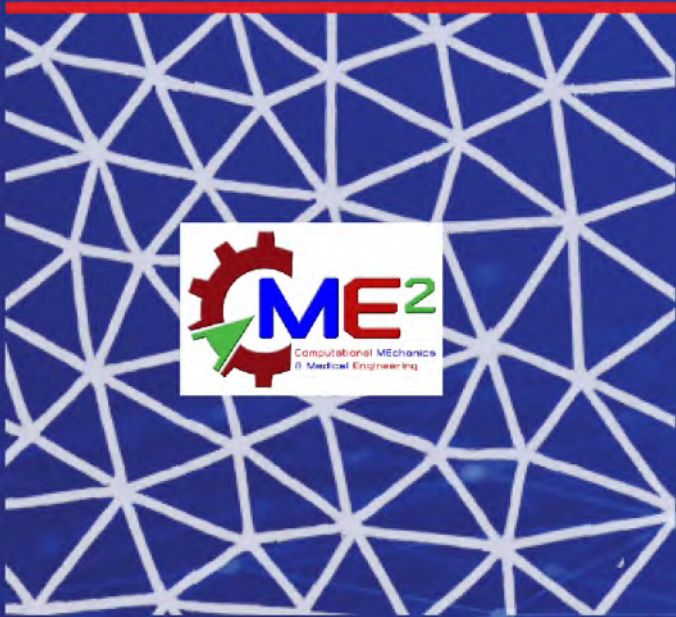




วิธีเชิงคำนวณ ทางกลศาสตร์ของแข็ง และชีวกลศาสตร์ของแข็ง



วิโรจน์ ลิ้มตระการ

**วิธีเชิงคำนวณทางกลศาสตร์ของแข็ง
และชีวกลศาสตร์ของแข็ง**

**วิธีเชิงคำนวณทางกลศาสตร์ของแข็ง
และชีวกลศาสตร์ของแข็ง**

วิโรจน์ ลิมตระการ

2569

วิโรจน์ ลิ้มตระการ

วิธีเชิงคำนวณทางกลศาสตร์ของแข็งและชีวกลศาสตร์ของแข็ง

1. วิธีเชิงคำนวณเชิงคำนวณทางกลศาสตร์ของแข็ง.
2. ชีวกลศาสตร์ของแข็ง.

ISBN (e-book) 978-616-631-509-7

ลิขสิทธิ์ของ รองศาสตราจารย์ ดร.วิโรจน์ ลิ้มตระการ แต่ผู้เดียว
ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2569

จัดทำและจัดจำหน่ายโดย รองศาสตราจารย์ ดร.วิโรจน์ ลิ้มตระการ

ร้านค้าติดต่อ รองศาสตราจารย์ ดร.วิโรจน์ ลิ้มตระการ
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ (ศูนย์รังสิต)
โทร. 081-4275859 อีเมล: wirojlimtrakarn@gmail.com

รายละเอียดการชำระเงินสำหรับสั่งซื้อหนังสือ

กรุณาโอนเงินเข้าบัญชี ชื่อบัญชี: นายวิโรจน์ ลิ้มตระการ
ธนาคาร: ธนาคารกรุงเทพ
สาขา: มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์-รังสิต
เลขที่บัญชี: 091-0-88255-4
ประเภทบัญชี: ออมทรัพย์

หลังโอนเงินแล้ว กรุณาส่งหลักฐานการโอน มาที่ อีเมล: wirojlimtrakarn@gmail.com
พร้อมแจ้งอีเมลสำหรับรับไฟล์ eBook

ออกแบบปกและออกแบบรูปเล่ม : นางสาวไกรอัมพร พงษ์ขจร

ราคาเล่มละ 166.- บาท

คำนำ

ปัจจุบันงานวิศวกรรมเครื่องกลมีความสำคัญต่องานวิศวกรรมทางการแพทย์มากขึ้นทุกวัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งองค์ความรู้ด้านกลศาสตร์ของแข็งในงานออกแบบ พัฒนา และบำรุงรักษาอุปกรณ์และเครื่องมือทางการแพทย์ที่ราคาสูง รวมถึงการเพิ่มประสิทธิภาพในการรักษาผู้ป่วยโดยใช้วิธีเชิงคำนวณสมัยใหม่เข้าไปช่วยให้เห็นถึงพฤติกรรมชีวกลศาสตร์ที่จะเกิดขึ้นในการรักษาได้ล่วงหน้าก่อนการลงมือรักษาจริง

