g_{\text{ดาว}}}} = \sqrt{\frac{4}{1}}$$

$$\frac{T_{\text{ดาว}}}{1} = 2$$

$$\therefore T_{\text{ดาว}} = 2 \text{ h}$$

ดังนั้น ต้องใช้เวลานาน 2 ชั่วโมง

11. วัตถุมวล 1 กิโลกรัม เคลื่อนที่แบบ SHM ด้วยอัตราเร็ว $\frac{1}{\pi}$ รอบ/วินาที มีการกระจัดสูงสุด 0.2 เมตร จะมีพลังงานกลทั้งระบบเป็นเท่าใด

วิเคราะห์โจทย์ พลังงานกลรวมคงที่เสมอ เมื่อรู้ $f = \frac{1}{\pi}$ Hz, $A = 0.2$ m ควรหาพลังงานกลรวมจาก พลังงานจลน์สูงสุด เมื่อผ่านสมดุลโดยพลังงานศักย์เป็นศูนย์

$$\begin{aligned} \text{จาก พลังงานกลทั้งระบบ} &= \text{พลังงานจลน์สูงสุด} \\ &= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m(\omega A)^2 \\ &= \frac{1}{2} m (2\pi f A)^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 1 \times (2\pi \times \frac{1}{\pi} \times 0.2)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{พลังงานกลทั้งระบบ} = 0.08 \text{ J.}$$

ดังนั้น พลังงานกลทั้งระบบมีค่า 0.08 จูล

12. มวล 50 กรัม ติดกับปลายข้างหนึ่งของสปริง ซึ่งมีค่านิจ 20 นิวตัน/เมตร ถ้ามวลนี้มีการเคลื่อนที่แบบ SHM เมื่อมีการกระจัดจากตำแหน่งสมดุล 10 เซนติเมตร วัตถุอัตราเร็วได้ 2 เมตร/วินาที จงหา

- คาบของการสั่น
- แอมพลิจูด
- พลังงานรวม ณ เวลาใดเวลาหนึ่ง
- พลังงานจลน์ของวัตถุเมื่อมีการกระจัดเป็นครึ่งหนึ่งของแอมพลิจูด

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $m = 50 \times 10^{-3}$ kg, $k = 20$ N/m, $x = 0.1$ m, $v = 2$ m/s

$$\begin{aligned} \text{ก. หา } T \quad ; \quad \text{จาก } T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ &= 2 \times 3.14 \sqrt{\frac{50 \times 10^{-3}}{20}} \\ \therefore T &= 0.31 \text{ s.} \end{aligned}$$

ดังนั้น คาบของการสั่นมีค่า 0.31 วินาที

ข. หา A ; จาก $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$

เมื่อ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{50 \times 10^{-3}}} = 20 \text{ rad/s}$

ได้ว่า ; $2 = 20 \sqrt{A^2 - (0.1)^2}$

$$A^2 = 0.02 = 2 \times 10^{-2}$$

$$A = 10^{-1} \sqrt{2} \text{ m}$$

หรือ $A = 10\sqrt{2} \text{ cm}$

ดังนั้น แอมพลิจูดมีค่า $10\sqrt{2}$ เซนติเมตร

ค. หา $E_{\text{รวม}}$ เนื่องจาก $E_{\text{คงที่}}$ เสมอ จะได้ว่า $E_{\text{รวม}} = E_k + E_p = E_{k(\text{max})} = E_{p(\text{max})}$ ข้อนี้ควรใช้ $E_{p(\text{max})}$ เพราะรู้ k และ A

จาก $E_{\text{รวม}} = E_{p(\text{max})}$

$$= \frac{1}{2} kA^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 2 \times 10^{-2}$$

$\therefore E_{\text{รวม}} = 0.2 \text{ J.}$

ดังนั้น พลังงานรวม ณ เวลาใดเวลาหนึ่งมีค่า 0.2 จูล

ง. หา E_k เมื่อ $x = \frac{A}{2}$ หา E_k โดยตรงค่อนข้างยุ่งเพราะต้องหา v ก่อน อาจเลือกใช้สมการพลังงานรวม

จาก $E_{\text{รวม}} = E_k + E_p$

$$0.2 = E_k + \frac{1}{2} kx^2 \quad (x^2 = \frac{A^2}{4})$$

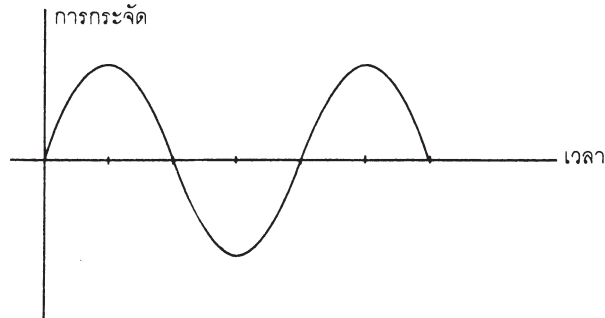
$$0.2 = E_k + \left(\frac{1}{2} \times 20 \times \frac{2 \times 10^{-2}}{4} \right)$$

