



ชั้นมัธยมศึกษาปีที่

๓

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

เล่ม ๑

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑





หนังสือเรียน

รายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ ๓ เล่ม ๑

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

จัดทำโดย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

จัดทำเป็นฉบับ e-book ครั้งที่ ๒ พ.ศ. ๒๕๖๖

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำหนังสือเรียน ฉบับ e-book นี้ขึ้น โดยมีเนื้อหาเช่นเดียวกับหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ เล่ม ๑ ฉบับสิ่งพิมพ์ ที่จัดทำตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ ทุกประการ เพื่อให้นักเรียน ครู ผู้ปกครอง นักวิชาการ และผู้สนใจทั่วไป เข้าถึงได้ง่ายและสะดวกรวดเร็ว รวมทั้งสามารถเลือกใช้ตามความเหมาะสมกับ จุดประสงค์ต่าง ๆ ทั้งนี้ สสวท. ขอสงวนสิทธิ์ในหนังสือเรียน ฉบับ e-book นี้ ตามกฎหมายลิขสิทธิ์ ห้ามผู้ใดทำซ้ำ คัดลอก ดัดแปลง เลียนแบบ จำหน่าย หรือ เผยแพร่ โดยมิได้รับอนุญาต

สามารถเข้าถึงสื่อดิจิทัลต่าง ๆ ของ สสวท. ได้ที่ <http://www.ipst.ac.th/ebook-resource/>

คำชี้แจง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ โดยมีจุดเน้นเพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความสามารถที่ทัดเทียมกับนานาชาติ ได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้กับกระบวนการคิด มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ สามารถคิดวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ สสวท. จึงได้จัดทำหนังสือเรียนที่เป็นไปตามมาตรฐานหลักสูตรเพื่อให้โรงเรียนได้ใช้สำหรับการเรียนการสอนในชั้นเรียน

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ เล่ม ๑ นี้ ประกอบด้วยบทเรียนเรื่อง อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ความคล้าย กราฟของฟังก์ชัน กำลังสอง และสถิติ (๓) เนื้อหาสาระในแต่ละบทเรียนสอดคล้องครบถ้วนตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร และสะท้อนภาพความเชื่อมโยงที่คาดหวังระหว่างหลักสูตรแกนกลางกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโรงเรียน ผู้สอนสามารถใช้หนังสือเรียนเล่มนี้เป็นเครื่องมือในการจัดการเรียนรู้ บนพื้นฐานของความเข้าใจเกี่ยวกับธรรมชาติการเรียนรู้ของวัยรุ่น ความเชื่อมั่นในศักยภาพของผู้เรียน ความมุ่งหวังให้ผู้เรียนทุกคนมีความรู้และทักษะที่จำเป็นและเพียงพอกับการดำรงชีวิตในโลกอนาคตที่มีการพัฒนาและเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว มีความพร้อมในการศึกษาต่อระดับที่สูงขึ้น และสนับสนุนให้ผู้เรียนมีสิทธิในการเรียนรู้และให้โอกาสในการเรียนรู้ในบริบทที่ท้าทาย หนังสือเรียนเล่มนี้นำเสนอรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่หลากหลายตามบริบทที่เหมาะสมในแต่ละเนื้อหา เช่น การลงมือปฏิบัติเพื่อสร้างข้อมูลและใช้ข้อมูล ดังกล่าวสร้างข้อความคาดการณ์จนเกิดเป็นข้อสรุป การใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิด วิเคราะห์ และแก้ปัญหาอย่างเป็นเหตุเป็นผล เพื่อให้ตอบสนองกับรูปแบบการเรียนรู้ที่แตกต่างกันของผู้เรียน มีการใช้สื่อการเรียนรู้ที่มีความทันสมัย เช่น ซอฟต์แวร์เรขาคณิตพลวัต สื่อวัตถุดิจิทัลเสมือนจริง ด้วยมุ่งหวังที่จะกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน ให้เปิดรับโอกาสในการเรียนรู้ ช่วยให้ผู้เรียนเห็นภาพและเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ และเข้าถึงแก่นของวิชาคณิตศาสตร์ที่มีธรรมชาติเป็นนามธรรมได้ในที่สุด โดยยึดหลักการของการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองควบคู่กับการชี้แนะของผู้สอน

