



ครุคณิตศาสตร์มืออาชีพ

เส้นทางสู่ความสำเร็จ

จัดทำโดย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

โครงการพัฒนาตำราและสื่อ สำหรับหลักสูตรการผลิตและพัฒนาครูวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี

ชื่อหนังสือ
ชื่อผู้แต่ง

ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)
กระทรวงศึกษาธิการ
924 ถนนสุขุมวิท แขวงพระโขนง เขตคลองเตย กรุงเทพฯ 10110
โทรศัพท์ 0 2392 4021 ต่อ 3102, 3106 โทรสาร 0 2392 3596
Website: <http://www.ipst.ac.th>

ลิขสิทธิ์โดย
พิมพ์ครั้งที่ 1
จำนวนพิมพ์
ราคาเล่มละ
ออกแบบปก
ออกแบบรูปเล่ม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)
พ.ศ. 2555
3,000 เล่ม
228.00 บาท
วิไลภา กาศวิเศษ
มารุต สุขตลอดชีพ
วรมันต์ ไสภณปฏิมา
วทันยา บงกชกาญจน์

จัดพิมพ์และจัดจำหน่าย

ศูนย์หนังสือแห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
อาคารวิทยกิตติ์ ชั้น 14 ซอย จุฬาลงกรณ์ 64 ถนน พญาไท
แขวง วังใหม่ เขต ปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330
โทรศัพท์ 0-2255-4433, 0-2218-9891
Website : <http://www.chulabook.com>

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

กระทรวงศึกษาธิการ. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

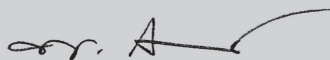
ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ.-- กรุงเทพฯ : 3-คิว มีเดีย , 2555.
304 หน้า.

1. ครูคณิตศาสตร์. 2. คณิตศาสตร์--การศึกษาและการสอน. I. ชื่อเรื่อง.

คำนำ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำโครงการพัฒนาตำราวิทยาศาสตร์ศึกษา คณิตศาสตร์ศึกษา สำหรับหลักสูตรการผลิตและพัฒนาครูวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี ที่สอดคล้องกับบริบทไทยและมีมาตรฐานทัดเทียมนานาชาติ **หนังสือครูคณิตศาสตร์มีอาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ** นับเป็นหนังสือเล่มแรกของคณะทำงาน กลุ่มคณิตศาสตร์ตามโครงการดังกล่าว ที่มุ่งหวังให้ครูคณิตศาสตร์ประจำการ และผู้ที่将成为ครูคณิตศาสตร์ ได้ใช้ศึกษา เพื่อมีความรู้ความเข้าใจในบทบาท และหน้าที่ของความเป็นครูคณิตศาสตร์มีอาชีพ ซึ่งต้องรอบรู้ในเรื่องต่างๆ เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพ สามารถจัดการเรียน การสอนให้นักเรียนคิดเป็น ทำเป็น รวมทั้งมีจริยธรรมและความรับผิดชอบ โดย พัฒนาเนื้อหาสาระมาจากบทความที่เรียบเรียงโดยคณะผู้เชี่ยวชาญกลุ่มคณิตศาสตร์ ของโครงการพัฒนาเครือข่ายการเรียนรู้ผู้สอนวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 1 - 3 เพื่อใช้ในโครงการพัฒนาเครือข่ายการเรียนรู้ผู้สอนวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 1 - 3 ของ สสวท. ที่ดำเนินงานจนประสบความสำเร็จด้วยดีในช่วงปี งบประมาณ 2551 ถึง 2553

สสวท. ขอขอบคุณทุกท่านที่ได้ให้ความร่วมมือในการจัดทำ หนังสือเล่มนี้ และหวังว่าจะได้รับความร่วมมืออีกในโอกาสต่อไป หากท่านผู้อ่าน พบเห็นข้อความตอนใดที่ก่อให้เกิดความเข้าใจไม่ชัดเจน ไม่ตรงกัน กรุณาแจ้งให้ สสวท. ทราบด้วยจักขอบคุณยิ่ง



(นางพรพรรณ ไวทยางกูร)

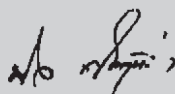
ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

คำชี้แจง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) มีบทบาทและภารกิจในการพัฒนาครูและบุคลากรทางการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี ซึ่ง สสวท. ได้จัดและดำเนินโครงการเพื่อพัฒนาศักยภาพของครูประจำการในสาขาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีเป็นประจำเสมอมา