$$0.2 = E_k + 0.05$$

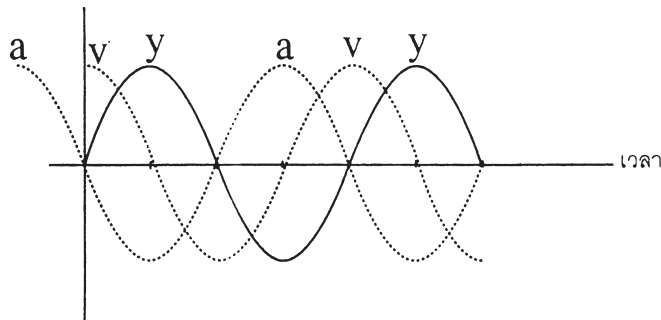
$\therefore E_k = 0.15 \text{ J.}$

ดังนั้น พลังงานจลน์มีค่า 0.15 จูล

13. จากกราฟ ความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดกับเวลาดังรูป จงเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับเวลาและความเร่งกับเวลา



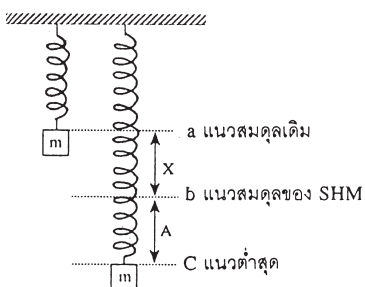
วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้กราฟระหว่างการกระจัดกับเวลา สามารถเขียนกราฟความเร็วกับเวลา และความเร่งกับเวลาได้ เนื่องจากเป็นกราฟรูปฟังก์ชันไซน์ทั้งสามรูป โดยกราฟความเร็วและความเร่งมีเฟสหน้าหน้า กราฟการกระจัด $\frac{\pi}{2}$ และ π เรเดียนตามลำดับ เวลาเขียนกราฟให้นักถึงคลื่นน้ำกำลังเคลื่อนที่ไปทางซ้าย



14. ผูกวัตถุมวล 1 กิโลกรัม ให้ติดกับสปริงซึ่งมีค่านิจ 100 นิวตัน/เมตร แล้วแขวนในแนวตั้งที่จุดสมดุลปกติของสปริง โดยใช้มือรองรับวัตถุ เมื่อปล่อยมือทันทีวัตถุจะเคลื่อนที่ขึ้นลงแบบ SHM จงหา

- ก. ตำแหน่งของแนวสมดุลของการสั่น ข. คาบ ของการสั่น
ค. แอมพลิจูดของการสั่น

วิเคราะห์โจทย์ เขียนรูปแสดงการยืดของสปริง และตำแหน่งของวัตถุ



- ก. หา x ; ขณะวัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง b (สมดุลของ SHM) $\Sigma F = 0$

$$\text{จึงได้ว่า } F_{\text{สปริง}} = mg$$

$$kx = mg$$

$$100x = 1(10)$$

$$\therefore x = 0.1 \text{ m}$$

ดังนั้น แนวสมดุลของการสั่นอยู่ต่ำกว่า แนวสมดุลเดิมของสปริง 0.1 เมตร

$$\begin{aligned}\text{ข. หา } T ; \quad \text{จาก } T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \sqrt{\frac{1}{100}}\end{aligned}$$

$$\therefore T = 0.63 \text{ s.}$$

ดังนั้น คาบของการสั่นมีค่า 0.63 วินาที

ค. หา A พลังงานรวมทุกจุดมีค่าเท่ากัน

$$E_{\text{รวมที่จุด a}} = E_{\text{รวมที่จุด c}}$$

$$E_p(\text{โน้มถ่วง}) = E_p(\text{ยืดหยุ่น})$$

$$mgh = \frac{1}{2} ks^2$$

$$mg(x + A) = \frac{1}{2} k(x + A)^2$$

$$\frac{2mg}{k} = x + A$$

$$\frac{2 \times 1 \times 10}{100} = 0.1 + A$$

$$\therefore A = 0.1 \text{ m}$$

ดังนั้น แอมพลิจูดของการสั่นมีค่า 0.1 เมตร

15. รถทดลองติดปลายลวดสปริงเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ด้วยแอมพลิจูด 10 เซนติเมตร และความถี่ 2 รอบต่อวินาที จงหาความเร็วสูงสุด และความเร่งสูงสุดของรถทดลอง

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $A = 10 \text{ cm}$, $f = 2 \text{ Hz}$ ต้องการหา v_{max} a_{max} ต้องหา ω ก่อน

$$\text{จาก } \omega = 2\pi f = 2\pi(2)$$

$$= 4\pi \text{ rad/s}$$

$$\text{หา } v_{\text{(max)}} ; \text{ จาก } v_{\text{(max)}} = \omega A$$

$$= 4\pi \times 10 \times 10^{-2}$$

$$\therefore v_{\text{(max)}} = 1.26 \text{ m/s}$$

ดังนั้น ความเร็วสูงสุดมีค่า 1.26 เมตรต่อวินาที

$$\text{หา } a_{\text{max}} ; \quad \text{จาก } a_{\text{max}} = \omega^2 A$$

$$= (4\pi)^2 \times 10 \times 10^{-2}$$

$$\therefore a_{\text{max}} = 15.80 \text{ m/s}^2$$

ดังนั้น ความเร่งสูงสุดมีค่า 15.80 เมตร ต่อวินาที²

16. แขนมวล 4.9 กิโลกรัมกับสปริง แล้วปล่อยให้สั่นขึ้นลง วัดคาบของการสั่นได้ 0.25 วินาที ถ้าแอมพลิจูด 4.9 กิโลกรัมออก สปริงจะสั้นกว่าตอนที่แขนมวลอยู่เท่าใด