ในการจัดทำหนังสือเรียนเล่มนี้ สสวท. ได้รับความร่วมมือเป็นอย่างดีจากผู้ทรงคุณวุฒิ ศึกษานิเทศก์ ครูผู้สอน นักวิชาการ จากสถาบันและสถานศึกษาทั้งภาครัฐและเอกชน จึงขอขอบคุณไว้ ณ ที่นี้ และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์เล่มนี้จะเป็นประโยชน์แก่ผู้เรียนและผู้ที่เกี่ยวข้องทุกฝ่ายในการจัดการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพและประสิทธิผล หากมีข้อเสนอแนะใดที่จะทำให้หนังสือเรียนเล่มนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โปรดแจ้ง สสวท. ทราบด้วยจะขอบคุณยิ่ง

(ศาสตราจารย์ชูกิจ ลิมปิจำนงค์)

ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

กระทรวงศึกษาธิการ

การสื่อความหมายของรูปภาพและกรอบที่ควรรู้

1

จุดประสงค์ของบทเรียน



ความรู้และทักษะที่นักเรียนควรทำได้
เมื่อเรียนจบบทนี้

2

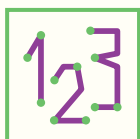
ทบทวนความรู้ก่อนเรียน



ทบทวนเนื้อหาหรือความรู้ก่อนเรียน
เพื่อเตรียมความพร้อมสำหรับการเรียน
เนื้อหาใหม่ ซึ่งจะมีลิงก์ และ QR-code
สำหรับเข้าไปทำแบบทดสอบออนไลน์ เพื่อ
ตรวจสอบความรู้พื้นฐานก่อนเข้าสู่บทเรียน

3

มุมมอง



ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เพิ่มเติมจาก
เนื้อหา เพื่อเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์
ให้กับนักเรียน

4

ชวนคิด



คำถามเพื่อตรวจสอบความรู้หรือขยาย
ความรู้จากเนื้อหา ตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัด
โดยเน้นให้เกิดการอภิปรายร่วมกันใน
ชั้นเรียน เพื่อขยายความคิดเพิ่มเติม และ
แลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน

5

ข้อสังเกต



ข้อมูลหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สังเกต
และสรุปได้จากเนื้อหาหรือตัวอย่าง
เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการสังเกต
คาดการณ์ และลงข้อสรุป

6

ข้อควรระวัง



ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่อาจเข้าใจผิด
หรือนำไปใช้โดยไม่ระวัง เพื่อให้เกิดความ
เข้าใจที่ถูกต้อง และย้ำเตือนให้นักเรียน
เกิดความรอบคอบในการนำไปใช้

7

กิจกรรม



กิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ
เพื่อฝึกการสังเกต ฝึกการคิด และเพื่อให้
เกิดการเรียนรู้หรือสร้างองค์ความรู้ใหม่ ๆ
ทั้งยังช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการ
ทางคณิตศาสตร์

8

คำถามท้ายกิจกรรม



คำถามเพื่อสรุปความรู้ หรือขยายความรู้
จากกิจกรรมที่ได้ทำ

9

มุมมองเทคโนโลยี



ความรู้หรือกิจกรรมที่ใช้เทคโนโลยีเป็น
เครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เช่น
เครื่องคิดเลข หรือซอฟต์แวร์เรขาคณิต
พลวัต เพื่อให้นักเรียนมีทักษะในการใช้
เทคโนโลยีในการแก้ปัญหา

10

สื่อเสริม เพิ่มความรู้



ข้อมูลหรือวิดีโอที่เสริมความรู้ที่เพิ่มเติม
จากเนื้อหา ตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัด
เพื่อแนะนำแหล่งการเรียนรู้ให้นักเรียน
ได้ศึกษาเพิ่มเติม

การสื่อความหมายของรูปภาพและกรอบที่ควรรู้

11

เกร็ดน่ารู้



ความรู้ทั่วไปในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับเนื้อหา ตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัด

12

เครื่องคิดเลข



แนะนำให้ใช้เครื่องคิดเลขช่วยในการคำนวณ

13

ซอฟต์แวร์ตารางทำงาน



แนะนำให้ใช้ซอฟต์แวร์ตารางทำงานในการทำกิจกรรม หรือการแก้ปัญหา

14

The Geometer's Sketchpad



แนะนำให้ใช้ซอฟต์แวร์ The Geometer's Sketchpad ในการทำกิจกรรม การสำรวจ หรือการแก้ปัญหา

15

ท้าทาย



แบบฝึกหัดข้อที่มีความยากหรือซับซ้อนมากกว่าตัวอย่างที่มีให้ แต่ยังสามารถใช้เนื้อหาความรู้ที่เรียนมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้

16

ตรวจสอบความเข้าใจ



ตรวจสอบความเข้าใจของตนเองภายหลังจากเรียนจบบทเรียน เพื่อตรวจสอบว่าเนื้อหาใดที่เข้าใจ และเนื้อหาใดต้องทบทวนหรือเรียนรู้เพิ่มเติม