สสวท. ได้เคยร่วมกับกระทรวงศึกษาธิการและทบวงมหาวิทยาลัยดำเนินการพัฒนาเอกสารชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับครูวิทยาศาสตร์และครูคณิตศาสตร์ เพื่อให้สถาบันการผลิตครูต่างๆ ได้นำไปใช้ เอกสารดังกล่าวได้ถูกนำไปใช้อย่างแพร่หลายในระดับหนึ่ง ปัจจุบันเวลาได้ล่วงเลยมาและความก้าวหน้าทางวิชาการมีมากขึ้น สสวท. เห็นว่า ตำราและสื่อในการพัฒนาครูประจำการและการผลิตนักศึกษาครูนั้น ควรได้รับการพัฒนาเพื่อให้สอดคล้องกับความก้าวหน้าทางวิชาการและเทคโนโลยีที่ก้าวหน้าขึ้นเป็นลำดับ มีมาตรฐานสูงและสามารถเทียบเคียงกับนานาชาติได้ สสวท. จึงได้ดำเนินโครงการพัฒนาตำราและสื่อ สำหรับหลักสูตรการผลิตครูวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาตำราวิทยาศาสตร์ศึกษาและคณิตศาสตร์ศึกษาที่จะเป็นประโยชน์ทั้งสำหรับครูประจำการและนักศึกษาครู โดยได้รับความร่วมมือจากสถาบันการผลิตครูและผู้ที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาครูวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ทั่วประเทศ เพื่อให้ได้ตำราและสื่อที่มีประสิทธิภาพสูง เหมาะสมกับบริบทไทย และมีมาตรฐานทัดเทียมกับนานาชาติอีกด้วย

สำหรับตำราวิทยาศาสตร์ศึกษาและคณิตศาสตร์ศึกษาที่ สสวท. ได้พัฒนาขึ้น เป็นตำราที่ประกอบด้วยเนื้อหาพื้นฐานและแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับครูวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยตำรา 2 ชุด ชุดหนึ่งเป็นด้านวิทยาศาสตร์ศึกษา อีกชุดหนึ่งเป็นด้านคณิตศาสตร์ศึกษา สสวท. หวังเป็นอย่างยิ่งว่า ตำราวิทยาศาสตร์ศึกษาและคณิตศาสตร์ศึกษาทั้งสองชุดนี้จะเป็นประโยชน์สำหรับครูและนักศึกษาครูในการพัฒนาศักยภาพและสมรรถนะในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งจะส่งผลต่อสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักเรียนและการยกระดับคุณภาพการศึกษาต่อไป



(นายพิศาล สร้อยรุห์ร่า)

ประธานโครงการฯ

สารบัญ

คำนำ

คำชี้แจง

บทนำ 1

บทที่

1 แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 7

1. เป้าหมายของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 7

2. ธรรมชาติของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 8

3. หลักการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ 14

4. ศิลปะการสอนคณิตศาสตร์ 25

2 แนวคิดในหลักสูตรคณิตศาสตร์ที่ควรควรตระหนัก 31

1. ความรู้สึกเชิงจำนวน 32

2. การตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ 34

3. ความรู้สึกเชิงปริภูมิ 36

4. แบบรูป 47

5. ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 53

3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ 61

1 ความสำคัญของการศึกษามโนทัศน์ 61

2 ตัวอย่างความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 64

⋮

⋮

4	สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์	91
1.	ความสำคัญของสื่อการเรียนรู้	91
2.	แนวปฏิบัติในการใช้สื่อการเรียนรู้	92
3.	ประเภทของสื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์	93
5	ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	123
1.	บุคลิกภาพหรือลักษณะเฉพาะตัวของครูที่ไม่เอื้อต่อความเป็นครูมืออาชีพ	126
2.	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูที่ไม่ส่งเสริมกระบวนการคิด	129
3.	การวัดและประเมินผลที่ไม่ส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน	136
6	การใช้คำถามเพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์	143
1.	ความสำคัญของการคิดทางคณิตศาสตร์	143
2.	ความสำคัญของการใช้คำถามเพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์	144
3.	คำถามที่มีประสิทธิภาพในการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์	147
4.	เทคนิคการใช้คำถาม	153