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $m = 4.9 \text{ kg}$, $T = 0.25 \text{ s}$ ต้องการหา ระยะยืดของสปริง (x) ต้องรู้ k ก่อน

$$\begin{aligned} \text{จาก } T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ 0.25 &= 2\pi\sqrt{\frac{4.9}{k}} \\ (0.25)^2 &= 4\pi^2\left(\frac{4.9}{k}\right) \\ k &= \frac{4\pi^2 \times 4.9}{(0.25)^2} \end{aligned}$$

เมื่อแขน m สปริงยืด x

$$\begin{aligned} \text{จาก } F &= mg \\ kx &= mg \\ \frac{4\pi^2 \times 4.9}{(0.25)^2} x &= 4.9 \times 9.8 \\ x &= 1.55 \times 10^{-2} \text{ หรือ } 1.55 \text{ cm} \end{aligned}$$

ดังนั้นเมื่อแอมพลิจูด 4.9 กิโลกรัมออกสปริงจะหดสั้นลง 1.55 เซนติเมตร

17. เมื่อออกแรง 4.0 นิวตัน ดึงปลายแผ่นสปริงของเครื่องชั่งมวล ปลายแผ่นสปริงเบนไปจากตำแหน่งสมดุล 10 เซนติเมตร ดังรูป ที่ปลายแผ่นสปริงติดมวล 0.1 กิโลกรัม ถ้าดึงให้ปลายสปริงเบนไปจากตำแหน่งสมดุล 15 เซนติเมตร แล้วปล่อยมือ จงหา

ก. คาบของการสั่นของมวล

ข. ความเร็วสูงสุดของมวล

วิเคราะห์โจทย์ 1. เมื่อรู้ $F = 4 \text{ N}$, $x = 10 \text{ cm}$ หรือ 0.1 m สามารถหา k ได้

2. เมื่อให้ $m = 0.1 \text{ kg}$, $A = 15 \text{ cm}$ หรือ $15 \times 10^{-2} \text{ m}$ สามารถหา T , a_{max} ได้

ก. หา k ก่อน ; จาก $F = kx$

$$\begin{aligned} 4 &= k(0.1) \\ k &= 40 \text{ N/m} \end{aligned}$$

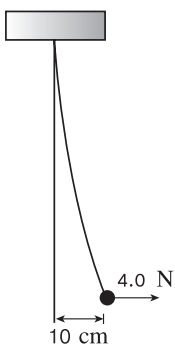
$$\begin{aligned} \text{หา } T ; \text{ จาก } T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times \sqrt{\frac{0.1}{40}} \\ \therefore T &= 0.31 \text{ s.} \end{aligned}$$

ดังนั้น คาบของการสั่นมีค่า 0.31 วินาทีต่อรอบ

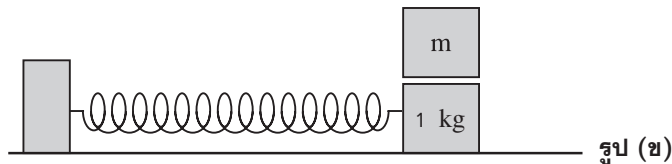
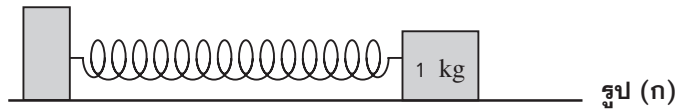
ข. หา a_{max}

$$\begin{aligned} \text{จาก } a_{\text{max}} &= \omega^2 A \\ &= \frac{k}{m} \cdot A \\ &= \frac{40}{0.1} \times 15 \times 10^{-2} \\ \therefore a_{\text{max}} &= 60 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความเร็วสูงสุดของมวลที่ค่า 60 เมตร ต่อวินาที²



18. มวล 1 กิโลกรัม ติดกับปลายลวดสปริง ดังรูป ก. ดึงสปริงให้ยืดออกแล้วปล่อยให้วัตถุเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย บนพื้นราบเกลี้ยง วัตถุเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ ใช้เวลา 1 วินาที ถ้ามีมวล m วางทับมวล 2 กิโลกรัม เดิมดังรูป ข ทำให้วัตถุเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายและครบ 1 รอบ ใช้เวลา 2 วินาที จงหา m

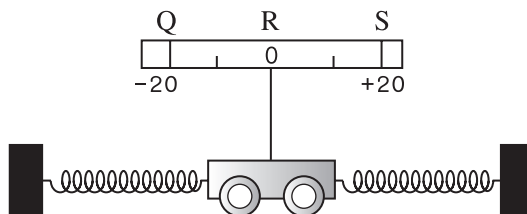


วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $m_1 = 1 \text{ kg}$, $T_1 = 1 \text{ s}$, $m_2 = (1 + m) \text{ kg}$, $T_2 = 2 \text{ s}$ ต้องการหา m

$$\begin{aligned} \text{จาก } T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ \frac{T_2}{T_1} &= \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{1+m}{1}} \\ \left(\frac{2}{1}\right)^2 &= \frac{1+m}{1} \\ 4 &= \frac{1+m}{1} \\ \therefore m &= 3 \text{ kg} \end{aligned}$$

