

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่



คู่มือเตรียมสอบ

คณิตศาสตร์

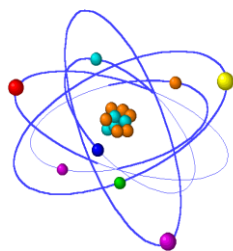
๕

เวกเตอร์ใน ๓ มิติ



ราคา
๑๙๙
บาท

เรียบเรียงโดย : ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุชาติ สุภาพ
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี



คู่มือเตรียมสอบ

วิชาคณิตศาสตร์

ชั้น ม.5

เรื่องเวกเตอร์ใน 3 มิติ

พิมพ์และจัดจำหน่ายโดย

สุชาติ สุภาพ

133/471 หมู่ 2 (ติดกับ สนง. ที่ดินบางบัวทอง) ต.พิมลราช อ.บางบัวทอง
จ.นนทบุรี 11110

E - mail suchart11111@hotmail.com

พิมพ์ที่ หจก. SPS 1999 ม.เพชรอนันต์ เขตคันนาวา กรุงเทพฯ ๑ 10230

คำนำ

คู่มือเตรียมสอบ วิชาคณิตศาสตร์ ชั้น ม.5 เรื่องวงกลมใน 3 มิติ เล่มนี้ เรียบเรียงขึ้นตรงตามหลักสูตรใหม่ พ.ศ. 2560 ของสสท. โดยเน้นการสื่อความหมายด้วยภาพ เพราะเชื่อว่าถ้าผู้เรียนได้เรียนรู้จากภาพ จะทำให้เข้าใจเนื้อหาได้อย่างขึ้น นอกจากนี้ยังมีการบูรณาการความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์วิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์เข้าด้วยกัน ราคาของหนังสืออาจจะแพงไปบ้างเนื่องจากเป็นการจัดทำแบบปรินท์จำนวนน้อย หวังว่าท่านคงจะเข้าใจและให้การสนับสนุน

หรือถ้าท่านสนใจหนังสือนี้ในรูปแบบ E-BOOK ก็มีจำหน่ายที่เว็บไซต์ ร้านนาชอินทร์ ,MEB ,อัปปี้, ซีเอ็ด , hytexts และศูนย์หนังสือจุฬาฯ

หนังสือนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือจาก ผศ.วัฒนา เดชนะ ม.ราชภัฏสงขลา และผศ.จรัส บุญธรรมมา ครูวิทยาศาสตร์ดีเด่นระดับอุดมศึกษา ที่ได้ให้คำแนะนำที่มีประโยชน์ รวมถึงผู้บริหารมหาวิทยาลัยฯฯ ทุกระดับชั้นที่สนับสนุนส่งเสริมการทำผลงานวิชาการและส่งเสริมการให้บริการทางวิชาการแก่ชุมชนและสังคม จึงขอขอบพระคุณทุกท่าน มา ณ โอกาสนี้

สำหรับท่านที่สนใจหนังสือของกระผมแต่หาซื้อไม่ได้ สามารถสั่งซื้อได้ทางไลน์ หรือเฟสบุ๊คสุชาติ สุภาพ

สุชาติ สุภาพ

โทรศัพท์ 083-920-3825

สารบัญ

หน้า

เวกเตอร์ใน 3 มิติ	5
ทำไมต้องเรียนเรืองเวกเตอร์	11
ระบบพิกัด	14
การบอกตำแหน่งของจุดใน 2 และ 3 มิติ	15
ปริมาณเวกเตอร์ คืออะไร	26
เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก	27
มุมของเวกเตอร์	43
เวกเตอร์หนึ่งหน่วย	44
องค์ประกอบของเวกเตอร์	55
เวกเตอร์ตำแหน่ง	75
ขนาดของเวกเตอร์	84
ระยะห่างระหว่างจุดสองจุดในปริภูมิ 2 มิติ	87
จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด	96
การหาจุดตัดของเส้นมีฐานทั้งสามของสามเหลี่ยม	99
การหาจุดแบ่งบนส่วนของเส้นตรง	105
เวกเตอร์ที่เท่ากัน	110
นิเสธของเวกเตอร์ (เวกเตอร์ตรงข้ามกัน)	112
กฎสี่เหลี่ยมด้านขนานของแรง	118
กฎของไซน์	120
การบวกและการลบเวกเตอร์	121
เวกเตอร์คูณ	170
เวกเตอร์คูณกับสมมูลของแรง	173
การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์	177

