



ชั้นมัธยมศึกษาปีที่

๒

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

เล่ม ๑

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑





หนังสือเรียน

รายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ ๒ เล่ม ๑

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

จัดทำโดย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

จัดทำเป็นฉบับ e-book ครั้งที่ ๒ พ.ศ. ๒๕๖๖

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำหนังสือเรียน ฉบับ e-book นี้ขึ้น โดยมีเนื้อหาเช่นเดียวกับหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ เล่ม ๑ ฉบับสิ่งพิมพ์ ที่จัดทำตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ ทุกประการ เพื่อให้นักเรียน ครู ผู้ปกครอง นักวิชาการ และผู้สนใจทั่วไป เข้าถึงได้ง่ายและสะดวกรวดเร็ว รวมทั้งสามารถเลือกใช้ตามความเหมาะสมกับ จุดประสงค์ต่าง ๆ ทั้งนี้ สสวท. ขอสงวนสิทธิ์ในหนังสือเรียน ฉบับ e-book นี้ ตามกฎหมายลิขสิทธิ์ ห้ามผู้ใดทำซ้ำ คัดลอก ดัดแปลง เลียนแบบ จำหน่าย หรือ เผยแพร่ โดยมิได้รับอนุญาต

สามารถเข้าถึงสื่อดิจิทัลต่าง ๆ ของ สสวท. ได้ที่ <http://www.ipst.ac.th/ebook-resource/>

คำชี้แจง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ โดยมีจุดเน้นเพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความสามารถที่ทัดเทียมกับนานาชาติ ได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยง ความรู้กับกระบวนการคิด มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ สามารถคิดวิเคราะห์ปัญหา หรือสถานการณ์ ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ จึงได้จัดทำหนังสือเรียนที่เป็นไปตามมาตรฐานหลักสูตรเพื่อให้โรงเรียนได้ใช้สำหรับจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ เล่ม ๑ นี้ ประกอบด้วยบทเรียนเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ปริซึมและทรงกระบอก การแปลงทางเรขาคณิต สมบัติของเลขยกกำลัง และพหุนาม เนื้อหาสาระในแต่ละบทเรียนสอดคล้องครบถ้วนตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้ในหลักสูตร และสะท้อนภาพความเชื่อมโยงที่คาดหวังระหว่างหลักสูตรแกนกลางกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโรงเรียน ผู้สอนสามารถใช้หนังสือเรียนเล่มนี้เป็นเครื่องมือในการจัดการเรียนรู้ บนพื้นฐานของความเข้าใจเกี่ยวกับธรรมชาติการเรียนรู้ของวัยรุ่น ความเชื่อมั่นในศักยภาพของผู้เรียน ความมุ่งหวังให้ผู้เรียนทุกคนมีความรู้และทักษะที่จำเป็นและเพียงพอกับการดำรงชีวิตในโลกอนาคตที่มีการพัฒนาและเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว มีความพร้อมในการศึกษาต่อระดับที่สูงขึ้น และสนับสนุนให้ผู้เรียนมีสิทธิ์ในการเรียนรู้และให้โอกาสในการเรียนรู้ในบริบทที่หลากหลาย หนังสือเรียนเล่มนี้นำเสนอรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่หลากหลายตามบริบทที่เหมาะสมในแต่ละเนื้อหา เช่น การลงมือปฏิบัติเพื่อสร้างข้อมูลและใช้ข้อมูลดังกล่าวสร้างข้อความคาดการณ์จนเกิดเป็นข้อสรุป การใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิด วิเคราะห์ และแก้ปัญหาอย่างเป็นเหตุเป็นผล เพื่อให้ตอบสนองกับรูปแบบการเรียนรู้ที่แตกต่างกันของผู้เรียน มีการใช้สื่อการเรียนรู้ที่มีความทันสมัย เช่น ซอฟต์แวร์เรขาคณิตพลวัต สื่อวัตถุดิจิทัลเสมือนจริง ด้วยมุ่งหวังที่จะกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน ให้เปิดรับโอกาสในการเรียนรู้ ช่วยให้ผู้เรียนเห็นภาพ และเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ และเข้าถึงแก่นของวิชาคณิตศาสตร์ที่มีธรรมชาติเป็นนามธรรมได้ในที่สุด โดยยึดหลักการของการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองควบคู่กับการชี้แนะของผู้สอน

ในการจัดทำหนังสือเรียนเล่มนี้ สสวท. ได้รับความร่วมมือเป็นอย่างดีจากผู้ทรงคุณวุฒิ ศึกษานิเทศก์ ครูผู้สอน นักวิชาการ จากสถาบันและสถานศึกษาทั้งภาครัฐและเอกชน จึงขอขอบคุณไว้ ณ ที่นี้ และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์เล่มนี้จะเป็นประโยชน์แก่ผู้เรียนและผู้ที่เกี่ยวข้องทุกฝ่ายในการจัดการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ และประสิทธิผล หากมีข้อเสนอแนะใดที่จะทำให้หนังสือเรียนเล่มนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โปรดแจ้ง สสวท. ทราบด้วยจะขอบคุณยิ่ง