เนื้อหาในตำราเล่มนี้เรียบเรียงจากประสบการณ์ในการบรรยาย การทำงานวิจัย และพัฒนาองค์ความรู้ใหม่และนวัตกรรมทั้งในสาขาวิศวกรรมเครื่องกลด้านกลศาสตร์ของแข็ง และงานประยุกต์ไปในสาขาวิศวกรรมทางการแพทย์ร่วมกับแพทย์เฉพาะทางในด้านชีวกลศาสตร์ของแข็งในหลายสิบปีที่ผ่านมา โดยเนื้อหาประกอบด้วย 2 ส่วน ในส่วนแรกกล่าวถึงทฤษฎีที่ควรรู้เกี่ยวกับกลศาสตร์ของแข็ง ชีวกลศาสตร์ของแข็ง และวิธีเชิงคำนวณที่นำมาใช้วิเคราะห์หาความเค้น ความเครียด และค่าการเคลื่อนตัว ในส่วนที่สองเป็นการประยุกต์วิธีเชิงคำนวณในด้านกลศาสตร์ของแข็งหลายตัวอย่างที่รวมไปถึงกลศาสตร์การแตกหักยึดหยุ่นเชิงเส้นและการทดสอบแบบไม่ทำลายด้วยเทคนิคโฟโต้อิลาสติซิตี การประยุกต์วิธีเชิงคำนวณในงานชีวกลศาสตร์ของแข็งสามตัวอย่าง ได้แก่ ข้อเข่า ขณะเดินเมื่อมีการเปลี่ยนเอ็นไขว้หน้า การรักษาสะโพกแตก และการรักษาหัวไหล่แตก

ผู้เขียนขอขอบคุณสมาชิกทุกท่านทั้งในระดับปริญญาตรี โท และเอก ของหน่วยวิจัยกลศาสตร์การคำนวณในอดีต และในปัจจุบันได้เปลี่ยนเป็น ศูนย์แห่งความเป็นเลิศทางวิชาการด้านกลศาสตร์และวิศวกรรมทางการแพทย์ด้วยการคำนวณแห่งมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ที่ได้ร่วมกันสร้างผลงานวิจัยอันมีคุณค่าต่อเนื่องกันมาเป็นเวลาหลายสิบปีที่ผ่านมา

ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณบิดามารดาที่สนับสนุนผู้เขียนในด้านการศึกษามา โดยตลอด คอยปลุกฝังให้ผู้เขียนมีความเพียรและอดุสาหะตั้งแต่เยาว์วัย รวมถึงพี่ชายทั้งสองที่ให้การสนับสนุนและให้คำปรึกษาด้วยดีตลอดมา และท้ายสุดขอขอบคุณภรรยาและบุตรทั้งสอง คุณพรสุภา พยัคฆพันธ์ แพทย์หญิงญาณิศา ลีมีตระการ และนายแพทย์วิศรุต ลีมีตระการ ที่เข้าใจในความตั้งใจของผู้เขียน คอยสนับสนุนและให้กำลังใจ รวมทั้งให้โอกาสผู้เขียนได้ใช้เวลาในการเขียนตำราเล่มนี้ ในช่วงระยะเวลาหลายเดือนที่ผ่านมา

วิโรจน์ ลีมีตระการ

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

เมษายน 2569

สารบัญ

คำนำ

สารบัญ

บทที่ 1	ก้าวแรกสู่วิธีเชิงคำนวณทางกลศาสตร์ของแข็ง และชีวกลศาสตร์ของแข็ง	1
1.1	บทนำ	1
1.2	กลศาสตร์ของแข็ง	2
1.2.1	กลศาสตร์ของวัตถุแข็งเกร็ง	2
1.2.2	กลศาสตร์ของวัตถุเสียรูปได้	3
1.3	ชีวกลศาสตร์ของแข็ง	7
1.3.1	ชีวกลศาสตร์ของการเคลื่อนไหว (kinesiology)	8
1.3.2	ชีวกลศาสตร์ของแข็ง (biosolid mechanics)	8
1.3.3	ชีวกลศาสตร์ความร้อน (bioheat)	10
1.3.4	ชีวกลศาสตร์ของไหล (biofluid)	12
1.4	วิธีเชิงคำนวณ	13
1.5	ประโยชน์ที่ได้รับ	14
1.6	การเคลื่อนที่ของวัตถุแข็งเกร็ง	14
1.6.1	การเคลื่อนที่เชิงเส้นตรง (rectilinear motion)	15
1.6.2	การเคลื่อนที่เชิงเส้นโค้ง	17
1.6.3	การเคลื่อนที่เชิงมุม	20
1.6.4	การเคลื่อนที่ทั่วไป	20
1.7	แรง และโมเมนต์	22
1.8	สรุป	30
	บรรณานุกรม	30
	แบบฝึกหัด	32