สารบัญ

หน้า

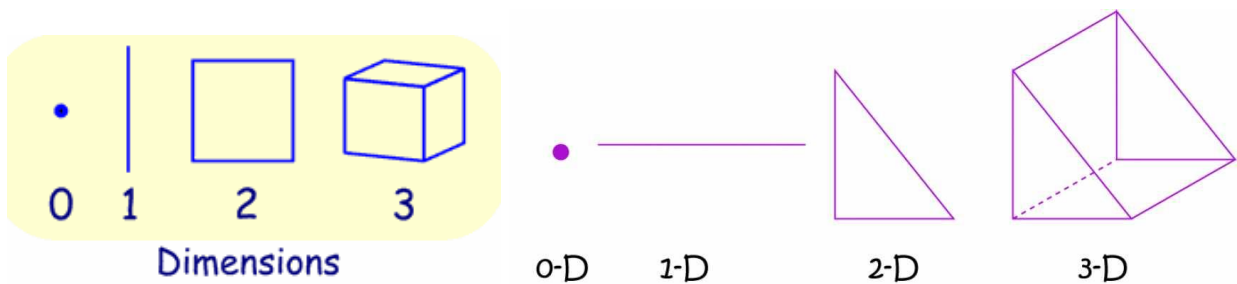
เวกเตอร์ที่ขนานกัน	188
เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกัน	193
มุมก้ำกัศทิศทางและโคไซน์แสดงทิศทาง	198
การคูณเวกเตอร์	213
กฎของโคไซน์	256
การใช้วิธีการทางเวกเตอร์ในการคำนวณหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน	273
การใช้เวกเตอร์ในการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน	285

%%%%%%%%%

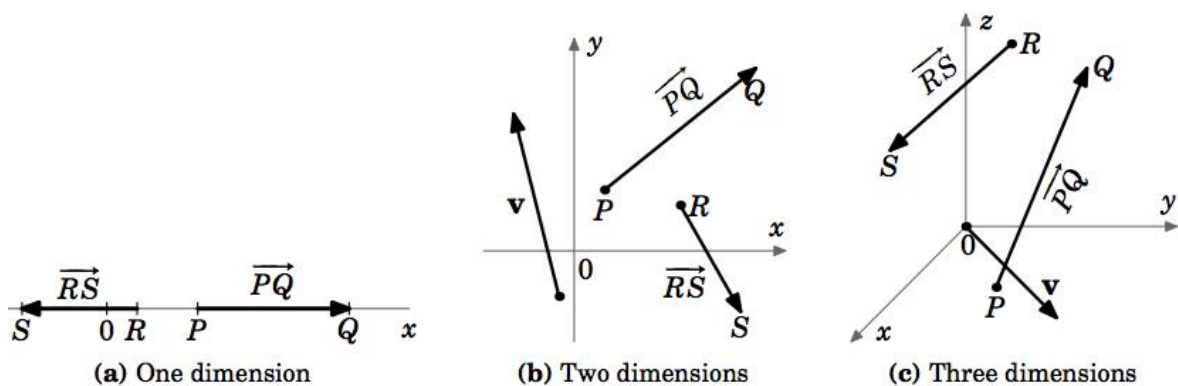
เวกเตอร์ใน 3 มิติ

มิติ คืออะไร

มิติหมายถึงขนาดซึ่งวัดไปตามทิศทางใดทิศทางหนึ่ง โดยที่ขนาดยาวเป็นมิติที่ 1 ขนาดกว้างเป็น มิติที่ 2 ขนาดหนาหรือสูงเป็นมิติที่ 3 และถือว่าเวลาเป็นมิติที่ 4 ในทางคิดปะอาจใช้ หนาหรือลึก แทน กว้างหรือยาว ก็ได้



