

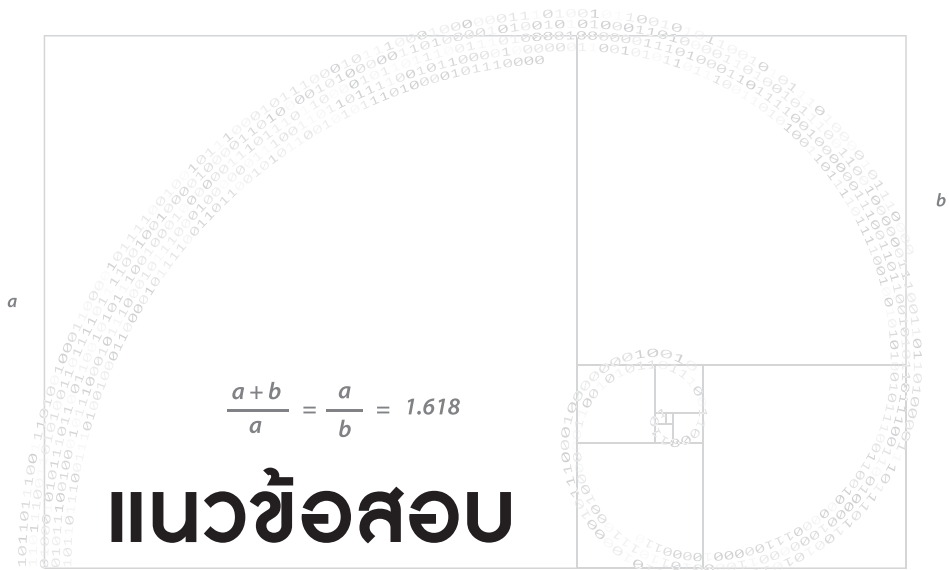
แนวข้อสอบ

A-Level

คณิตศาสตร์ประยุกต์ ม.ปลาย

รวมแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์
พร้อมเฉลยอย่างละเอียด สำหรับการสอบ A-Level

ประหยัด แก้วอำไพ



แนวข้อสอบ

A-Level

**คณิตศาสตร์ประยุกต์
ม.ปลาย**

ประหยัด แก้วอำไพ



แนวข้อสอบ A-Level คณิตศาสตร์ประยุกต์ ม. ปลาย

เลขมาตรฐานสากลประจำหนังสืออิเล็กทรอนิกส์

978-616-596-446-3

ราคา 474 บาท

© สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ (ฉบับที่ 5) พ.ศ. 2565

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

ประหยัด แก้วอำไพ.

แนวข้อสอบ A-Level คณิตศาสตร์ประยุกต์ ม. ปลาย. -- ปทุมธานี :
สกายบุ๊กส์, 2569.

420 หน้า.

1. คณิตศาสตร์ -- ข้อสอบและเฉลย. I. ชื่อเรื่อง.

510.76

ISBN 978-616-596-446-3

จัดจำหน่ายหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ (e-book) โดย

บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด

28, 30, 32 ซอยรังสิต-ปทุมธานี 16 ซอย 7

ต. ประชาธิปัตย์ อ. ธัญบุรี จ. ปทุมธานี 12130

โทรศัพท์ 0-2958-1125, 0-2958-1127

e-mail : sales@skybook.co.th, saleskybook@gmail.com

www.facebook.com/skybook.co.th

www.skybook.co.th



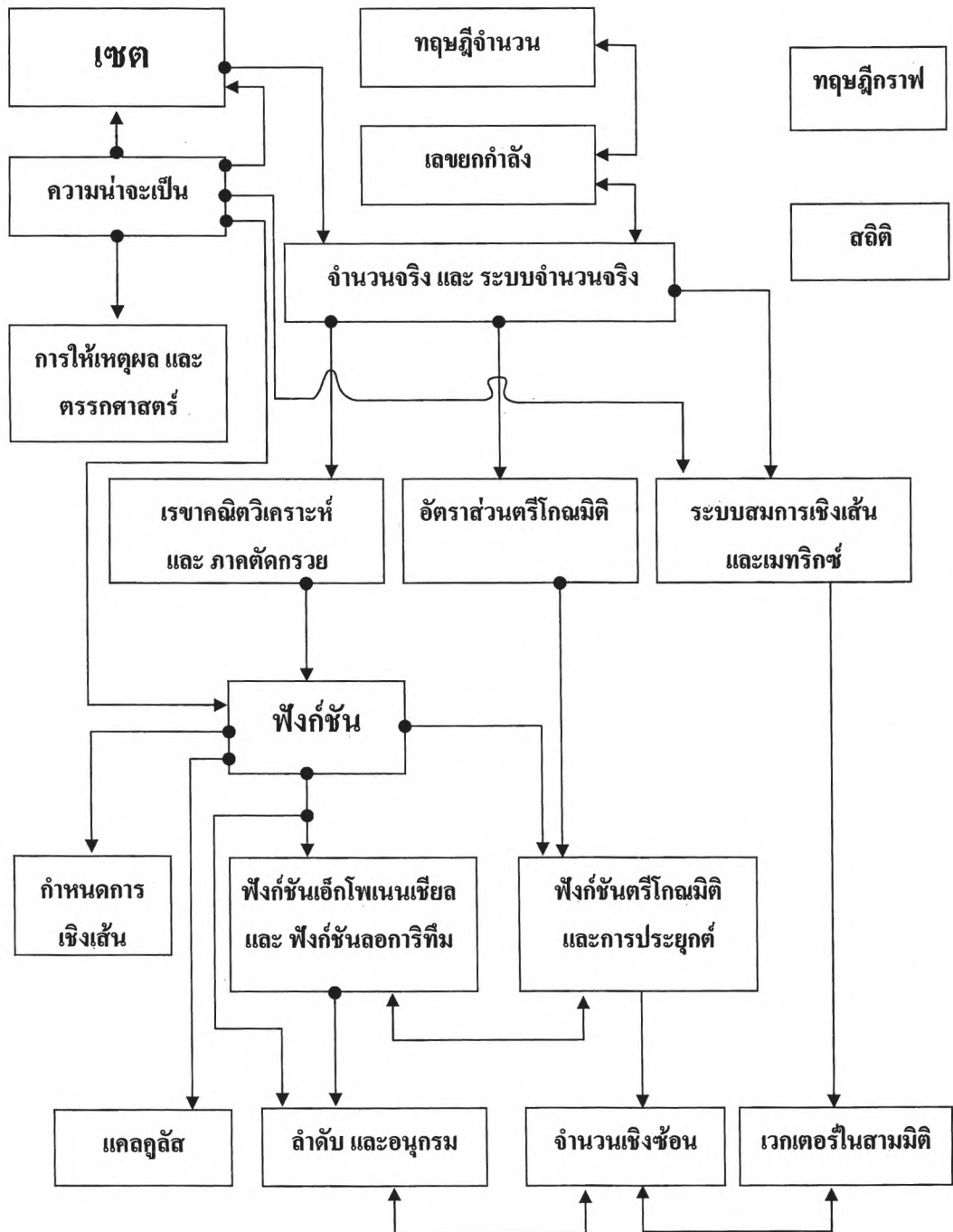
หนังสือ แนวข้อสอบ A-Level คณิตศาสตร์ประยุกต์ ม. ปลาย เล่มนี้ เหมาะสำหรับนักเรียนที่เตรียมตัวจะสอบเข้ามหาวิทยาลัย หนังสือเล่มนี้ได้รวมแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์พร้อมเฉลยอย่างละเอียดสำหรับการสอบ A-Level

การเฉลยวิธีทำแต่ละข้อจึงเป็นการอธิบายอย่างละเอียดพร้อมรูปภาพประกอบ การคำนวณเพื่อความเข้าใจที่รวดเร็ว อีกทั้งได้สอดแทรกเนื้อหาบางส่วนที่จำเป็นต้องรู้ประกอบการอธิบายให้ด้วย

ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือ แนวข้อสอบ A-Level คณิตศาสตร์ประยุกต์ ม. ปลาย จะเป็นประโยชน์สำหรับนักเรียนที่เตรียมตัวสอบเข้ามหาวิทยาลัยหรือผู้ที่สนใจทั่วไป

ประหยัด แก้วอำไพ

ผังความคิดเพื่อการเตรียมสอบ A-Level
คณิตศาสตร์ประยุกต์ ในระบบ TCAS





ขอบเขตของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 2 ในการทดสอบ A-Level	6
ขอบเขตของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ในการทดสอบ A-Level	10
วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ประยุกต์ 2	12
เฉลยคำตอบ	24
วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1	62
เฉลยคำตอบ	78
วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ประยุกต์ (มีนาคม 2548)	110
เฉลยคำตอบ	118
วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ประยุกต์ (ตุลาคม 2547)	162
เฉลยคำตอบ	170
วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ประยุกต์ (มีนาคม 2547)	223
เฉลยคำตอบ	232
วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ประยุกต์ (ตุลาคม 2546)	289
เฉลยคำตอบ	299
วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ประยุกต์ (มีนาคม 2546)	360
เฉลยคำตอบ	368

ขอบเขตของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 2 ในการทดสอบ A-Level

1. เซต

- 1.1 สับเซตและเพาเวอร์เซต
- 1.2 ยูเนียน อินเตอร์เซกชันและคอมพลีเมนต์ของเซต

2. ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

- 2.1 การหาค่าความจริงของประพจน์
- 2.2 รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน
- 2.3 สัจนิรันดร์
- 2.4 การอ้างเหตุผล
- 2.5 ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียวและตัวบ่งปริมาณสองตัว
- 2.6 สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

3. ระบบจำนวนจริง

- 3.1 สมบัติของระบบจำนวนจริง
- 3.2 การแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว
- 3.3 การแก้อสมการ
- 3.4 การแก้สมการและอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์

4. ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

- 4.1 การหารลงตัว
- 4.2 ขั้นตอนวิธีการหาร
- 4.3 ตัวหารร่วมมาก
- 4.4 ตัวคูณร่วมน้อย

5. เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์

- 5.1 เมทริกซ์และสมบัติของการบวก การคูณ
- 5.2 ดีเทอร์มิแนนต์และสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์
- 5.3 การหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ โดยใช้เมทริกซ์ผกผันและการดำเนินการตามแถว
- 5.4 การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ ดีเทอร์มิแนนต์และการดำเนินการตามแถว

6. ฟังก์ชัน

- 6.1 ความสัมพันธ์ และตัวผกผันของความสัมพันธ์
- 6.2 ฟังก์ชันและการดำเนินการของฟังก์ชัน
- 6.3 ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ฟังก์ชันทั่วถึง และ ฟังก์ชันผกผัน

7. เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย

- 7.1 ระยะทางระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด
- 7.2 ความชันของเส้นตรง สมการเส้นตรง เส้นขนาน และเส้นตั้งฉาก
- 7.3 วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเพอร์โบลา
- 7.4 การเลื่อนกราฟ

8. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

- 8.1 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และสมบัติของเลขยกกำลัง
- 8.2 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
- 8.3 ลอการิทึมของจำนวนและสมบัติของลอการิทึม
- 8.4 ฟังก์ชันลอการิทึม
- 8.5 สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม
- 8.6 อสมการเอกซ์โพเนนเชียลและอสมการลอการิทึม
- 8.7 การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

9. ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

- 9.1 การกำหนดค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยวงกลมรัศมีหนึ่งหน่วย
- 9.2 ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- 9.3 กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- 9.4 ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของมุม
- 9.5 ผลคูณและผลบวกของฟังก์ชันไซน์หรือฟังก์ชันโคไซน์
- 9.6 ฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- 9.7 เอกลักษณ์และสมการตรีโกณมิติ
- 9.8 กฎของโคไซน์และไซน์
- 9.9 การหาระยะทางและความสูง

10. เวกเตอร์ในสามมิติ

- 10.1 เวกเตอร์และสมบัติการบวก การลบ การคูณด้วยสเกลาร์
- 10.2 เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสองมิติและสามมิติ

- 10.3 โคไซน์แสดงทิศทาง
- 10.4 ผลคูณเชิงสเกลาร์และผลคูณเชิงเวกเตอร์
- 10.5 การหาปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน
- 11. จำนวนเชิงซ้อน
 - 11.1 จำนวนเชิงซ้อนและสมบัติการบวก ลบ คูณ หาร
 - 11.2 สังยุคของจำนวนเชิงซ้อนและสมบัติของสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน
 - 11.3 กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนและสมบัติของค่าสัมบูรณ์
 - 11.4 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว และการคูณ การหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
 - 11.5 ทฤษฎีบทของเดอมัวร์และการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน
 - 11.6 การแก้สมการพหุนามที่มีรากเป็นจำนวนเชิงซ้อน
- 12. กำหนดการเชิงเส้น
- 13. ความน่าจะเป็น
 - 13.1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ
 - 13.2 วิธีเรียงสับเปลี่ยน
 - 13.3 วิธีจัดหมู่
 - 13.4 ทฤษฎีบททวินาม
 - 13.5 ความน่าจะเป็นและกฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น
- 14. ลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์
- 15. แคลคูลัสเบื้องต้น
 - 15.1 ลิมิตและความต่อเนื่อง
 - 15.2 อนุพันธ์และการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต ความชันของเส้นโค้ง
 - 15.3 อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ
 - 15.4 อนุพันธ์อันดับสูง
 - 15.5 การประยุกต์ของอนุพันธ์
 - 15.6 ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต ปริพันธ์จำกัดเขต และการหาพื้นที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง
- 16. การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
 - 16.1 ค่ากลางของข้อมูล
 - 16.2 การวัดตำแหน่งที่หรือตำแหน่งสัมพัทธ์ของข้อมูล
 - 16.3 การวัดการกระจายของข้อมูล โดยวิธีการกระจายสัมบูรณ์ และการกระจายสัมพัทธ์
 - 16.4 ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายข้อมูล

17. การแจกแจงปกติ

17.1 ค่ามาตรฐาน

17.2 การแจกแจงปกติและเส้นโค้งปกติ

18. ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

18.1 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

18.2 การประมาณค่าของค่าคงตัวโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด

ขอบเขตของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ในการทดสอบ A-Level

1. เซต
 - 1.1 สับเซตและเพาเวอร์เซต
 - 1.2 ยูเนียน อินเตอร์เซกชันและคอมพลิเมนต์ของเซต
2. การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย
3. จำนวนจริง
 - 3.1 สมบัติการบวกและการคูณของจำนวนจริง
 - 3.2 การแก้สมการกำลังสองหนึ่งตัวแปร
 - 3.3 ค่าสัมบูรณ์
 - 3.4 การแก้อสมการ
 - 3.5 รากที่ n ของจำนวนจริง
 - 3.6 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ
4. ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
 - 4.1 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
 - 4.2 ฟังก์ชันเชิงเส้น
 - 4.3 ฟังก์ชันกำลังสอง
 - 4.4 การแก้สมการและอสมการโดยใช้กราฟ
 - 4.5 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
 - 4.6 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์
5. อัตราส่วนตรีโกณมิติ
6. ลำดับ และอนุกรม
 - 6.1 ลำดับเลขคณิต และ ลำดับเรขาคณิต
 - 6.2 อนุกรมเลขคณิต และ อนุกรมเรขาคณิต
7. ความน่าจะเป็น
 - 7.1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ
 - 7.2 ความน่าจะเป็น
8. สถิติ
 - 8.1 สถิติและข้อมูล
 - 8.2 การแจกแจงความถี่ของข้อมูล

-
- 8.3 การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล
 - 8.4 การวัดค่ากลางของข้อมูล
 - 8.5 การวัดการกระจายของข้อมูล
 - 8.6 การสำรวจความคิดเห็น
-

วิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ประยุกต์ 2

(กุมภาพันธ์ 2549)