17

สรุปท้ายบท



สรุปเนื้อหาของบทเรียน เพื่อสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ในบทเรียนนั้น ๆ

18

กิจกรรมท้ายบท



กิจกรรมท้ายบทเรียน เพื่อให้นักเรียนได้นำความรู้ในบทเรียนมาใช้ในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่หลากหลาย

19

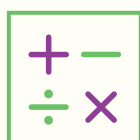
แบบฝึกหัดท้ายบท



แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ประยุกต์ใช้ความรู้ที่ได้จากหัวข้อต่าง ๆ ในบทเรียนนี้ รวมทั้งบทเรียนก่อนหน้ามาใช้ในการแก้ปัญหา

20

กิจกรรมคณิตศาสตร์เชิงสะเต็ม



กิจกรรมที่เน้นการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในชีวิตจริง โดยให้นักเรียนได้บูรณาการความรู้ทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี รวมทั้งกระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรม

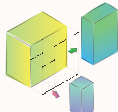
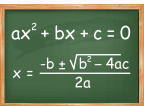
21

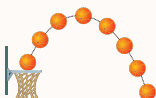
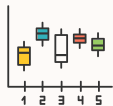
สื่อ AR (Augmented Reality)



สื่อเสริมการเรียนรู้ด้วยเทคโนโลยีแอปพลิเคชัน “AR สสวท. คณิต มัธยม” เพื่อใช้งานได้ที่ <http://ipst.me/9075>



สารบัญ	บทที่ 1-3	
บทที่	เนื้อหา	หน้า
1  อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	บทที่ 1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	10
	1.1 แนะนำอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	13
	1.2 คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	18
	1.3 การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	22
	1.4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	33
2  การแยกตัวประกอบ ของพหุนามที่มีดีกรี สูงกว่าสอง	บทที่ 2 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง	48
	2.1 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูปผลบวก และผลต่างของกำลังสาม	51
	2.2 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสาม	58
3  สมการกำลังสอง ตัวแปรเดียว	บทที่ 3 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	66
	3.1 แนะนำสมการกำลังสองตัวแปรเดียว	69
	3.2 การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	71
	3.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว	87

สารบัญ	บทที่ 4-6	
บทที่	เนื้อหา	หน้า
4  ความคล้าย	บทที่ 4 ความคล้าย	100
	4.1 รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน	103
	4.2 รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	120
	4.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	141
5  กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง	บทที่ 5 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง	156
	5.1 แนะนำฟังก์ชัน	159
	5.2 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง	165
6  สถิติ (3)	บทที่ 6 สถิติ (3)	214
	6.1 แผนภาพกล่อง	217
	6.2 การอ่านและแปลความหมายจากแผนภาพกล่อง	229
กิจกรรมคณิตศาสตร์เชิงสะเต็ม		250
บรรณานุกรม		253
ภาคผนวก	ดัชนี	254
	บัญชีสัญลักษณ์	256
	คณะผู้จัดทำ	257

บทที่

1

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว



- 1.1 แนะนำอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- 1.2 คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- 1.3 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- 1.4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว



จุดประสงค์ของบทเรียน

เมื่อเรียนจบบทนี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ

1. เขียนอสมการแทนข้อความที่เกี่ยวกับการไม่เท่ากันของจำนวน
2. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และเขียนกราฟแสดงคำตอบ
3. แก้ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

5.5 km



5 km



บทที่ 1

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว



“

โดยทั่วไป ผู้ให้บริการอาคารจอดรถจะแจ้งข้อกำหนดในการใช้อัตราเร็วและความสูงของรถยนต์เพื่อความปลอดภัยของผู้ใช้บริการ โดยจะใช้สัญลักษณ์ที่เข้าใจง่ายหรือข้อความที่สั้นกระชับจากภาพข้างต้น สามารถสื่อสารให้ผู้ใช้บริการทราบได้ว่า ควรขับรถขึ้นอาคารจอดรถด้วยอัตราเร็วไม่เกิน 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และควรตระหนักว่า รถยนต์ที่ขึ้นอาคารจอดรถนี้ได้จะต้องมีความสูงไม่เกิน 2.1 เมตร

”





ทบทวนความรู้ก่อนเรียน

❖ เครื่องหมายแสดงความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน

- < แสดงความสัมพันธ์ น้อยกว่า
- > แสดงความสัมพันธ์ มากกว่า
- $\neq$ แสดงความสัมพันธ์ ไม่เท่ากับหรือไม่เท่ากัน