จุดไม่มีมิติ เส้นตรงมี 1 มิติ ระนาบมี 2 มิติ ลูกบาศก์มี 3 มิติ

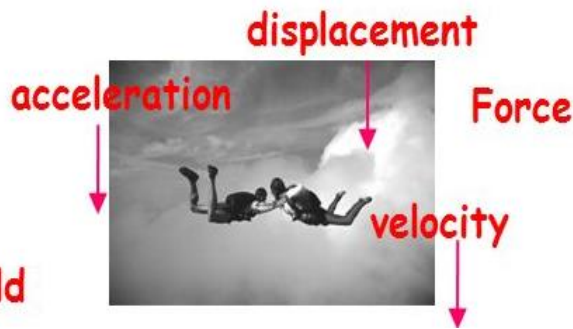


เวกเตอร์ใน 1, 2 และ 3 มิติ

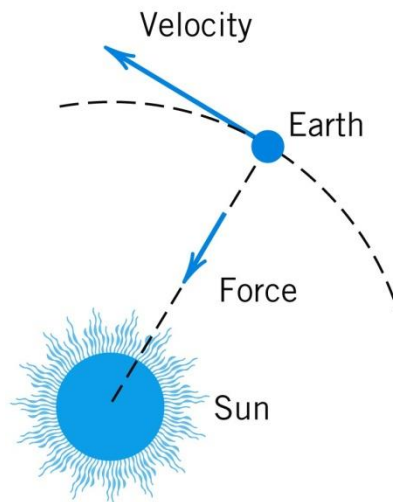
ในธรรมชาติมีปริมาณต่าง ๆ มากมาย เช่น แรงแม่เหล็กของโลก น้ำหนักของสิ่งของต่างๆ ความดันอากาศ ความดันของของเหลว อุณหภูมิของสิ่งต่างๆ ความเร็วของวัตถุที่ตกลงบนพื้นโลก ความเข้มของสนามแม่เหล็กโลก ความเข้มของสนามโน้มถ่วงของโลก พลังงานจลน์ของรถที่กำลังแล่น พลังงานศักย์ของน้ำในเขื่อน ปริมาณของกระแสไฟฟ้าในสายไฟฟ้า ช่วงเวลาของเหตุการณ์ต่าง ๆ ความหนาแน่นของสิ่งต่างๆ ฯลฯ

ปริมาณต่าง ๆ เหล่านี้บางปริมาณก็เป็นปริมาณสเกลาร์ หรือปริมาณที่มีขนาดเพียงอย่างเดียว เช่น พลังงาน เวลา ความหนาแน่น อุณหภูมิ ฯลฯ แต่ปริมาณบางอย่างก็เป็นปริมาณที่มีทิศทางด้วย เช่น แรงโน้มถ่วงของโลกมีทิศเข้าสู่จุดศูนย์กลางของโลก สนามแม่เหล็กโลกมีทิศมีทิศจากขั้วโลกใต้ไปยังขั้วโลกเหนือ เป็นต้น

direction.