ตอนที่ 1

ข้อ	เรื่อง ที่เกี่ยวข้อง	คะแนน
1	ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น	3 %
2	ฟังก์ชันเอกโพเนนเชียล	3 %
3	ความน่าจะเป็น(ทวินาม)	3 %
4	เมทริกซ์	3 %
5	ภาคตัดกรวย	3 %
6	ภาคตัดกรวย	3 %
7	ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	3 %
8	ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	3 %
9	ตรรกศาสตร์	3 %
10	ตรรกศาสตร์	3 %
11	ฟังก์ชันลอการิทึม(อสมการ)	3 %
12	ฟังก์ชันลอการิทึม(อสมการ)	3 %
13	เวกเตอร์ 3 มิติ	3 %
14	จำนวนเชิงซ้อน	3 %
15	จำนวนเชิงซ้อน	3 %
16	ลำดับอนุกรมอนันต์	3 %
17	แคลคูลัส (ลิมิต)	3 %
18	แคลคูลัส (อนุพันธ์)	3 %
19	แคลคูลัส (ปริยานุพันธ์)	3 %
20	กำหนดการเชิงเส้น	3 %
21	ความน่าจะเป็น(สับเปลี่ยนจัดหมู่)	3 %
22	ความน่าจะเป็น(สับเปลี่ยนจัดหมู่)	3 %
23	สถิติ	3 %
24	สถิติ	3 %
25	สถิติ	3 %

ข้อสอบยัง ไม่มีบททฤษฎีกราฟเบื้องต้น

ตอนที่ 2

ข้อ	เรื่อง ที่เกี่ยวข้อง	คะแนน
1	ฟังก์ชัน	2 %
2	ฟังก์ชัน(ผสมเรื่อง เซต)	2 %
3	ฟังก์ชัน (อินเวอร์ต)	2 %
4	เวกเตอร์ 3 มิติ	2 %
5	สถิติ	2 %
6	ระบบจำนวนจริง	3 %
7	ลำดับอนุกรมอนันต์	3 %
8	เมทริกซ์	3 %
9	ความน่าจะเป็น(กฎการนับ)	3 %
10	ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น	3 %

เริ่มใช้หลักสูตร 2544 และ ระบบ Admission	
เนื้อหาในแต่ละเล่มที่เกี่ยวข้องกับการสอบ 6 เล่ม	
คณิตเพิ่มเติม ม. 4 เล่ม 1 บทที่ 1 ตรรกศาสตร์ บทที่ 2 ระบบจำนวนจริง บทที่ 3 ทฤษฎีจำนวน	คณิตเพิ่มเติม ม. 4 เล่ม 2 บทที่ 1 เมทริกซ์ บทที่ 2 ฟังก์ชัน บทที่ 3 เรขาคณิตตัดกรวย
คณิตเพิ่มเติม ม. 5 เล่ม 3 บทที่ 1 ฟังก์ชันเอ็กโพ ๑ บทที่ 2 ฟังก์ชันตรีโกณฯ บทที่ 3 เวกเตอร์สามมิติ	คณิตเพิ่มเติม ม. 5 เล่ม 4 บทที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน บทที่ 2 ทฤษฎีกราฟ ๑ บทที่ 3 ความน่าจะเป็น
คณิตเพิ่มเติม ม. 6 เล่ม 5 รวมเรื่องสถิติ บทที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูล ๑ บทที่ 2 การแจกแจงปกติ บทที่ 3 ความสัมพันธ์ เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล	คณิตเพิ่มเติม ม. 6 เล่ม 6 บทที่ 1 ลำดับและ อนุกรมอนันต์ บทที่ 2 แคลคูลัส บทที่ 3 กำหนดการเชิงเส้น

ข้อสอบคณิตศาสตร์ประยุกต์ 2

(กุมภาพันธ์ 2549)

ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัยแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

1. ให้ a เป็นจำนวนคู่บวก และ b เป็นจำนวนคี่บวก

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์
2. $a+b$ เป็นจำนวนเฉพาะ
3. ห.ร.ม. ของ a และ b เท่ากับ ห.ร.ม. ของ a และ $2b$
4. ค.ร.น. ของ a และ b เท่ากับ ค.ร.น. ของ a และ $2b$

2. ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงบวกที่ต่างกัน ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$x^y = y^x$$

แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1. $y^{\left(\frac{x}{y}\right)} = x$
2. $x^{\left(\frac{y}{x}\right)} = y$
3. $(xy)^y = x^{(x+y)}$
4. $\left(\frac{x}{y}\right)^y = y^{(x-y)}$

3. ในการกระจาย $\left(2\left(\frac{1}{5}\right) + 3\left(\frac{1}{10}\right)\right)^{55}$

จำนวนพจน์ที่เป็นจำนวนเต็มเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 5 พจน์
2. 6 พจน์
3. 7 พจน์
4. 8 พจน์

4. ถ้า x, y, z สอดคล้องกับระบบสมการ

$$x + 2y - 2z = -2$$

$$2x + y + 2z = 5$$

$$x - 3y - 2z = 3$$

แล้ว

ดีเทอร์มิแนนต์ $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -2 \\ x+2y & 2x+y & x-3y \end{vmatrix}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 60
2. 75
3. 90
4. 105

5. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลาง อยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงรีที่มีสมการเป็น

$$9x^2 + 4y^2 - 36x - 24y + 36 = 0$$

ถ้าวงกลมวงนี้สัมผัสกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1,3)$ และ $(5,0)$ แล้ว รัศมีวงกลมวงนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{3}{5}$
2. $\frac{4}{5}$
3. $\frac{7}{8}$
4. $\frac{9}{13}$

6. กำหนดให้ H เป็นไฮเพอร์โบลาที่มีสมการเป็น $16x^2 - 9y^2 - 144 = 0$

ถ้าจุด $A(6, k)$ เมื่อ $k > 0$ เป็นจุดอยู่บนเส้นกำกับของ H และ F_1, F_2 เป็นโฟกัสของ H แล้ว พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม AF_1F_2 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{37}{2}$ ตารางหน่วย
2. $\frac{45}{2}$ ตารางหน่วย
3. 30 ตารางหน่วย
4. 40 ตารางหน่วย

7. $\sin(\arctan 2 + \arctan 3)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{1}{2}$
2. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$
3. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
4. $\frac{1}{2}$

8. ถ้า $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = 1$ แล้ว $\sin 2\theta$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $2(1-\sqrt{2})$
2. $2(\sqrt{2}-1)$
3. $1-\sqrt{3}$
4. $\sqrt{3}-1$

9. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์ คือ $U = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ ข้อใดต่อไปนี้มีความจริงเป็นเท็จ

1. $\exists x \forall y [x + y < y]$
2. $\exists x \forall y [x - y^2 < x]$
3. $\exists x \forall y [xy^2 = x]$
4. $\exists x \forall y [x^2y = y]$

10. ให้ p, q, r เป็นประพจน์
 ถ้าประพจน์ $p \Rightarrow (q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็นจริง
 และ $p \vee (q \wedge r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

แล้ว ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีความจริงเป็นเท็จ

1. $\sim q \vee (p \Rightarrow r)$
2. $\sim p \vee (\sim p \vee q)$
3. $(q \vee r) \Rightarrow \sim p \vee (q \wedge r)$
4. $[(\sim q) \vee (\sim r)] \Rightarrow [p \wedge (q \vee r)]$

11. ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. $\log_7 3 < \log_5 3 < \log_7 10$