ดังนั้น มวล m มีค่า 3 กิโลกรัม

19. รถทดลองมวล 1 กิโลกรัม ปลายทั้งสองยึดติดกับสปริงที่เหมือนกันทุกประการ ดังรูป รถเคลื่อนที่ระหว่างสปริงบนพื้นราบลื่น (ไม่คิดแรงเสียดทาน) ตอนบนของรถติดเข็มชี้ไว้และเข็มชี้จะเคลื่อนที่ระหว่างจุด Q กับ S เป็นแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย บนสเกลที่วัดเป็นเซนติเมตร มี R เป็นจุดสมดุล ณ เวลา $t = 0$ รถเริ่มเคลื่อนที่จากจุด Q ไปทางขวามือ ซึ่งมีเครื่องหมายบวก
- ก. ถ้าคาบของการสั่นในหน่วยวินาทีเท่ากับ π แรงดึงกลับที่กระทำต่อรถในหน่วยนิวตัน ณ เวลาเริ่มต้นมีค่าเท่าใด
- ข. ความเร็วของรถทดลองที่ตำแหน่ง R มีค่าเท่าใด ในหน่วยเมตรต่อวินาที



- ก. วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $m = 1 \text{ kg}$, $A = 20 \text{ cm}$ หรือ 0.2 m
ข้อนี้ระวังมีสปริง 2 ตัว

ก) เมื่อรู้ $T = \pi$ ต้องการหา F ที่จุดปลาย (จุดเริ่ม)

$$\begin{aligned} \text{จาก } F &= ma \\ &= m\omega^2 A \\ &= m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \\ &= 1\left(\frac{2\pi}{\pi}\right)^2 0.2 \end{aligned}$$

$$\therefore F = 0.8 \text{ N}$$

ดังนั้น แรงดึงกลับที่กระทำต่อรถ ณ เวลาเริ่มต้นมีค่า 0.8 นิวตัน

ข. วิเคราะห์โจทย์ ณ ตำแหน่ง R ซึ่งเป็นตำแหน่งสมดุล ความเร็วของรถทดลองมีค่ามากที่สุด

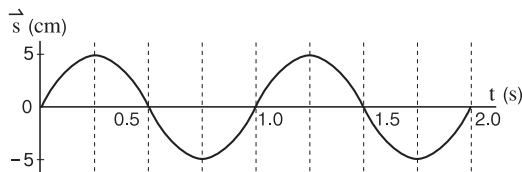
เมื่อรู้ $T = \pi$, $A = 0.2 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \text{จาก } v_{\max} &= \omega A \\ &= \left(\frac{2\pi}{T}\right)A \\ &= \left(\frac{2\pi}{\pi}\right)0.2 \end{aligned}$$

$$\therefore v_{\max} = 0.4 \text{ m/s}$$

ดังนั้น อัตราเร็วของรถทดลองที่ตำแหน่ง R มีค่า 0.4 เมตรต่อวินาที

20. จากรูป เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดกับเวลาของการเคลื่อนที่ของวัตถุ มวล 100 กรัม ซึ่งติดไว้กับปลายข้างหนึ่งของลวดสปริงเบา ถ้าไม่คิดแรงเสียดทานที่กระทำต่อวัตถุและลวดสปริง ค่าคงตัวของลวดสปริงมีค่าเท่าใดในหน่วยนิวตันต่อเมตร



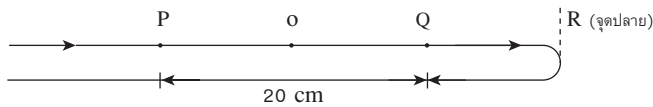
วิเคราะห์โจทย์ จากกราฟได้ว่า $T = 1 \text{ s}$, $A = 5 \text{ cm}$ และ $m = 0.1 \text{ kg}$ ต้องการหา k

$$\begin{aligned} \text{จาก } T &= 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \\ 1 &= 2\pi \sqrt{\frac{0.1}{k}} \\ 1 &= \frac{4\pi^2 \cdot 0.1}{k} \\ \therefore k &= 3.95 \text{ N/m} \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคงตัวของลวดสปริงมีค่า 3.95 นิวตันต่อเมตร

21. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย โดยใช้เวลา 2 วินาที ในการเคลื่อนที่ผ่านจุด P ไป Q ซึ่งอยู่ห่างกัน 20 เซนติเมตร ขณะผ่าน P และ Q อนุภาคมีอัตราเร็วเท่ากัน อีก 2 วินาที ต่อมาวัตถุเคลื่อนที่กลับมาถึง Q จงหาคาบและแอมพลิจูดของการเคลื่อนที่

วิเคราะห์โจทย์ เขียนรูปการเคลื่อนที่ของอนุภาคก่อน



1. จากรูป O เป็นจุดกึ่งกลางของ PQ จะได้ว่า O เป็นจุดสมดุล

2. เวลาจาก $P \rightarrow Q = 2 \text{ s} \therefore O \rightarrow Q = 1 \text{ s}$.