7	การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์	161
1.	ความหมายและความสำคัญของการเรียน การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์	161
2.	ประเภทของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์	163
3.	ขั้นตอนและเทคนิคการสอนการแก้โจทย์ปัญหา ทางคณิตศาสตร์	172
4.	ปัญหาในการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหา ทางคณิตศาสตร์	177
5.	แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์	178
6.	แนวคิดบางประการเกี่ยวกับการเรียนการสอน โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์	180
7.	แนวทางในการส่งเสริมการเรียนการสอน การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ	204
8	การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์	209
1.	ความหมายของการวัดผลและประเมินผล	209
2.	หลักการทั่วไป	209

3.	การประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	220
4.	การให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์แบบรูปรีค	222
5.	การประเมินตามสภาพจริง	237
9	การวิจัยในชั้นเรียน	249
1.	ความสำคัญของการวิจัยในชั้นเรียน	249
2.	ลักษณะของงานวิจัยในชั้นเรียน	250
3.	ประเภทของงานวิจัยในชั้นเรียน	251
4.	แนวปฏิบัติเพื่อเริ่มต้นงานวิจัยในชั้นเรียน	254
5.	ประเด็นเกี่ยวกับการเรียนการสอนที่น่าสนใจและอาจพัฒนาเป็นหัวข้องานวิจัยในชั้นเรียน	258
6.	ข้อผิดพลาดที่พบบ่อยในการทำวิจัยในชั้นเรียนของครู	265
10	ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	271
1.	ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	271
2.	ประโยชน์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	274
3.	ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับแบบรูป	277

บทนำ

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักเรียนมักมีคำถามว่า “เรียนคณิตศาสตร์ไปทำไม หรือ ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์ เรียนแล้วเอาไปทำอะไร” การที่นักเรียนมีคำถามเหล่านี้ แสดงว่านักเรียนยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับบทบาทของคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง นักเรียนมองไม่เห็นว่าการเรียนคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องอย่างไรกับการดำรงชีวิต และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการสร้างสรรค์งานต่างๆ ได้อย่างไร แท้จริงแล้วคณิตศาสตร์มีประโยชน์นานัปการ แต่มีประเด็นที่สำคัญและครูคณิตศาสตร์ควรชี้แจงให้นักเรียนเห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์มีอยู่อย่างน้อยสามประเด็นหลัก ดังนี้

1. เรียนเพื่อนำไปใช้ในการดำรงชีวิต และใช้เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาการต่างๆ ในทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มนุษยศาสตร์ และศิลปศาสตร์ ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง ทั้งนี้เพราะเราจำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ไม่ทางตรงก็ทางอ้อม กับกิจกรรมส่วนใหญ่ในชีวิตประจำวัน มีการนำคณิตศาสตร์ไปใช้อธิบายปรากฏการณ์หรือเหตุการณ์ต่างๆ และคาดการณ์ถึงผลที่อาจเกิดขึ้น ทำให้เราสามารถเตรียมตัวรับสถานการณ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. เรียนเพื่อการเป็นพลเมืองที่ดีและมีคุณภาพ ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิทยาการแขนงหนึ่งที่เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน

รอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา และนำไปใช้ใน
ชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

3. เรียนเพื่อศึกษาถึงอารยธรรม ที่นำมาซึ่งความเจริญรุ่งเรือง
ของมนุษยชาติ ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นอารยธรรมที่มีวิวัฒนาการอันยาวนาน
มาตั้งแต่สมัยดึกดำบรรพ์จนถึงปัจจุบันโดยไม่หยุดนิ่ง ทั้งยังแสดงให้เห็นถึงภูมิปัญญา
อันลึกซึ้ง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของคนแต่ละยุคสมัยในการสร้างความเจริญ
รุ่งเรืองและพัฒนาคุณภาพชีวิตของคนเราให้ดีขึ้น

เนื่องจากคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่ว่าด้วยการศึกษาอย่างเป็น
ระบบเกี่ยวกับรูปร่าง (shape) การจัด (arrangement) ปริมาณ และมโนทัศน์ต่างๆ
ที่เกี่ยวข้องกัน กล่าวคือ คณิตศาสตร์ครอบคลุมถึงจำนวนและการดำเนินการ การวัด
เรขาคณิต พีชคณิต แคลคูลัส การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น คณิตศาสตร์
เชิงการจัดและอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกัน ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่ดีและถือว่าเป็นมืออาชีพ
จะต้องมีความสามารถในการจัดการเรียนการสอนที่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้
อย่างมีคุณภาพ คือ จะต้องจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนมีความสมดุลระหว่าง
สาระทางด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม
และค่านิยมที่พึงประสงค์ ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับ
จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูล
และความน่าจะเป็น และอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกัน พร้อมทั้งสามารถนำความรู้
นั้นไปประยุกต์ได้

2. มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่
ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร

สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

3. มีความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีจริยธรรมและความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีคุณภาพดังกล่าว ครูจะต้องมีความเข้าใจธรรมชาติและเนื้อหาของคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ สามารถนำความรู้ความเข้าใจไปสร้างประสบการณ์การเรียนรู้ ที่ทำให้นักเรียนมีความหมายต่อผู้เรียน ครูต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีโอกาสดิ เพื่อฝึกให้ได้ สร้างสรรค์องค์ความรู้ด้วยตนเอง ต้องเป็นแบบอย่างและอบรมสั่งสอนให้นักเรียน ใช้คณิตศาสตร์อย่างมีคุณธรรม จัดโอกาสในการเรียนรู้ตามระดับการเรียนรู้ และพัฒนาการของนักเรียน จัดกระบวนการเรียนการสอนตามความแตกต่าง ของนักเรียน ใช้วิธีการสอนที่เหมาะสมเพื่อช่วยพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน ใช้วิธี การประเมินผลที่หลากหลายและนำผลการประเมินมาแก้ไขข้อบกพร่องและ ส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน รวมถึงการนำมาใช้เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน ของครูให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

เพื่อช่วยให้ครูคณิตศาสตร์ ได้มีคู่มือสำหรับเป็นแนวทางใน การจัดการเรียนการสอนให้มีคุณภาพสำหรับพัฒนาตนเองไปสู่การเป็นครู คณิตศาสตร์มืออาชีพ หนังสือเล่มนี้จึงได้นำเสนอสาระความรู้ที่เกี่ยวข้องกับ เรื่องต่างๆ ดังกล่าวข้างต้น โดยพัฒนาเนื้อหาจากบทความที่ใช้ในโครงการ พัฒนาเครือข่ายการเรียนรู้ผู้สอนวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 1 – 3 ของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ด้วยจุดมุ่งหมาย ดังนี้

1. เป็นส่วนเติมเต็มให้ครูคณิตศาสตร์ประจำการได้ทบทวน
แนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ที่นำไปสู่การพัฒนาให้มีคุณภาพ
และเป็นไปตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตรยิ่งขึ้น

2. เป็นคู่มือให้กับผู้ที่จะเป็นครูคณิตศาสตร์ได้ศึกษา เป็น
แนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีคุณภาพ และเป็นไปตาม
จุดมุ่งหมายของหลักสูตร

เนื้อหาสาระความรู้ที่นำเสนอไว้อาจไม่ครอบคลุมทุกเรื่องที่
ครูสนใจ และให้รายละเอียดไม่ครบถ้วน เนื่องจากต้องการนำเสนอเฉพาะประเด็น
ที่น่าจะเป็นปัญหาสำหรับครูส่วนมาก เพื่อเป็นคู่มือให้ครูได้ศึกษาและเตรียม
ความพร้อมสำหรับการจัดการเรียนการสอน ถ้าครูต้องการรายละเอียดเพิ่มเติม
ก็สามารถศึกษาได้จากตำราและเอกสารวิชาการที่มีอยู่โดยทั่วไปในระดับ
อุดมศึกษา สิ่งที่น่าสนใจในหนังสือประกอบด้วยแนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอน
คณิตศาสตร์ที่ช่วยให้เข้าใจถึงธรรมชาติของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการเรียน
การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ และเรื่องที่เป็นปัญหาในการจัดการเรียนการสอน
คณิตศาสตร์ คือ แนวคิดในหลักสูตรคณิตศาสตร์ที่ครูควรตระหนักและให้
ความสำคัญในการจัดการเรียนการสอน การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้ให้ตัวอย่างและแนวทางในการ
จัดการเรียนการสอนที่ครูสามารถนำไปประยุกต์ตามความเหมาะสม นอกจากนี้ยังมี
บทความเกี่ยวกับปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในมุมมองที่เกี่ยวกับ
บุคลิกภาพและวิธีการเรียนการสอนของครู ที่ครูควรต้องคำนึงถึงในการจัด
การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีคุณภาพ

เนื่องจากคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม การใช้สื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงเป็นเรื่องที่ต้องระมัดระวังไม่ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน บทความเรื่องสื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่นำเสนอไว้ จะให้แนวคิดและข้อควรคำนึงในการใช้สื่อเท่าที่จำเป็น ในบทเรียนที่นักเรียนสามารถเรียนรู้และทำความเข้าใจเนื้อหาได้โดยตรงก็ไม่จำเป็นต้องใช้สื่อ แต่ควรใช้คำถามที่มีประสิทธิภาพในการจัดการเรียนการสอนให้มากขึ้น เพราะการใช้คำถามที่มีประสิทธิภาพจะก่อให้เกิดพลังในการเรียนรู้มากกว่าการพยายามอธิบายทุกอย่างให้นักเรียนเข้าใจ หรือตอบคำถามของนักเรียนโดยไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนคิด ดังที่ได้นำเสนอไว้ในบทความเรื่องการใช้คำถามเพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์

ส่วนบทความเรื่องตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จะแสดงให้เห็นถึงการนำคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาได้อย่างกว้างขวาง ทั้งในชีวิตประจำวันและสิ่งแวดล้อม นอกจากนี้การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นขั้นตอนสำคัญในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นับเป็นปัญหาสำคัญสำหรับครูผู้สอน จึงได้นำเสนอบทความในเรื่องดังกล่าวไว้ สำหรับบทความเรื่อง การวิจัยในชั้นเรียน ได้ให้ข้อเสนอแนะเป็นแนวทางในการปฏิบัติ เพื่อศึกษาปัญหาการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนอย่างเป็นระบบ ซึ่งจะช่วยให้การแก้ปัญหาและการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

ในการเป็นครูคณิตศาสตร์มืออาชีพจะต้องตระหนักอยู่เสมอว่า การสอนคณิตศาสตร์ไม่ใช่เพียงการกำหนดปัญหาให้นักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบเท่านั้น แต่ต้องเชื่อมโยงไปสู่การนำไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน หรือสร้างสรรค์สิ่งดีๆ ให้เกิดขึ้น โดยจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหา

และเป็นไปตามมาตรฐานหลักสูตร จึงต้องมีความรับผิดชอบในการทำความเข้าใจหลักสูตร ศึกษาเนื้อหา หนังสือเรียน และคู่มือครูอย่างลึกซึ้ง รวมถึงการขวนขวายหาความรู้เพิ่มเติมจากแหล่งเรียนรู้ต่างๆ ตลอดจนศึกษาถึงปัญหาและอุปสรรคในการจัดการเรียนการสอนที่ตนเองรับผิดชอบ เพื่อให้มีความพร้อมในการจัดการเรียนการสอนอย่างมีคุณภาพ และสามารถทำให้นักเรียนได้พัฒนาตนเองไปสู่ความเก่งดี และมีสุข

"Mathematics is the Queen of the Sciences, and Arithmetic the Queen of Mathematics"

C.F. Gauss

คณิตศาสตร์เป็นราชินีแห่งวิทยาศาสตร์
และเลขคณิตเป็นราชินีแห่งคณิตศาสตร์

ซี.เอฟ.เกาส์

ค.ศ. 1815-1897

นักคณิตศาสตร์เยอรมัน

1

แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอน คณิตศาสตร์

1. เป้าหมายของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในอดีตเชื่อกันว่า ถ้าผู้เรียนสามารถจดจำสูตร กฎ ทฤษฎีบท ทำตามตัวอย่าง พิสูจน์หรือแก้โจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนและทำข้อสอบได้ ก็ถือว่าผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว จากความเชื่อดังกล่าวเป้าหมายการเรียนคณิตศาสตร์ในยุคสมัยนั้นจึงให้ความสำคัญกับการจดจำสูตร กฎ ทฤษฎีบท วิธีการหาคำตอบหรือการพิสูจน์โดยไม่สนใจที่จะให้นักเรียนมีความเข้าใจถึงเหตุผลที่แท้จริงว่า ทำไมจึงต้องเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เหล่านั้น และคณิตศาสตร์ที่เรียนไปสามารถใช้อธิบายสิ่งต่างๆ ที่อยู่รอบตัวได้อย่างไร ในปัจจุบันแนวคิดในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้เปลี่ยนไปมาก กล่าวคือ เป้าหมายหลักของการเรียนการสอนมุ่งเน้นไปที่การจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ไปพร้อมๆ กับการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและมองเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับสิ่งที่อยู่ในธรรมชาติ ทำให้การเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีความหมายและสามารถนำสิ่งที่เรียนไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตจริงได้