2. $\log_5 3 < \log_7 3 < \log_7 10$

3. $\log_7 3 < \log_7 10 < \log_5 3$

4. $\log_7 10 < \log_5 3 < \log_7 3$

12. จำนวนเต็ม ที่สอดคล้องกับสมการ

$$\log_{\frac{1}{2}}[\log_3(x+1)] > -1$$

มีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 6

2. 7

3. 8

4. มากกว่า 8

13. กำหนดให้ $\bar{u} = \bar{i} + 3\bar{k}$

$$\bar{v} = 2\bar{j} + x\bar{k}$$

เมื่อ x เป็นจำนวนจริง

$$\bar{w} = -3\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$$

ถ้า \bar{u} , \bar{v} และ \bar{w} อยู่บนระนาบเดียวกัน

แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -12

2. -8

3. 8

4. 16

14. จำนวนเชิงซ้อน $z = 1+i$ เป็นคำตอบของสมการในข้อใดต่อไปนี้

1. $z^4 - 2z^2 + 4z = 0$

2. $z^4 - 2z^2 - 4z = 0$

3. $z^4 + 2z^2 - 4z = 0$

4. $z^4 + 2z^2 + 4z = 0$

15. กราฟของจุด z ทั้งหมดในระนาบเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับสมการ

$$(z+i)(\bar{z}-i) = 1$$

เป็นรูปใดต่อไปนี้

1. เส้นตรง
2. วงกลม
3. วงรี
4. ไฮเพอร์โบล่า

16. พิจารณา ลำดับ a_n และ b_n ซึ่ง

$$a_n = \begin{cases} \frac{n^2}{2n+1} & \text{เมื่อ } n \leq 100 \\ 2 & \text{เมื่อ } n > 100 \end{cases}$$

$$b_n = \begin{cases} 2 & \text{เมื่อ } n \leq 100 \\ \frac{n^2}{2n+1} & \text{เมื่อ } n > 100 \end{cases}$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. a_n และ b_n เป็นลำดับลู่ออก
2. a_n และ b_n เป็นลำดับลู่ออก
3. a_n เป็นลำดับลู่ออก และ b_n เป็นลำดับลู่ออก
4. a_n เป็นลำดับลู่ออก และ b_n เป็นลำดับลู่ออก

17. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{เมื่อ } x < 0 \\ 2x-1 & \text{เมื่อ } 0 \leq x < 1 \\ 3x & \text{เมื่อ } x \geq 1 \end{cases}$$

ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x^2) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(1-x)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|------|------|
| 1. 0 | 2. 1 |
| 3. 2 | 4. 3 |

18. ถ้า $P(x)$ เป็นพหุนามดีกรีสาม ซึ่งมี 1, 2, 3 เป็นคำตอบของสมการ $P(x) = 0$ และ $P(4) = 5$ แล้ว $P'(1)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{6}{7}$

2. $-\frac{5}{6}$

3. $\frac{4}{5}$

4. $\frac{5}{3}$

19. กำหนดให้ กราฟของ $y = f(x)$ มีความชันที่จุด (x, y) ใดๆ เป็น $2x + 2$ และ f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์เท่ากับ -3

พื้นที่ของอาณาบริเวณที่ปิดล้อมด้วย

กราฟของ $y = f(x)$ แกน x เส้นตรง $x = -1$ และเส้นตรง $x = 0$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{7}{3}$ ตารางหน่วย

2. $\frac{8}{3}$ ตารางหน่วย

3. 9 ตารางหน่วย

4. 12 ตารางหน่วย

20. ในการผลิตสินค้าตามโครงการ OTOP

ในแต่ละวันผลิตผ้าฝ้ายได้ x ชิ้น

และผลิตผ้าไหมได้ y ชิ้น

โดยมีสมการข้อจำกัดคือ

$$2x + y \leq 12$$

$$x + y \leq 8$$

$$x \geq 0$$

และ $0 \leq y \leq 6$

ถ้าผ้าฝ้ายและผ้าไหมมีราคาขายชิ้นละ 90 บาท และ 300 บาท ตามลำดับ แล้ว

โครงการนี้จะขายสินค้าได้มากที่สุดต่อวัน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1,560 บาท

2. 1,800 บาท

3. 1,980 บาท

4. 2,400 บาท

21. กล้องใบหนึ่งมีบัตร 10 ใบ แต่ละใบเขียนหมายเลข $-4, -3, -2, \dots, 4, 5$ ใบละ 1 หมายเลข ถ้าสุ่มหยิบบัตร 2 ใบพร้อมกันจากกล้องใบนี้ ความน่าจะเป็นที่จะได้บัตรที่มีหมายเลขบัตรทั้งสองซึ่งมีผลคูณมากกว่าหรือเท่ากับ 0 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{2}{3}$
2. $\frac{5}{9}$
3. $\frac{32}{45}$
4. $\frac{41}{45}$

22. ให้ S เป็นเซตของจุด 10 จุดบนวงกลมวงหนึ่ง ซึ่งมีสมบัติดังนี้
เมื่อลากเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุด 2 จุดใดๆ ใน S
จะมีเพียง 3 เส้นเท่านั้นที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนี้

ถ้าสร้างรูปสามเหลี่ยมโดยเลือกจุด 3 จุด ใน S มาเป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม
ความน่าจะเป็นที่จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0.1
2. 0.2
3. 0.3
4. 0.4

23. โรงงานแห่งหนึ่งมีพนักงานจำนวน 40 คนและ ตารางแจกแจงความถี่สะสมของอายุพนักงานเป็นดังนี้

อายุ (ปี)	ความถี่สะสม
11 – 20	6
21 – 30	14
31 – 40	26
41 – 50	36
51 – 60	40

ถ้าผู้จัดการมีอายุ 48.5 ปี แล้ว พนักงานที่มีอายุระหว่าง ค่ามัธยฐานของอายุพนักงาน และ อายุของผู้จัดการมีจำนวนประมาณเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 31.5 %
2. 33.7 %
3. 35.0 %
4. 37.0 %

24. บริษัทแห่งหนึ่งมีพนักงาน 20 คน เงินเดือนเฉลี่ยของพนักงานเท่ากับ 60,000 บาท
และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10,000 บาท

ถ้าผลรวมของค่ามาตรฐานของเงินเดือนของพนักงานจำนวน 19 คน มีค่าเท่ากับ 2.5 แล้ว
พนักงานอีก 1 คนที่เหลือมีเงินเดือนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 35,000 บาท
2. 57,500 บาท
3. 62,500 บาท
4. 85,000 บาท

25. ตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง z เป็นดังนี้

z	0.016	0.168	1.5	2.5
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.0062	0.0668	0.4332	0.4938

ถ้าคะแนนสอบเข้ามหาวิทยาลัยของนักเรียนจำนวน 10,000 คน

มีการแจกแจงแบบปกติ และมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 58 คะแนน

โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6 คะแนน

แล้ว นักเรียนที่มีคะแนนระหว่าง 49 – 73 คะแนน มีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4,394 คน
2. 5,606 คน
3. 7,300 คน
4. 9,270 คน

ตอนที่ 2 ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

ข้อ 1 – 5 ข้อละ 2 คะแนน ; ข้อ 6 – 10 ข้อละ 3 คะแนน

ในการตอบ ให้เขียนตัวเลขที่เป็นคำตอบลงในช่องสี่เหลี่ยมที่กำหนดให้ของแต่ละข้อในกระดาษ คำตอบตอนที่ 2 ให้ชัดเจน

ตัวอย่าง ถ้าคำตอบ คือ 27.5 ให้เขียนคำตอบดังนี้

		2	7	.	5	
--	--	---	---	---	---	--

1. กำหนดให้ $h(x) = |1 - x^5|$ และ $g(x) = x^5$
 ถ้า f เป็นฟังก์ชันซึ่ง $f(g(x)) = h(x)$ แล้ว
 $f(5)$ มีค่าเท่าใด

2. กำหนดให้ $A = \{1, 2, \{1, 2\}, (1, 2)\}$ เมื่อ $(1, 2)$ หมายถึง คู่อันดับ
 และ $B = (A \times A) - A$
 จำนวนสมาชิกของเซต B เท่ากับเท่าใด

3. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} \frac{-1 + \sqrt{1 + 4x^2}}{2x} & \text{เมื่อ } x \neq 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } x = 0 \end{cases}$
 ถ้า $f^{-1}(a) = \frac{2}{3}$ แล้ว a เท่ากับเท่าใด

4. กำหนดให้ $\bar{u} = 3\bar{i} + 4\bar{j}$
 $\bar{w} = a\bar{i} + b\bar{j}$ โดยที่ \bar{w} มีทิศทางเดียวกับ \bar{u}
 $|\bar{w}| = 10$ แล้ว $a + b$ เท่ากับเท่าใด

5. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่งมีสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 0.12
 ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 6
 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10

แล้ว สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน มีค่าเท่ากับเท่าใด

6. กำหนดให้ I เป็นเซตของจำนวนเต็ม
 ถ้า $S = \{ x \in I \mid 2x^2 - 9x - 26 \leq 0 \text{ และ } |1 - 2x| \geq 3 \}$ แล้ว
 ผลบวกของสมาชิกของ S เท่ากับเท่าใด

7. ถ้า $\frac{1}{a} + \frac{1}{3} + \frac{a}{3^2} + \frac{a^2}{3^3} \dots\dots\dots$ เป็นอนุกรมเรขาคณิต
 ซึ่งผลบวกเท่ากับ $\frac{4}{3}$
 แล้ว a มีค่าเท่าใด

8. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & x & 3 \\ 2 & 0 & 9 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริง

ถ้า $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & x & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 9 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 9 & 5 & -36 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -3 & 21 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 8 \end{array} \right]$

แล้ว x มีค่าเท่าใด

9. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $B = \{a, b\}$

ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B มีจำนวนทั้งหมดกี่ฟังก์ชัน

10. ถ้า x เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด ซึ่ง 9 , 12 และ 15 หาร x ลงตัว แต่ 11 หาร x เหลือเศษ 7 แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด

๒. เฉลยคำตอบ

ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัยแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

เฉลยตอนที่ 1

1.	4	2.	3	3.	2	4.	1	5.	1	6.	4	7.	3
8.	1	9.	3	10.	4	11.	1	12.	3	13.	4	14.	1
15.	2	16.	3	17.	3	18.	4	19.	2	20.	3	21.	2
22.	2	23.	1	24.	1	25.	4						

ตอนที่ 2 ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

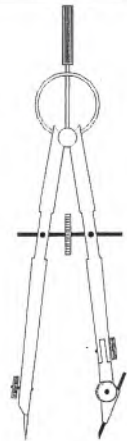
ข้อ 1 – 5 ข้อละ 2 คะแนน


;

ข้อ 6 – 10 ข้อละ 3 คะแนน

เฉลยตอนที่ 2

1.	0004.00	2.	0015.00	3.	0000.50	4.	0014.00
5.	0000.20	6.	0017.00	7.	0001.50	8.	0004.00
9.	0030.00	10.	1800.00				



🔑 เฉลย คำตอบและวิธีทำ 

ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัยแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

1. วิธีทำ ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

จาก a เป็นจำนวนคู่บวก และ b เป็นจำนวนคี่บวก

ทดลองแทนค่า

1. a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ แสดงว่า a และ b มี ห.ร.ม. เท่ากับ 1

เช่น 6 และ 15 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ เพราะ $(6,15) = 3$ ข้อ 1 ผิด

2. $a+b$ เป็นจำนวนเฉพาะ

เช่น $6+15 = 21$ ข้อ 2 ผิด

3. ห.ร.ม. ของ a และ b เท่ากับ ห.ร.ม. ของ a และ $2b$

เช่น $(6,15) = 3$ แต่ $(6,30) = 6$ ข้อ 3 ผิด

4. ค.ร.น. ของ a และ b เท่ากับ ค.ร.น. ของ a และ $2b$

เช่น $[6,15] = 30$ และ $[6,30] = 30$ ข้อ 4 ถูก

∴ คำตอบ คือ ข้อ 4

2. วิธีทำ ฟังก์ชันเอกโพเนนเชียล

ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงบวกที่ต่างกัน ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$x^y = y^x$$

แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ผิด

พิจารณาแต่ละตัวเลือก

- | | | | |
|-------------|----|------------------------------------|-------------|
| จะได้ | 1. | $y^{\left(\frac{x}{y}\right)} = x$ | |
| | | $y^x = x^y$ | จริง |
| ดังนั้น | | $y^{\left(\frac{x}{y}\right)} = x$ | จริง |
| จะได้ | 2. | $x^{\left(\frac{y}{x}\right)} = y$ | |
| | | $x^y = y^x$ | จริง |
| ดังนั้น | | $x^{\left(\frac{y}{x}\right)} = y$ | จริง |
| จะได้ | 3. | $(xy)^y = x^{(x+y)}$ | |
| | | $x^y \cdot y^y = x^x \cdot x^y$ | |
| ดังนั้น | | $y^y = x^y$ | |
| แล้วสรุปว่า | | $x = y$ | จึงเป็นเท็จ |

เพราะ x กับ y อาจจะไม่เท่ากันก็ได้ เช่น คู่อันดับ (2,4) หรือ (4,2)

- | | | | |
|-----------|----|--|------|
| จะได้ | 4. | $\left(\frac{x}{y}\right)^y = y^{(x-y)}$ | |
| | | $\frac{x^y}{y^y} = y^{x-y}$ | |
| | | $x^y y^{-y} = y^{x-y}$ | |
| | | $x^y y^{-y} = y^{x-y}$ | |
| จาก | | $x^y = y^x$ | |
| แทนค่าได้ | | $y^x y^{-y} = y^{x-y}$ | |
| | | $y^{x-y} = y^{x-y}$ | จริง |

ข้อที่ผิด คือ ข้อ 3.

∴ คำตอบ คือ ข้อ 3.

3. วิธีทำ ความน่าจะเป็น หัวข้อ ทฤษฎีทวินาม

เลขยกยะียด $\left(2\left(\frac{1}{5}\right) + 3\left(\frac{1}{10}\right)\right)^{55}$ สามารถเขียนกระจายออกได้เป็นจำนวน 56 พจน์

$$\left(2\left(\frac{1}{5}\right) + 3\left(\frac{1}{10}\right)\right)^{55} = \sum_{r=0}^{55} \left(\begin{matrix} 55 \\ r \end{matrix} \right) \left(2\left(\frac{1}{5}\right)\right)^{55-r} \left(3\left(\frac{1}{10}\right)\right)^r \dots\dots\dots (1)$$

ส่วนที่ 1

ส่วนที่ 2

ส่วนที่ 3

จากสมการที่ (1) ทั้ง 56 พจน์จากทุกค่า r ตั้งแต่ 0 ถึง 55 ส่วนที่ 1 จะเป็นจำนวนเต็มทุกพจน์
 ทั้ง 56 พจน์จากทุกค่า r ตั้งแต่ 0 ถึง 55 ส่วนที่ 2 จะเป็นจำนวนเต็มเพียงบางพจน์
 ทั้ง 56 พจน์จากทุกค่า r ตั้งแต่ 0 ถึง 55 ส่วนที่ 3 จะเป็นจำนวนเต็มเพียงบางพจน์
 สรุปเป็นตารางให้เห็นว่าพจน์ใดบ้างที่เป็น จำนวนเต็ม ดังนี้

	ส่วนที่ 1	ส่วนที่ 2	ส่วนที่ 3	
ค่า r	$\binom{55}{r}$	$\left(2\left(\frac{1}{5}\right)\right)^{55-r}$	$\left(3\left(\frac{1}{10}\right)\right)^r$	พจน์ที่เป็นจำนวนเต็ม คือ
0	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	พจน์ที่ 1
1-9	จำนวนเต็ม	เฉพาะพจน์ที่ 6 ซึ่ง $r = 5$	ไม่เป็นจำนวนเต็ม	
10	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	พจน์ที่ 11
11-19	จำนวนเต็ม	เฉพาะพจน์ที่ 16 ซึ่ง $r = 15$	ไม่เป็นจำนวนเต็ม	
20	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	พจน์ที่ 21
21-29	จำนวนเต็ม	เฉพาะพจน์ที่ 26 ซึ่ง $r = 25$	ไม่เป็นจำนวนเต็ม	
30	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	พจน์ที่ 31
31-39	จำนวนเต็ม	เฉพาะพจน์ที่ 36 ซึ่ง $r = 35$	ไม่เป็นจำนวนเต็ม	
40	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	พจน์ที่ 41
41-49	จำนวนเต็ม	เฉพาะพจน์ที่ 46 ซึ่ง $r = 45$	ไม่เป็นจำนวนเต็ม	
50	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	จำนวนเต็ม	พจน์ที่ 51
51-55	จำนวนเต็ม	เฉพาะพจน์ที่ 56 ซึ่ง $r = 55$	ไม่เป็นจำนวนเต็ม	

∴ พจน์ที่เป็นจำนวนเต็ม คือ พจน์ที่ 1 , 11 , 21 , 31 , 41 , 51 รวมเพียง 6 พจน์ เท่านั้น

∴ คำตอบ คือ ข้อ 2.

