

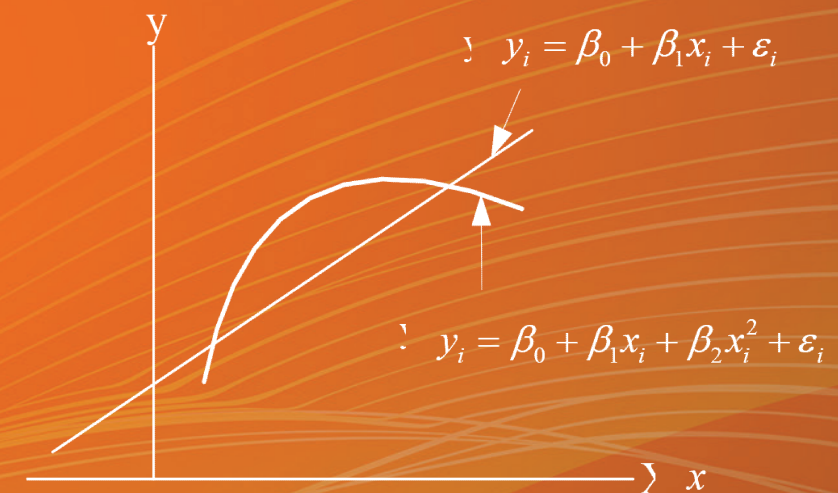


Linear models

ตัวแบบเชิงเส้น

ศาสตราจารย์ ดร. สำรวม จงเจริญ

ตัวแบบเชิงเส้น Linear models



ศาสตราจารย์ ดร. สำรวม จงเจริญ



ตัวแบบเชิงเส้น

(Linear models)

ศาสตราจารย์ ดร.สำรวม จงเจริญ

ตัวแบบเชิงเส้น

(Linear models)

ศาสตราจารย์ ดร.สำรวม จงเจริญ

ราคา 550 บาท

พิมพ์ครั้งที่ 2 เดือนธันวาคม พ.ศ. 2563 จำนวน 100 เล่ม

หนังสือเล่มนี้สงวนลิขสิทธิ์ตาม พ.ร.บ. ลิขสิทธิ์ พุทธศักราช 2558
ห้ามผู้ใดพิมพ์ซ้ำ ลอกเลียน ส่วนใดส่วนหนึ่งของหนังสือเล่มนี้
ไม่ว่าในรูปแบบใด ๆ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรเท่านั้น

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

National Library of Thailand Cataloging in Publication Data

สำรวม จงเจริญ.

ตัวแบบเชิงเส้น (Linear models).--พิมพ์ครั้งที่ 2.--กรุงเทพฯ : โอ. เอส. พริ้นติ้ง เฮ้าส์, 2563.

428 หน้า.

1. พีชคณิตเชิงเส้น. I. ชื่อเรื่อง.