บทที่ 2 กลศาสตร์ของแข็ง (Solid Mechanics)	37
2.1 บทนำ	37
2.2 พฤติกรรมการเสียรูป	37
2.3 สมบัติทางกลของวัสดุ	49
2.4 วงกลมมอร์ และค่าความปลอดภัย	53
2.5 สมการคณิตศาสตร์ของกลศาสตร์ของแข็ง	61
2.6 สรุป	68
บรรณานุกรม	69
แบบฝึกหัด	70
บทที่ 3 ชีวกลศาสตร์ของแข็ง	71
3.1 บทนำ	71
3.2 ชีวกลศาสตร์ของเนื้อเยื่อแข็ง	72
3.3 ชีวกลศาสตร์ของเนื้อเยื่ออ่อนและกล้ามเนื้อ	87
3.3.1 กระดูกอ่อน	87
3.3.2 เส้นเอ็นยึดกล้ามเนื้อและกระดูก และเส้นเอ็นยึดข้อต่อ	90
3.3.3 กล้ามเนื้อ	92
3.3.4 ความสัมพันธ์ของแรงและความยาว (force – length relation)	100
3.3.5 ความสัมพันธ์ของแรงและความเร็ว (force – velocity relation)	102
3.4 ชีวกลศาสตร์ของเส้นใย	104
3.4.1 เส้นใยยึดหยุ่นในหนึ่งมิติ	104
3.4.2 แบบจำลองหนึ่งมิติอย่างง่ายของกล้ามเนื้อลาย	106
3.4.3 เส้นใยยึดหยุ่นในสามมิติ	108
3.4.4 การยึดของเส้นใยแบบไม่เชิงเส้น	111
3.5 สรุป	114
บรรณานุกรม	115
แบบฝึกหัด	117

บทที่ 4 วิธีเชิงตัวเลข	119
4.1 บทนำ	119
4.2 ฟังก์ชันการประมาณค่าภายใน	120
4.2.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในของเอลิเมนต์ 1 มิติ	121
4.2.2 ฟังก์ชันการประมาณภายในของเอลิเมนต์ 2 มิติ	125
4.2.3 ฟังก์ชันการประมาณภายในของเอลิเมนต์ 3 มิติ	128
4.3 การหาค่าอินทิกรัลเชิงตัวเลข	130
4.3.1 การหาค่าอินทิกรัลเชิงตัวเลขใน 1 มิติ	130
4.3.2 การหาค่าอินทิกรัลเชิงตัวเลขใน 2 มิติ	132
4.4 การหาค่าอนุพันธ์เชิงตัวเลข	134
4.4.1 การหาค่าอนุพันธ์เชิงตัวเลขอันดับหนึ่ง	134
4.5 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น	138
4.5.1 วิธีการกำจัดแบบเกาส์แบบปรับปรุง	138
4.5.1.1 วิธีการจัดสเกล	139
4.5.1.2 วิธีการเลือกตัวหลัก	139
4.5.1.3 วิธีการกำจัดแบบเกาส์ (gauss elimination method)	140
4.5.2 วิธีคอนจูเกตเกรเดียนต์ (conjugate gradient method)	142
4.5.3 วิธีนิวตัน – ราฟสัน (Newton – Raphson method)	145
4.6 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	146
4.7 การประยุกต์วิธีเชิงคำนวณบนคอมพิวเตอร์	150
4.8 ขั้นตอนเตรียมข้อมูล (pre-processor)	151
4.8.1 ข้อมูลทางกายภาพ (physical data)	151
4.8.2 ข้อมูลเชิงคำนวณ (computational data)	151
4.9 ขั้นตอนการคำนวณ (solver)	154
4.10 ขั้นตอนการแสดงผล (post-processor)	155
4.10.1 การแสดงแถบสี (color contour)	155
4.10.2 การแสดงเส้นชั้น (contour line)	156
4.11 สรุป	156