(ศาสตราจารย์ชูกิจ ลิ้มปิจำนงค์)

ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

กระทรวงศึกษาธิการ

การสื่อความหมายของรูปภาพและกรอบที่ควรรู้

1

จุดประสงค์ของบทเรียน



ความรู้และทักษะที่นักเรียนควรทำได้
เมื่อเรียนจบบทนี้

2

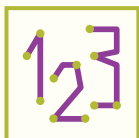
ทบทวนความรู้ก่อนเรียน



ทบทวนเนื้อหาหรือความรู้ก่อนเรียน
เพื่อเตรียมความพร้อมสำหรับการเรียน
เนื้อหาใหม่ ซึ่งจะมีลิงก์ และ QR-code
สำหรับเข้าไปทำแบบทดสอบออนไลน์ เพื่อ
ตรวจสอบความรู้พื้นฐานก่อนเข้าสู่บทเรียน

3

มุมมอง



ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เพิ่มเติมจาก
เนื้อหา เพื่อเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์
ให้กับนักเรียน

4

ชวนคิด



คำถามเพื่อตรวจสอบความรู้หรือขยาย
ความรู้จากเนื้อหา ตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัด
โดยเน้นให้เกิดการอภิปรายร่วมกันใน
ชั้นเรียน เพื่อขยายความคิดเพิ่มเติม และ
แลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน

5

ข้อสังเกต



ข้อมูลหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สังเกต
และสรุปได้จากเนื้อหาหรือตัวอย่าง
เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการสังเกต
คาดการณ์ และลงข้อสรุป

6

ข้อควรระวัง



ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่อาจเข้าใจผิด
หรือนำไปใช้โดยไม่ระวัง เพื่อให้เกิดความ
เข้าใจที่ถูกต้อง และย้ำเตือนให้นักเรียน
เกิดความรอบคอบในการนำไปใช้

7

กิจกรรม



กิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ
เพื่อฝึกการสังเกต ฝึกการคิด และเพื่อให้
เกิดการเรียนรู้หรือสร้างองค์ความรู้ใหม่ ๆ
ทั้งยังช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการ
ทางคณิตศาสตร์

8

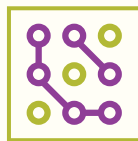
คำถามท้ายกิจกรรม



คำถามเพื่อสรุปความรู้ หรือขยายความรู้
จากกิจกรรมที่ได้ทำ

9

มุมมองเทคโนโลยี



ความรู้หรือกิจกรรมที่ใช้เทคโนโลยีเป็น
เครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เช่น
เครื่องคิดเลข หรือซอฟต์แวร์เรขาคณิต
พลวัต เพื่อให้นักเรียนมีทักษะในการใช้
เทคโนโลยีในการแก้ปัญหา

10

สื่อเสริม เพิ่มความรู้



ข้อมูลหรือวีดิทัศน์เสริมความรู้ที่เพิ่มเติม
จากเนื้อหา ตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัด
เพื่อแนะนำแหล่งการเรียนรู้ให้นักเรียน
ได้ศึกษาเพิ่มเติม

การสื่อความหมายของรูปภาพและกรอบที่ควรรู้

11

เกร็ดน่ารู้



ความรู้ทั่วไปในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับเนื้อหา ตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัด

12

เครื่องคิดเลข



แนะนำให้ใช้เครื่องคิดเลขช่วยในการคำนวณ

13

ซอฟต์แวร์ตารางทำงาน



แนะนำให้ใช้ซอฟต์แวร์ตารางทำงานในการทำกิจกรรม หรือการแก้ปัญหา

14

The Geometer's Sketchpad



แนะนำให้ใช้ซอฟต์แวร์ The Geometer's Sketchpad ในการทำกิจกรรม การสำรวจ หรือการแก้ปัญหา

15

ท้าทาย



แบบฝึกหัดข้อที่มีความยากหรือซับซ้อนมากกว่าตัวอย่างที่มีให้ แต่ยังสามารถใช้เนื้อหาความรู้ที่เรียนมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้

16

ตรวจสอบความเข้าใจ



ตรวจสอบความเข้าใจของตนเองภายหลังจากเรียนจบบทเรียน เพื่อตรวจสอบว่าเนื้อหาใดที่เข้าใจ และเนื้อหาใดต้องทบทวนหรือเรียนรู้เพิ่มเติม

17

สรุปท้ายบท



สรุปเนื้อหาของบทเรียน เพื่อสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ในบทเรียนนั้น ๆ

18

กิจกรรมท้ายบท



กิจกรรมท้ายบทเรียน เพื่อให้นักเรียนได้นำความรู้ในบทเรียนมาใช้ในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่หลากหลาย