512.5

ISBN 978-616-577-154-2

พิมพ์ที่ โอ. เอส. พริ้นติ้ง เฮ้าส์

113/13 ซอยวัดสุวรรณศิริ ถนนบรมราชชนนี

แขวงอรุณอมรินทร์ เขตบางกอกน้อย

กรุงเทพมหานคร 10700

คำนำ

ตำรา“**ตัวแบบเชิงเส้น (Linear models)**” เล่มนี้ เขียนและเรียบเรียงขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์ที่จะใช้ประกอบการเรียนการสอนวิชาตัวแบบเชิงเส้นในระดับบัณฑิตศึกษาของคณะสถิติประยุกต์ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ โดย**เนื้อหามุ่งเน้นแนวความคิดพื้นฐานทฤษฎีทางสถิติของตัวแบบเชิงเส้น** นักศึกษาที่มีความรู้พื้นฐานคณิตสถิติศาสตร์ดี จะสามารถศึกษาได้โดยง่าย โดยเฉพาะอย่างยิ่งนักศึกษาที่เคยศึกษาวิชาการวิเคราะห์การถดถอยและแผนแบบการทดลองมาก่อนแล้ว จะทำให้เข้าใจวิชาดังกล่าวได้ง่ายมากยิ่งขึ้นและอย่างลึกซึ้ง สำหรับผู้ที่ไม่เคยศึกษาวิชาการวิเคราะห์การถดถอยและแผนแบบการทดลองมาก่อน และมีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่มากนัก ก็สามารถศึกษาให้เข้าใจได้ เพราะในตำรามีการทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์และสถิติศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับตัวแบบเชิงเส้นพร้อมตัวอย่างประกอบ และพร้อมกันนี้ในตำราเล่มนี้มีแบบฝึกหัดเพื่อให้ผู้อ่านได้ฝึกคิดคำนวณเพื่อประกอบความเข้าใจอีกด้วย เนื่องจากเนื้อหาวิชาตัวแบบเชิงเส้นเป็น**พื้นฐานทางทฤษฎีของวิชาการวิเคราะห์การถดถอยและการวิเคราะห์ข้อมูลจากแผนแบบการทดลองบางแผนแบบการทดลอง** ดังนั้นผู้เขียนหวังว่าเมื่อผู้อ่านที่ได้ศึกษาเนื้อหาในตำราตัวแบบเชิงเส้นเล่มนี้และเข้าใจอย่างครบถ้วนแล้ว จะทำให้ผู้อ่านเข้าใจพื้นฐานสำคัญของวิชาการวิเคราะห์การถดถอยและการวิเคราะห์ข้อมูลจากแผนแบบการทดลองบางแผนแบบการทดลองได้อย่างลึกซึ้ง ซึ่งทำให้ผู้อ่านสามารถนำความรู้ทางทฤษฎีดังกล่าวไปประยุกต์ใช้การวิเคราะห์การถดถอยและการวิเคราะห์ข้อมูลจากแผนแบบการทดลองบางแผนแบบการทดลองกับข้อมูลจริงได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

ตำราเล่มนี้ประกอบด้วยเนื้อหา 6 บท จำนวน 423 หน้า มีรายละเอียดโดยสังเขปดังต่อไปนี้
บทที่ 1 เป็นการทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการศึกษาตัวแบบเชิงเส้น ซึ่งประกอบด้วยแนวคิดทางตัวแบบเชิงเส้น ประเภทและชนิดของตัวแบบเชิงเส้น ทบทวนแนวความคิดพื้นฐานของความน่าจะเป็นและสถิติ เมทริกซ์และเวกเตอร์ เวกเตอร์ของตัวแปรสุ่ม การแจกแจงปรกติหลายตัวแปร รูปแบบกำลังสองและเมทริกซ์ผกผันทั่วไปหรือเมทริกซ์ผกผันแบบมีเงื่อนไข รายละเอียดจะเป็นการทบทวนบทนิยามหรือคำจำกัดความต่างๆและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์และสถิติ ซึ่งจะมีการพิสูจน์ทฤษฎีบางทฤษฎีที่สำคัญ ที่มีการอ้างถึงในบทต่อไป นอกจากนี้ยังมีตัวอย่างการคำนวณที่จำเป็นเพื่อประกอบความเข้าใจเกี่ยวกับคำจำกัดความและการประยุกต์ใช้ทฤษฎีต่างๆดังกล่าว

บทที่ 2-บทที่ 3 เป็นการนำเสนอทางทฤษฎีเกี่ยวกับการอนุมานทางสถิติสำหรับตัวแบบเชิงเส้นที่มีเมทริกซ์แผนแบบมีแรงก่เติม ซึ่งประกอบด้วยการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบต่างๆ ภายใต้เงื่อนไขข้อสมมุติ

ของความคลาดเคลื่อนเป็นแบบพื้นฐาน สมบัติทาง ทฤษฎีของพารามิเตอร์ที่ประมาณได้ พื้นฐานทาง ทฤษฎีเกี่ยวกับการทดสอบสมมติฐานของพารามิเตอร์ การพัฒนาตัวสถิติทดสอบสำหรับการทดสอบ สมมติฐานพารามิเตอร์แต่ละตัว และการทดสอบสมมติฐานพารามิเตอร์บางส่วน รวมทั้งการอนุมานเมื่อ เงื่อนไขของข้อสมมุติของความคลาดเคลื่อนเป็นแบบทั่วไป การวิเคราะห์ค่าตกค้างและตรวจสอบ ผลกระทบต่อตัวแบบเมื่อข้อสมมุติของตัวแบบไม่เป็นจริง ตัวอย่างการคำนวณต่างๆที่ใช้ในส่วนนี้ ใช้เพื่อ ประกอบผลทางทฤษฎีเท่านั้น จึงไม่เน้นวิธีการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ ผู้อ่านอาจใช้โปรแกรม สำเร็จรูปทางสถิติใดๆคำนวณก็ได้