❖ สมบัติของการเท่ากัน

◆ สมบัติสมมาตร

ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$ เมื่อ a และ b แทนจำนวนจริง

◆ สมบัติถ่ายทอด

ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริง

◆ สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก

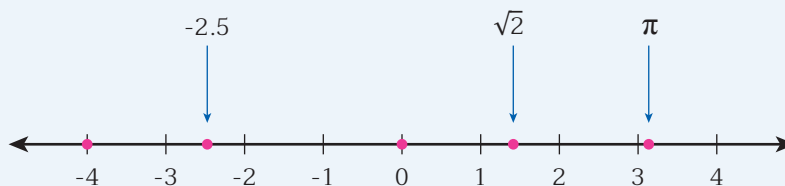
ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริง

◆ สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ

ถ้า $a = b$ แล้ว $ca = cb$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริง

❖ เส้นจำนวน

จำนวนจริงทุกจำนวนสามารถเขียนแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้ และจุดหนึ่งจุดบนเส้นจำนวนจะแทนจำนวนจริงหนึ่งจำนวน ซึ่งอาจเป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะก็ได้

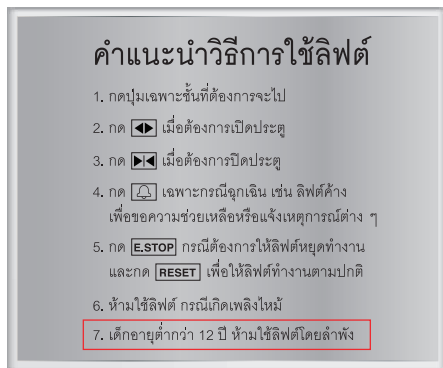


นักเรียนสามารถทำแบบทดสอบความรู้พื้นฐานก่อนเรียนได้ที่ <http://ipst.me/10687>



1.1 แนะนำอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในชีวิตประจำวัน เราจะพบเห็นป้ายที่เกี่ยวข้องกับ “การไม่เท่ากัน” อยู่บ่อย ๆ เพื่อการสื่อความหมายที่ตรงกันหรืออาจรวมถึงความปลอดภัยในชีวิตและทรัพย์สิน เราจึงต้องเข้าใจสัญลักษณ์หรือคำอธิบายบนป้ายเหล่านั้น เช่น



ป้ายกำหนดข้อปฏิบัติในการใช้ลิฟต์
ที่ห้ามเด็กอายุต่ำกว่า 12 ปี ใช้ลิฟต์โดยลำพัง



ป้ายจราจรจำกัดความเร็ว
กำหนดให้ผู้ขับขี่ต้องขับรถด้วยอัตราเร็วไม่เกิน 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง



สัญลักษณ์ที่ระบุระดับความเหมาะสมของ
รายการโทรทัศน์กับกลุ่มผู้ชมว่า
รายการนี้เหมาะสมกับผู้ชมอายุ 13 ปีขึ้นไป
ผู้ชมที่มีอายุน้อยกว่า 13 ปี ควรได้รับคำแนะนำ

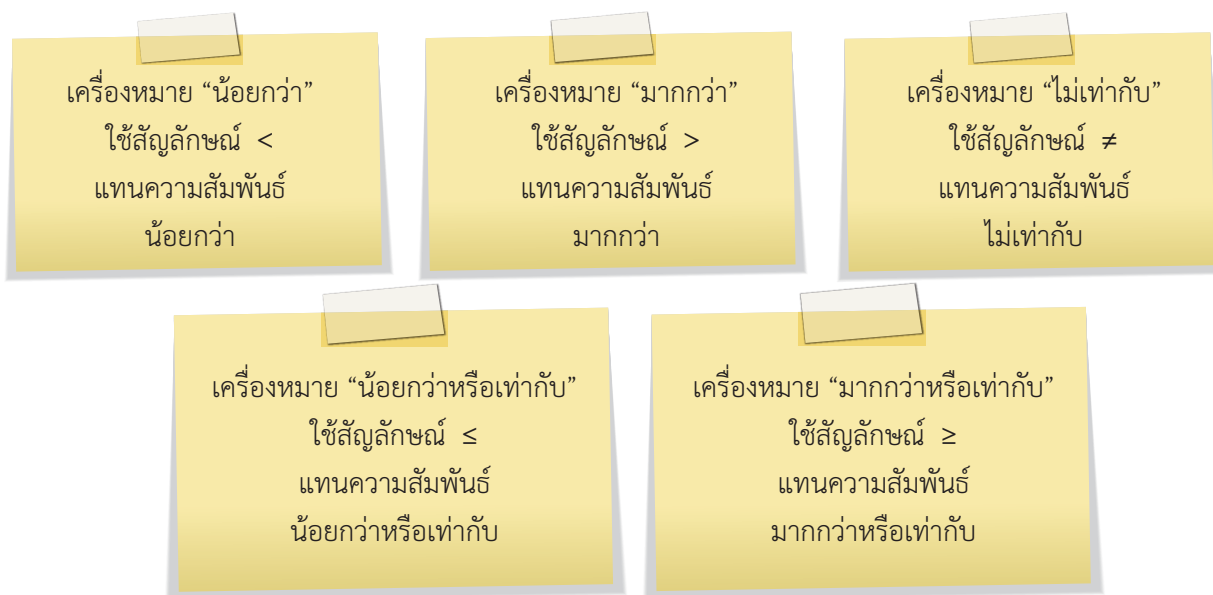
ดัชนีคุณภาพอากาศ (Air Quality Index: AQI) ของประเทศไทย โดยกรมควบคุมมลพิษ		
AQI	สี	ระดับ
0-25		ดีมาก
26-50		ดี
51-100		ปานกลาง
101-200		เริ่มมีผลกระทบต่อสุขภาพ
มากกว่า 200		มีผลกระทบต่อสุขภาพ