เวลาจาก $Q \rightarrow R \rightarrow Q = 2 \text{ s} \therefore Q \rightarrow R = 1 \text{ s}$.

หา T จากรูปเวลาจาก $O \rightarrow R = \frac{T}{4}$

$$\begin{aligned} \text{ได้ว่า } 2 &= \frac{T}{4} \\ \therefore T &= 8 \text{ s} \end{aligned}$$

หา A (พิจารณาที่ Q) จาก $x = A \cos \omega t$

$$10 = A \cos \frac{2\pi}{T} (1)$$

$$10 = A \cos \frac{2\pi}{8}$$

$$A = \frac{10}{\cos(\pi/4)}$$

$$\therefore A = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

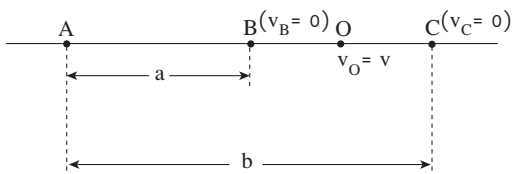
ดังนั้นคาบมีค่า 8 วินาที ; แอมพลิจูดมีค่า $10\sqrt{2}$ เซนติเมตร

22. A B C เป็นจุดบนเส้นตรงเส้นหนึ่ง อนุภาคเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายที่ตำแหน่ง B และ C อนุภาคจะอยู่นิ่งโดยจุด B และ C อยู่ห่างจาก A เป็นระยะ a และ b ตามลำดับ ที่จุดกึ่งกลางของ B และ C อนุภาคมีความเร็ว v จงแสดงให้เห็นว่า คาบของการเคลื่อนที่มีค่าเท่ากับ $\pi \frac{(b-a)}{v}$

วิเคราะห์โจทย์ เขียนรูปแสดงการเคลื่อนที่ของอนุภาคตามโจทย์

จากรูป B และ C เป็นจุดปลาย ($\because v = 0$)

O เป็นจุดสมดุล ($\because$ อยู่กึ่งกลางจุดปลายทั้งสอง)



$$\text{แอมพลิจูด } A = \frac{b-a}{2}$$

$$\text{จาก } v_{\max} = \omega A$$

$$v = \frac{2\pi}{T} \left(\frac{b-a}{2} \right)$$

$$\text{ได้ว่า } T = \frac{\pi(b-a)}{v}$$

ดังนั้น คาบของการเคลื่อนที่มีค่า $\frac{\pi(b-a)}{v}$

23. ล้อวงกลมอันหนึ่งมีรัศมี 0.4 เมตร ที่ขอบล้อติดวัตถุไว้ก่อนหนึ่ง ล้อหมุนด้วยความถี่ 0.5 รอบต่อวินาที รอบแกนหมุนในแนวระดับซึ่งอยู่กับที่ ขณะนั้นมีแสงแดดตกตั้งฉากกับพื้นโลก ทำให้เงาของวัตถุเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

- ก. คาบของการเคลื่อนที่ของเงามีค่าเท่าใด
- ข. ความถี่ของการเคลื่อนที่ของเงามีค่าเท่าใด
- ค. แอมพลิจูดของการเคลื่อนที่ของเงามีค่าเท่าใด
- ง. จงเขียนสมการแสดงการกระจัดในการเคลื่อนที่ ณ เวลาต่างๆ กำหนดให้มุมเฟสเริ่มต้นเป็นศูนย์

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ รัศมีของล้อ = 0.4 m ก็จะได้ A ของ SHM = 0.4 m, $f = 0.5$ Hz.

ก. หา T ; จาก $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.5}$

$$\therefore T = 2 \text{ s.}$$

ดังนั้น คาบของการเคลื่อนที่ของเงามีค่า 2 วินาที

- ข. หา f ; ความถี่ของการเคลื่อนที่ของเงาเท่ากับความถี่ของวงกลม = 0.5 รอบต่อวินาที
- ค. หา A แอมพลิจูดของเงาเท่ากับรัศมีของล้อวงกลม = 0.4 เมตร
- ง. หาสมการการกระจัด (y)

ถ้าเริ่มต้นจับเวลาขณะที่เงาอยู่ ณ ตำแหน่งไกลสุดเพราะเฟสเริ่มต้น = 0

$$\text{จาก } x = A \cos \omega t = A \cos 2\pi f t$$

$$\text{ได้ว่า } x = 0.4 \cos (2\pi \times 0.5 \times t)$$

$$x = 0.4 \cos \pi t$$

ดังนั้น สมการการกระจัดของเงากับฟังก์ชันของเวลาเขียนได้เป็น $X = 0.4 \cos \pi t$

24. วัตถุเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ด้วยความถี่ 2.5 รอบต่อวินาที

- ก. เมื่อเวลาผ่านไป 2 วินาที วัตถุอยู่ในเฟสต่างจากเดิมเท่าใด
- ข. เมื่อวัตถุอยู่ในเฟสต่างจากเดิม $\frac{11\pi}{2}$ เรเดียน วัตถุเคลื่อนที่ได้กี่รอบ
- ค. ในแต่ละช่วงเวลา 1 วินาที วัตถุอยู่ในเฟสต่างกันเท่าใด

