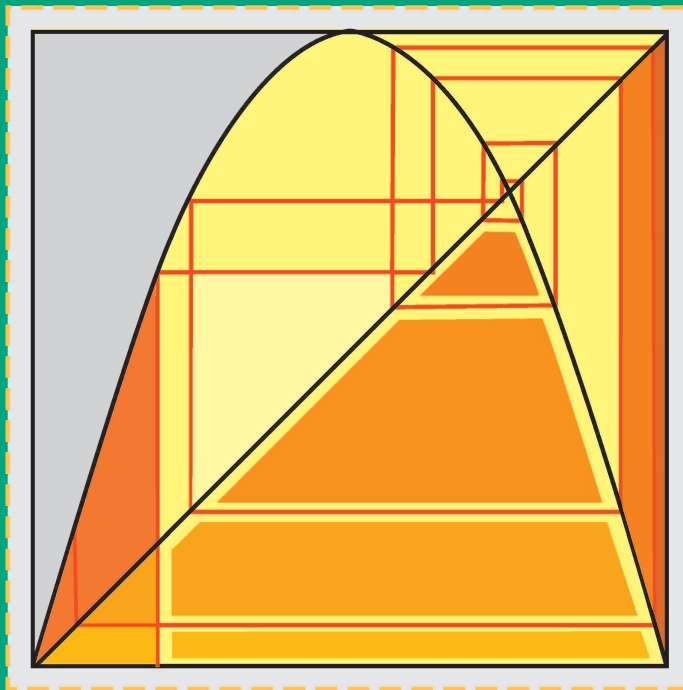


ตัวอย่างการประเมินผล การเรียนรู้คณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 2



สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

ตัวอย่างการประเมินผล การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 2



จัดทำโดย
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

โครงการพัฒนาตำราและสื่อ
สำหรับหลักสูตรการผลิตและพัฒนาครูวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี

ชื่อหนังสือ ตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 2

ชื่อผู้แต่ง สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
924 ถนนสุขุมวิท แขวงพระโขนง เขตคลองเตย กรุงเทพฯ 10110
โทรศัพท์ 0-2392-4021 ต่อ 3102, 3106
โทรสาร 0-2392-3596

ลิขสิทธิ์โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

พิมพ์ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2556

จำนวนพิมพ์ 3,000 เล่ม

ราคาเล่มละ 295.00 บาท

จัดพิมพ์และจัดจำหน่ายโดย

ศูนย์หนังสือแห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
อาคารวิทยกิตติ์ ชั้น 14 ซอย จุฬาลงกรณ์ 64 ถนน พญาไท
แขวง วังใหม่ เขต ปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330
โทรศัพท์ 0-2255-4433, 0-2218-9891
Website : [http : // www.chulabook.com](http://www.chulabook.com)

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของหอสมุดแห่งชาติ

National Library of Thailand Cataloging in Publication Data

กระทรวงศึกษาธิการ. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

ตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 2.

-- กรุงเทพฯ : 3-คิว มีเดีย, 2556.

376 หน้า.

1. ความสามารถทางคณิตศาสตร์--การทดสอบ. 2. คณิตศาสตร์--การศึกษา
และการสอน (มัธยมศึกษา). I. ชื่อเรื่อง.
510

ISBN : 978-616-7631-03-5



สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คำนำ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้รับมอบหมายจากกระทรวงศึกษาธิการ ให้พัฒนาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตลอดจนจัดทำสื่อการเรียนรู้ตามหลักสูตรดังกล่าว

หนังสือตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 2 นี้ ได้แสดงตัวอย่างปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครูผู้สอนสามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ และใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนพัฒนาการเรียนรู้และบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ โดยสามารถใช้ควบคู่ไปกับหนังสือเรียนและคู่มือครู รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 และเล่ม 2