ดัชนีคุณภาพอากาศแสดงให้เห็นว่าคุณภาพอากาศ
เป็นอย่างไร เช่น ถ้าดัชนีมีค่ามากกว่า 200 แสดงว่า
อากาศ ณ ตำแหน่งนั้นมีผลกระทบต่อสุขภาพ
ควรหลีกเลี่ยงการทำกิจกรรมกลางแจ้ง
หรือใช้อุปกรณ์ป้องกันตนเองหากมีความจำเป็น

จากตัวอย่างข้างต้น คำว่า “ต่ำกว่า” “ไม่เกิน” “ขึ้นไป” “น้อยกว่า” และ “มากกว่า” เป็นคำที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน และใช้บ่งบอกปริมาณทั้งหมดที่สอดคล้องกับเงื่อนไข เช่น

ป้ายจราจรที่จำกัดอัตราเร็ว 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หมายความว่า ผู้ขับขี่สามารถขับรถด้วยอัตราเร็วเท่าใดก็ได้ เช่น 80, 100 หรือ 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แต่ต้องไม่มากกว่า 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เนื่องจากผิดกฎหมายจราจร และอาจเกิดอุบัติเหตุร้ายแรงจนนำไปสู่การสูญเสียต่อชีวิตและทรัพย์สิน

ในทางคณิตศาสตร์ จะใช้สัญลักษณ์แทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันดังนี้



เกร็ดน่ารู้

การใช้เครื่องหมาย $<$ และ $>$ ปรากฏครั้งแรกในหนังสือ Artis Analyticae Praxis ad Aequationes Algebraicas Resolvendas (The Analytical Art Applied to Solving Algebraic Equations) โดย Thomas Harriot (ค.ศ. 1560–1621) นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ ซึ่งหนังสือเล่มนี้ได้มีการนำออกเผยแพร่ในปี ค.ศ. 1631 หลังจากที่เขาเสียชีวิตแล้ว

ต่อมาในปี ค.ศ. 1731 Pierre Bouguer (ค.ศ. 1698–1758) นักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศส ได้ใช้เครื่องหมาย $\leq$ และ $\geq$ สำหรับเครื่องหมาย $\neq$ Leonhard Euler (ค.ศ. 1707–1783) นักคณิตศาสตร์ชาวสวิส เป็นผู้เผยแพร่เป็นครั้งแรก

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของการอ่านและความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้แสดงความสัมพันธ์ของจำนวน

สัญลักษณ์	คำอ่าน	ความหมาย
$x < 2$	❖ x น้อยกว่า 2	x มีค่าน้อยกว่า 2
		x มีค่าไม่ถึง 2
$x > 2$	❖ x มากกว่า 2	x มีค่ามากกว่า 2
		x มีค่าเกิน 2
$x \neq 2$	❖ x ไม่เท่ากับ 2	จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 2
$x \leq 2$	❖ x น้อยกว่าหรือเท่ากับ 2	$x < 2$ หรือ $x = 2$
		x มีค่าไม่เกิน 2
		x มีค่าไม่มากกว่า 2
		x มีค่าอย่างมาก 2
$x \geq 2$	❖ x มากกว่าหรือเท่ากับ 2	$x > 2$ หรือ $x = 2$
		x มีค่าไม่น้อยกว่า 2
		x มีค่าอย่างน้อย 2
		x มีค่าตั้งแต่ 2 ขึ้นไป
$2 < x < 4$	❖ 2 น้อยกว่า x และ x น้อยกว่า 4 ❖ x มากกว่า 2 และ x น้อยกว่า 4 ❖ x มากกว่า 2 แต่น้อยกว่า 4	$x > 2$ และ $x < 4$
		x มีค่าอยู่ระหว่าง 2 และ 4
$2 \leq x \leq 4$	❖ 2 น้อยกว่าหรือเท่ากับ x และ x น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4 ❖ x มากกว่าหรือเท่ากับ 2 และ x น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4 ❖ x มากกว่าหรือเท่ากับ 2 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4	$x \geq 2$ และ $x \leq 4$
		x มีค่าตั้งแต่ 2 ถึง 4
		x มีค่าตั้งแต่ 2 แต่ไม่เกิน 4