19

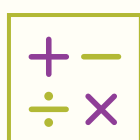
แบบฝึกหัดท้ายบท



แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ประยุกต์ใช้ความรู้ที่ได้จากหัวข้อต่าง ๆ ในบทเรียนนี้ รวมทั้งบทเรียนก่อนหน้ามาใช้ในการแก้ปัญหา

20

กิจกรรมคณิตศาสตร์เชิงสะเต็ม



กิจกรรมที่เน้นการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในชีวิตจริง โดยให้นักเรียนได้บูรณาการความรู้ทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี รวมทั้งกระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรม

21

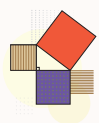
สื่อ AR (Augmented Reality)



สื่อเสริมการเรียนรู้ด้านโพลีแอปพลิเคชัน “AR สสวท. คณิต มัธยม” เพื่อใช้งานได้ที่ <http://ipst.me/9075>



สารบัญ	บทที่ 1-3	
บทที่	เนื้อหา	หน้า
1	บทที่ 1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส 1.1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส 1.2 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	10 13 32



ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

2	บทที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง 2.1 จำนวนตรรกยะ 2.2 จำนวนอตรรกยะ 2.3 รากที่สอง 2.4 รากที่สาม	48 51 61 71 88
---	---	----------------------------

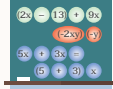


ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ จำนวนจริง

3	บทที่ 3 ปริซึมและทรงกระบอก 3.1 พื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม 3.2 พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอก	102 105 125
---	---	-------------------



ปริซึมและทรงกระบอก

สารบัญ	บทที่ 4-6	
บทที่	เนื้อหา	หน้า
4	บทที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต	140
	4.1 การเลื่อนขนาน	146
	4.2 การสะท้อน	167
	4.3 การหมุน	193
		
การแปลงทางเรขาคณิต		
5	บทที่ 5 สมบัติของเลขยกกำลัง	228
	5.1 การดำเนินการของเลขยกกำลัง	231
	5.2 สมบัติอื่น ๆ ของเลขยกกำลัง	246
		
สมบัติของเลขยกกำลัง		
6	บทที่ 6 พหุนาม	258
	6.1 การบวกและการลบเอกนาม	261
	6.2 การบวกและการลบพหุนาม	270
	6.3 การคูณพหุนาม	283
	6.4 การหารพหุนามด้วยเอกนาม	291
		
พหุนาม		
	กิจกรรมคณิตศาสตร์เชิงสะเต็ม	304
บรรณานุกรม		306
ภาคผนวก	ดัชนี	308
	บัญชีสัญลักษณ์	311
	คณะผู้จัดทำ	312

บทที่

1

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

- 1.1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
- 1.2 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส



จุดประสงค์ของบทเรียน

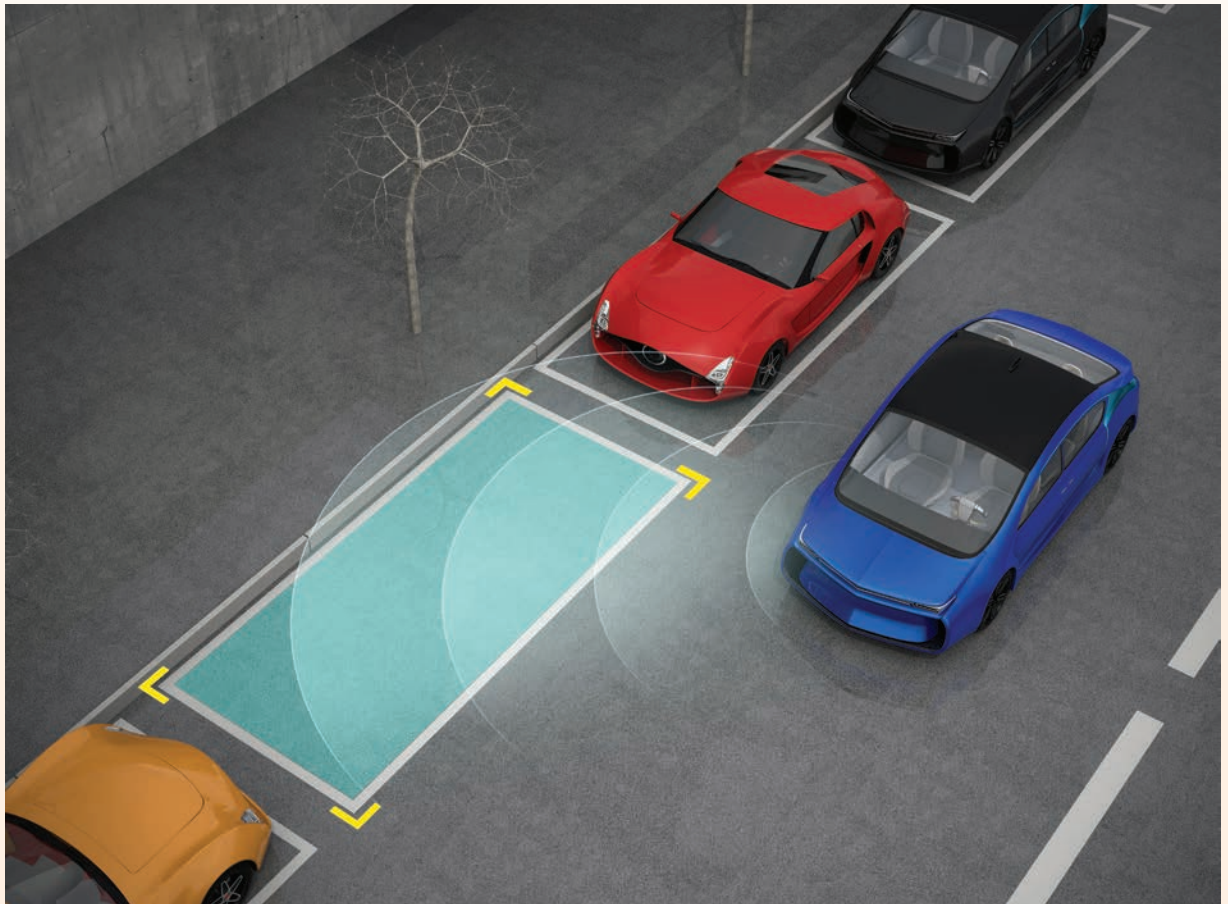
เมื่อเรียนจบบทนี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ

1. นำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้ปัญหา
2. นำบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้ปัญหา





บทที่ 1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



“

เทคโนโลยียานยนต์ในปัจจุบันได้รับการพัฒนาในหลายด้าน เพื่อให้เกิดความสะดวกและปลอดภัยสำหรับผู้ขับขี่และผู้คนที่โดยสารรอบ หนึ่งในนั้น คือ เทคโนโลยียานยนต์ที่เกี่ยวข้องกับระบบอัตโนมัติ ดังจะเห็นได้จาก รถยนต์รุ่นใหม่หลายรุ่นมีระบบที่จะช่วยให้การจอดรถเป็นไปโดยอัตโนมัติ ระบบนี้จะมีตัวรับรู้ (sensor) คอยตรวจวัดระยะห่างระหว่างตัวรถกับวัตถุที่อยู่ใกล้ ๆ แล้วนำค่าที่ได้ไปประมวลผลเพื่อควบคุมพวงมาลัยให้หมุนไปโดยอัตโนมัติ ผู้ขับขี่เพียงแค่คอยเปลี่ยนเกียร์เดินหน้าหรือถอยหลังเท่านั้น โดยแนวคิดที่ใช้ในการประมวลผลระยะห่างสำหรับการเข้าจอดของรถนี้ได้มาจากการประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ซึ่งเป็นทฤษฎีที่มีมานานกว่า 2,500 ปี

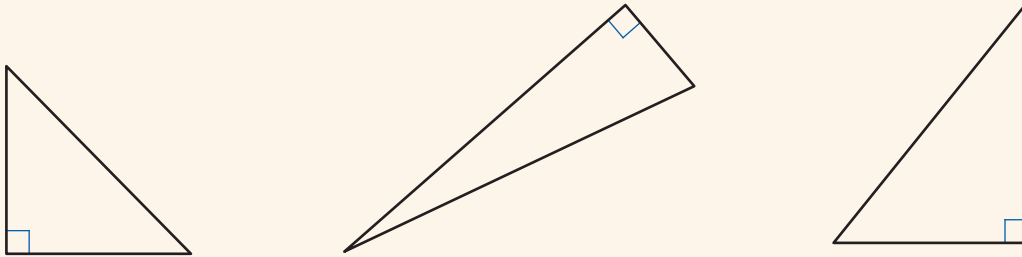
”



ทบทวนความรู้ก่อนเรียน

❖ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก
ตัวอย่างของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