บรรณานุกรม	157
แบบฝึกหัด	158
บทที่ 5 การประยุกต์วิธีเชิงคำนวณในงานกลศาสตร์ของแข็ง	159
5.1 บทนำ	159
5.2 เทคนิคไฟโตอิลาสติซิตี	160
5.3 การวิเคราะห์ความเค้นของแผ่นสี่เหลี่ยมที่ถูกแรงกด 2 จุด	163
5.4 การวิเคราะห์ความเค้นระหว่างโซ่และเฟือง	167
5.5 การวิเคราะห์กลศาสตร์การสัมผัสของโซ่ และเฟืองหลังของรถจักรยานยนต์	170
5.6 การวิเคราะห์ความแข็งแรงของแท่นรองสินค้า	172
5.7 กลศาสตร์การแตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้น	173
5.7.1 ความเค้นและตัวประกอบความเข้มของความเค้น	174
5.7.2 ตัวประกอบความเข้มของความเค้น	175
5.8 แผ่นสี่เหลี่ยมแบนมีรอยร้าวที่ขอบด้านเดียวภายใต้แรงดึง	177
5.9 แผ่นที่มีรอยร้าวในเนื้อตะกั่วที่เชื่อมตรงกลางทองแดงภายใต้แรงดึง	179
5.10 บทสรุป	183
บรรณานุกรม	184
แบบฝึกหัด	186
บทที่ 6 การประยุกต์วิธีเชิงคำนวณชีวกลศาสตร์ข้อเข่าขณะเดิน	187
6.1 บทนำ	187
6.2 กายวิภาคศาสตร์ของข้อเข่า	189
6.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเอ็นบริเวณข้อเข่า	191
6.4 การคำนวณมุมการเคลื่อนไหวของขาในท่าเดิน	196
6.5 สมบัติทางกลของเอ็น	198
6.6 เงื่อนไขขอบเขตของการวิเคราะห์ความเค้นและความเครียดของเอ็น	200

6.7	แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของขาและเอ็นข้อเข่า	201
6.8	ผลการวิเคราะห์ความเค้น และความเครียดของเอ็นบริเวณข้อเข่า	203
6.9	การวิเคราะห์ความเค้นและความเครียด ของกล้ามเนื้อวาสตัลลาเทอราลิส	205
6.10	บทสรุป	211
	บรรณานุกรม	212
	แบบฝึกหัด	213
บทที่ 7	การประยุกต์วิธีเชิงคำนวณในการรักษาสะโพกแตก	215
7.1	บทนำ	215
7.2	กายวิภาคศาสตร์ของสะโพก	216
7.2.1	กายวิภาคศาสตร์ของกระดูกเชิงกรานในอริยาบถต่าง ๆ	217
7.2.2	กระดูกกระเบนเหน็บและการแตกร้าวในตำแหน่งต่าง ๆ	218
7.2.3	การรักษากระดูกกระเบนเหน็บหัก	220
7.3	แบบจำลองทางคณิตศาสตร์	224
7.4	เงื่อนไขขอบเขตและสมบัติของวัสดุ	226
7.5	โมเดลและตำแหน่งสกรู	228
7.5.1	โมเดล Sacroiliac screw	228
7.5.2	โมเดล Bilateral iliac screw (BLIS)	229
7.6	ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมชีวกลศาสตร์	230
7.7	บทสรุป	233
	บรรณานุกรม	234
	แบบฝึกหัด	236
บทที่ 8	การประยุกต์วิธีเชิงคำนวณในการรักษาหัวไหล่แตก	237
8.1	บทนำ	237
8.2	กายวิภาคศาสตร์และสรีรวิทยาของหัวไหล่	242

8.3	แบบจำลองทางคณิตศาสตร์	245
8.4	เงื่อนไขขอบเขตและสมบัติของวัสดุ	249
8.5	ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมชีวกลศาสตร์ของหัวไหล่	252
8.6	บทสรุป	259
	บรรณานุกรม	261
	แบบฝึกหัด	266
	ภาคผนวก ก ระเบียบและทิศทาง	267
	ดัชนี	271
	ประวัติผู้เขียน	278

ก้าวแรกสู่วิธีเชิงคำนวณทาง กลศาสตร์ของแข็งและชีวกลศาสตร์ของแข็ง

1.1 บทนำ

กลศาสตร์ของแข็งเป็นศาสตร์ที่ศึกษาผลของแรงที่กระทำต่อวัตถุ ทำให้เกิดการเสียรูป ความเครียดและความเค้นบนวัตถุ ส่วนชีวกลศาสตร์ของแข็งเป็นศาสตร์ที่รวมความรู้ด้านกลศาสตร์ของแข็งกับชีววิทยาเข้าด้วยกัน โดยอธิบายถึงพฤติกรรมเชิงวิศวกรรมในรูปแบบต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นภายในร่างกาย เช่น การเคลื่อนไหวของอวัยวะส่วนต่าง ๆ ของร่างกาย พฤติกรรมการยืดและหดตัวของเนื้อเยื่อ เป็นต้น พฤติกรรมที่เกิดขึ้นของวัตถุและในอวัยวะส่วนต่าง ๆ ของร่างกายดังกล่าวสามารถอธิบายได้ด้วยสมการคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ (differential equation) หรือในรูปแบบทั่วไปของสมการพีชคณิต (algebraic equation) หากสามารถนำวิธีเชิงคำนวณมาแก้สมการเพื่อหาคำตอบ และทำความเข้าใจสมการคณิตศาสตร์เหล่านี้ได้ ก็สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ได้อีกมาก เช่น การออกแบบลิ้นหัวใจเทียมที่สามารถรักษาระดับความดันที่เกิดขึ้นให้เหมาะสม ขณะที่ลิ้นหัวใจเทียมเปิดและปิด การต่อเอ็นไขว้หน้าทดแทนเอ็นที่ฉีกขาดไป จะต้องรู้ความเค้นสูงสุดและความยืดหยุ่นที่เกิดขึ้นบนเอ็นทดแทนที่จะนำมาใช้ หรือ การออกแบบกายอุปกรณ์เพื่อนำมาช่วยฟื้นฟูร่างกายให้สามารถกลับมาใช้งานได้ตามปกติ เป็นต้น ความเข้าใจทฤษฎีชีวกลศาสตร์จะช่วยให้เข้าใจพฤติกรรมที่เกิดขึ้นใน