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. ผลบวกของสามกับแปดน้อยกว่าสิบสอง
2. จำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าสิบห้า
3. ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่าเก้า
4. ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสามไม่น้อยกว่าสิบ
5. เศษสี่ส่วนห้าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับแปดไม่เท่ากับสอง
6. สองเท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสี่ไม่เกินหก

123

มุมคณิต

นอกจากเครื่องหมายแสดงความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันที่แนะนำข้างต้นแล้ว เราอาจพบเครื่องหมายแสดงความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันแบบอื่น ๆ อีก เช่น

- ❧ แทนความสัมพันธ์ “ไม่น้อยกว่า”
- ❧ แทนความสัมพันธ์ “ไม่น้อยกว่าและไม่เท่ากับ”

ข้อความข้างต้นนี้ แสดงความสัมพันธ์ของจำนวน เมื่อให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง เราจะเขียนข้อความเหล่านั้นเป็นประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

1. $3 + 8 < 12$

2. $x > 15$

3. $5x < 9$

4. $x + 3 \geq 10$

5. $\frac{4}{5}(x + 8) \neq 2$

6. $2(x - 4) \leq 6$ หรือ $2(4 - x) \leq 6$

ประโยคที่ใช้สัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันข้างต้น เป็นตัวอย่างของอสมการ

อสมการ (inequality) เป็นประโยคที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยใช้สัญลักษณ์ $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ หรือ $\neq$ แสดงความสัมพันธ์

ในอสมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ ถ้าอสมการมีตัวแปร ตัวแปรนั้นจะแทนจำนวน ในกรณีที่ไม่มีระบุเงื่อนไขของตัวแปร ให้ถือว่าตัวแปรนั้นแทนจำนวนจริงใด ๆ

จากอสมการในข้อ 1 ถึงข้อ 6 ข้างต้น อสมการในข้อ 1 เป็นตัวอย่างของอสมการที่ไม่มีตัวแปร ส่วนอสมการในข้อ 2 ถึงข้อ 6 เป็นตัวอย่างของอสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และตัวแปรนั้นมีเลขชี้กำลังเป็น 1 อสมการที่มีตัวแปรดังกล่าวนี้เป็นตัวอย่างของ**อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (linear inequality with one variable)**

แบบฝึกหัด 1.1

1. จงเขียนประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนแต่ละข้อความต่อไปนี้ (ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง)
 - 1) สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งไม่เกิน 18
 - 2) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 7 ไม่ถึง 25
 - 3) ผลบวกของสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 6 ไม่น้อยกว่า 20
 - 4) เศษเจ็ดส่วนสิบห้าของจำนวนจำนวนหนึ่งไม่เท่ากับ 105
 - 5) เศษสามส่วนสี่ของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 2 มากกว่า 40
 - 6) ห้าเท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 6 น้อยกว่า 30
 - 7) ผลบวกของสามในสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 8 ไม่เกิน 15
 - 8) สองเท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 4 น้อยกว่าห้าเท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนนั้นกับ 8

2. ในการใช้ถนนบางแห่งจะมีป้ายจราจรกำหนดว่า รถที่สามารถผ่านถนนเส้นนี้ได้จะต้องมีน้ำหนักของรถรวมกับน้ำหนักบรรทุกไม่เกินน้ำหนักที่แสดงบนป้าย

อิสระต้องขับรถบรรทุกทุกหกล้อที่มีน้ำหนักของรถ 6 ตัน ไปส่งผลไม้ที่ตลาดผลไม้โดยผ่านสะพานข้ามคลองแห่งหนึ่งที่มีป้ายกำหนดน้ำหนักไว้ก่อนขึ้นสะพาน ดังรูป และมีผลไม้ที่ต้องนำไปส่งตามรายการดังนี้