❖ เลขยกกำลัง

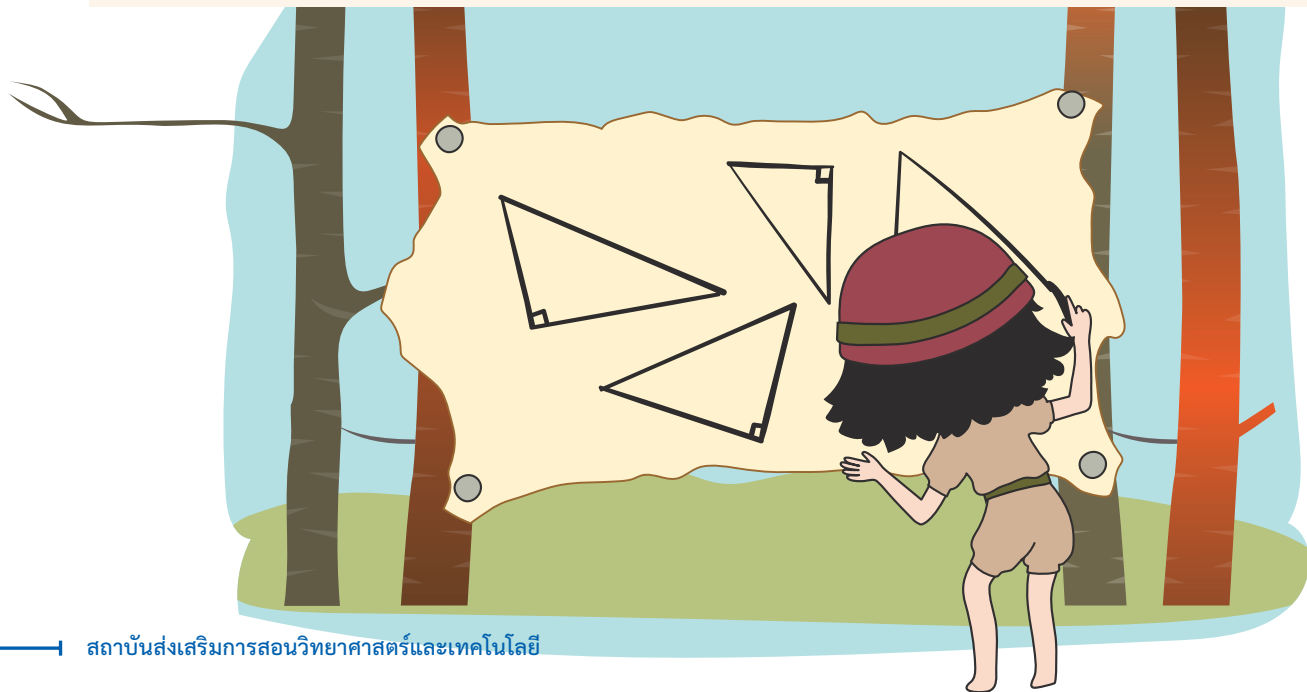
เลขยกกำลังเป็นสัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนจำนวนที่เกิดจากการคูณตัวเองซ้ำกันหลาย ๆ ตัว เช่น

$$5^2 = 5 \times 5$$

$$8^2 = 8 \times 8$$

$$a^2 = a \times a$$

นักเรียนสามารถทำแบบทดสอบความรู้พื้นฐานก่อนเรียนได้ที่ <http://ipst.me/9050>



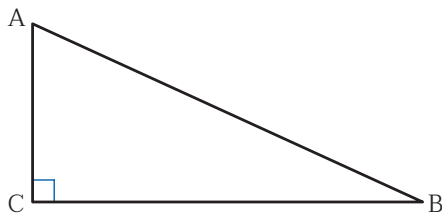
1.1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

นักเรียนเคยสังเกตหรือไม่ว่า ในชีวิตประจำวันนั้น เราใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิตในการสร้างสิ่งปลูกสร้างมากมาย เช่น การใช้รูปสามเหลี่ยมเป็นส่วนประกอบโครงสร้างของบ้านหรืออาคาร การใช้มุมฉากในการสร้างโครงให้ตั้งฉากกับคานเพื่อเพิ่มความแข็งแรงและรับน้ำหนักได้มากขึ้น การใช้ไม้หรือเหล็กที่ประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเพื่อใช้ยึดชั้นวางของกับผนัง



ต่อไปนี้นักเรียนจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับสมบัติที่สำคัญอีกประการหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มี $\angle C$ เป็นมุมฉาก



ข้อสังเกต

ด้านตรงข้ามมุมฉากเป็นด้านที่ยาวที่สุดเสมอ

เราเรียก $\overline{AB}$ ว่า **ด้านตรงข้ามมุมฉาก (hypotenuse)**

เรียก $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ ว่า **ด้านประกอบมุมฉาก (legs of a right triangle)**