ร่างกายด้วยหลักทฤษฎีทางวิศวกรรม อันจะนำไปสู่การวิจัยและพัฒนางานด้านวิศวกรรม และสหวิทยาการ ที่ส่งเสริมให้มีสุขภาพและคุณภาพชีวิตที่ดีขึ้น

1.2 กลศาสตร์ของแข็ง

กลศาสตร์ (mechanics) คือ การศึกษาแรงและผลของแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อวัตถุ โดยวัตถุอาจอยู่ในสถานะของแข็ง (solid mechanics) หรือของไหล (fluid mechanics) โดยกลศาสตร์ที่ศึกษาวัตถุที่เป็นของแข็ง แบ่งย่อยได้อีก 2 แขนง ตามลักษณะพฤติกรรมของวัตถุหลังจากที่ถูกแรงกระทำ คือ หากวัตถุมีการเสียรูปน้อยมากจนถือได้ว่าไม่มีนัยสำคัญ หรือไม่มีการเสียรูป จะเรียกว่า กลศาสตร์ของวัตถุแข็งเกร็ง (mechanics of rigid body) และถ้าการเสียรูปมีค่ามาก ก็จะพิจารณาเป็น กลศาสตร์ของวัตถุเสียรูปได้ (mechanics of deformable body) ดังแสดงในรูป 1.1

1.2.1 กลศาสตร์ของวัตถุแข็งเกร็ง

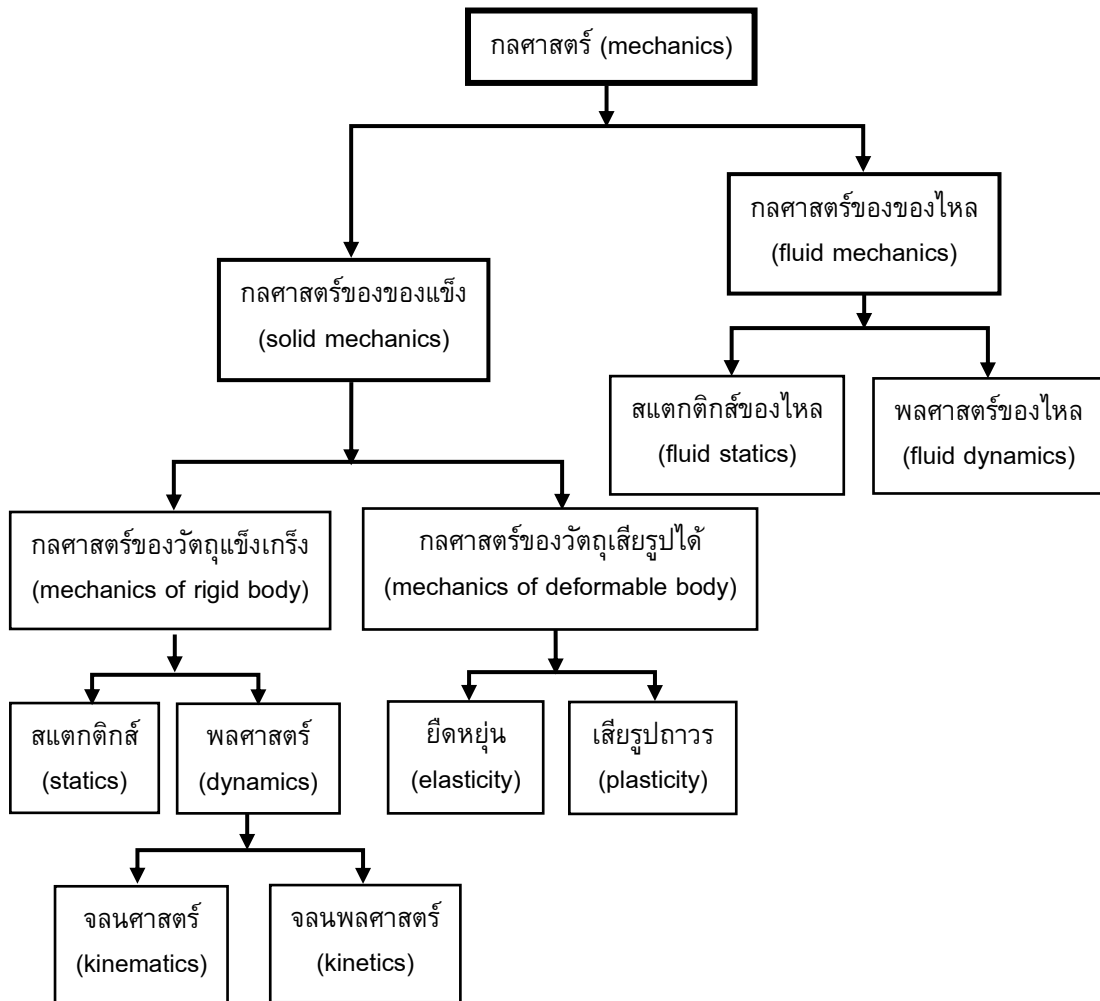
เป็นการศึกษาแรงและผลของแรงที่มีต่อวัตถุแข็งเกร็ง โดยพิจารณาว่าเมื่อวัตถุแข็งเกร็งถูกแรงกระทำแล้วจะไม่เคลื่อนที่ ก็จะเรียกว่า สแตติกส์ (statics) และถ้ามีการเคลื่อนที่ภายหลังจากถูกแรงกระทำ ก็จะเรียกว่า พลศาสตร์ (dynamics) ดังนี้

