



คณิตศาสตร์

ม.ปลาย

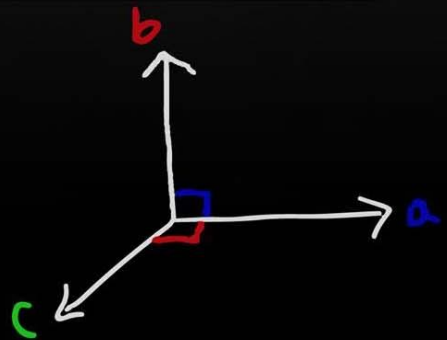
เรื่อง เวกเตอร์ใน 3 มิติ

Cross Product

$$\vec{a} = \langle a_x, a_y, a_z \rangle$$

$$\vec{b} = \langle b_x, b_y, b_z \rangle$$

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$



$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$$

The Dot Product

$$\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} \quad \vec{b} = 5\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad |\vec{b}| = \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}$$

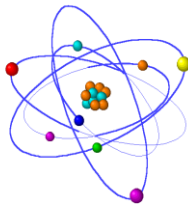


Vectors & Physics

$$\vec{F} = 7\vec{i} - 5\vec{j} + 3\vec{k}$$
$$F_x = F \cos \theta$$
$$F_y = F \sin \theta$$
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$
$$A \times B = |A||B| \sin \theta$$
$$A \cdot B = |A||B| \cos \theta$$



เรียบเรียงโดย : ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุชาติ สุภาพ
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี



คณิตศาสตร์

มัธยมศึกษาตอนปลาย

เวกเตอร์ใน 3 มิติ

เรียบเรียงโดย

ผศ.สุชาติ สุภาพ

พิมพ์และจัดจำหน่ายโดย

สุชาติ สุภาพ

250/1 หมู่ 1 ต.บ้านแพ้ว อำเภอบ้านแพ้ว จังหวัดสมุทรสาคร 74120

E - mail suchart11111@hotmail.com

พิมพ์ที่ เวิร์ดก๊อปป์ปริ้นท์ ตรงข้าม มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ถนนพหลโยธิน เขตบางเขน กรุงเทพฯ

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

สุชาติ สุภาพ

คณิตศาสตร์ 3 เรื่องเวกเตอร์ใน 3 มิติ

510

ISBN 978-616-474-990-6

คำนำ

หนังสือ คณิตศาสตร์ ม.ปลาย เรื่องเวกเตอร์ใน 3 มิติ เล่มนี้ เรียบเรียงขึ้นตรงตามหลักสูตรใหม่ พ.ศ. 2561 ของสสวท. โดยเน้นการสื่อความหมายด้วยภาพ เพราะเชื่อว่าถ้าผู้เรียนได้เรียนรู้จากภาพ จะทำให้เข้าใจเนื้อหาได้ง่ายขึ้น นอกจากนี้ยังมีการบูรณาการความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์วิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์ เข้าด้วยกัน ราคาของหนังสืออาจจะแพงไปบ้างเนื่องจากเป็นการจัดทำแบบปรินท์จำนวนน้อย หวังว่าท่านคงจะเข้าใจ

หนังสือนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือจาก ผศ.วัฒนา เดชนะ ม.ราชภัฏสงขลา และผศ.จรัส บุญยธรรม มา ครูวิทยาศาสตร์ดีเด่นระดับอุดมศึกษา ที่ได้ให้คำแนะนำที่มีประโยชน์ รวมถึงผู้บริหารมหาวิทยาลัย ฯ ทุก ระดับชั้นที่สนับสนุนส่งเสริมการทำผลงานวิชาการและส่งเสริมการให้บริการทางวิชาการแก่ชุมชนและสังคม จึงขอขอบพระคุณทุกท่านมา ณ โอกาสนี้

สำหรับท่านที่สนใจหนังสือของกระผมแต่หาซื้อไม่ได้ สามารถสั่งซื้อได้ทางไลน์ หรือเฟสบุ๊คสุชาติ สุภาพ แต่ถ้าต้องการสั่งซื้อออนไลน์สั่งซื้อได้ที่ลาซาด้าหรือช้อปปี้ โดยค้นหาจากหมวดหนังสือ