บทที่ 4 – บทที่ 5 เป็นการนำเสนอทางทฤษฎีเกี่ยวกับการอนุมานทางสถิติสำหรับตัวแบบเชิงเส้นที่มีเมทริกซ์แผนแบบมีแรงก์ไม่เต็ม ซึ่งประกอบด้วย การประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบภายใต้เงื่อนไขของข้อ สมมุติของความคลาดเคลื่อนเป็นแบบพื้นฐาน สมบัติทางทฤษฎีของพารามิเตอร์ที่ประมาณได้ พื้นฐานทาง ทฤษฎีเกี่ยวกับการทดสอบสมมติฐานรูปแบบทั่วไปของพารามิเตอร์ การพัฒนาตัวสถิติทดสอบสำหรับการ ทดสอบสมมติฐานพารามิเตอร์ในรูปแบบต่างๆ การอนุมานเกี่ยวกับตัวแบบเชิงเส้นของตัวแบบทางเดียว และตัวแบบสองทาง เช่นเดียวกันกับบทที่ 2 - บทที่ 3 ตัวอย่างการคำนวณต่างๆที่ใช้ในส่วนนี้ ใช้เพื่อประ กอบผลทางทฤษฎีเท่านั้น จึงไม่เน้นวิธีการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ ผู้อ่านอาจใช้โปรแกรมสำเร็จรูป ทางสถิติใดๆคำนวณก็ได้

บทที่ 6 เป็นการนำเสนอทฤษฎีพื้นฐานการอนุมานทางสถิติในรูปของตัวแบบเชิงเส้นของตัวแบบอื่นๆ เพิ่มเติม ได้แก่ ตัวแบบผลกระทบสุ่มและผลกระทบผสม การวัดซ้ำ การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม การ อนุมานจำกัดอันดับในตัวแบบเชิงเส้นและหลักการเบื้องต้นของตัวแบบเชิงเส้นวงนัยทั่วไป

สำหรับการอนุมานจำกัดอันดับในตัวแบบเชิงเส้น เป็นการนำผลการวิจัยของผู้เขียนที่ได้รับการเผยแพร่ในวารสารระดับนานาชาติมานำเสนอ ซึ่งเป็นแนวความคิดใหม่ที่มีนักวิจัยทั่วโลกจำนวนไม่มากนักศึกษา อยู่ แต่แนวคิดในการพัฒนาสถิตินี้มีประโยชน์มากในการนำไปประยุกต์ทางการแพทย์ เพื่อให้ได้เครื่องมือ ทางสถิติที่มีประสิทธิภาพและใช้งานได้อย่างสะดวก

ผู้เขียนขอขอบพระคุณกองทุนส่งเสริมและพัฒนางานวิจัย สำนักวิจัย สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหาร ศาสตร์ที่ให้การสนับสนุนเงินทุน และทำยนี้ผู้เขียนขอขอบคุณนางสาววรรณพร จันโทภาส นางสาวจันทร์ ธา วงษ์อุทอง นายธนาวุฒิ ศรีวิรัช และนายภวัต ภักดีศรานุกวัด นักศึกษาปริญญาเอกสถิติ คณะสถิติ ประยุกต์ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์เป็นอย่างยิ่งที่ช่วยตรวจทานตำราเล่มนี้ ถ้าผู้อ่านพบข้อผิด พลาดใดๆหรือมีข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในการปรับปรุงตำราเล่มนี้ ขอความกรุณาแจ้งมายังผู้เขียนที่ samruamch17@gmail.com จักเป็นพระคุณยิ่ง

ศาสตราจารย์ ดร.สำรวม จงเจริญ

1 พฤศจิกายน 2563

(๒)

คำนำ

(ในการพิมพ์ครั้งที่ 1)