สแตติกส์ (statics)

เป็นศาสตร์ที่ว่าด้วยแรงที่กระทำต่อวัตถุแข็งเกร็ง โดยวัตถุหยุดนิ่งอยู่กับที่ ผลของแรงกระทำมีผลทำให้เกิดแรงภายใน (internal force) แรงปฏิกิริยา (reaction force) หรือโมเมนต์ (moment) เกิดขึ้น และวัตถุแข็งเกร็งจะอยู่ในสภาวะสมดุลของแรง

พลศาสตร์ (dynamics)

เป็นการศึกษาแรงที่กระทำต่อวัตถุแข็งเกร็ง ทำให้วัตถุมีการเคลื่อนที่ หรือเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ ดังนั้นการศึกษาจะสนใจตัวแปรการเคลื่อนที่ต่าง ๆ เช่น ระยะขจัด (displacement) มุม (angle) ความเร็ว (velocity) และความเร่ง (acceleration) เป็นต้น โดยพลศาสตร์แบ่งย่อยออกเป็น 2 สาขาย่อย คือ จลนศาสตร์ (kinematics) และ จลนพลศาสตร์ (kinetics) โดยจลนศาสตร์เป็นการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยไม่พิจารณาแรงใด ๆ ที่เกี่ยวข้อง ในขณะที่จลนพลศาสตร์เป็นการศึกษาการเคลื่อนที่และแรงต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องด้วย



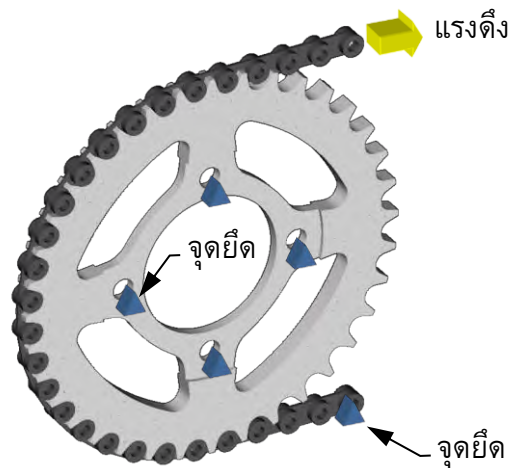
รูปที่ 1.1 แผนผังแสดงแขนงต่าง ๆ ของกลศาสตร์