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $f = 5$ Hz

ก. ต้องการหาเฟสต่างจากเดิมเมื่อ $t = 2$ s

$$\text{จาก } \theta = \omega t$$

$$= 2\pi f t$$

$$= 2\pi \times 2.5 \times 2$$

$$\therefore \theta = 10 \pi \text{ rad}$$

ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไป 2 วินาที วัตถุอยู่ในเฟส 10π เรเดียน

ข. ต้องการหาจำนวนรอบเมื่อรู้ $\theta = \frac{11\pi}{2} \text{ rad}$

เมื่อวัตถุอยู่ในเฟสต่างจากเดิม 2π เรเดียน จะเคลื่อนที่ได้ 1 รอบ

$$\text{เมื่อวัตถุอยู่ในเฟสต่างจากเดิม } \frac{11\pi}{2} \text{ เรเดียน จะเคลื่อนที่ได้} = \frac{11\pi}{2} \times \frac{1}{2\pi}$$

$$= 2.75 \text{ รอบ}$$

ดังนั้น เมื่อวัตถุอยู่ในเฟสต่างจากเดิม $\frac{11\pi}{2}$ เรเดียนจะเคลื่อนที่ได้ 2.75 รอบ

ค. เมื่อรู้ $t = 1\text{ s}$, $f = 2.5\text{ Hz}$ ต้องการหา θ

$$\begin{aligned}\text{จาก } \theta &= \omega t \\ &= 2\pi f t \\ &= 2\pi \times 2.5 \times 1 \\ \therefore \theta &= 5\pi \text{ rad}\end{aligned}$$

ดังนั้น ในแต่ละช่วงเวลา 1 วินาที วัตถุจะอยู่ในเฟสต่างกัน 5π เรเดียน

25. ลูกเหล็กทรงกลมมวล 10 กรัม แกว่งแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย มีแอมพลิจูด 5 มิลลิเมตร ความเร่งที่จุดปลายของการแกว่งมีค่า 4×10^2 เมตรต่อวินาที²

ก. จงหาความถี่ของการแกว่ง

ข. จงหาความเร็วที่จุดสมดุล

ค. จงเขียนสมการแสดงแรงที่กระทำต่อลูกเหล็กทรงกลมให้เป็นฟังก์ชันของตำแหน่งและเวลา

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $m = 10^{-2}\text{ kg}$, $A = 5\text{ mm}$ หรือ $5 \times 10^{-3}\text{ m}$

$$\begin{aligned}a_{\text{max}} &= 4 \times 10^2 \text{ m/s}^2 \\ \text{ก. หา } f &\text{ จาก } a_{\text{max}} = \omega^2 A \\ a_{\text{max}} &= (2\pi f)^2 A = 4\pi^2 f^2 A \\ f^2 &= \frac{a_{\text{max}}}{4\pi^2 A} \\ f^2 &= \frac{4 \times 10^2}{4\left(\frac{22}{7}\right)^2 \times 5 \times 10^{-3}} \\ \therefore f &= 45 \text{ Hz}\end{aligned}$$

ดังนั้นความถี่ของการแกว่งมีค่า 45 รอบต่อวินาที

$$\begin{aligned}\text{ข. หา } v_{\text{max}} &\text{ จาก } v_{\text{max}} = \omega A \\ &= 2\pi f A \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 45 \times 5 \times 10^{-3} \\ \therefore v_{\text{max}} &= 1.41 \text{ m/s}\end{aligned}$$

ดังนั้นความเร็วที่จุดสมดุลมีค่า 1.41 เมตรต่อวินาที

ค. หาสมการแรงให้เป็นฟังก์ชันของตำแหน่งและให้เป็นฟังก์ชันของเวลา

$$\begin{aligned}\text{จาก } F &= ma \quad (a = -\omega^2 x) \\ F &= -m\omega^2 x \quad (\omega = 2\pi f) \\ \text{ได้ว่า } F &= -4\pi^2 f^2 mx\end{aligned}$$

ดังนั้นสมการแสดงแรงที่กระทำต่อลูกเหล็กให้เป็นฟังก์ชันของตำแหน่งคือ

$$F = -4\pi^2 f^2 mx$$

$$\text{จาก } x = A \sin \omega t \quad (\omega = 2\pi f)$$

$$\text{ได้ว่า } F = -4\pi^2 f^2 m A \sin(2\pi f t)$$

ดังนั้นสมการแสดงแรงที่กระทำต่อลูกเหล็กให้เป็นฟังก์ชันของเวลาคือ

$$F = -4\pi^2 f^2 m A \sin(2\pi f t)$$



การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

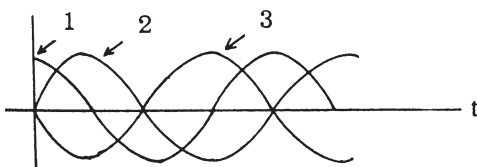
1. ข้อใดกล่าวผิดสำหรับการเคลื่อนแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