ตำรา “ตัวแบบเชิงเส้น (Linear models)” เล่มนี้ เขียนและเรียบเรียงขึ้น โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะใช้ประกอบการเรียนการสอนวิชา ตัวแบบเชิงเส้น ในระดับบัณฑิตศึกษาของคณะสถิติประยุกต์ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ โดยเนื้อหามุ่งเน้นแนวความคิดพื้นฐานทางทฤษฎีทางสถิติของตัวแบบเชิงเส้น นักศึกษาที่มีความรู้พื้นฐานทางสถิติคณิตศาสตร์พอสมควร จะสามารถศึกษาได้โดยง่าย โดยเฉพาะอย่างยิ่ง นักศึกษาที่เคยศึกษาวิเคราะห์การถดถอยและแผนแบบการทดลองมาก่อนแล้ว จะทำให้เข้าใจวิชาดังกล่าวได้มากยิ่งขึ้นและอย่างลึกซึ้ง สำหรับผู้ที่ไม่เคยศึกษาวิเคราะห์การถดถอยและแผนแบบการทดลองมาก่อน ก็สามารถศึกษาให้เข้าใจได้เพราะวิชาตัวแบบเชิงเส้นเป็นพื้นฐานของวิชาวิเคราะห์การถดถอยและบางส่วนของวิชาแผนแบบการทดลอง

ตำราเล่มนี้สำเร็จเป็นรูปเล่มด้วยการสนับสนุนจากกองทุนส่งเสริมและพัฒนางานวิจัย สำนักวิจัย สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ ข้อผิดพลาดใดๆที่เกิดขึ้นในตำราเล่มนี้ ขอความกรุณาผู้อ่านแจ้งมายังผู้เขียนที่ คณะสถิติประยุกต์ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ คลองจั่น บางกะปิ กทม. 10240 จักเป็นพระคุณยิ่ง

รองศาสตราจารย์ ดร.สำรวม จงเจริญ

7 พฤษภาคม 2551

สารบัญ

คำนำ

บทที่ 1	ทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับตัวแบบเชิงเส้น	1
	1.1 บทนำ	1
	1.2 ทบทวนความน่าจะเป็นและสถิติ	4
	1.3 ทบทวนเมทริกซ์และเวกเตอร์	16
	1.4 เวกเตอร์ของตัวแปรสุ่ม	52
	1.5 การแจกแจงปรกติหลายตัวแปร	56
	1.6 รูปแบบกำลังสอง	57
	1.7 เมทริกซ์ผกผันทั่วไปหรือเมทริกซ์ผกผันแบบมีเงื่อนไข	63
	แบบฝึกหัด	73
บทที่ 2	การประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบเชิงเส้นที่มีแรงก่เต็ม	77
	2.1 บทนำ	77
	2.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีกำลังสองน้อยสุด	79
	2.3 ตัวแบบในรูปศูนย์กลาง	85
	2.4 การประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด	88
	2.5 เมทริกซ์แฮท	90
	2.6 ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ σ^2	92
	2.7 สมบัติที่เหมาะสมที่สุดของ $\underline{b}$	95
	2.8 ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ σ^2	96
	2.9 ช่วงความเชื่อมั่นของตัวประมาณในตัวแบบ	97
	2.10 การอนุมานพร้อมกัน	100
	2.11 การประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีกำลังสองน้อยสุดทั่วไป	105
	แบบฝึกหัด	110
บทที่ 3	การทดสอบสมมุติฐานในตัวแบบเชิงเส้นที่มีแรงก่เต็ม	115
	3.1 บทนำ	115
	3.2 การทดสอบสมมุติฐาน	115

	3.3 การทดสอบเอฟบางส่วนและการทดสอบที	122
	3.4 การทดสอบสมมติฐานเชิงเส้นทั่วไป	137
	3.5 ข้อมูลที่มีค่าสังเกตซ้ำ	149
	3.6 การวิเคราะห์ค่าตกค้าง	161
	3.7 ผลกระทบของตัวแบบเมื่อข้อสมมุติไม่เป็นจริง	165
	แบบฝึกหัด	167
บทที่ 4	การประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบเชิงเส้นที่มีแรงก่ไม่เต็ม	171
	4.1 บทนำ	171
	4.2 การประมาณได้ของ $\underline{\beta}$	177
	4.3 เมทริกซ์ภาพฉายบน $C(X)$	179
	4.4 การประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีกำลังสองน้อยสุด	180
	4.5 ทฤษฎีของเกาส์และมาร์คอฟ	185
	4.6 ปริภูมิประมาณค่าและปริภูมิความคลาดเคลื่อน	186
	4.7 ตัวประมาณไม่เอนเอียงของ σ^2	187
	4.8 การประมาณแบบช่วงของ $\underline{\beta}$	188
	แบบฝึกหัด	190
บทที่ 5	การทดสอบสมมติฐานในตัวแบบเชิงเส้นที่มีแรงก่ไม่เต็ม	195
	5.1 บทนำ	195
	5.2 รูปแบบทั่วไปของการทดสอบสมมติฐาน	195
	5.3 ตัวแบบที่มีผลกระทบคงที่	202
	5.3.1 ตัวแบบจำแนกทางเดียว	203
	5.3.2 ตัวแบบจำแนกสองทาง	255
	แบบฝึกหัด	304
บทที่ 6	ตัวแบบเชิงเส้นเพิ่มเติม	309
	6.1 บทนำ	309