ดังนั้น หน้าที่ของครูคณิตศาสตร์ในปัจจุบันนี้ นอกจากจะเป็นผู้ส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนในด้านเนื้อหาสาระ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนการปลูกฝังคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยมที่ถูกต้องดีงามแล้ว ครูจะต้องสร้างความตระหนักและทำให้นักเรียนมองเห็นว่าคณิตศาสตร์มีคุณค่า มีอยู่รอบตัว อยู่ในชีวิตประจำวันและสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการดำเนินชีวิตได้ ครูจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการถกและอภิปรายเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ ซึ่งไม่เพียงแต่ผ่านการสนทนา การอภิปรายเท่านั้น แต่นักเรียนควรจะต้องมีความเข้าใจและซาบซึ้งในการใช้คณิตศาสตร์ด้วย

2. ธรรมชาติของการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ธรรมชาติของการเรียนรู้

การเรียนรู้เป็นกระบวนการธรรมชาติที่เกิดขึ้นในชีวิตของมนุษย์ เป็นกระบวนการของการแปลงข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์ที่ได้รับให้เกิดเป็นความรู้ ทักษะ พฤติกรรม และเจตคติ

จะเห็นว่าองค์ประกอบสำคัญที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้คือการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์ที่ผู้เรียนได้รับการศึกษาปัจจุบันจึงมุ่งเน้นการจัดเตรียมเนื้อหาที่เหมาะสมและประสบการณ์ที่เอื้อให้ผู้เรียนเกิดความรู้ ทักษะ พฤติกรรม และเจตคติที่พึงประสงค์

ความรู้ทางคณิตศาสตร์

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน ครูควรทำความเข้าใจถึงความสำคัญและความจำเป็นของ **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** และ **วิธีการทางคณิตศาสตร์** เพราะทั้งสององค์ประกอบนี้ต่างก็มีบทบาทที่สำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไม่ยิ่งหย่อนกว่ากัน อีกทั้งมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด ครูควรให้นักเรียนได้พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปพร้อมๆ กับทักษะทางวิธี

การที่สัมพันธ์กันเพื่อให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เกิดความรู้ความชำนาญในวิธีการ สามารถสร้างการเชื่อมโยงความรู้กับวิธีการจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่าง กว้างขวาง

มีงานวิจัยจำนวนมากที่รายงานว่า พื้นที่ที่นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการคิดคำนวณตามขั้นตอนการคำนวณอย่างไม่มีมีความหมาย ก็มีความเป็นไปได้สูงมากที่จะทำให้ นักเรียนคิดคำนวณที่ต้องการหาเพียงผลลัพธ์ในการคำนวณ แทนที่จะเป็นการคิดอย่างมีความหมาย ผลงานวิจัยเหล่านี้ย้ำเตือนครูว่า พื้นที่ที่ได้สอนวิธีการบางอย่างให้นักเรียน หรือให้นักเรียนลงมือปฏิบัติก่อนที่จะเกิดความเข้าใจในขั้นตอนหรือหลักการเหล่านั้นแล้ว นักเรียนจะไม่พยายามคิดค้นหาความหมายในสิ่งที่เรียน นักเรียนมักจะยึดติดกับขั้นตอนเหล่านั้น ส่งผลทำให้การที่จะได้มาซึ่งความเข้าใจในภายหลังนั้นเกิดขึ้นได้ยาก