ในการจัดทำหนังสือเล่มนี้ สสวท. ได้รับความร่วมมืออย่างดียิ่งจากคณาจารย์และนักเรียนในโรงเรียนที่ร่วมในการทดลองเครื่องมือ และผู้ทรงคุณวุฒิจากมหาวิทยาลัย โรงเรียนและสถาบันอื่นๆ สสวท. จึงขอขอบคุณทุกท่านไว้ ณ ที่นี้ และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเล่มนี้ จะเป็นประโยชน์สำหรับครูผู้สอนคณิตศาสตร์ได้นำไปใช้ หรือปรับให้เหมาะสมกับศักยภาพและความสามารถของผู้เรียน

หากมีข้อเสนอแนะใด ที่จะทำให้หนังสือเล่มนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้นโปรดแจ้ง สสวท. ทราบด้วย จักขอบคุณยิ่ง



(นางพรพรรณ ไวทยางกูร)

ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

คำชี้แจง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) มีบทบาทและภารกิจในการพัฒนาครูและบุคลากรทางการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่ง สสวท. ได้จัดและดำเนินโครงการเพื่อพัฒนาศักยภาพของครูประจำการในสาขาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยีเป็นประจำเสมอมา

สสวท. ได้เคยร่วมกับกระทรวงศึกษาธิการและทบวงมหาวิทยาลัย ดำเนินการพัฒนาเอกสารชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับครูวิทยาศาสตร์และครูคณิตศาสตร์ เพื่อให้สถาบันการผลิตครูต่างๆ ได้นำไปใช้ เอกสารดังกล่าวได้ถูกนำไปใช้อย่างแพร่หลายในระดับหนึ่ง ปัจจุบันเวลาได้ล่วงเลยมาและความก้าวหน้าทางวิชาการมีมากขึ้น สสวท. เห็นว่า ตำราและสื่อในการพัฒนาครูประจำการและการผลิตนักศึกษาครูนั้น ควรได้รับการพัฒนาเพื่อให้สอดคล้องกับความก้าวหน้าทางวิชาการและเทคโนโลยีที่ก้าวหน้าขึ้นเป็นลำดับ มีมาตรฐานสูงและสามารถเทียบเคียงกับนานาชาติได้ สสวท. จึงได้ดำเนินโครงการพัฒนาตำราและสื่อ สำหรับหลักสูตรการผลิตครูวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาตำราวิทยาศาสตร์ศึกษาและคณิตศาสตร์ศึกษาที่จะเป็นประโยชน์ทั้งสำหรับครูประจำการและนักศึกษาครู โดยได้รับความร่วมมือจากสถาบันการผลิตครูและผู้ที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาครูวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ทั่วประเทศ เพื่อให้ได้ตำราและสื่อที่มีประสิทธิภาพสูง เหมาะสมกับบริบทไทย และมีมาตรฐานทัดเทียมกับนานาชาติอีกด้วย

สำหรับตำราวิทยาศาสตร์ศึกษาและคณิตศาสตร์ศึกษาที่ สสวท. ได้พัฒนาขึ้น เป็นตำราที่ประกอบด้วยเนื้อหาพื้นฐานและแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับครูวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยตำรา 2 ชุด ชุดหนึ่งเป็นด้านวิทยาศาสตร์ศึกษา อีกชุดหนึ่งเป็นด้านคณิตศาสตร์ศึกษา สสวท. หวังเป็นอย่างยิ่งว่า ตำราวิทยาศาสตร์ศึกษาและคณิตศาสตร์ศึกษาทั้งสองชุดนี้ จะเป็นประโยชน์สำหรับครูและนักศึกษาครูในการพัฒนาศักยภาพและสมรรถนะในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งจะส่งผลต่อสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักเรียนและการยกระดับคุณภาพการศึกษาต่อไป



(นายพิศาล สร้อยสุพรรณ)

ประธานโครงการพัฒนาตำราและสื่อ

สำหรับหลักสูตรการผลิตและพัฒนาครูวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี



คำชี้แจงการใช้หนังสือ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

- สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ
- สาระที่ 2 การวัด
- สาระที่ 3 เรขาคณิต
- สาระที่ 4 พีชคณิต
- สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
- สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนควรบูรณาการสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้ในทุกช่วงชั้น โดยเฉพาะสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสาระสำคัญที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ศึกษามาและมีอยู่แล้วในตัวเอง ไปประยุกต์ใช้งานได้อย่างมีประสิทธิภาพทั้งในการศึกษาต่อและในชีวิตจริง จึงถือเป็นสาระที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนที่ควรมีความสามารถตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ ดังนี้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

เมื่อเรียนจบแต่ละช่วงชั้น ผู้เรียนควรมีคุณภาพตามที่กำหนด สำหรับด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้กำหนดคุณภาพของผู้เรียนไว้ชัดเจน เช่น เมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นต้น

- ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ในการตรวจสอบความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้น สามารถตรวจสอบได้จากการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียนและจากการทำงาน

ที่กำหนดให้นักเรียนทำ อย่างไรก็ตาม งานหรือปัญหา หรือกิจกรรมที่กำหนดให้นักเรียนทำจะต้องส่งเสริมให้นักเรียนแสดงความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วย หนังสือเล่มนี้เป็นหนังสือเล่มที่สองในหนังสือชุด “ตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น” ซึ่งมีทั้งหมด 3 เล่ม หนังสือเล่มนี้จะแสดงตัวอย่างปัญหาหรือกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ตามสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กระจายไปในห้าสาระแรก โดยทุกตัวอย่างปัญหาหรือกิจกรรม มีความเกี่ยวข้องกับสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หนังสือเล่ม 2 นี้มีตัวอย่างปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด 9 กลุ่มตัวอย่าง ครอบคลุมความรู้เบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในเนื้อหาห้าสาระแรก โดยทุกปัญหาจะกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาช่วยแก้ปัญหามาตามที่กำหนด ปัญหาเหล่านี้อาจใช้เป็นเครื่องมือวัดผลหลังการเรียนรู้ในแต่ละเรื่อง หรือใช้เป็นเครื่องมือในการเพิ่มเติมหรือขยายการเรียนรู้ของนักเรียนในแต่ละเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องให้ลึกซึ้งหรือกว้างขวางขึ้น ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ อาจใช้เป็นแนวคิดในการสร้างสรรค์ปัญหาที่เหมาะสมกับสภาพของนักเรียนและสิ่งแวดล้อม ซึ่งจะยังประโยชน์ให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพยิ่ง ๆ ขึ้น

ในแต่ละกลุ่มตัวอย่างปัญหา จะเริ่มด้วยการเกริ่นนำเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ว่านักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ควรมีความรู้คณิตศาสตร์ในแต่ละเรื่องที่เกี่ยวข้องเป็นอย่างไร การวัดและการประเมินผลควรเป็นเช่นไร ต่อจากนั้นก็ตามด้วยปัญหาในกลุ่มตัวอย่างนั้น ๆ

แต่ละปัญหาประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้

1. **ความสำคัญของปัญหา** ชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของปัญหาในเรื่องที่กำหนดในประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. **ตัวชี้วัดชั้นปีของชั้น ม.2** ระบุถึงตัวชี้วัดชั้นปีของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในเรื่องที่ต้องการวัดผล โดยปัญหาจะใช้วัดผลที่สอดคล้องตามตัวชี้วัดชั้นปีเหล่านั้น
3. **จุดประสงค์** ระบุถึงผลการเรียนรู้ที่คาดหวังปลายทาง ในเรื่องที่ต้องการวัดผล โดยปัญหาจะใช้วัดผลที่สอดคล้องตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังเหล่านั้น
4. **เนื้อหาที่วัด** ระบุถึงเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เจตนาวัดผลในปัญหานั้น ๆ
5. **สาระ** ระบุถึงสาระทางคณิตศาสตร์ที่ผู้แก้ปัญหาควรมี เพื่อที่จะได้ใช้ความรู้นั้นแก้ปัญหาได้สำเร็จ



6. ปัญหาและเฉลยคำตอบ บอกกำหนดเวลาโดยประมาณในการแก้ปัญหา กำหนดเวลานี้ได้มาจากผลการทดลองใช้ปัญหานั้น ๆ กับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเล็กและกลุ่มใหญ่ในภาคสนาม คะแนนเต็มของปัญหาจะระบุไว้เป็น 20 คะแนน ซึ่งคะแนนนี้ไม่ได้หมายความว่า ปัญหาเหล่านั้น จะมีความยากง่ายเท่าเทียมกัน แต่มีเจตนาเพียงเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการกำหนดน้ำหนักของคะแนนสำหรับคำถามแต่ละข้อย่อยในปัญหา ในการนำไปใช้ถ้าผู้ใช้ไม่ต้องการคะแนนเต็มเป็น 20 คะแนน ก็สามารถปรับคะแนนสำหรับคำถามแต่ละข้อย่อยตามสัดส่วนจากฐานคะแนนเต็มเดิม 20 คะแนน หรือกำหนดขึ้นใหม่ตามความเหมาะสมก็ได้ นอกจากนี้ยังมีการระบุคะแนนของคำถามแต่ละข้อย่อยหรือคะแนนในแต่ละขั้นตอนของการตอบ

ในการเฉลยปัญหา หลายข้อได้แสดงวิธีทำหรือแนวคิดในการหาคำตอบไว้ด้วย ครูผู้สอนควรศึกษาวิธีทำหรือแนวคิดเหล่านี้ ซึ่งมีหลายแนวคิดที่ครูสามารถใช้ฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ได้ ในการเรียนการสอนถ้าครูนำปัญหาเหล่านี้ไปให้นักเรียนทำ นักเรียนอาจทำโดยวิธีอื่น แต่ครูก็สามารถนำวิธีทำหรือแนวคิดตามที่เฉลยไว้ ไปฝึกให้นักเรียนคิดอีกแนวทางหนึ่ง ซึ่งเป็นการฝึกวิเคราะห์และแก้ปัญหา เช่น ปัญหาผ้าเช็ดตัว

สำหรับคำถามที่ไม่ได้ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ ในการเฉลยบางข้อที่อาจเป็นปัญหาสำหรับครูผู้สอน ในที่นี้ได้แสดงแนวคิดไว้ให้ด้วย เพื่อให้ผู้ที่จะนำปัญหาไปใช้ เห็นแนวคิดในการแก้ปัญหานั้น ๆ ในการนี้ ผู้ที่จะนำปัญหาเหล่านี้ไปใช้ อาจเพิ่มคำสั่งให้นักเรียนแสดงแนวคิด แสดงวิธีทำ หรืออธิบายเหตุผลเพิ่มเติมก็ได้ เพื่อที่จะได้ประเมินกระบวนการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนขึ้น ซึ่งครูอาจจะกำหนดคะแนนสำหรับทักษะและกระบวนการเหล่านี้เพิ่มขึ้น หรืออาจจะไม่กำหนดเป็นคะแนนก็ได้ แต่ใช้เป็นข้อมูลในการพิจารณาเพื่อให้ทราบว่าควรพัฒนาหรือแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนในด้านใดบ้าง

7. เกณฑ์การให้คะแนน ระบุถึงเกณฑ์การให้คะแนนในคำถามแต่ละข้อตามเงื่อนไขในคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา ที่นำไปใช้สอบประจำบทหลังนักเรียนเรียนจบบทเรียน เกณฑ์การให้คะแนนเหล่านี้ได้มีการนำไปทดลองให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ ใช้ตรวจผลงานของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างกลุ่มใหญ่ในภาคสนาม และปรับปรุงจนเป็นที่น่าเชื่อว่าจะเป็นแนวทางในการตรวจผลงานของนักเรียน ที่ผู้ตรวจแต่ละคนจะให้คะแนนที่ไม่แตกต่างกันและไม่มีความเอนเอียง อย่างไรก็ตาม ผู้นำเกณฑ์เหล่านี้ไปใช้ สามารถปรับปรุงแก้ไขเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อให้เหมาะสมกับสภาพนักเรียนของตนเอง

8. ผลการทดลองใช้ เป็นการรายงานผลการทดลองใช้ปัญหา

นักเรียนกลุ่มตัวอย่างกลุ่มใหญ่ในภาคสนาม สิ่งที่น่าสนใจที่นักเรียนปฏิบัติในการแก้ปัญหา ความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง ข้อเสนอแนะเพื่อเป็นแนวทางในการนำไปใช้พัฒนาหรือปรับปรุงการเรียนการสอนให้ดียิ่งขึ้น ทั้งนี้เป็นไปตามหลักการที่ว่า การวัดผลที่ดีในช่วงเวลาที่เหมาะสม จะทำให้ครูผู้สอนสามารถพบข้อบกพร่องในการเรียนการสอน ทั้งยังเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ด้วย

เนื่องจากตัวอย่างปัญหา ตลอดจนเกณฑ์การให้คะแนน ได้ออกแบบมาเพื่อใช้สอบประจำบทหลังนักเรียนเรียนจบบทเรียน และใช้กับนักเรียนที่มีศักยภาพการเรียนระดับกลางทั่ว ๆ ไป ดังนั้น ถ้าหากนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น เช่น การสอบระหว่างเรียน การสอบปลายภาค การสอบคัดเลือก หรือใช้กับนักเรียนในศักยภาพอื่น ก็ควรปรับปรุงสถานการณ์ คำถามและเกณฑ์การให้คะแนนให้เหมาะสมด้วย ทั้งครูผู้สอนคณิตศาสตร์อาจใช้แนวคิดของการสร้างปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ได้ด้วย ทั้งนี้เพื่อที่จะได้มีปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ใช้กันแพร่หลายมากขึ้น



สารบัญ

	หน้า
คำนำ	ก
คำชี้แจง	ข
คำชี้แจงการใช้หนังสือ	ค
1. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	1
– ปัญหาจ่ายคนละเท่าไร	2
– ปัญหาผงซักฟอก	12
– ปัญหาอุบัติเหตุจราจร	20
– ปัญหาเงินเบี้ยขยัน	28
– ปัญหาการทำแยมสตรอเบอร์รี่	35
2. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับการวัด	43
– ปัญหาโรงเรียนของอุษา	44
– ปัญหาการเดินทางของพรศรี	51
– ปัญหาพื้นที่เป็นเท่าไร	58
– ปัญหาล้อมรั้วที่ดิน	68
– ปัญหาล้อมรั้วเลี้ยงกระต่าย	75
– ปัญหาถนนล้อมรอบสนาม	83
3. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับแผนภูมิรูปวงกลม	93
– ปัญหาการจัดสรรงบประมาณ	94
– ปัญหาการใช้น้ำมัน	106
4. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต	119
– ปัญหาแปลงอย่างไร	120
– ปัญหาพื้นที่ของรูปใบไม้	129
– ปัญหารูปตัวเจ	141

	หน้า
5. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการ	153
– ปัญหาพื้นที่เกี่ยวข้องกันอย่างไร	154
– ปัญหาว่าวหางปลา	164
– ปัญหาบอกได้ไหม	175
– ปัญหาหมุนหรือไม่	184
– ปัญหาทอส่งน้ำมัน	190
6. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส	199
– ปัญหาห้องพักของปวีณา	200
– ปัญหาหลงทางกลางทะเลทราย	208
7. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง	219
– ปัญหาความยาวรอบรูป	220
– ปัญหาช่องใส่บัตร	229
– ปัญหารากที่สองและรากที่สาม	239
– ปัญหาบ่อบำบัดน้ำเสีย	245
– ปัญหาขนาดของลึงกระดาษ	256
8. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	263
– ปัญหาบินได้ไกลแค่ไหน	264
– ปัญหาการวิ่งสวนทาง	276
– ปัญหาผลไม้	283
– ปัญหาผ้าเช็ดตัว	292
– ปัญหาเงินขวัญถุง	300
9. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับเส้นขนาน	309
– ปัญหารูปหกเหลี่ยม	310
– ปัญหาขนานกันหรือไม่	319
– ปัญหาบอกได้อย่างไรว่าขนานกัน	328
– ปัญหามุมภายนอกของรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	337
– ปัญหาการสร้างเส้นขนานจากรูปสามเหลี่ยม	347
– ปัญหาโต๊ะรองรีดผ้า	356



1. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

การเรียนรู้เรื่องอัตราส่วนและร้อยละในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จะทำให้นักเรียนได้เห็นว่ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเคยใช้วิธีการเทียบส่วน หรือใช้บัญญัติไตรยางศ์ในการหาคำตอบนั้น สามารถใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนและร้อยละได้อีกวิธีหนึ่ง ซึ่งวิธีนี้อาจช่วยให้กระบวนการแก้ปัญหาบางปัญหาทำได้ง่ายขึ้น ลักษณะของปัญหาที่เกี่ยวข้องกับอัตราส่วนและร้อยละที่นักเรียนได้พบ มักเป็นปัญหาที่มีความสัมพันธ์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน นักเรียนจึงควรได้เรียนรู้ถึงการนำความรู้เรื่องอัตราส่วนและร้อยละมาช่วยแก้ปัญหาและใช้วิเคราะห์เพื่อการตัดสินใจหาทางเลือกที่ดีที่สุดสถานการณ์ที่กำหนดดังในตัวอย่างปัญหาจ่ายคนละเท่าไร ปัญหาผงชักฟอก ปัญหาอุบัติเหตุจราจร ปัญหาเงินเบี้ยขยันและปัญหาการทำแยมสตรอเบอรี่ ต่อไปนี้

ปัญหาจ่ายคนละเท่าไร

ความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันเรามักพบการโฆษณาขายสินค้าพร้อมเสนอการสนับสนุนการขายด้วยของแจก แลก แถม ผ่านสื่อต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นโทรทัศน์ หนังสือพิมพ์ หรืออื่น ๆ ที่เข้าถึงผู้บริโภคได้อย่างรวดเร็ว นักเรียนในฐานะผู้บริโภคต้องรู้จักเลือกซื้อสินค้าที่จำเป็นต้องใช้ ให้ได้สินค้าที่มีคุณภาพดีและในราคาที่ประหยัด

โจทย์ปัญหาจ่ายคนละเท่าไร เป็นสถานการณ์หนึ่งที่ทำให้นักเรียนเห็นการนำความรู้เรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน มาใช้ในการหาคำตอบ วิธีการหาคำตอบของนักเรียนจะสะท้อนให้เห็นว่า นักเรียนใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วนแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด ช่วยให้เราสามารถเลือกซื้อสิ่งของที่ต้องการได้ในราคาประหยัด ยุติธรรมและสมเหตุสมผลภายใต้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้จริงหรือไม่ มีการสรุปคำตอบได้ครบถ้วนทุกคำถามและนำผลลัพธ์ที่ได้ในข้อก่อนหน้าเชื่อมโยงไปใช้ตอบคำถามในข้อถัดไปได้เพียงใด

โจทย์ปัญหานี้สอดคล้องกับตัวชี้วัดชั้นปีของชั้น ม.2 และจุดประสงค์ ดังนี้

ตัวชี้วัดชั้นปีของชั้น ม.2

1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละในการแก้โจทย์ปัญหา
2. มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

จุดประสงค์

1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน และสัดส่วนในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
3. ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้ปัญห การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้



เนื้อหาที่วัด

อัตราส่วน และสัดส่วน

สาระ นำความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน และสัดส่วนไปใช้แก้ปัญหา

ปัญหาและเฉลยคำตอบ

กำหนดเวลา 30 นาที

คะแนนเต็ม 20 คะแนน

ปัญหาจ่ายคนละเท่าไร

วันดีกับปรีดา ชวนกันไปซื้อรองเท้าที่ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง ซึ่งโฆษณาว่า ถ้าซื้อรองเท้าผ้าใบสองคู่จะได้รองเท้าแตะแถมฟรีหนึ่งคู่ วันดีเลือกซื้อรองเท้าผ้าใบ 1 คู่ ราคา 219 บาท และต้องการรองเท้าแตะ ราคาคู่ละ 51 บาท ที่เป็นของแถม ส่วนปรีดาเลือกซื้อรองเท้าผ้าใบราคา 189 บาท เพียงคู่เดียว ทั้งสองนำรองเท้าทั้งสามคู่ไปชำระเงินที่พนักงานขายโดยวันดีเป็นคนชำระเงินทั้งหมด 219 บาท 189 ซึ่งเท่ากับ 408 บาท และจะเก็บเงินจากปรีดาภายหลัง

เมื่อถึงเวลาจ่ายเงินคืนแก่วันดี แต่ละคนเสนอแนวคิดในการจ่ายเงินค่ารองเท้าดังนี้

ปรีดาเสนอให้แบ่งเงิน 408 บาท เป็นสามส่วนเท่า ๆ กัน วันดีจ่ายสองส่วน เพราะได้รองเท้าสองคู่ ส่วนปรีดาจ่ายเพียงหนึ่งส่วน

วันดีเสนอให้จ่ายตามสัดส่วนของราคารองเท้าที่แต่ละคนรับไป

จากปัญหาข้างต้นให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. แสดงวิธีทำ เพื่อหาจำนวนเงินที่แต่ละคนจ่ายค่ารองเท้าที่ได้ไป ตามข้อเสนอของปรีดา (4 คะแนน)
2. แสดงวิธีทำโดยใช้สัดส่วน เพื่อหาจำนวนเงินที่แต่ละคนจ่ายค่ารองเท้าที่ได้ไปตามข้อเสนอของวันดี (10 คะแนน)
3. นักเรียนคิดว่า การจ่ายค่ารองเท้าที่ได้ไปตามข้อเสนอของใคร เป็นธรรมแก่ทั้งวันดีและปรีดามากที่สุด เพราะเหตุใด (6 คะแนน)

เฉลย

1. จ่ายเงินซื้อรองเท้าทั้งหมด เป็นเงิน 408 บาท
แบ่งเป็น 3 ส่วน เท่า ๆ กัน จะได้ส่วนละ $\frac{408}{3} = 136$ บาท
วันดีจ่าย 2 ส่วน เป็นเงิน $136 \times 2 = 272$ บาท
ปริดาจ่าย 1 ส่วน เป็นเงิน $136 \times 1 = 136$ บาท
ดังนั้น วันดีจ่ายค่ารองเท้าที่ได้ไป 272 บาท 2
และปริดาจ่ายค่ารองเท้าที่ได้ไป 136 บาท 2

2. ราคารองเท้าทั้งหมด เป็นเงิน 408 บาท
อัตราส่วนของราคารองเท้าผ้าใบที่วันดีเลือกซื้อต่อราคารองเท้าแตะ
ต่อราคารองเท้าผ้าใบที่ปริดาเลือกซื้อ เป็น $219 : 51 : 189$
จะได้อัตราส่วนของราคารองเท้าที่วันดีได้ไปต่อราคารองเท้า
ที่ปริดาได้ไปต่อราคารองเท้าทั้งหมดเป็น
 $(219 + 51) : 189 : (219 + 51 + 189) = 270 : 189 : 459$
อัตราส่วนของราคารองเท้าที่วันดีได้ไปต่อราคารองเท้าทั้งหมด
เป็น $270 : 459$ 1
อัตราส่วนของราคารองเท้าที่ปริดาได้ไปต่อราคารองเท้าทั้งหมด
เป็น $189 : 459$ 1
การหาว่าวันดีจ่ายค่ารองเท้าที่ได้ไปเท่าไร เขียนสัดส่วนได้ดังนี้
ให้วันดีจ่ายค่ารองเท้าที่ได้ไป เป็นเงิน x บาท
$$\frac{x}{408} = \frac{270}{459}$$
 2
จะได้ $x \times 459 = 408 \times 270$
$$x = \frac{408 \times 270}{459}$$

$$x = 240$$
 1
ดังนั้น วันดีจ่ายค่ารองเท้าที่ได้ไป 240 บาท 1
การหาว่าปริดาจ่ายค่ารองเท้าที่ได้ไปเท่าไร เขียนสัดส่วนได้ดังนี้
ให้ปริดาจ่ายค่ารองเท้าที่ได้ไป เป็นเงิน y บาท