4. วิธีทำ เมทริกซ์

จากระบบสมการ

$$x + 2y - 2z = -2 \dots\dots\dots (1)$$

$$2x + y + 2z = 5 \dots\dots\dots (2)$$

$$x - 3y - 2z = 3 \dots\dots\dots (3)$$

จากสมการทั้ง (1) , (2) และ (3) จะได้ ค่า $x = 2$ และ $y = -1$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -2 \\ x+2y & 2x+y & x-3y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \cancel{2} & \cancel{1} & \cancel{-3} & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{-2} & -2 & 2 \\ \cancel{0} & \cancel{3} & \cancel{5} & 0 & 3 \end{vmatrix} \left. \begin{array}{l} 0 + (-12) + (-10) = -22 \\ 20 + 0 + 18 = 38 \end{array} \right\} \begin{array}{l} = 38 - (-22) \\ = 60 \end{array}$$

∴ ดีเทอร์มิแนนต์ $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -2 \\ x+2y & 2x+y & x-3y \end{vmatrix} = 60$

∴ คำตอบ คือ ข้อ 1.

5. วิธีทำ ภาคตัดกรวย วงกลมและวงรี เส้นตรง ระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง

หาจุดศูนย์กลางของวงกลมซึ่งมีพิกัดเดียวกับสมการวงรีได้ดังนี้ (โดยวิธีกำลังสองสมบูรณ์)

$$9x^2 + 4y^2 - 36x - 24y + 36 = 0$$

$$9x^2 - 36x + 4y^2 - 24y + 36 = 0$$

$$9(x^2 - 4x) + 4(y^2 - 6y) = -36$$

$$9(x^2 - 4x + 4) + 4(y^2 - 6y + 9) = -36 + 9(4) + 4(9)$$

$$9(x^2 - 4x + 4) + 4(y^2 - 6y + 9) = 36$$

$$9(x-2)^2 + 4(y-3)^2 = 36$$

$$\frac{9(x-2)^2}{36} + \frac{4(y-3)^2}{36} = 1$$

$$\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$$

ได้ สมการวงรี รูปมาตรฐาน

$$\frac{(x-2)^2}{2^2} + \frac{(y-3)^2}{3^2} = 1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

จากสมการที่ (1) บอกพิกัดจุดศูนย์กลางของวงรี คือ (2,3)

∴ วงกลมมีจุดศูนย์กลาง เป็น พิกัด (2,3)

หาสมการทั่วไปของเส้นตรง l ที่ผ่านจุด (1,3) และ (5,0) ได้ดังนี้

เส้นตรง l : ความชัน $m = \frac{3-0}{1-5}$
 $= -\frac{3}{4} \quad \dots\dots\dots (1)$

เส้นตรง l : มีสมการมาตรฐานเป็น $y = mx + c \quad \dots\dots\dots (2)$

บนเส้นตรง l ที่จุด (1,3) แทนค่าได้เป็น $3 = -\frac{3}{4}(1) + c$

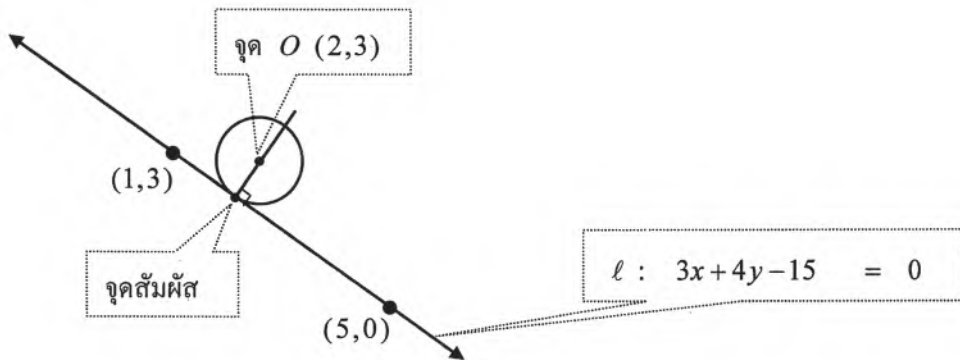
∴ $\frac{15}{4} = c \quad \dots\dots\dots (3)$

จากสมการที่ (1) , (2), (3) ; $y = -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4} \quad \dots\dots\dots (4)$

จัดรูปสมการมาตรฐาน สมการที่ (4) เป็นสมการทั่วไปได้เป็น

$$3x + 4y - 15 = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

หาขนาดความยาวของรัศมีของวงกลม โดยพิจารณาจากรูป



$$\begin{aligned} \therefore \text{รัศมีของวงกลม, } r &= \frac{|3x + 4y - 15|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= \frac{|3(2) + 4(3) - 15|}{5} \\ &= \frac{3}{5} \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

\therefore คำตอบของรัศมีของวงกลมจึงไม่มีตัวเลือกใดถูกต้อง

6. วิธีทำ ภาคตัดกรวย ไฮเพอร์โบลาและวงรี เส้นตรง ระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง

ไฮเพอร์โบลา H รูปทั่วไป $16x^2 - 9y^2 - 144 = 0$

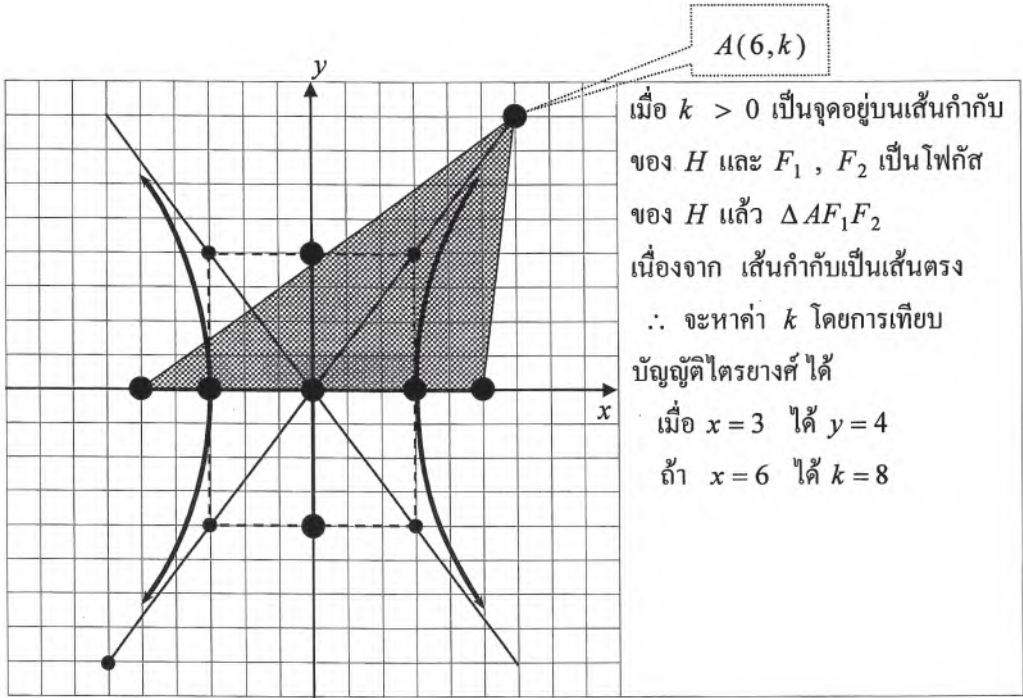
$$16(x-0)^2 - 9(y-0)^2 = 144$$

$$\frac{(x-0)^2}{3^2} - \frac{(y-0)^2}{4^2} = 1$$

$$\frac{(x-0)^2}{3^2} - \frac{(y-0)^2}{4^2} = 1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