ทักษะทางวิธีการเกิดจากการกระทำต่างๆ ที่เป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งบ่อยครั้งมักจะเกี่ยวข้องกับกฎวิธี ลำดับ ขั้นตอนหรือวิธีการคิดคำนวณ ในทางกลับกันมโนทัศน์มักได้มาจากการสร้างเครือข่ายเชื่อมโยงประสานความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ ที่ไม่ปะติดปะต่อ ให้ประมวลเข้าไว้ด้วยกัน การคิดคำนวณจัดว่าเป็นทักษะทางวิธีการ เนื่องจากขั้นตอนหรือวิธีการคิดคำนวณ สามารถกระทำได้โดยการปฏิบัติตามลำดับขั้นตอน ซึ่งวิธีการคิดคำนวณดังกล่าวอาจได้มาจากการท่องจำหรือความเข้าใจ เช่น การคำนวณหาผลลัพธ์ $15 + 29$ บางคนอาจคำนวณโดยใช้การตั้งบวกธรรมดาตามขั้นตอนวิธีการบวก บางคนอาจคิดในใจโดยรวม 15 กับ 30 เข้าด้วยกันเป็น 45 ก่อนแล้วจึงหัก 1 ออก จะได้คำตอบ 44 เช่นกัน จะเห็นได้ว่าวิธีการคิดคำนวณดังกล่าวนี้เป็นทักษะทางวิธีการ ซึ่งแนวคิดวิธีหลังนี้ผู้เรียนสามารถคิดในใจอย่างมีความหมาย

มโนทัศน์จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ ผู้เรียนได้มีโอกาสคิดอย่างกระตือรือร้น (active thinking) เกี่ยวกับความสัมพันธ์ และสร้างความเชื่อมโยงไป

พร้อมกับการปรับโครงสร้างของความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ให้มีความสอดคล้องกัน ในขณะที่ทักษะทางวิธีการสามารถเกิดขึ้นได้ง่ายกว่า และเป็นไปได้โดยไม่ลำบากมากนัก กล่าวคือ เมื่อนักเรียนได้เห็นวิธีการหนึ่งที่ทำให้เห็นเป็นตัวอย่างหนึ่งแล้ว นักเรียนก็เพียงแค่เลียนแบบเทคนิควิธีเหล่านั้น ผลลัพธ์ที่ได้จากการเรียนรู้โดยวิธีท่องจำและเลียนแบบเช่นนี้ ครูอาจสังเกตเห็นได้จากพฤติกรรมที่นักเรียนใช้ในลักษณะที่เป็นกฎเกณฑ์ ระเบียบวิธีต่างๆ ในขั้นตอนการคำนวณ นักเรียนกลุ่มนี้อาจมีความสามารถใช้ทักษะทางวิธีการที่เหมาะสมจากการจดจำเพียงอย่างเดียว แต่ไม่สามารถระลึกถึงข้อมูลที่เป็นบางอย่างทีนอกเหนือไปจากนั้นได้ ทั้งอาจไม่สามารถพลิกแพลงในการแก้ปัญหาที่แปลกออกไป เนื่องจากขาดการเชื่อมโยงและการสร้างเครือข่ายระหว่างความรู้ด้านมโนทัศน์และทักษะทางวิธีการ ซึ่งอาจมีผลทำให้การคิดคำนวณผิดพลาดได้ ทั้งนี้เพราะนักเรียนที่มีทักษะทางวิธีการเพียงด้านเดียว จะมีข้อจำกัดในการตรวจสอบ แก้ไขข้อผิดพลาดและแก้คำตอบที่ไม่สมเหตุสมผลพร้อมๆ กันกับการสร้างมโนทัศน์ที่จะต้องให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนด้วย

ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีทฤษฎีเกี่ยวกับการเรียนรู้หลายทฤษฎีที่สำคัญเป็นที่นิยมและยอมรับกันในปัจจุบันมีอยู่สองกลุ่มแนวคิด กลุ่มแนวคิดหนึ่งเป็นทฤษฎีเกี่ยวกับการสร้างพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับ การเรียนรู้ในคณิตศาสตร์มานานแล้ว และอีกกลุ่มแนวคิดหนึ่งเป็นทฤษฎีเกี่ยวกับการสร้างองค์ความรู้ การส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย ซึ่งกำลังเป็นที่ยอมรับอย่างกว้างขวางในปัจจุบัน

กลุ่มแนวคิดที่หนึ่ง ทฤษฎีเกี่ยวกับการสร้างพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน

กลุ่มแนวคิดนี้เป็นแนวคิดพฤติกรรมนิยม (behaviourism) มีรากฐานมาจากความรู้เกี่ยวกับสิ่งเร้าและการตอบสนอง และความรู้เกี่ยวกับเงื่อนไขการเรียนรู้ โดยแนวคิดนี้มองว่าพฤติกรรมของคนเรานั้นสามารถที่จะขัดเกลาได้