6.2	ตัวแบบผลกระทบสุ่มและตัวแบบผลกระทบผสม	309
6.3	การวัดซ้ำ	327
6.4	การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม	333
6.5	การอนุมานจำกัดอันดับในตัวแบบเชิงเส้น	347
6.6	ตัวแบบเชิงเส้นที่วางนัยทั่วไป	488
	แบบฝึกหัด	391
	บรรณานุกรม	395
	ภาคผนวก	397
	ตารางสถิติ	398-412
	บัญชีศัพท์	413

บทที่ 1

ทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับตัวแบบเชิงเส้น

1.1 บทนำ

ตัวแบบเชิงเส้น (Linear models) คือตัวแบบที่เป็นเชิงเส้นในพารามิเตอร์ ซึ่งปกติแล้วจะอยู่ในรูปของ

$$\underline{y} = X\underline{\beta} + \underline{\varepsilon}$$

เมื่อ $\underline{y}$ คือเวกเตอร์ของค่าสังเกตที่มีขนาด $n \times 1$, X คือเมทริกซ์ของค่าคงที่ที่ทราบค่ามีขนาด $n \times p$ เรียกว่าเมทริกซ์แผนแบบ (Design matrix) หรือ เมทริกซ์ตัวแบบ (Model matrix), $\underline{\beta}$ คือเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ซึ่งไม่ทราบค่ามีขนาด $p \times 1$, $\underline{\varepsilon}$ คือเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนสุ่มมีขนาด $n \times 1$ และเป็นค่าที่ไม่สามารถสังเกตได้ n คือจำนวนของค่าสังเกต และ p คือจำนวนพารามิเตอร์ จากตัวแบบข้างต้นทั้ง $\underline{y}$ และ $\underline{\varepsilon}$ ต่างเป็นเวกเตอร์ของตัวแปรสุ่ม

เนื่องจากจุดมุ่งหมายของงานทางวิทยาศาสตร์คือการพยายามค้นหา อธิบายและคาดการณ์ความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้น ซึ่งทางหนึ่งที่จะทำให้ได้ตามความมุ่งหมายดังกล่าว โดยการค้นหาสูตรหรือสมการที่แสดงความสัมพันธ์ของปริมาณต่างๆ ที่เกิดขึ้น เช่น เราอาจสนใจศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิและความดันในกระบวนการทางเคมีชนิดหนึ่ง หรืออาจสนใจศึกษาความสัมพันธ์ของจำนวนของผลทุเรียนต่อต้นกับปริมาณปุ๋ยที่ให้กับต้นทุเรียนของสวนแห่งหนึ่ง หรืออาจสนใจศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสินค้า ความต้องการสินค้าและราคาสินค้าของชุมชนแห่งหนึ่ง เป็นต้น การอธิบายความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ เหล่านี้ โดยปกติแล้วจะอธิบายในรูปแบบทางกายภาพ แต่สำหรับตัวแบบ (Models) จะเป็นการอธิบายในเชิงทฤษฎีของปรากฏการณ์ทางกายภาพภายใต้เงื่อนไขที่ต้องการศึกษา ซึ่งจะอธิบายด้วยถ้อยคำในครั้งแรก แล้วต่อมาจะพยายามจัดให้อยู่ในรูปของสมการซึ่งอาจมีเพียง 1 สมการหรือมากกว่า ดังนั้นในที่นี้เราจะพยายามศึกษาทั้งทฤษฎีที่อยู่เบื้องหลังและการประยุกต์ของตัวแบบดังกล่าว