สมการที่ (1) ; แกนตามขวางเป็นแกน x ส่วนแกนตั้งยุคเป็นแกน y

กรณี กราฟไฮเพอร์โบลา ; ได้ $a = 3$, $b = 4$, จะได้ $c = \sqrt{3^2 + 4^2}$
 $= 5$



$A(6, k)$
 เมื่อ $k > 0$ เป็นจุดอยู่บนเส้นกำกับ
 ของ H และ F_1, F_2 เป็นโฟกัส
 ของ H แล้ว ΔAF_1F_2
 เนื่องจาก เส้นกำกับเป็นเส้นตรง
 \therefore จะหาค่า k โดยการเทียบ
 บัญญัติไตรยางศ์ ได้
 เมื่อ $x = 3$ ได้ $y = 4$
 ถ้า $x = 6$ ได้ $k = 8$

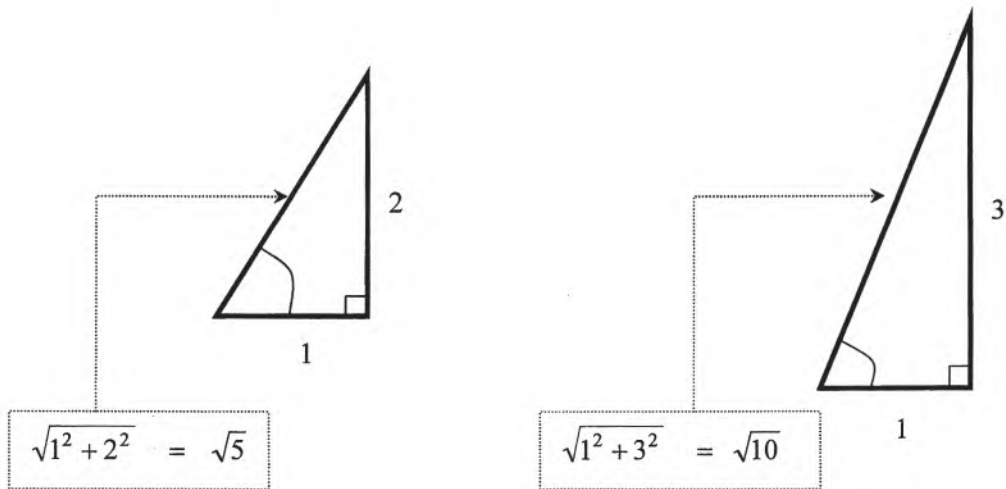
$$\begin{aligned} \text{area of } \Delta AF_1F_2 &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 8 \\ &= 40 \quad \text{ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

\therefore คำตอบของพื้นที่ $\Delta AF_1F_2 = 40$ ตารางหน่วย คือ ข้อ 4.

7. วิธีทำ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

$$\text{จาก } \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\text{ดังนั้น } \sin(\arctan 2 + \arctan 3) = \sin(\arctan 2) \cos(\arctan 3) + \cos(\arctan 2) \sin(\arctan 3)$$



$$\begin{aligned} \therefore \sin(\arctan 2 + \arctan 3) &= \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right) \\ &= \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}}\right) \\ &= \left(\frac{2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}}\right) + \left(\frac{3}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}}\right) \\ &= \frac{5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} \sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

\therefore คำตอบที่ถูกต้อง ตรงกับ ข้อ 3.

8. วิธีทำ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ถ้า $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = 1$ แล้ว $\sin 2\theta$ มีค่าเท่ากับ

$$\frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta} = 1$$

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta \sin \theta} = 1$$

$$\sin \theta + \cos \theta = \cos \theta \sin \theta$$

$$2(\sin \theta + \cos \theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$2(\sin \theta + \cos \theta) = \sin 2\theta \dots\dots\dots (1)$$

ยกกำลังสอง สมการที่ (1)

$$2^2(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \sin^2 2\theta$$

$$4[\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta] = \sin^2 2\theta$$

$$4[1 + 2 \sin \theta \cos \theta] = \sin^2 2\theta$$

$$4[1 + \sin 2\theta] = \sin^2 2\theta$$

$$0 = \sin^2 2\theta - 4[1 + \sin 2\theta]$$

$$0 = \sin^2 2\theta - 4 \sin 2\theta - 4$$

$$0 = (\sin 2\theta)^2 - 4(\sin 2\theta) - 4$$

$$(\sin 2\theta) = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{32}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm 4\sqrt{2}}{2}$$

$$= 2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$= 2 + 2\sqrt{2}, 2 - 2\sqrt{2}$$

แต่ $-1 \leq \sin 2\theta \leq 1$

$$\therefore \text{คำตอบของ } \sin 2\theta = 2 - 2\sqrt{2} = 2(1 - \sqrt{2})$$

\therefore คำตอบของค่าความจริงเป็นเท็จ จากเอกภพสัมพัทธ์ที่กำหนดให้ คือ ข้อ 1.

9. วิธีทำ ตรรกศาสตร์

กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์ คือ $U = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$

พิจารณาแต่ละข้อต่อไปนี้ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

$$\begin{aligned} 1. \exists x \forall y [x + y < y] &\equiv \exists x \forall y [x + y - y < y - y] \\ &\equiv \exists x \forall y [x < 0] \\ &\equiv \exists x [x < 0] \text{ จากเอกภพสัมพัทธ์ มีสมาชิกบางตัว } < 0 \\ &\equiv T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \exists x \forall y [x - y^2 < x] &\equiv \exists x \forall y [x - x - y^2 < x - x] \\ &\equiv \exists x \forall y [-y^2 < 0] \\ &\equiv \exists x \forall y [y^2 > 0] \\ &\equiv \forall y [y^2 > 0] \text{ จากเอกภพสัมพัทธ์(สมาชิก)}^2 \text{ ทุกตัว } > 0 \\ &\equiv T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \exists x \forall y [xy^2 = x] &\equiv \exists x \forall y \left[\frac{xy^2}{x} = \frac{x}{x} \right] \\ &\equiv \exists x \forall y [y^2 = 1] \\ &\equiv \forall y [y^2 = 1] \text{ จากเอกภพสัมพัทธ์มี(สมาชิก)}^2 \text{ บางตัว } \neq 1 \\ &\equiv F \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \exists x \forall y [x^2 y = y] &\equiv \exists x \forall y \left[\frac{x^2 y}{y} = \frac{y}{y} \right] \\ &\equiv \exists x \forall y [x^2 = 1] \\ &\equiv \exists x [x^2 = 1] \text{ จากเอกภพสัมพัทธ์ มี(สมาชิก)}^2 \text{ บางตัว } = 1 \\ &\equiv T \end{aligned}$$

\therefore คำตอบของค่าความจริงเป็นเท็จ จากเอกภพสัมพัทธ์ที่กำหนดให้ คือ ข้อ 3.

10. วิธีทำ ตรรกศาสตร์

ให้ p, q, r เป็นประพจน์ แล้ว ประพจน์ใดมีค่าความจริงเป็นเท็จ

$$p \Rightarrow (q \vee r) \equiv T \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv F \quad \dots\dots\dots (2)$$

วิเคราะห์ประพจน์ที่ (2) โดยหาค่าความจริง คราวๆ ตามตารางดังนี้

ประพจน์	T	F
(2) $p \vee (q \wedge r) \equiv F$		$p, (q \wedge r)$

หาค่าความจริงแต่ละตัวเลือก

$$\begin{aligned} 1. \sim q \vee (p \Rightarrow r) &\equiv \sim q \vee (F \Rightarrow r) \\ &\equiv \sim q \vee (T) \\ &\equiv T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \sim p \vee (\sim p \vee q) &\equiv \sim F \vee (\sim p \vee q) \\ &\equiv T \vee (\sim p \vee q) \\ &\equiv T \end{aligned}$$

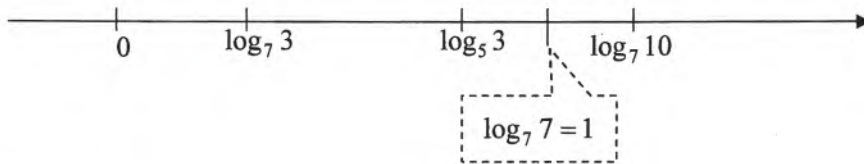
$$\begin{aligned} 3. (q \vee r) \Rightarrow \sim p \vee (q \wedge r) &\equiv (q \vee r) \Rightarrow \sim F \vee (q \wedge r) \\ &\equiv (q \vee r) \Rightarrow T \vee (q \wedge r) \\ &\equiv (q \vee r) \Rightarrow T \\ &\equiv T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. [(\sim q) \vee (\sim r)] \Rightarrow [p \wedge (q \vee r)] &\equiv [\sim (q \wedge r)] \Rightarrow [p \wedge (q \vee r)] \\ &\equiv [\sim (F)] \Rightarrow [F \wedge (q \vee r)] \\ &\equiv [(T)] \Rightarrow [F] \\ &\equiv F \end{aligned}$$

∴ คำตอบของค่าความจริงเป็นเท็จ คือ ประพจน์ข้อที่ 4.

11. วิธีทำ ฟังก์ชันลอการิทึม

มีค่าจำนวนจริงทั้งหมดจำนวน 3 ค่า $\log_7 3$, $\log_5 3$, $\log_7 10$



พิจารณาแต่ละตัวเลือก

1. $\log_7 3 < \log_5 3 < \log_7 10$ ข้อ 1. ถูก
2. $\log_5 3 < \log_7 3 < \log_7 10$ ข้อ 2. ผิด
3. $\log_7 3 < \log_7 10 < \log_5 3$ ข้อ 3. ผิด
4. $\log_7 10 < \log_5 3 < \log_7 3$ ข้อ 4. ผิด

\therefore คำตอบที่ถูกต้อง ตรงกับ ข้อที่ 1.

12. วิธีทำ ฟังก์ชันลอการิทึม

จำนวนเต็ม ที่สอดคล้องกับอสมการ

$$\log_{\frac{1}{2}}[\log_3(x+1)] > -1$$

$$[\log_3(x+1)] < \left(\frac{1}{2}\right)^{(-1)}$$

$$[\log_3(x+1)] < 2$$

$$(x+1) < 3^2$$

$$x < 8$$



∴ คำตอบของอสมการ คือ จำนวนเต็ม 8 จำนวน ตรงกับคำตอบ ข้อที่ 3.

13. วิธีทำ เวกเตอร์สามมิติ (เรื่องใหม่ จึงเฉลยแบบละเอียด)

$$\begin{aligned}\bar{u} &= \bar{i} + 3\bar{k} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \\ \bar{v} &= 2\bar{j} + x\bar{k} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ x \end{bmatrix} \\ \bar{w} &= -3\bar{i} + \bar{j} - \bar{k} &= \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

วิธีที่ 1 ถ้า \bar{u} , \bar{v} และ \bar{w} อยู่บนระนาบเดียวกัน จะได้ว่า

$$\begin{aligned}0 &= \bar{u} \cdot (\bar{v} \times \bar{w}) \\ \text{แทนค่าได้เป็น} &= (\bar{i} + 3\bar{k}) \cdot [(2\bar{j} + x\bar{k}) \times (-3\bar{i} + \bar{j} - \bar{k})] \\ &= (\bar{i} + 3\bar{k}) \cdot \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & 2 & x \\ -3 & 1 & -1 \end{vmatrix} \\ &= (\bar{i} + 3\bar{k}) \cdot \left(\begin{vmatrix} 2 & x \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \bar{i} + \begin{vmatrix} 0 & x \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \bar{j} + \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} \bar{k} \right) \\ &= (\bar{i} + 3\bar{k}) \cdot ((-2) - (x))\bar{i} + ((0) - (x))\bar{j} + ((0) - (-6))\bar{k} \\ &= (\bar{i} + 3\bar{k}) \cdot ((-2 - x)\bar{i} + (-x)\bar{j} + (6)\bar{k}) \\ 0 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 - x \\ -x \\ 6 \end{bmatrix} \\ 0 &= (-2 - x) + (0) + (18) \\ 0 &= 16 - x \\ x &= 16\end{aligned}$$

∴ สมการที่เป็นคำตอบ คือ สมการใน ข้อที่ 4. 16

14. วิธีทำ จำนวนเชิงซ้อน

$$z = 1 + i$$

จะได้ $z^2 = (1+i)^2 = 2i$

$$z^4 = (z^2)^2 = (2i)^2 = -4$$

จากตัวเลือก 1. $z^4 - 2z^2 + 4z = 0$

แทนค่าได้เป็น $(-4) - 2(2i) + 4(1+i) = -4 - 4i + 4 + 4i = 0$ ข้อ 1. จึงเป็นสมการของคำตอบ z

จากตัวเลือก 2. $z^4 - 2z^2 - 4z = 0$

แทนค่าได้เป็น $(-4) - 2(2i) - 4(1+i) = -4 - 4i - 4 - 4i \neq 0$ ข้อ 2. ไม่ใช่สมการของคำตอบ z

จากตัวเลือก 3. $z^4 + 2z^2 - 4z = 0$

แทนค่าได้เป็น $(-4) + 2(2i) - 4(1+i) = -4 + 4i - 4 - 4i \neq 0$ ข้อ 3. ไม่ใช่สมการของคำตอบ z

จากตัวเลือก 4. $z^4 + 2z^2 + 4z = 0$

แทนค่าได้เป็น $(-4) + 2(2i) + 4(1+i) = -4 + 4i + 4 + 4i \neq 0$ ข้อ 4. ไม่ใช่สมการของคำตอบ z

\therefore สมการที่เป็นคำตอบ คือ สมการใน ข้อที่ 1.

15. วิธีทำ จำนวนเชิงซ้อน และ ภาคตัดกรวย

ในระนาบเชิงซ้อน จึงสมมติให้ $z = x + yi$

จากสมการ $(z+i)(\bar{z}-i) = 1$

แทนค่าได้เป็น $(x+(y+1)i)[(x-yi)-i] = 1$

$$[x+(y+1)i][x-(y+1)i] = 1$$

$$x^2 - [(y+1)i]^2 = 1$$

$$x^2 + (y+1)^2 = 1 \dots\dots\dots (1)$$

จากสมการที่ (1) เป็นสมการมาตรฐานของวงกลม นั่นเอง

∴ คำตอบ คือ ข้อที่ 2.

16. วิธีทำ ลำดับและอนุกรมอนันต์

$$a_n = \begin{cases} \frac{n^2}{2n+1} & \text{เมื่อ } n \leq 100 \\ 2 & \text{เมื่อ } n > 100 \end{cases}$$

$$b_n = \begin{cases} 2 & \text{เมื่อ } n \leq 100 \\ \frac{n^2}{2n+1} & \text{เมื่อ } n > 100 \end{cases}$$

พิจารณาเมื่อ $n \rightarrow \infty$ ในแต่ละตัวเลือก

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2 \text{ หาค่าได้ นั่น คือ เป็นลำดับลู่ออก}$$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} b_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2n+1} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n^2}{n^2}}{\frac{2n}{n^2} + \frac{1}{n^2}} \\ &= \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^2}}{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n^2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2}} \\ &= \frac{1}{0+0} \text{ หาค่าไม่ได้ นั่น คือ เป็นลำดับลู่ออก} \end{aligned}$$

1. a_n และ b_n เป็นลำดับลู่ออก ผิด
2. a_n และ b_n เป็นลำดับลู่ออก ผิด
3. a_n เป็นลำดับลู่ออก และ b_n เป็นลำดับลู่ออก ถูก
4. a_n เป็นลำดับลู่ออก และ b_n เป็นลำดับลู่ออก ผิด

∴ คำตอบ คือ ข้อที่ 3.