1. เป็นการเคลื่อนที่มีขนาดของแรงและความเร่งแปรโดยตรงกับขนาดของการกระจัดแต่ทิศตรงข้ามกันเสมอ
2. ความถี่และคาบของการเคลื่อนที่ไม่ขึ้นอยู่กับช่วงกว้างของการเคลื่อนที่
3. สำหรับการสั่นของวัตถุที่ติดปลายสปริงในแนวระดับ ความถี่จะแปรผกผันกับมวลของวัตถุ
4. เมื่อความเร็วมีค่าสูงสุด ความเร่งจะมีค่าต่ำสุด

2. ในการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายของวัตถุ เราพบว่าเฟสของการกระจัดและความเร่งต่างกันอยู่ที่เรเดียน

1. 0
2. $\pi/2$
3. $3\pi/4$
4. π

3. ในการศึกษาการเคลื่อนแบบ SHM ของเหตุการณ์เดียวกันโดยเขียนกราฟดังรูป (1), (2) และ (3) จงหาว่า กราฟ (1), (2) และ (3) เป็นกราฟของปริมาณใด



1. การกระจัด ความเร็ว ความเร่ง
2. ความเร็ว ความเร่ง การกระจัด
3. ความเร่ง การกระจัด ความเร็ว
4. ความเร็ว การกระจัด ความเร่ง

4. การกระจัดของวัตถุ (y) หน่วยเมตรกับเวลา (t) หน่วยวินาที ของวัตถุที่เคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย มีความสัมพันธ์ ตามสมการ $y = 0.4 \sin 10t$ จงหาความเร่ง ณ จุดไกลสุดจากสมดุล

1. 0
2. 4 m/s^2
3. 20 m/s^2
4. 40 m/s^2

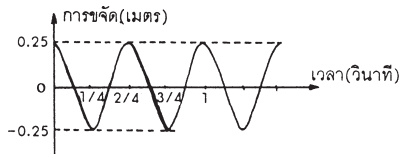
5. สำหรับการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายอัตราส่วนระหว่างการกระจัด (displacement) ของวัตถุกับปริมาณใด ในข้อเลือกข้างล่างนี้ที่จะมีค่าคงที่เสมอ

1. ความเร็วของวัตถุ
2. ความเร่งของวัตถุ
3. คาบของการแกว่งของวัตถุ
4. มวลของวัตถุ

6. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายไปตามแนวแกน x รอบจุดสมดุล $x = 0$ มี คาบของการสั่น $T = \pi/2$ วินาที เมื่อเวลาเริ่มต้นอนุภาคอยู่ที่ตำแหน่ง $x_0 = +25.0$ ซม. และมีความเร็ว $V(x_0) = +100.00$ เซนติเมตรต่อวินาที จงหาตำแหน่งในหน่วยเซนติเมตรของอนุภาคเมื่อเวลาผ่านไป 2.4 วินาที

1. +14.3 2. +29.0 3. -20.5 4. -29.0

7. การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายของอนุภาคหนึ่ง ได้กราฟของการกระจัดและเวลาเป็นดังรูป ความเร่งที่เวลา $1/4$ วินาที มีค่ากี่เมตรต่อวินาที²



1. $-16\pi^2$ 2. $-4\pi^2$
3. $2\pi^2$ 4. $4\pi^2$

8. ความเร็วสูงสุดของวัตถุที่กำลังแกว่งแบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายด้วยคาบของการแกว่ง 0.2 วินาที และแอมพลิจูด (amplitude) 2 เซนติเมตร จะมีค่าเท่ากับ

1. 5π เซนติเมตร/วินาที 2. 10π เซนติเมตร/วินาที
3. 20π เซนติเมตร/วินาที 4. ไม่สามารถหาค่าได้จากข้อมูลที่ให้มา

9. ลูกตุ้มนาฬิกาอันหนึ่งแกว่ง 100 รอบในเวลา 200 วินาที ความเร่งสูงสุดในการเคลื่อนที่ของลูกตุ้มเป็น $\frac{\pi^2}{20}$ เมตรต่อวินาที² การกระจัดสูงสุดในการแกว่งนี้เป็นกี่เซนติเมตร

1. 2.5 เซนติเมตร 2. 5.0 เซนติเมตร 3. 10.0 เซนติเมตร 4. 20 เซนติเมตร

10. สปริงอันหนึ่งวางอยู่บนพื้นเรียบ มีค่านิจสปริงเท่ากับ $4\pi^2$ นิวตันต่อเมตรปลายข้างหนึ่งผูกตรึงปลายอีกข้างหนึ่งมีมวล 4 กิโลกรัม ติดไว้ เมื่อออกแรงดึงมวลเล็กน้อยแล้วปล่อย มวลจะเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายด้วยคาบกี่วินาที

1. 0.5 วินาที 2. 1 วินาที 3. 2 วินาที 4. 4 วินาที

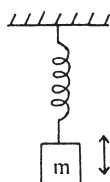
11. สปริง A และ B สั่นอยู่ในแนวตั้งโดยมีมวลติดอยู่ที่ A เป็น 2 เท่าของ B แต่ค่านิจสปริง B เป็น 2 เท่าของ A เราจะสรุปการเคลื่อนที่ ของสปริงทั้งสองได้ว่า

1. A มีแอมพลิจูดเป็น 4 เท่าของ B แต่มีความถี่เป็นครึ่งหนึ่งของ B
2. A มีแอมพลิจูดเป็น 4 เท่าของ B แต่มีความถี่เท่ากัน
3. A มีแอมพลิจูดเป็น 2 เท่าของ B แต่มีความถี่เท่ากัน
4. A มีแอมพลิจูดเป็น 2 เท่าของ B แต่มีความถี่เป็นครึ่งหนึ่งของ B

12. แขนมวล 2 กิโลกรัมกับสปริง ทำให้สปริงยืดออก 0.25 เมตร ถ้า ออกแรงดึง สปริงให้ยืดออกเพิ่มขึ้นอีก 0.10 เมตรแล้วปล่อย สปริงจะใช้เวลาที่วินาทีจึงจะกลับไปสู่ตำแหน่งสมดุล

1. 0.25 วินาที 2. 0.5 วินาที 3. 1 วินาที 4. 2 วินาที

13.