สุชาติ สุภาพ

โทรศัพท์ 084-091-9310



ID LINE

สารบัญ

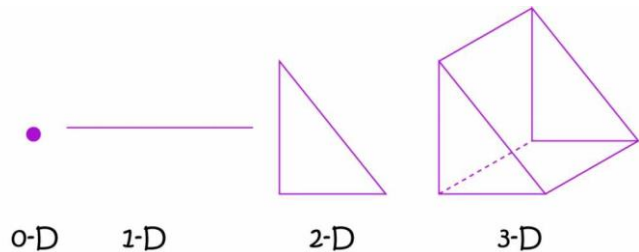
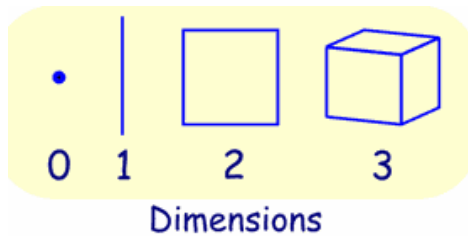
	หน้า
เวกเตอร์ใน 3 มิติ	4
ทำไมต้องเรียนเรื่องเวกเตอร์	8
ระบบพิกัด	10
การบอกตำแหน่งของจุดใน 2 และ 3 มิติ	11
ปริมาณเวกเตอร์ คืออะไร	19
เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก	20
มุมของเวกเตอร์	
เวกเตอร์หนึ่งหน่วย	30
องค์ประกอบของเวกเตอร์	38
เวกเตอร์ตำแหน่ง	50
ขนาดของเวกเตอร์	58
ระยะห่างระหว่างจุดสองจุดในปริภูมิ 2 มิติ	57
จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด	64
การหาจุดตัดของเส้นมัธยฐานทั้งสามของสามเหลี่ยม	66
การหาจุดแบ่งบนส่วนของเส้นตรง	70
เวกเตอร์ที่เท่ากัน	74
นิเสธของเวกเตอร์ (เวกเตอร์ตรงข้ามกัน)	76
กฎสี่เหลี่ยมด้านขนานของแรง	80
กฎของไซน์	81
การบวกและการลบเวกเตอร์	82
เวกเตอร์ศูนย์	114
เวกเตอร์ศูนย์กับสมมูลของแรง	116
การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์	119
เวกเตอร์ที่ขนานกัน	127
เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกัน	131
มุมกำหนดทิศทางและโคไซน์แสดงทิศทาง	135
การคูณเวกเตอร์	145
กฎของโคไซน์	177
การใช้วิธีการทางเวกเตอร์ ในการคำนวณหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน	189
การใช้เวกเตอร์ในการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน	199

%%%%%%%%%

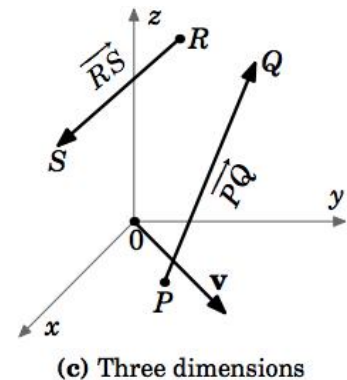
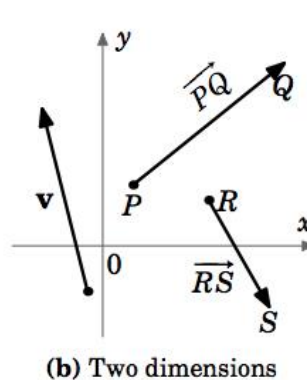
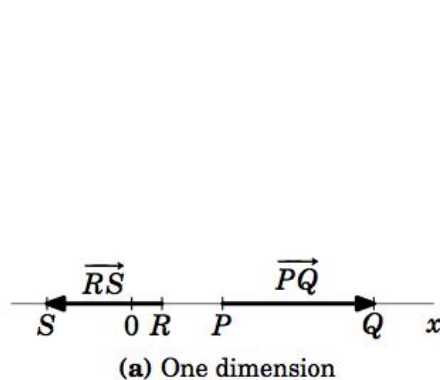
เวกเตอร์ใน 3 มิติ

มิติ คืออะไร

มิติหมายถึงขนาดซึ่งวัดไปตามทิศทางใดทิศทางหนึ่ง โดยถือนาฬิกาเป็นมิติที่ 1 ขนาดกว้างเป็น มิติที่ 2 ขนาดหนาหรือสูงเป็นมิติที่ 3 และถือว่าเวลาเป็นมิติที่ 4 ในทางศิลปะอาจใช้ หนาหรือลึก แทน กว้างหรือยาว ก็ได้



จุดไม่มีมิติ เส้นตรงมี 1 มิติ ระนาบมี 2 มิติ ลูกบาศก์มี 3 มิติ

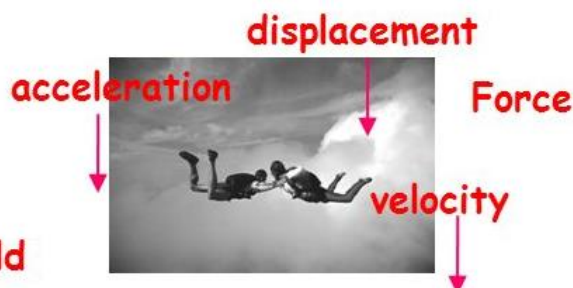


เวกเตอร์ใน 1, 2 และ 3 มิติ

ในธรรมชาติมีปริมาณต่างๆ มากมาย เช่น แรงโน้มถ่วงของโลก น้ำหนักของสิ่งของต่างๆ ความดันอากาศ ความดันของของเหลว อุณหภูมิของสิ่งต่างๆ ความเร่งของวัตถุที่ตกลงบนพื้นโลก ความเข้มของสนามแม่เหล็กโลก ความเข้มของสนามโน้มถ่วงของโลก พลังงานจลน์ของรถที่กำลังแล่น พลังงานศักย์ของน้ำในเขื่อน ปริมาณของกระแสไฟฟ้าในสายไฟฟ้า ช่วงเวลาของเหตุการณ์ต่างๆ ความหนาแน่นของสิ่งต่างๆ ฯลฯ