1.2.2 กลศาสตร์ของวัตถุเสียรูปได้

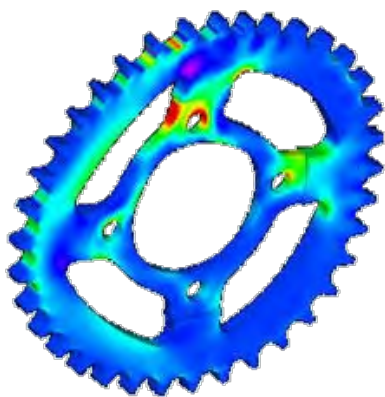
เป็นการศึกษาแรงและผลของแรงที่มีต่อเสียรูปของวัตถุ หรือ เรียกว่า กลศาสตร์ของแข็ง (solid mechanics) ถ้าวัตถุเกิดการยืดออกขณะได้รับแรงดึง เมื่อปลดแรงภายนอกออกหมด หากขนาดของวัตถุหดกลับไปเท่าขนาดเริ่มต้นก่อนรับแรงดึง ก็จะเรียกว่า วัตถุมีความยืดหยุ่น (elasticity) แต่หากขนาดของวัตถุยาวกว่าขนาดเดิม แสดงว่าเกิดการเสียรูปถาวรขึ้น ก็จะเรียกว่า วัตถุเกิดการเสียรูปถาวร (plasticity) ในรูป 1.2 (ก) แสดงเงื่อนไขขอบเขตของเฟืองโซ่รถจักรยานยนต์ ประกอบด้วยตำแหน่งจุดยึดของเฟืองโซ่ 4 จุด และปลายโซ่ 1 จุด มีแรงดึงที่ปลายโซ่อีกด้านหนึ่ง รูป 1.2 (ข) แสดงลักษณะรูปร่างเฟืองโซ่ที่เกิด

4 | บทที่ 1 ก้าวแรกสู่วิธีเชิงคำนวณทางกลศาสตร์ของแข็งและชีวกลศาสตร์ของแข็ง

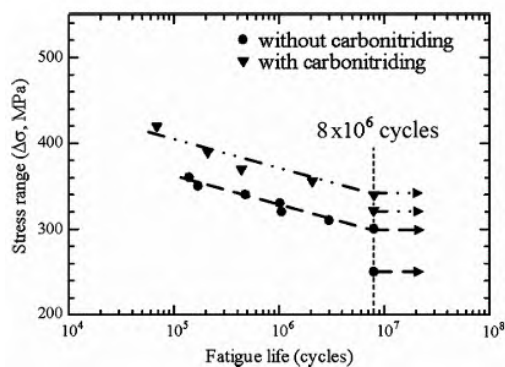
การเสียรูปแบบเสียรูปเกินจริง (over deformation) และการกระจายความเค้นที่เกิดขึ้นบนเฟืองโซ่รถจักรยานยนต์ขณะใช้งาน โดยความเค้นสูงสุดเกิดขึ้นบริเวณสีแดง เป็นบริเวณที่มีโอกาสเกิดการเสียรูปถาวร หรือ รอยร้าวก่อนบริเวณอื่น และรูป 1.2(ข) แสดงความสัมพันธ์ของช่วงความเค้นและจำนวนรอบการใช้งานของเฟืองโซ่ที่ผ่านและไม่ผ่านกระบวนการชุบแข็ง [1]