ก่อนที่จะทำการศึกษากฎตัวแบบเชิงเส้นข้างต้น เราอาจต้องมาพิจารณาตัวแบบโดยทั่วไปที่มีการศึกษากันอยู่ในปัจจุบัน ซึ่งแบ่งได้เป็น 2 กลุ่มคือ

1. ตัวแบบเชิงปริมาณ (Quantitative Models) ได้แก่ ตัวแบบเชิงเส้นทั่วไป (General Linear Model) และตัวแบบถดถอยเชิงเส้นทั่วไป (General Linear Regression Model)
2. ตัวแบบเชิงคุณภาพ (Qualitative Models) ได้แก่ตัวแบบแผนแบบ (Design Models) และตัวแบบองค์ประกอบของความแปรปรวน (Components of Variance Models)

ลักษณะเบื้องต้นของตัวแบบต่างๆเหล่านี้ มีดังนี้

1. ตัวแบบเชิงเส้นทั่วไป (General linear model) ตัวแบบเชิงเส้นทั่วไปหรือบางครั้งเรียกว่าตัวแบบเชิงเส้นสถิติทั่วไป (General linear statistical model) เป็นตัวแบบที่พิจารณาค่าของ y จากการรู้ค่าของ x ซึ่งมีรูปแบบ ดังนี้

$$y = \mu(x) + \varepsilon$$

โดยมีเงื่อนไขว่า y และ ε ต้องเป็นตัวแปรสุ่ม $\mu(x)$ เป็นฟังก์ชันของ x ซึ่งกำหนดบนโดเมน D , x ไม่เป็นตัวแปรสุ่ม, ตัวแปรสุ่ม ε มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวน σ^2 กำหนดให้ y เป็นตัวแปรตามหรือตัวแปรตอบ สมอง และ x เป็นตัวแปรอิสระหรือตัวแปรคาดคะเน ฟังก์ชัน $\mu(x)$ จะเป็นฟังก์ชันของตัวไม่ทราบค่าหรือพารามิเตอร์ ดังนั้นฟังก์ชันนี้จะต้องเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของตัวไม่ทราบค่าตัวอย่างของตัวแบบเชิงเส้นทั่วไปได้แก่

ก. $y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$, ซึ่งมี $E(\varepsilon) = 0$, $Var(\varepsilon) = \sigma^2$ และมี $\beta_0, \beta_1, \sigma^2$ เป็นพารามิเตอร์ (ไม่ทราบค่า)

ข. $y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \varepsilon$, ซึ่งมี $E(\varepsilon) = 0$, $Var(\varepsilon) = \sigma^2$ และมี $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \sigma^2$ เป็นพารามิเตอร์ (ไม่ทราบค่า)

ค. $y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 e^x + \varepsilon$, ซึ่งมี ε มีการแจกแจงเป็นแบบ $N(0, \sigma^2)$ และมี $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \sigma^2$ เป็นพารามิเตอร์ (ไม่ทราบค่า)

ตัวแบบเชิงเส้นทั่วไปสามารถเขียนในรูปของเมทริกซ์ ได้ดังนี้

$$\underline{y} = X\underline{\beta} + \underline{\varepsilon}$$

เมื่อ $\underline{y}$ คือเวกเตอร์ของค่าสังเกตมีขนาด $n \times 1$, X คือเมทริกซ์ของค่าสังเกตที่เป็นค่าคงที่และทราบค่ามีขนาด $n \times p$, $\underline{\beta}$ คือเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ซึ่งไม่ทราบค่ามีขนาด $p \times 1$ และ $\underline{\varepsilon}$ คือเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนสุ่มมีขนาด $n \times 1$ ซึ่งเป็นค่าที่ไม่สามารถสังเกตได้และมีค่าคาดหวังเป็น 0 และมีเมทริกซ์ความแปรปรวนเป็น Σ

2. ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นทั่วไป (General Linear Regression Model) ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นทั่วไป ซึ่งก็คล้ายกับตัวแบบเชิงเส้นทั่วไป จะแตกต่างกันเฉพาะในตัวแบบเชิงเส้นทั่วไป ตัวแปรอิสระจะไม่เป็น