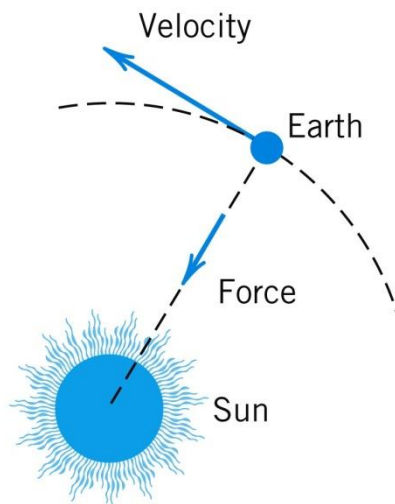
ปริมาณต่างๆ เหล่านี้บางปริมาณก็เป็นปริมาณสเกลาร์ หรือปริมาณที่มีขนาดเพียงอย่างเดียว เช่น พลังงาน เวลา ความหนาแน่น อุณหภูมิ ฯลฯ แต่ปริมาณบางอย่างก็เป็นปริมาณที่มีทิศทางด้วย เช่น แรงโน้มถ่วงของโลกมีทิศเข้าสู่จุดศูนย์กลางของโลก สนามแม่เหล็กโลกมีทิศมีทิศจากขั้วโลกใต้ไปยังขั้วโลกเหนือ เป็นต้น

direction.



Magnetic Field





รูป 1 ปริมาณเวกเตอร์

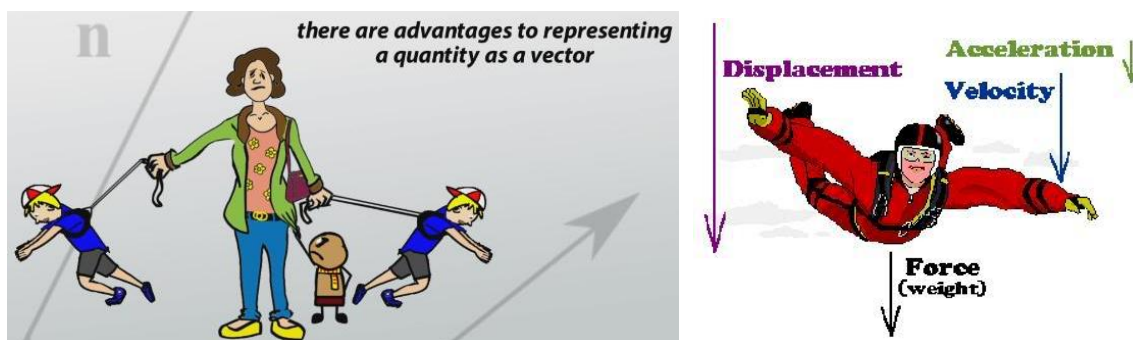
ปริมาณที่มีแต่ขนาดเพียงอย่างเดียว หรือปริมาณที่บอกแต่เพียงขนาดเพียงอย่างเดียวก็เข้าใจความหมายได้ชัดเจน เรียกว่าปริมาณสเกลาร์ ส่วนปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทางหรือปริมาณที่ต้องบอกทั้งขนาดและทิศทางจึงจะเข้าใจความหมายได้ชัดเจนเราเรียกว่าปริมาณเวกเตอร์

สเกลาร์ คือ ปริมาณที่มีแต่ขนาดเพียงอย่างเดียว เช่น ระยะทาง เวลา พื้นที่ งาน พลังงาน กระแสไฟฟ้า ฯลฯ การคำนวณปริมาณสเกลาร์ สามารถดำเนินการ บวก ลบ คูณ หาร เหมือนกับการคำนวณในระบบจำนวนทั่ว ๆ ไป



รูป 2 ปริมาณสเกลาร์

ปริมาณเวกเตอร์ คือปริมาณที่ต้องบอกทั้งขนาดและทิศทางจึงจะเข้าใจความหมายได้ชัดเจน เช่น ถ้าบอกว่าชายคนหนึ่งถูกผลักล้มลง ถ้าไม่บอกว่าชายคนนั้นได้รับแรงผลักในทิศทางใด ผู้ฟังก็ยังไม่ทราบชายคนนั้นล้มลงในทิศทางใดเป็นต้น ดังนั้นแรงจึงเป็นปริมาณเวกเตอร์ ที่ต้องบอกทั้งขนาดและทิศทางจึงจะเข้าใจความหมายได้ชัดเจน ตัวอย่างของปริมาณเวกเตอร์ยังมีอีกหลายปริมาณได้แก่ การกระจัด ความเร็ว ความเร่ง เป็นต้น



รูป 3 ปริมาณเวกเตอร์