Magnetic Field



รูป 1 ปริมาณเวกเตอร์

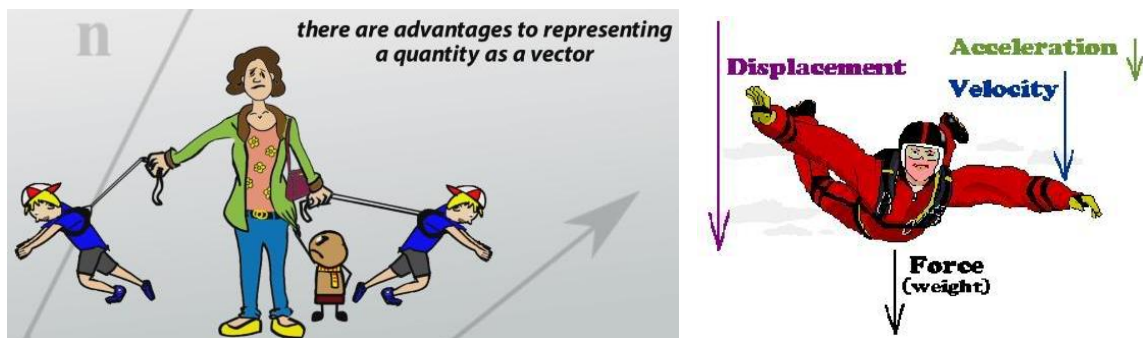
ปริมาณที่มีแต่ขนาดเพียงอย่างเดียว หรือปริมาณที่บอกแต่เพียงขนาดเพียงอย่างเดียว ก็เข้าใจความหมายได้ชัดเจนเร็วกว่าปริมาณสเกลาร์ ส่วนปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทางหรือปริมาณที่ต้องบอกทั้งขนาดและทิศทางจึงจะเข้าใจความหมายได้ชัดเจนเราเร็วกว่าปริมาณเวกเตอร์

สเกลลาร์ คือ ปริมาณที่มีแต่ขนาดเพียงอย่างเดียว เช่น ระยะทาง เวลา พื้นที่ งาน พลังงาน กระแสไฟฟ้า ฯลฯ การคำนวณปริมาณสเกลลาร์ สามารถดำเนินการ บวก ลบ คูณ หาร เหมือนกับการคำนวณในระบบจำนวนทั่ว ๆ ไป

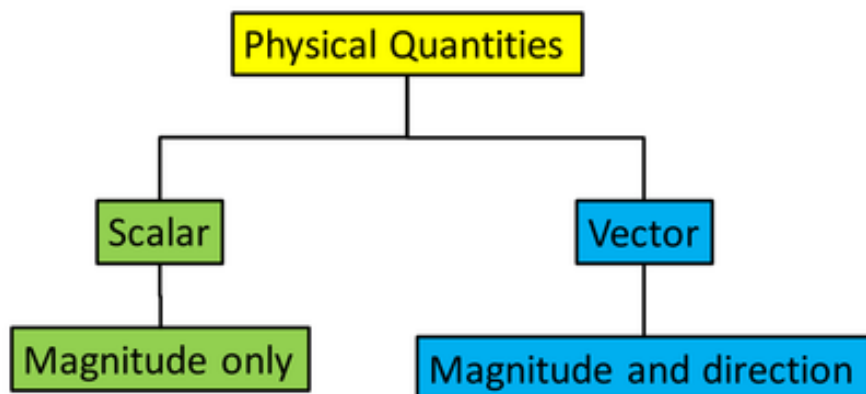


รูป 2 ปริมาณสเกลาร์

ปริมาณเวกเตอร์ คือปริมาณที่ต้องบอกทั้งขนาดและทิศทางจึงจะเข้าใจความหมายได้ชัดเจน เช่น ถ้าบอกว่าชายคนหนึ่งถูกผลักล้มลง ถ้าไม่บอกว่าชายคนนั้นได้รับแรงผลักในทิศทางใด ผู้ฟังก็จะไม่ทราบชายคนนั้นล้มลงในทิศทางใดเป็นต้น ดังนั้นแรงจึงเป็นปริมาณเวกเตอร์ ที่ต้องบอกทั้งขนาดและทิศทางจึงจะเข้าใจความหมายได้ชัดเจน ตัวอย่างของปริมาณเวกเตอร์ยังมีอีกหลายปริมาณได้แก่ การกระจัด ความเร็ว ความเร่ง เป็นต้น



รูป 3 ปริมาณเวกเตอร์



ปริมาณต่าง ๆ ในธรรมชาติมี 2 ประเภท