กิจกรรม : ด้านไหนยาวเท่าไร

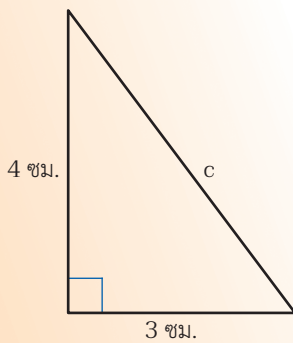
อุปกรณ์

✦ ไม้บรรทัด

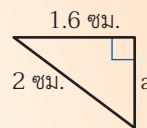


ขั้นตอนการทำกิจกรรม

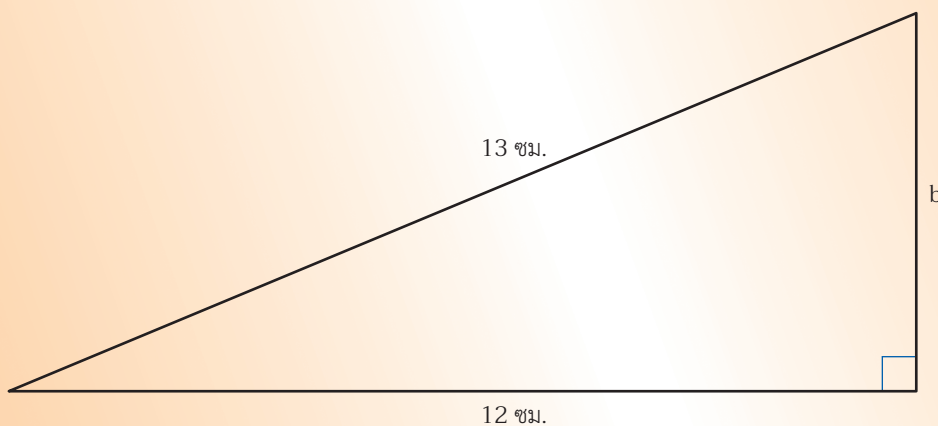
รูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ มี a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ให้นักเรียนวัดความยาวของด้านที่ยังไม่ทราบค่าต่อไปนี้ แล้วเติมค่าลงในตารางให้สมบูรณ์



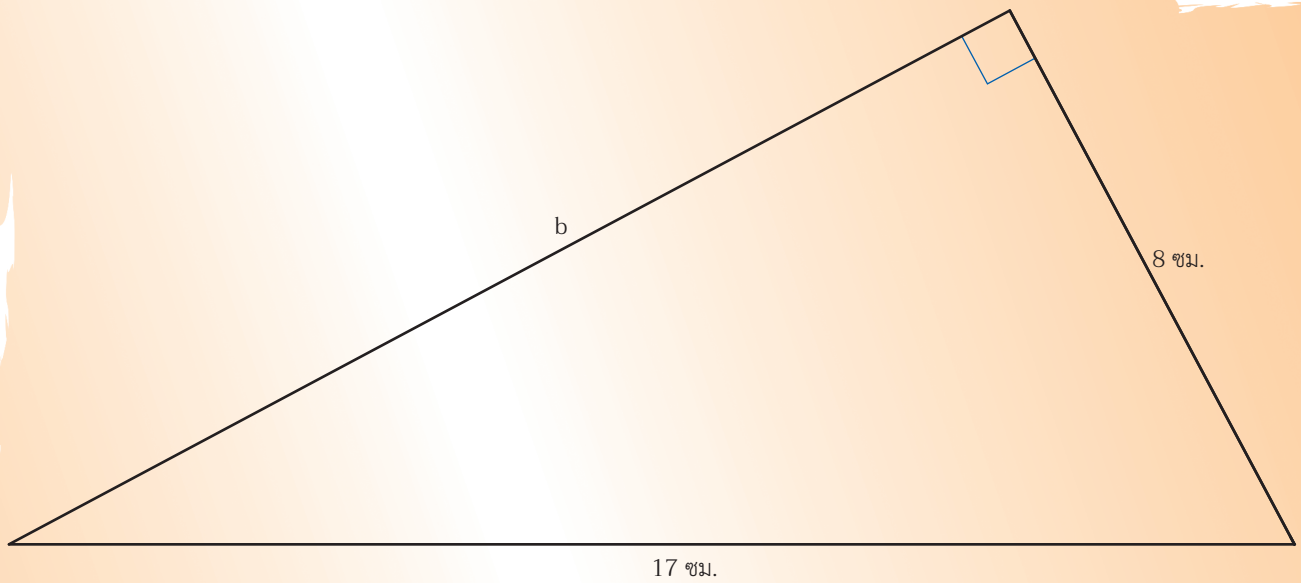
รูปที่ 1



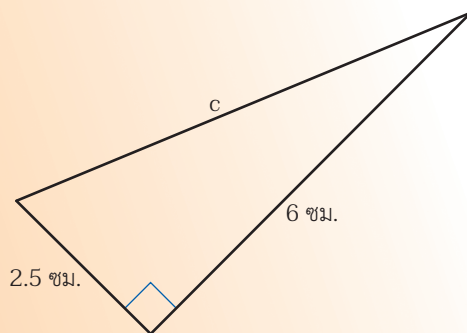
รูปที่ 2



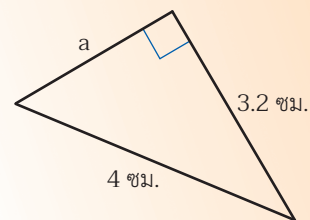
รูปที่ 3



รูปที่ 4



รูปที่ 5



รูปที่ 6

รูปที่	a	b	c	a^2	b^2	c^2	$a^2 + b^2$
1	3	4					
2		1.6	2				
3	12		13				
4	8		17				
5	6	2.5					
6		3.2	4				



ข้าพเจ้านี้จะ ข้าพหอนว่า จากกิจกรรมนี้
ค่าที่ได้ในตารางน่าจะมีอะไร
สัมพันธ์กันนะ

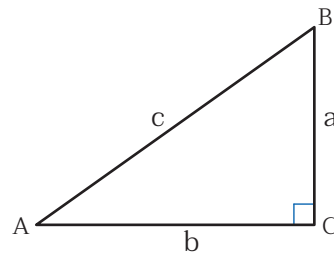
ข้าพหอนคิดตรงกับข้าพเจ้านเลย
แล้วเพื่อน ๆ ละครับ
เห็นความสัมพันธ์อะไรบ้างไหมเอ๋ย



ข้อสังเกต

โดยทั่วไป เรานิยมใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็กแทนความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม โดยกำหนดให้สอดคล้องกับตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ที่แทนจุดยอดที่อยู่ตรงข้ามด้านนั้น เช่น ให้ b แทนความยาวของด้านตรงข้ามจุดยอด B

จากกิจกรรมข้างต้น เมื่อกำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี $\angle C$ เป็นมุมฉาก ดังรูป



โดยที่ c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก
 a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉากแต่ละด้าน
จะเห็นว่า $c^2 = a^2 + b^2$

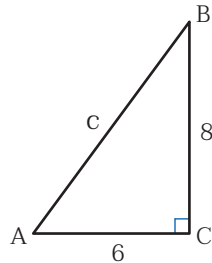
ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากข้างต้น เป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กล่าวว่า

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก
เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

สมบัติข้างต้นนี้เรียกว่า **ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (Pythagoras' theorem)** เชื่อกันว่านักปราชญ์และนักคณิตศาสตร์ชาวกรีกชื่อพีทาโกรัสเป็นผู้พิสูจน์ทฤษฎีบทดังกล่าวนี้จนเป็นที่ยอมรับเป็นคนแรก

เราสามารถใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากดังกล่าว หาคความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการทราบได้เสมอ เมื่อทราบความยาวของด้านอีกสองด้าน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่กำหนดให้ จงหาค่า c



วิธีทำ จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad c^2 &= 6^2 + 8^2 \\ &= 36 + 64 \\ &= 100 \\ \text{ดังนั้น} \quad c &= 10 \end{aligned}$$

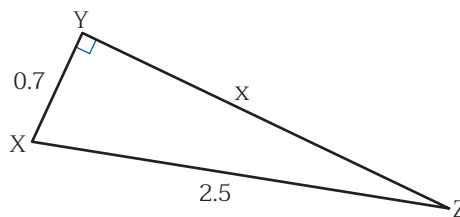
ตอบ 10



ข้อสังเกต

แม้ว่า $100 = 10^2 = (-10)^2$ แต่ในตัวอย่างที่ 1 เราสรุปว่า c เท่ากับ 10 เพียงค่าเดียว เพราะ c เป็นความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม

ตัวอย่างที่ 2 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก XYZ ที่กำหนดให้ จงหาความยาวของด้านที่เหลือ



วิธีทำ จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

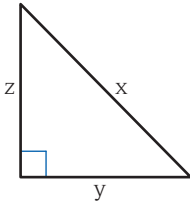
$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad 2.5^2 &= 0.7^2 + x^2 \\ x^2 &= 2.5^2 - 0.7^2 \\ &= 6.25 - 0.49 \\ &= 5.76 \\ \text{ดังนั้น} \quad x &= 2.4 \end{aligned}$$

ตอบ 2.4 หน่วย

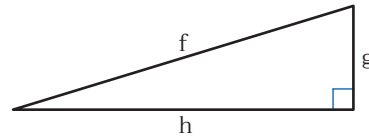
แบบฝึกหัด 1.1 ก

1. จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

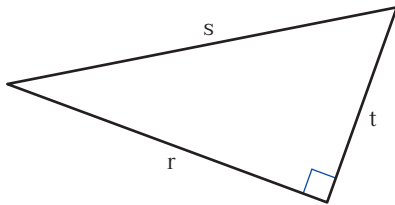
1)



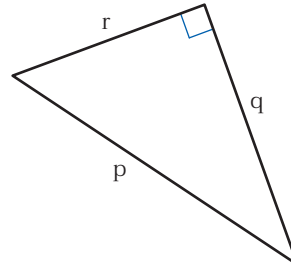
2)



3)



4)



2. จำนวนที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉากแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จงหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

1) 9 และ 12

2) 20 และ 21

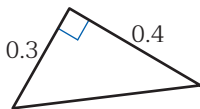
3) 3 และ 1.25

4) 0.8 และ 1.5

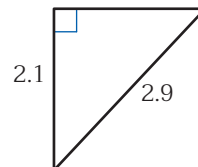
5) $2\frac{2}{5}$ และ 76) 2.4 และ $4\frac{1}{2}$

3. สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงหาความยาวของด้านที่เหลือ

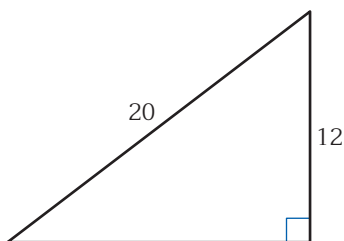
1)



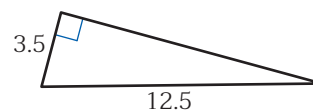
2)