ทุเรียนหมอนทอง	3 ตัน 300 กิโลกรัม
เงาะโรงเรียน	1 ตัน 800 กิโลกรัม
กระท้อนปุยฝ้าย	2 ตัน 500 กิโลกรัม
ลิ้นจี่จักรพรรดิ	1 ตัน 700 กิโลกรัม
ขนุนไพศาลทักษิณ	2 ตัน 200 กิโลกรัม
มะม่วงโชคอนันต์	1 ตัน 800 กิโลกรัม
ลำไยสีชมพู	2 ตัน 400 กิโลกรัม
ส้มโอขาวแตงกวา	1 ตัน 750 กิโลกรัม

อิสระจะต้องขับรถบรรทุกทุกหกล้อคันนี้ไปส่งผลไม้อย่างน้อยกี่รอบ แต่ละรอบบรรทุกผลไม้ชนิดใดบ้าง และคิดเป็นน้ำหนักเท่าไร โดยแต่ละรอบจะต้องบรรทุกผลไม้ชนิดเดียวกันไปพร้อมกันทั้งหมด



เกร็ดน่ารู้

ป้ายจราจรที่เราพบเห็นโดยทั่วไป สามารถแบ่งประเภทตามลักษณะการใช้งานได้เป็น 3 กลุ่ม ได้แก่

1. ป้ายบังคับ ใช้เพื่อการบังคับ ห้าม หรือจำกัดบางประการ เช่น



2. ป้ายเตือน ใช้เพื่อเตือนผู้ขับขี่รถยนต์ให้ระมัดระวังสภาพเส้นทางที่อาจเกิดอันตราย เช่น



3. ป้ายแนะนำ ใช้เพื่อแนะนำข้อมูลการเดินทางกับผู้ขับขี่รถยนต์ให้ไปสู่จุดหมายปลายทางได้อย่างถูกต้อง สะดวก และปลอดภัย เช่น



1.2 คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เนื่องจากอสมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ สำหรับอสมการที่ไม่มีตัวแปร เราสามารถบอกได้ว่า อสมการนั้นเป็นอสมการที่เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง

เช่น $2 < 5$ เป็นอสมการที่เป็นจริง

$7 > 10$ เป็นอสมการที่ไม่เป็นจริง

ส่วนอสมการที่มีตัวแปรนั้น เรายังไม่สามารถบอกได้เสมอไปว่า เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง เช่น อสมการ $x - 2 < 5$ เรายังบอกไม่ได้ว่า อสมการนี้เป็นอสมการที่เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง เพราะขึ้นอยู่กับค่าของ x

❖ ถ้าแทน x ด้วย 5 ในอสมการ $x - 2 < 5$ จะได้ $3 < 5$ ซึ่งเป็นอสมการที่เป็นจริง

❖ ถ้าแทน x ด้วย 6 ในอสมการ $x - 2 < 5$ จะได้ $4 < 5$ ซึ่งเป็นอสมการที่เป็นจริง

❖ ถ้าแทน x ด้วย 7 ในอสมการ $x - 2 < 5$ จะได้ $5 < 5$ ซึ่งเป็นอสมการที่ไม่เป็นจริง

❖ ถ้าแทน x ด้วย 8 ในอสมการ $x - 2 < 5$ จะได้ $6 < 5$ ซึ่งเป็นอสมการที่ไม่เป็นจริง

จำนวนที่แทน x ในอสมการ แล้วทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง เรียกว่า คำตอบของอสมการ

คำตอบของอสมการ (solution of an inequality) คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในอสมการ แล้วทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อาจมีคำตอบได้หลายลักษณะ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1

วิธีทำ

จงหาคำตอบของอสมการ $x \geq -3$

เนื่องจาก เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -3 ในอสมการ $x \geq -3$ แล้วจะทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $x \geq -3$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -3

ตัวอย่างที่ 2

วิธีทำ

จงหาคำตอบของอสมการ $a \neq 25$

เนื่องจาก เมื่อแทน a ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 25 ในอสมการ $a \neq 25$ แล้วจะทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $a \neq 25$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 25

ตัวอย่างที่ 3

วิธีทำ

จงหาคำตอบของอสมการ $m + 1 < m + 2$

เนื่องจาก เมื่อแทน m ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ในอสมการ $m + 1 < m + 2$ แล้วจะทำให้ได้อสมการที่เป็นจริงเสมอ

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $m + 1 < m + 2$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวน

ตัวอย่างที่ 4จงหาคำตอบของอสมการ $z + 5 < z$ **วิธีทำ**

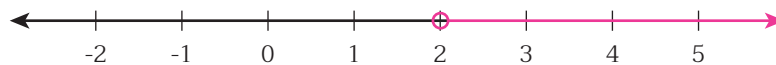
เนื่องจากไม่มีจำนวนจริงใดแทน z ในอสมการ $z + 5 < z$ แล้วทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง
ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของอสมการ $z + 5 < z$

ตัวอย่างข้างต้นแสดงให้เห็นถึงอสมการ 3 แบบ ตามลักษณะคำตอบดังนี้

1. อสมการที่มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ เช่น อสมการในตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2
2. อสมการที่มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ เช่น อสมการในตัวอย่างที่ 3
3. อสมการที่ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ เช่น อสมการในตัวอย่างที่ 4

คำตอบทั้งหมดของอสมการ อาจแสดงให้เห็นได้โดยใช้กราฟบนเส้นจำนวน ดังตัวอย่าง

1. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $m > 2$ เป็นดังนี้



กราฟข้างต้นแสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 2 ซึ่งเป็นคำตอบของอสมการ $m > 2$

เนื่องจาก 2 ไม่ใช่คำตอบ จะเขียนวงกลมโปร่ง (○) ล้อมรอบจุดที่แทน 2 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน 2

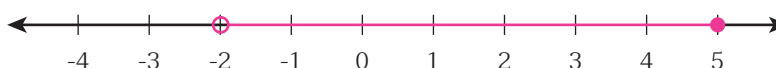
2. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $w \leq 3$ เป็นดังนี้



กราฟข้างต้นแสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3 ซึ่งเป็นคำตอบของอสมการ $w \leq 3$

เนื่องจาก 3 เป็นคำตอบด้วย จะเขียนวงกลมทึบ (●) ทับจุดที่แทน 3 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน 3

3. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $-2 < x \leq 5$ เป็นดังนี้



กราฟข้างต้นแสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -2 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 ซึ่งเป็นคำตอบของอสมการ $-2 < x \leq 5$

เนื่องจาก -2 ไม่ใช่คำตอบ จะเขียนวงกลมโปร่งล้อมรอบจุดที่แทน -2 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน -2
และเนื่องจาก 5 เป็นคำตอบด้วย จะเขียนวงกลมทึบทับจุดที่แทน 5 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน 5

4. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $y \neq -1$ เป็นดังนี้



กราฟข้างต้นแสดงจำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น -1 ซึ่งเป็นคำตอบของอสมการ $y \neq -1$

เนื่องจาก -1 ไม่ใช่คำตอบ จะเขียนวงกลมโปร่งล้อมรอบจุดที่แทน -1 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน -1

ตัวอย่างที่ 5

จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการต่อไปนี้

1) $x \geq -20$

2) $y \neq \frac{1}{2}$

วิธีทำ

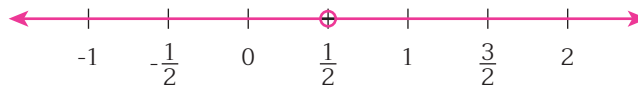
1) คำตอบของอสมการ $x \geq -20$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -20

กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x \geq -20$ เป็นดังนี้



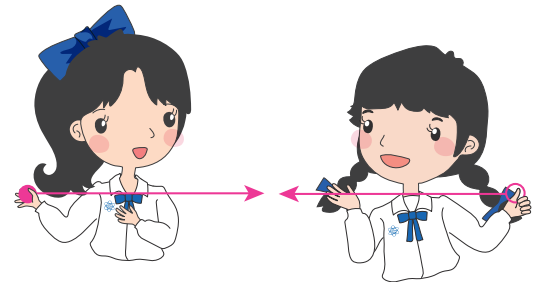
2) คำตอบของอสมการ $y \neq \frac{1}{2}$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่เท่ากับ $\frac{1}{2}$

กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $y \neq \frac{1}{2}$ เป็นดังนี้



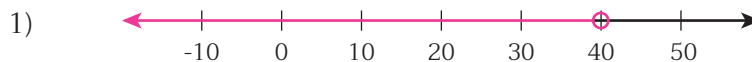
ชวนคิด 1.1

กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x \leq 5$
เมื่อ x เป็นจำนวนเต็มบวก แสดงได้อย่างไร

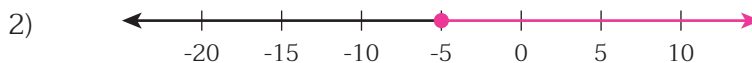


ตัวอย่างที่ 6

จงหาว่ากราฟแสดงคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้แสดงจำนวนใดบ้าง



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 40



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -5