cupress

# ฟิสิกส์ 2.2

# PHYSICS 2.2

นคร ไพศาลกิตติสกุล

# ฟิสิกส์ 2.2

# PHYSICS 2.2

# ฟิสิกส์ 2.2

# PHYSICS 2.2

นคร ไพศาลกิตติสกุล

สำนักพิมพ์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2569

245.-

นคร ไพศาลกิตติสกุล

ฟิสิกส์ 2.2 / นคร ไพศาลกิตติสกุล

1. ฟิสิกส์ -- ตำรา.

530

ISBN (e-book) 978-974-03-4464-3

สพจ. 2759

สรรคุณค่าวิชาการ สู่สังคม
Knowledge to All
www.cupress.chula.ac.th

สิทธิในการผลิตและพิมพ์หนังสือเล่มนี้เป็นของสำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยแต่ผู้เดียว
การผลิตและการลอกเลียนหนังสือเล่มนี้ไม่ว่ารูปแบบใดทั้งสิ้น
ต้องได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากสำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**จัดทำโดย  สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย**

ครั้งที่ 1  พ.ศ. 2569

www.cupress.chula.ac.th [CUB6902-002]

โทร. 0-2218-3562-3

**บรรณาธิการอำนวยการ** : รองศาสตราจารย์ ดร.วิมลวรรณ พิมพ์พันธุ์

**กองบรรณาธิการฝ่ายวิชาการ** : ศาสตราจารย์กิตติคุณ ดร.ปิยนาถ บุนนาค
ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ
ศาสตราจารย์ นายแพทย์ชิษณุ พันธุ์เจริญ
รองศาสตราจารย์ ดร.พิมพันธ์ เดชะคุปต์

**ผู้ประสานงาน :** วาสนา  ซำเซ็น

**ออกแบบปก :** สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**ออกแบบรูปเล่ม :** นคร ไพศาลกิตติสกุล

**สั่งซื้อได้ที่     ศูนย์หนังสือแห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย**

**ถนนพญาไท  เขตปทุมวัน  กรุงเทพฯ 10330**

http://www.chulabook.com

โทร. 08-6323-3703-4

customer@cubook.chula.ac.th, info@cubook.chula.ac.th

Apps: CU-eBook Store

# คำนำ

จุดประสงค์หลักของหนังสือเล่มนี้ คือเพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนวิชาฟิสิกส์ทั่วไป 2 (รหัสรายวิชา 2304104) ซึ่งเป็นวิชาบังคับพื้นฐานของหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต และวิศวกรรมศาสตรบัณฑิตของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (ข้อมูล ณ ปีการศึกษา 2565) การจัดการเรียนการสอนของวิชานี้ แบ่งออกเป็นสองส่วนคือ ส่วนครึ่งแรกและครึ่งหลังของภาคการศึกษา หนังสือเล่มนี้ประกอบด้วยเนื้อหาสำหรับครึ่งหลังภาคการศึกษา จึงเป็นที่มาของชื่อหนังสือ “ฟิสิกส์ 2.2” ซึ่งประกอบด้วยเรื่อง คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า การแทรกสอดของแสง การเลี้ยวเบนและโพลาไรเซชันของแสง ทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ ฟิสิกส์ควอนตัม และฟิสิกส์นิวเคลียร์

จากประสบการณ์การสอนวิชาฟิสิกส์ทั่วไป 2 ที่ผ่านมาหลายปีการศึกษา พบว่าอุปสรรคในการเรียนรู้ของผู้เรียนส่วนหนึ่ง มาจากการขาดแคลนตำราเรียนภาษาไทยเพื่อใช้ในการศึกษาทบทวนบทเรียน ทั้งในส่วนของเนื้อหาและแบบฝึกหัด ถึงแม้ว่าจะมีตำราภาษาต่างประเทศที่มีคุณภาพสูงอยู่มากมาย และกำหนดให้เป็นหนังสือหลักสำหรับประกอบการเรียนการสอน แต่ด้วยข้อจำกัดทางด้านภาษาต่างประเทศ ผู้เรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถใช้หนังสือเหล่านั้นได้อย่างมีประสิทธิผลเท่าที่ควร อีกทั้งหนังสือเหล่านั้นมีเนื้อหา

ครอบคลุมเกินหัวข้อของรายวิชาไปมาก จึงทำให้หนังสือมีจำนวนหน้า น้ำหนักและราคาเกินความจำเป็นสำหรับใช้ประกอบการเรียนการสอน ผู้เรียบเรียงได้ตระหนักถึงข้อจำกัดเหล่านั้น จึงได้จัดทำหนังสือเล่มนี้ขึ้นมา โดยปรับปรุงจากเอกสารประกอบคำสอนที่จัดทำและเผยแพร่มาตั้งแต่ปี พ.ศ. 2557 โดยหวังเป็นอย่างยิ่งว่า ผู้เรียนจะได้รับประโยชน์จากหนังสือนี้ เพื่อการเรียนรู้ ทบทวน ฝึกฝน จนสามารถสอบผ่านรายวิชาดังกล่าว และได้ความรู้ฟิสิกส์พื้นฐานติดตัวไปด้วย

สำหรับผู้ที่สนใจศาสตร์ของฟิสิกส์พื้นฐานในหัวข้อที่มีในหนังสือเล่มนี้ สามารถศึกษาหาความรู้ด้วยตนเองได้เช่นกัน คณิตศาสตร์ที่ใช้ในหัวข้อต่าง ๆ ของหนังสือเล่มนี้ ถูกเลือกให้มีรูปแบบง่ายที่สุด ไม่ให้มีความซับซ้อนมากนัก ความรู้พื้นฐานของแคลคูลัสน่าจะเพียงพอที่จะทำความเข้าใจได้ มีการนำจำนวนเชิงซ้อนและอนุกรมเรขาคณิต มาใช้ประกอบการคำนวณหาความเข้มของแสงที่เกิดจากการแทรกสอดและการเลี้ยวเบน มีการหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองในฟิสิกส์ควอนตัม หลังจากที่ได้อ่านและทำความเข้าใจกับเนื้อหาและตัวอย่างแล้ว ผู้อ่านควรพยายามทำแบบฝึกหัดด้วยตนเองให้มากที่สุด การอ่านเนื้อหาและศึกษาตัวอย่าง ช่วยทำให้ได้รับรู้ เข้าใจหลักการหรือทฤษฎีต่าง ๆ การทำแบบฝึกหัดเป็นวิธีการฝึกฝนและตรวจสอบความเข้าใจที่ดีที่สุด ดังประโยคที่กล่าวว่า “สิ่งที่ได้ยิน เราจะลืม สิ่งที่ได้เห็น เราจะจำ สิ่งที่เราได้ทำ เราจะเข้าใจ”

ความดีของหนังสือนี้ ขอมอบให้บิดาและมารดา ผู้ให้กำเนิด เลี้ยงดูเอาใจใส่บุตรอย่างเต็มกำลังและความสามารถ ภรรยาและบุตรที่ให้กำลังใจ โอกาสและเวลา จนทำให้หนังสือเล่มนี้เสร็จสมบูรณ์ และคณาจารย์ผู้ที่เคยประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้แก่ผู้เรียบเรียงทุกท่าน หากหนังสือนี้มีข้อผิดพลาดหรือข้อบกพร่องใด ๆ ผู้เรียบเรียงขอน้อมรับไว้เพียงผู้เดียว หากผู้อ่านพบข้อบกพร่อง มีความคิดเห็นหรือข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ขอได้โปรดแจ้งให้ผู้เรียบเรียงทราบ ผ่านอีเมล์ pnakorn@gmail.com จักขอบคุณยิ่ง เพื่อจะได้ปรับปรุง แก้ไขให้ถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และเป็นวิทยาทานแก่ผู้อ่านต่อไป

นคร ไพศาลกิตติสกุล

# สารบัญ

# บทที่

# 1

# คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Wave)

จากความรู้พื้นฐานที่ทราบว่า สนามไฟฟ้าเกิดจากประจุไฟฟ้า ในขณะที่สนามแม่เหล็กเกิดจากการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้า (กระแสไฟฟ้า) ซึ่งทั้งสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กมีความเกี่ยวข้องกันในลักษณะของการเหนี่ยวนำที่ต้านการเปลี่ยนแปลง ดังเช่น การเกิดสนามไฟฟ้า (หรือกระแสไฟฟ้า) จากการเปลี่ยนแปลงของเส้นแรงสนามแม่เหล็กในขดลวดตัวนำ ซึ่งอธิบายได้ด้วยกฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์ ถือได้ว่าเป็นหลักการพื้นฐานในการผลิตกระแสไฟฟ้าของเครื่องไดนาโม ในทำนองเดียวกัน หากสนามไฟฟ้ามีการเปลี่ยน-แปลงจะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำได้เช่นกัน (หลักการพื้นฐานของเครื่องมือวัดทางไฟฟ้า-เครื่องกัลวานอมิเตอร์) สนามแม่เหล็กที่เกิดจากทั้งกระแสไฟฟ้า และสนามไฟฟ้าที่มีการเปลี่ยนแปลง สามารถอธิบายด้วยกฎของแอมแปร์และแมกซ์เวลล์ ในบทเรียนนี้ จะได้ศึกษาสถานการณ์ที่สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กมีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ซึ่งส่งผลทำให้เกิดคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic wave) แผ่กระจายออกไปได้

รอบตัวมนุษย์ทุกวันนี้ มีการนำคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามาประยุกต์ใช้มากมาย เช่น การสื่อสารและส่งข้อมูลผ่านคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (สัญญาณวิทยุ โทรทัศน์ โทรศัพท์เคลื่อนที่) เตาไมโครเวฟ เครื่องอัลตราซาวด์ ฯลฯ ซึ่งในที่นี้ จะสนใจอธิบายคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในส่วน

ขององค์ประกอบของคลื่น การเคลื่อนที่ และพลังงาน

## 1.1 สมการคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

โดยทั่วไปแล้ว ปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กทั้งในรูปแบบที่ไม่ขึ้นกับเวลา (Static) และที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา (Dynamic) สามารถอธิบายได้ด้วย *สมการแมกซ์เวลล์* (Maxwell's equations) ซึ่งถือได้ว่าเป็นสมการที่สำคัญในวิชาฟิสิกส์ สามารถประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ที่มีสนามไฟฟ้า ($\vec{E}$) หรือสนามแม่เหล็ก ($\vec{B}$) เกี่ยวข้อง สมการแมกซ์เวลล์ประกอบด้วยสมการย่อย $4$ สมการ ในรูปแบบของการอินทิเกรตบนพื้นผิวปิด ($\oint d\vec{A}$) และการอินทิกรัลตามวงปิด ($\oint d\vec{s}$) เขียนได้ดังต่อไปนี้

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} \tag{1.1}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \tag{1.2}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \tag{1.3}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \tag{1.4}$$

สมการ (1.3) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์ของสนามแม่เหล็ก $\Phi_B$ (จำนวนเส้นแรงสนามแม่เหล็กต่อหน่วยพื้นที่) เรียกว่า *กฎการเหนี่ยว-นำของฟาราเดย์* (Faraday's law of induction) กล่าวไว้ว่า แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำซึ่งคำนวณจากอินทิกรัลตามเส้นของสนามไฟฟ้ารอบวงปิด มีค่าเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็กในพื้นที่ของวงปิดนั้น ดังนั้นเมื่อนำวงปิดของลวดตัวนำมาวางในบริเวณที่สนามแม่เหล็กมีการเปลี่ยนแปลง จะเกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้น

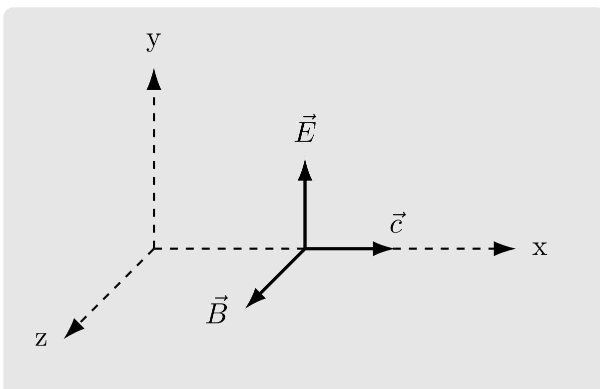
สมการ (1.4) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กกับกระแสไฟฟ้า $I$ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์ของสนามไฟฟ้า $\Phi_E$ เรียกว่า *กฎของแอมแปร์และแมกซ์-เวลล์* (Ampere's and Maxwell's law) กล่าวได้ว่า อินทิกรัลตามเส้นของสนามแม่เหล็กรอบวงปิดเท่ากับผลรวมระหว่างผลคูณของ $\mu_0$ กับกระแสไฟฟ้าสุทธิภายในวงปิดกับผลคูณของ $\varepsilon_0$ กับอัตราการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์ไฟฟ้าภายในพื้นที่ที่ล้อมรอบด้วยวงปิดนั้น

ในบทเรียนนี้จะศึกษากรณีเฉพาะของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เป็น *คลื่นแบบระนาบ* (Plane wave) ซึ่งสนามไฟฟ้า (และสนามแม่เหล็ก) บนระนาบเดียวกันมีค่าเท่ากัน เวกเตอร์ของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ตำแหน่งและเวลาที่พิจารณาจะต้องสอดคล้องกับสมการของแมกซ์เวลล์เสมอ พิจารณาคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เคลื่อนที่ไปในทิศของแกน x และมีทิศของสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กอยู่ในแนวแกน y และ z ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 1.1 สำหรับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแบบระนาบ ขนาดของทั้ง $\vec{E}$ และ $\vec{B}$ ขึ้นอยู่กับตำแหน่ง $x$ และเวลา $t$ เท่านั้น เขียนได้ว่า $\vec{E}(x,t)$ และ $\vec{B}(x,t)$ ตามลำดับ

พิจารณาการอินทิเกรตรอบพื้นที่สี่เหลี่ยมเล็ก ๆ บนระนาบ yz สำหรับระยะ $x$ ใด ๆ ที่มีความกว้างน้อย ๆ $dx$ ยาว $\ell$ ดังแสดงในรูปที่ 1.2 ณ ขณะที่สนามไฟฟ้ามีทิศชี้ไปตามทิศ +y ($\vec{E} = E\hat{y}$) และสนามแม่เหล็กชี้ไปในทิศ +z ($\vec{B} = B\hat{z}$) ดูรูปที่ 1.1 ประกอบ เมื่อทำการอินทิเกรตรอบเส้นปิดในทิศตามลูกศรที่แสดงในรูปจะได้

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = E(x+dx,t)\,\ell - E(x,t)\,\ell \approx \left[\frac{\partial E}{\partial x}dx\right]\ell \tag{1.5}$$

สังเกตได้ว่าไม่มีพจน์ของสนามไฟฟ้าคูณกับความกว้าง $dx$ เนื่องจากสนามไฟฟ้า




รูปที่ 1.1: คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแบบระนาบกำลังเคลื่อนที่ไปในแนวแกน x มีสนามไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงในแนวแกน y และสนามแม่เหล็กเปลี่ยนแปลงในแนวแกน z

ตั้งฉากกับแกน x นอกจากนั้น อาศัยการประมาณ

$$E(x+dx,t) \approx E(x,t) + \frac{\partial E}{\partial x}dx$$

สำหรับฟลักซ์ของสนามแม่เหล็กหาได้จาก

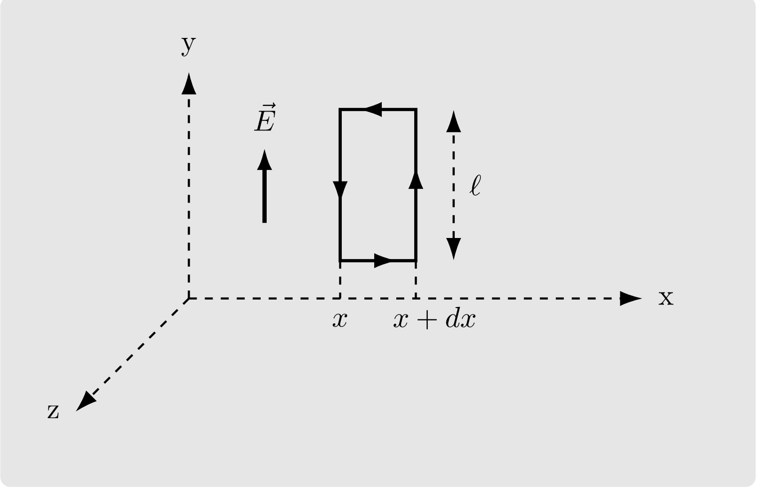
$$\Phi_B = \vec{B} \cdot A\hat{n} = B\,\ell\,dx$$

ในที่นี้เวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\hat{n}$ สำหรับพื้นที่ $A$ หาได้จากกฎมือขวา โดยใช้นิ้วทั้งสี่ของมือขวา (ยกเว้นนิ้วหัวแม่มือ) วนไปในทิศทางการอินทิเกรตตามเส้นปิด นิ้วหัวแม่มือจะชี้ไปในทิศของ $\hat{n}$ ซึ่งคือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามแกน  นั่นเอง (ทิศเดียวกับทิศของ $\vec{B}$) ดังนั้น

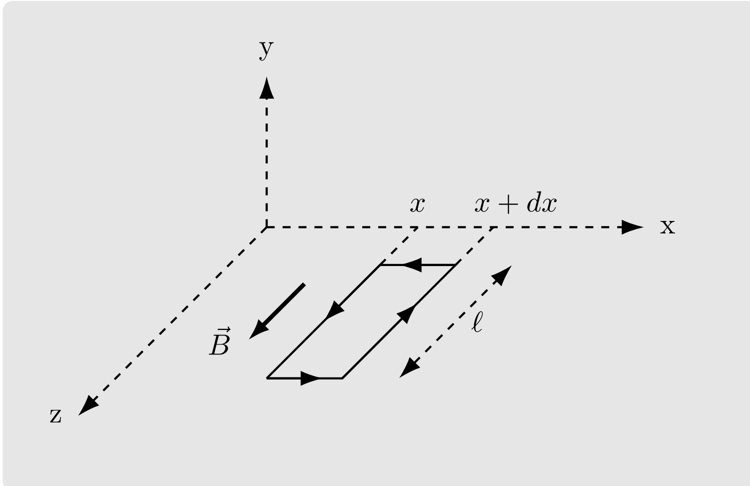
$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \ell\,dx\,\frac{dB}{dt}\Big|_{x\,\text{คงที่}} = \ell\,dx\,\frac{\partial B}{\partial t} \tag{1.6}$$

เมื่อแทนสมการ (1.5) และ (1.6) ลงในสมการ (1.3) จะได้ความสัมพันธ์

$$\left[\frac{\partial E}{\partial x}dx\right]\,\ell = -\ell\,dx\,\frac{\partial B}{\partial t}$$




รูปที่ 1.2: อินทิกรัลเชิงเส้นรอบวงปิดของสนามไฟฟ้าสำหรับพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าเล็ก ๆ บนระนาบ xy ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแบบระนาบ สนามไฟฟ้ามีทิศตามแกน y เปลี่ยนจาก $\vec{E}$ เป็น $\vec{E} + d\vec{E}$ ที่ระยะ $x$ ถึง $x + dx$




รูปที่ 1.3: อินทิกรัลเชิงเส้นรอบวงปิดของสนามแม่เหล็กสำหรับพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าเล็ก ๆ บนระนาบ xz ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแบบระนาบ สนามแม่เหล็กมีทิศตามแกน z เปลี่ยนจาก $\vec{B}$ เป็น $\vec{B} + d\vec{B}$ ที่ระยะ $x$ ถึง $x + dx$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{1.7}$$

ความสัมพันธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่า ถ้าสนามแม่เหล็กมีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา จะส่งผลให้สนามไฟฟ้าเกิดการเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่ง เครื่องหมายลบแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงในลักษณะตรงกันข้าม กล่าวคือ หากปริมาณหนึ่งกำลังจะเพิ่มขึ้น อีกปริมาณหนึ่งจะลดลง และในทางกลับกัน

ในทำนองเดียวกัน พิจารณาการอินทิเกรตรอบพื้นที่สี่เหลี่ยมเล็ก ๆ บนระนาบ xz สำหรับระยะ $x$ ใด ๆ ที่มีความกว้างน้อย ๆ $dx$ ยาว $\ell$ ดังแสดงในรูปที่ 1.3 ณ ขณะที่สนามแม่เหล็กชี้ไปในทิศ +z ($\vec{B} = B\hat{z}$) และสนามไฟฟ้ามีทิศชี้ไปตามทิศ +y ($\vec{E} = E\hat{y}$) ดูรูปที่ 1.1 ประกอบ เมื่อทำการอินทิเกรตรอบเส้นปิดในทิศตามลูกศรที่แสดงในรูปจะได้

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B(x,t)\,\ell - B(x+dx,t)\,\ell \approx -\left[\frac{\partial B}{\partial x}dx\right]\,\ell \tag{1.8}$$

สำหรับฟลักซ์ของสนามไฟฟ้า $\Phi_E$ หาได้จาก

$$\Phi_B = \vec{E} \cdot A\hat{n} = E\,\ell\,dx$$

ในที่นี้ จากการใช้กฎมือขวาจะได้ว่าเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\hat{n}$ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามแกน $\mathrm{y}$ (ทิศเดียวกับทิศของ $\vec{E}$) ดังนั้น

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \ell\, dx\, \frac{dE}{dt}\Big|_{x\,\text{คงที่}} = \ell\, dx\, \frac{\partial E}{\partial t} \tag{1.9}$$

เมื่อแทนสมการ (1.8) และ (1.9) ลงในสมการ (1.4) และเนื่องจากไม่มีกระแสไฟฟ้าไหลในขดลวด $I = 0$ จะได้ความสัมพันธ์

$$\begin{aligned} -\left[\frac{\partial B}{\partial x} dx\right] \ell &= \mu_0 \varepsilon_0\, \ell\, dx\, \frac{\partial E}{\partial t} \\ \frac{\partial B}{\partial x} &= -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \qquad (1.10) \end{aligned}$$

ความสัมพันธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่า ถ้าสนามไฟฟ้ามีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา จะส่งผลให้สนามแม่เหล็กมีการเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่ง ดังนั้นจากการพิจารณาอินทิกรัลรอบวงปิดของทั้งสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า จึงสรุปได้ว่า *การเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก และการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็กทำให้เกิดสนามไฟฟ้าขึ้น* การเหนี่ยวนำต่อเนื่องกันระหว่างสนามไฟฟ้ากับสนามแม่เหล็กนี้ ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าโดยไม่จำเป็นต้องอาศัยตัวกลางใด ๆ

สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก (1.7) และ (1.10) มีรูปแบบแตกต่างกันในส่วนของการหาอนุพันธ์ ซึ่งสามารถหาความเชื่อมโยงระหว่างกันสำหรับสนามไฟฟ้าเพียงอย่างเดียวได้ดังนี้ เริ่มจากการหาอนุพันธ์ของสมการ (1.7) เทียบกับตำแหน่ง $x$ และใช้สมการ (1.10) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} &= -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial B}{\partial t}\right) \\ &= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right) \\ &= -\frac{\partial}{\partial t}\left(-\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}\right) \\ \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} &= \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \qquad (1.11) \end{aligned}$$

ในทำนองเดียวกัน สำหรับในกรณีของสนามแม่เหล็ก เริ่มจากการหาอนุพันธ์ของ

สมการ (1.10) เทียบกับตำแหน่ง $x$ และใช้สมการ (1.7) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} &= -\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial E}{\partial t}\right)\\ &= -\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)\\ &= -\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{\partial B}{\partial t}\right)\\ \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} &= \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \qquad (1.12)\end{aligned}$$

สมการ (1.11) สำหรับสนามไฟฟ้าและสมการ (1.12) สำหรับสนามแม่เหล็กในคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแบบระนาบมีรูปแบบเดียวกัน และเหมือนกันกับสมการคลื่นที่มีอัตราเร็ว $v$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$$

โดย $U = U(x,t)$ คือปริมาณของคลื่นที่เปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่งและเวลา ดังนั้นจึงได้ว่าอัตราเร็วของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในสุญญากาศ (ใช้สัญลักษณ์ $c$) มีค่าเป็น

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = 2.99792\times10^8 \quad \text{เมตรต่อวินาที} \qquad (1.13)$$

เพื่อความสะดวกในการคำนวณจะประมาณ $c$ เป็น $3.0\times10^8$ เมตรต่อวินาที

นอกจากนี้ คำตอบทั่วไปของสมการคลื่นสำหรับสนามไฟฟ้าจากสมการ (1.11) และสนามแม่เหล็กจากสมการ (1.12) สามารถแสดงได้ในรูปแบบของฟังก์ชันโคไซน์

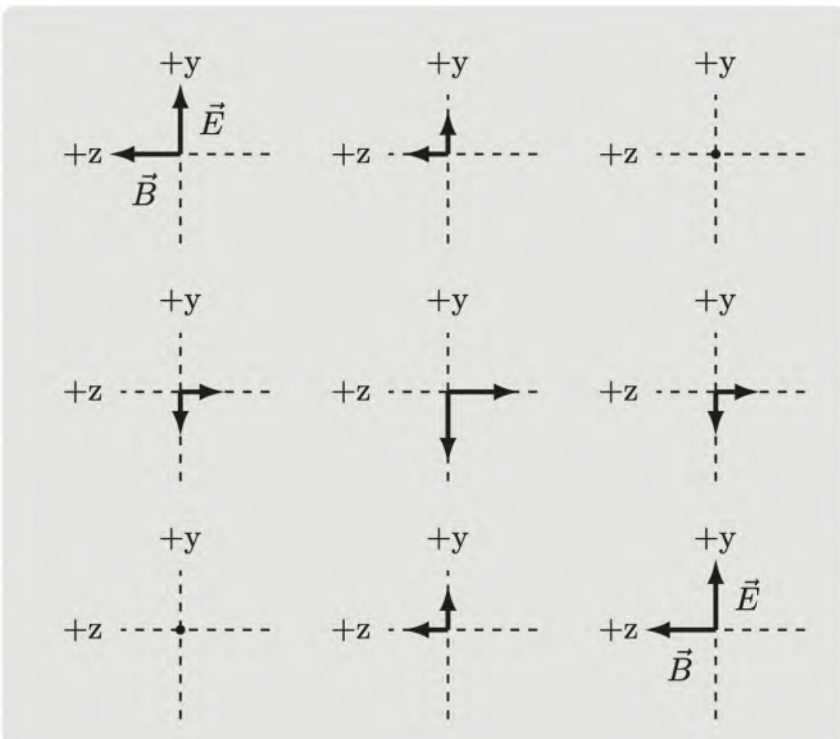
$$E(x,t) = E_{\text{max}}\cos(kx-\omega t+\phi) \qquad (1.14)$$

$$B(x,t) = B_{\text{max}}\cos(kx-\omega t+\phi) \qquad (1.15)$$

โดย $E_{\text{max}}$ และ $B_{\text{max}}$ คือค่าสูงสุดของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก ตามลำดับ (เรียกว่าแอมพลิจูด - Amplitude) $\phi$ แทนมุมเฟส (Phase angle) เริ่มต้น พารามิเตอร์ $k = 2\pi/\lambda$ เรียกว่า *เลขคลื่น* (Wave number) $\lambda$ คือความยาวคลื่น $\omega = 2\pi f$ คืออัตราเร็วเชิงมุมหรือความถี่เชิงมุม (Angular frequency) $f$ คือความถี่คลื่น และมีความสัมพันธ์กับอัตราเร็วแสง $c$ ดังสมการ

$$c = f\lambda = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = \frac{\omega}{k} \qquad (1.16)$$

เมื่อพิจารณาสมการ (1.14) และ (1.15) ในส่วนของฟังก์ชัน $\cos$ จะเห็นได้ว่า ทั้งสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กมีเฟสตรงกัน กล่าวคือ ปริมาณทั้งสองเปลี่ยนแปลงไปกับตำแหน่งและเวลาในลักษณะเดียวกัน เช่นเมื่อสนามไฟฟ้ามีค่าสูงสุด (หรือต่ำสุด) สนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงสุด (หรือต่ำสุด) ด้วยเช่นกัน ในขณะที่สนามไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์ สนามแม่เหล็กมีค่าเป็นศูนย์เช่นเดียวกัน ดูรูป 1.4 ประกอบ




รูปที่ 1.4: การเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าในแนวแกน y และสนามแม่เหล็กในแนวแกน z ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เคลื่อนที่ตามแนวแกน x (ออกจากหน้ากระดาษ) ที่ตำแหน่ง $x$ ค่าหนึ่ง ที่เวลาต่าง ๆ กัน เริ่มจากแถวบนจากซ้ายไปขวา แล้วถัดมาแถวล่างต่อไป

เมื่อแทนคำตอบของสมการคลื่น $E(x,t)$ และ $B(x,t)$ จากสมการ (1.14) และ (1.15) ตามลำดับ ลงในสมการที่ (1.7) จะได้

$$-kE_{\text{max}}\sin(kx-\omega t+\phi) = -\omega B_{\text{max}}\sin(kx-\omega t+\phi) \tag{1.17}$$

ดังนั้น $kE_{\text{max}} = \omega B_{\text{max}}$ ซึ่งจะได้ว่าอัตราส่วนระหว่างแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก เป็นค่าคงที่เสมอ (ค่าคงที่นั้นคือ $c$ นั่นเอง)

$$\frac{E_{\text{max}}}{B_{\text{max}}} = \frac{\omega}{k} = c$$

และเนื่องจากรูปแบบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กมีการเปลี่ยนแปลงที่ขึ้นกับตำแหน่งและเวลาที่เหมือนกัน (สมการ (1.14) และ (1.15)) ดังนั้นที่ตำแหน่งและเวลาใด ๆ อัตราส่วนระหว่างสนามไฟฟ้าต่อสนามแม่เหล็กจะมีค่าเท่ากับอัตราเร็วแสงเสมอ

$$\frac{E}{B} = \frac{E_{\text{max}}}{B_{\text{max}}} = c \tag{1.18}$$

ผลสำคัญที่ได้นี้ แสดงความเชื่อมโยงกันระหว่างขนาดของสนามไฟฟ้า และขนาดของสนามแม่เหล็กสำหรับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแบบระนาบ นั่นหมายความว่า ถ้าหากทราบว่า ขนาดของสนามไฟฟ้าของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร จะสามารถหาได้ว่าขนาดของสนามแม่เหล็กเป็นอย่างไร และในทางกลับกัน ถ้าทราบว่าขนาดของสนามแม่เหล็กของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงอย่างไร ก็จะสามารถหาขนาดของสนามไฟฟ้าได้เช่นกัน

**คำถามชวนคิด** ถ้าหากพบว่าสนามแม่เหล็กของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีค่าเป็น $3 \times 10^{-6}$ เทสลา สนามไฟฟ้ามีค่าเป็นกี่โวลท์ต่อเมตร

ในส่วนของทิศทางนั้น จะพบว่าทิศของสนามไฟฟ้า ทิศของสนามแม่เหล็กและทิศการเคลื่อนที่ของคลื่นจะตั้งฉากกันทั้งหมด (ดูรูปที่ 1.1) สามารถเขียนในรูปของผลคูณของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยได้ดังนี้

$$\widehat{E} \times \widehat{B} = \widehat{c} \tag{1.19}$$

โดยที่ $\hat{c}$ แทนเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศการเคลื่อนที่ของคลื่น

**คำถามชวนคิด** คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีสนามแม่เหล็กในทิศ $+\mathrm{y}$ สนามไฟฟ้าในทิศ $-\mathrm{z}$ กำลังเคลื่อนที่ไปในทิศใด?

ข้อควรสังเกตคือ ความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่ได้นั้น เริ่มต้นจากการพิจารณาคลื่นระนาบที่มีสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่ตั้งฉากกัน และเคลื่อนที่ไปตามแกน x ทั้ง $\vec{E}$ และ $\vec{B}$ จึงเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งในทิศที่คลื่นเคลื่อนที่ $x$ และเวลา $t$ ถ้าหากคลื่นเคลื่อนที่ไปในทิศอื่น ๆ จะต้องเปลี่ยนตัวแปรให้เหมาะสม และใช้ความสัมพันธ์ที่ได้มาแล้วต่อไปได้ หากเครื่องหมายหน้าปริมาณของตำแหน่ง $(kx)$ กับเครื่องหมายหน้าปริมาณของเวลา $(\omega t)$ ตรงกันข้าม แสดงว่าคลื่นกำลังเคลื่อนที่ไปในทิศบวกของแกนนั้น ถ้าหากเครื่องหมายตรงกันแสดงว่าคลื่นกำลังเคลื่อนที่ไปในทิศลบของแกนนั้น ตัวอย่างเช่น คลื่นที่มีสนามไฟฟ้าหรือสนามแม่เหล็กขึ้นกับ $\cos(\pm kz \pm \omega t)$ แสดงว่าคลื่นกำลังเคลื่อนที่ไปในทิศ -z คลื่นที่มีสนามไฟฟ้าหรือสนามแม่เหล็กขึ้นกับ $\cos(\pm ky \mp \omega t)$ แสดงว่าคลื่นกำลังเคลื่อนที่ไปในทิศ +y

**ตัวอย่าง 1.1** คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าความยาวคลื่น 600 nm เดินทางในสุญญากาศไปในทิศ +z มีแอมพลิจูดของสนามแม่เหล็กเท่ากับ $4.00 \times 10^{-10}$ T ในทิศ -y จงหาความถี่ของคลื่นแสงนี้ รวมถึงแอมพลิจูดและทิศของสนามไฟฟ้าด้วย

---

**วิธีทำ** เนื่องจากอัตราเร็วของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในสุญญากาศมีค่าประมาณ $c \approx 3 \times 10^8$ m/s และจาก $c = f\lambda$ จึงหาความถี่ได้จาก

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{600 \times 10^{-9} \text{ m}} = 5.00 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

แอมพลิจูดของสนามแม่เหล็กหาได้จากสมการ (1.18) $E_{\text{max}} = B_{\text{max}} \cdot c$

$$E_{\text{max}} = (4.00 \times 10^{-10} \text{ T}) \cdot (3 \times 10^8 \text{ m/s}) = 0.120 \text{ V/m}$$

ทิศของสนามแม่เหล็กหาได้จากสมการ (1.19) $\widehat{E} \times \widehat{B} = \widehat{c}$ เพราะว่า $\widehat{B} = -\widehat{y}$ และ $\widehat{c} = +\widehat{z}$ จะได้ $\widehat{E} \times (-\widehat{y}) = +\widehat{z}$
จากความสัมพันธ์แบบวนรอบ (cyclic order) ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\widehat{x} \times \widehat{y} = \widehat{z}$
จึงได้ว่า $\widehat{E} = -\widehat{x}$

ดังนั้น สนามไฟฟ้าจึงมีทิศชี้ไปในทิศ -x **ตอบ**

**ตัวอย่าง 1.2** สนามไฟฟ้าของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแบบระนาบมีค่าสูงสุดเป็น $2.70 \times 10^{-3}$ V/m ชี้ไปในทิศ +x และมีความยาวคลื่น 435 nm กำลังเคลื่อนที่ไปในทิศ -z จงเขียนสมการแสดงสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่ง $z$ และเวลา $t$ ใด ๆ

---

**วิธีทำ** สมการของสนามแม่เหล็กของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแบบระนาบที่กำลังเคลื่อนที่ไปในทิศ $-$z คือ

$$\vec{B} = \widehat{B}\, B_{\mathsf{max}} \cos(kz + \omega t)$$

เนื่องจาก $\widehat{E} = +\hat{x}$ และ $\widehat{c} = -\hat{z}$ จากสมการ (1.19) เขียนได้ว่า $\hat{x} \times \widehat{B} = -\hat{z}$
จากความสัมพันธ์วนรอบ จะได้ทิศของสนามแม่เหล็ก $\widehat{B} = -\hat{y}$
จากความยาวคลื่น $\lambda$ ที่กำหนดให้ เลขคลื่น $k$ หาได้จากสมการ $k = 2\pi/\lambda$
จะได้ $k = 2\pi/\left(435 \times 10^{-9}\ \mathrm{m}\right) = 1.44 \times 10^{7}\ \mathrm{m}^{-1}$
อัตราเร็วเชิงมุม $\omega$ หาได้จากความสัมพันธ์ $\omega = kc$ จึงได้

$$\omega = \left[2\pi/\left(435 \times 10^{-9}\ \mathrm{m}\right)\right]\left(3 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}\right) = 4.33 \times 10^{15}\ \mathrm{Hz}$$

แอมพลิจูดของสนามแม่เหล็กหาได้จากสมการ (1.18) $B_{\mathsf{max}} = E_{\mathsf{max}}/c$

$$B_{\mathsf{max}} = (2.70 \times 10^{-3}\ \mathrm{V/m})/(3 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}) = 9.00 \times 10^{-10}\ \mathrm{T}$$

ดังนั้น สมการของสนามแม่เหล็กจึงเขียนได้เป็น

$$\vec{B}(z,t) = (-\hat{y})\ (9.00 \times 10^{-10}\ \mathrm{T}) \cos\left[\left(1.44 \times 10^{7}\ \mathrm{m}^{-1}\right) z + \left(4.33 \times 10^{15}\ \mathrm{Hz}\right) t\right]$$

โดยที่ $z$ และ $t$ อยู่ในหน่วยเมตรและวินาที ตามลำดับ **ตอบ**