3)

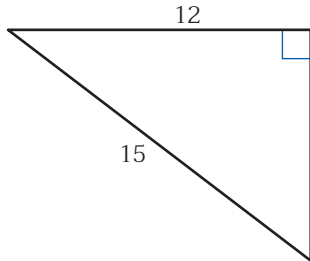


4)

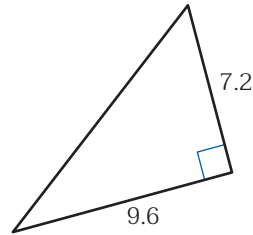


4. สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงหาความยาวรอบรูป

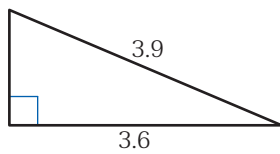
1)



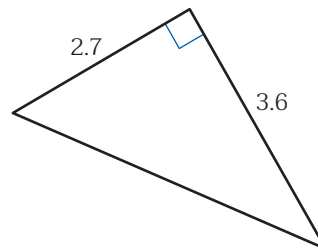
2)



3)

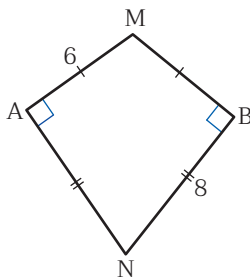


4)

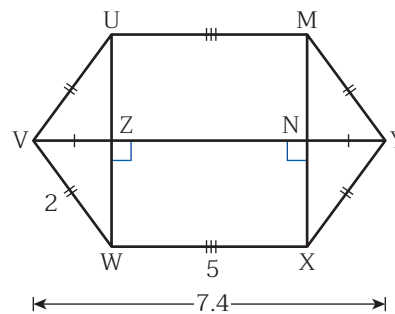


5. จากรูปที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงหาระยะ MN

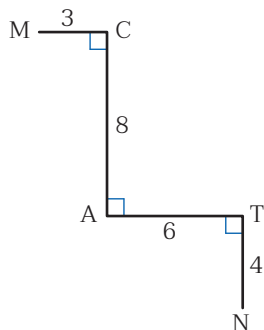
1)



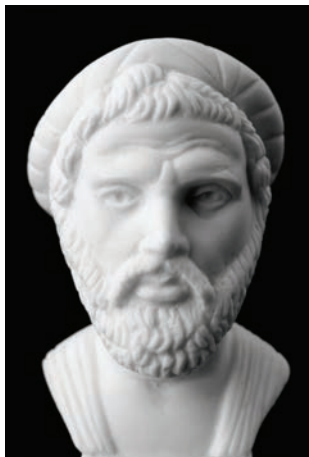
2)



3)



ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



เราทราบมาแล้วว่า สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนี้มีการค้นพบมาแล้วร่วม 4,000 ปี ตั้งแต่ยุคสมัยแห่งอารยธรรมของอียิปต์และบาบิโลเนีย โดยเชื่อว่าผู้คนในอดีตใช้ความสัมพันธ์นี้มาช่วยในการออกแบบและสร้างพีระมิด และสิ่งก่อสร้างอื่น ๆ นอกจากนี้ โลกฝั่งตะวันออกก็ได้มีการพบชุดของจำนวนที่สอดคล้องกับความสัมพันธ์ดังกล่าวในหลายอารยธรรม เช่น ชาวจีนมีการพบชุดของจำนวน 3, 4 และ 5 โดยบันทึกลงในหนังสือโจวปู้ซวนจิง (Zhoubi Suanjing) ซึ่งถือเป็นตำราคณิตศาสตร์ที่เก่าแก่ที่สุดเล่มหนึ่งของจีน พวกเขารู้จักความสัมพันธ์นี้ในนาม ทฤษฎีบทโกวกู (Gougu theorem) และชาวอินเดียเองก็ได้ค้นพบชุดของจำนวนดังกล่าว ซึ่งมีหลักฐานปรากฏอยู่ในตำรา Baudhayana Sulba-sutra อย่างไรก็ตาม พีทาโกรัสแห่งซามอส (Pythagoras of Samos, ประมาณ 580–496 ปี ก่อนคริสต์ศักราช) นักปราชญ์และนักคณิตศาสตร์ชาวกรีก ได้พิสูจน์ความสัมพันธ์ดังกล่าวจนเป็นที่ยอมรับเป็นคนแรก ความสัมพันธ์นี้จึงได้รับการขนานนามว่า “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” แต่คนในสมัยนั้นสังเกตเห็นความสัมพันธ์นี้ในลักษณะที่เป็นความสัมพันธ์ของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่อยู่บนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังตัวอย่างต่อไปนี้



ให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี $\angle C$ เป็นมุมฉาก มี $AB = 5$ หน่วย $BC = 3$ หน่วย และ $AC = 4$ หน่วย สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ABDE$ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $BCFG$ และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ACHI$ บนด้าน AB ด้าน BC และด้าน AC ตามลำดับ ดังรูป