แขวนมวล m กับสปริงแล้วปล่อยให้สั่นขึ้นลง วัดคาบได้ 2π วินาที ถ้าเอามวล m ออก สปริงจะสั้นกว่าตอนที่แขวนมวล m กี่เมตร (กำหนดให้ g คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง)

1. $g/4$ 2. $g/3$
3. $g/2$ 4. g

14.

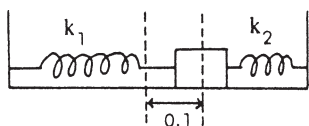


วัตถุมวล m วางบนพื้นราบลื่นโดยมีสปริงที่เหมือนกันทุกประการและมีค่า k ยึดอยู่ดังรูป

ในสภาวะสมดุลสปริงทั้งสองจะไม่มีแรงยืด ถ้ามวล m เคลื่อนมวล m ไปทางซ้ายเป็นระยะทางค่าหนึ่งแล้วปล่อย วัตถุจะมีการสั่นด้วยความถี่ (f) เท่าใด

1. $\frac{1}{\pi} \sqrt{k/2m}$
2. $\frac{1}{\pi} \sqrt{2k/m}$
3. $\sqrt{2k/m}$
4. ไม่มีการสั่นเกิดขึ้น

15.



มวล 3 kg วางอยู่บนพื้นราบที่ไม่มีแรงเสียดทาน และถูกยึดด้วยสปริงสองตัวที่มีค่า $k_1 = 100$ นิวตัน/เมตร $k_2 = 200$ นิวตัน/เมตร ถ้ามวลนี้เคลื่อนตำแหน่งจากจุดสมดุลไปทางขวาเป็นระยะ 0.1 เมตร และปล่อยให้เคลื่อนที่ คาบของการเคลื่อนที่ของมวลจะมีค่ากี่วินาที (กำหนดให้ $\pi = 3.1$ และ $\sqrt{3} = 1.7$)

1. 0.62
2. 0.95
3. 1.74
4. 2.08

16. คาบของการสั่น (period) ของวัตถุมวล m ที่ติดกับสปริงมีการสั่นแบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับ

1. $\sqrt{m}$
2. $1/\sqrt{m}$
3. m^2
4. $1/m^2$

17. ถ้าต้องการจะทำลูกตุ้มนาฬิกาขึ้นมาจากวัตถุมวล 500 กรัม และเชือกที่เบามากโดยให้ลูกตุ้มนี้แกว่งครบรอบในเวลา 1 วินาทีพอดี เชือกจะต้องมีความยาวเท่าใด ($\pi^2 = 10$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)

1. 1.59 เมตร
2. 0.80 เมตร
3. 0.50 เมตร
4. 0.25 เมตร

18. ในการศึกษาการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายถ้ามีลูกทรงกลมเบาบรรจุน้ำภายในแขวนไว้ด้วยเชือก ทำให้เกิดการแกว่งแบบลูกตุ้มนาฬิกา ปรากฏว่าทรงกลมนี้มีรูรั่วให้น้ำรั่วตรงส่วนล่าง ทำให้น้ำรั่วออกได้อย่างช้า ๆ ถ้ามึ้นาฬิกาที่จับคาบการแกว่งได้อย่างละเอียดแล้วจะพบว่า

1. คาบของการแกว่งจะคงที่เสมอไม่ว่าน้ำจะรั่วออกไปเรื่อย ๆ
2. คาบของการแกว่งจะมีค่ามากที่สุดในตอนนี้น้ำรั่วหมด
3. คาบของการแกว่งตอนที่น้ำรั่วหมดจะมีค่าน้อยกว่าคาบของการแกว่งตอนที่น้ำกำลังรั่ว
4. คาบของการแกว่งจะลดลงไปจนกระทั่งน้ำหมดคาบของการแกว่งจึงจะคงที่

19. ใช้ด้ายผูกลูกตุ้มแล้วแกว่งให้เคลื่อนที่ในแนววงกลมรัศมี 70 ซม. ในระนาบระดับและลูกตุ้มมีอัตราเร็วคงที่ 22 ซม./วินาที ถ้าต้องการให้เงาของลูกตุ้มปรากฏนิ่งบนผนังตามแนวผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม จะต้องเปิดไฟฉายส่องลูกตุ้มด้วยความถี่สูงสุดเท่าใด

1. $1/10$ วินาที⁻¹
2. $1/20$ วินาที⁻¹
3. $1/30$ วินาที⁻¹
4. $1/40$ วินาที⁻¹