(ก) การจับยึดและแรงดึงบนเฟืองโซ่และโซ่



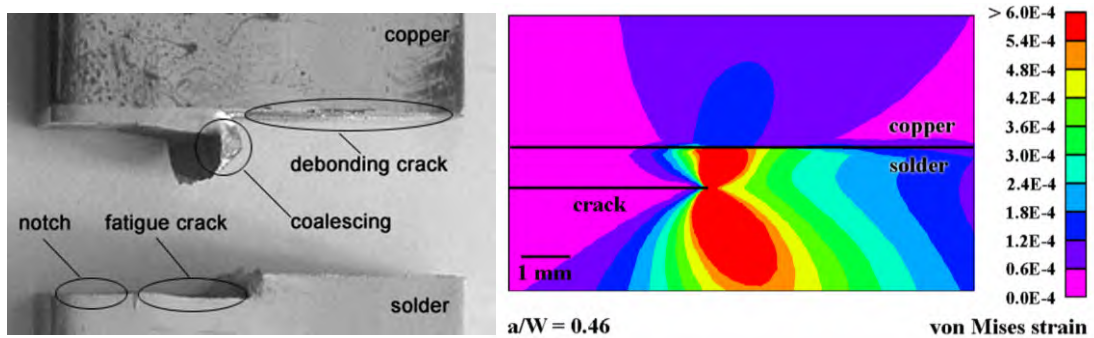
(ข) การกระจายความเค้นบนเฟืองโซ่



(ค) ความสัมพันธ์ของช่วงความเค้นและจำนวนรอบการใช้งานของเฟืองโซ่

รูปที่ 1.2 การกระจายความเค้นและอายุการใช้งานของเฟืองโซ่รถจักรยานยนต์ขณะใช้งาน

รูป 1.3 แสดงการเติบโตของรอยร้าวจากการล้าบริเวณผิวระหว่างตะกั่วและทองแดง [2] โดยรูป 1.3 (ก) แสดงผลการทดลองการล้า ภายใต้ภาระโหลดแบบโหมด I ที่ความถี่ 10 เฮิรตซ์ อัตราส่วนความเค้น 0.1 และรูป 1.3 (ข) แสดงการกระจายความเคียดที่เกิดขึ้น พบว่ามีค่ามากกว่า 0.0006 บริเวณปลายรอยร้าวที่แสดงด้วยแถบสีแดง และเป็นสาเหตุทำให้เกิดการขยายตัวของรอยร้าวจนชิ้นงานแยกจากกัน ผลการประยุกต์วิธีเชิงคำนวณได้ค่ากระจายความเค้นและความเคียด นำมาใช้ในการอธิบายพฤติกรรมของการขยายตัวของรอยร้าวจากการล้าด้วยภาระโหลดแบบ I ได้เป็นอย่างดีและสอดคล้องกับผลการทดลองจริง

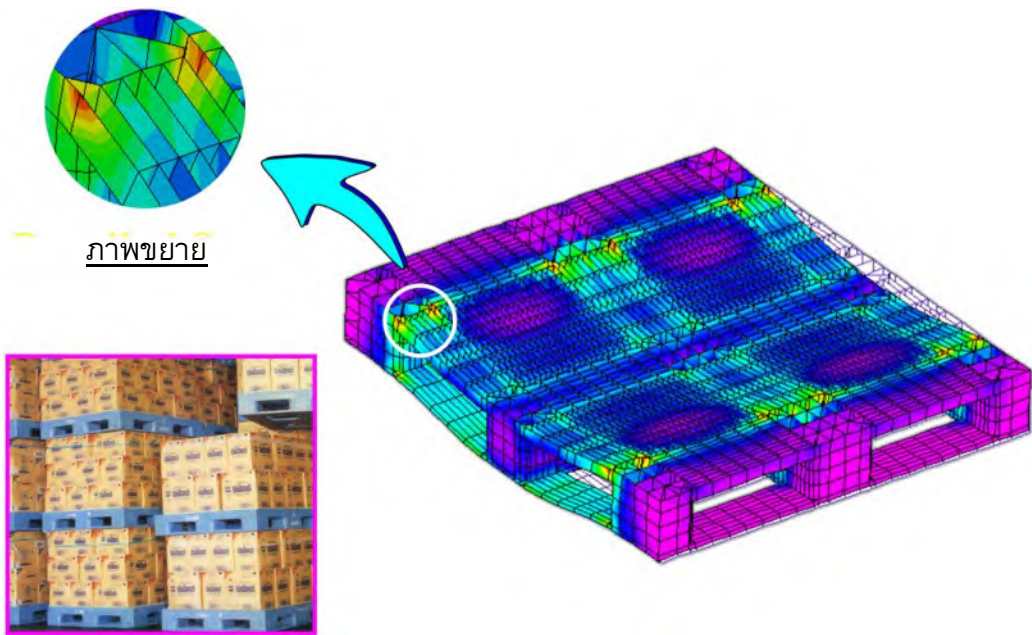


(ก) ผลการทดสอบเกิดรอยร้าว

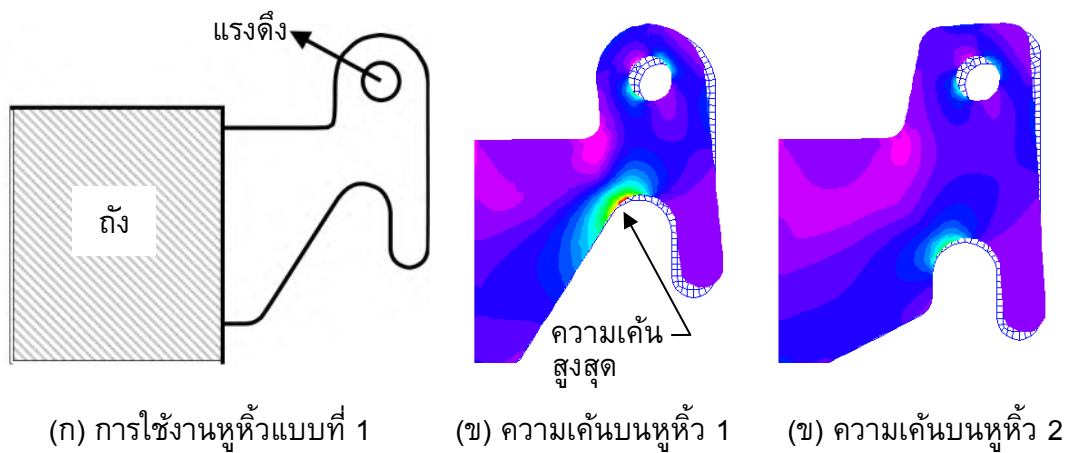
(ข) การกระจายความเค้นแบบวอนมิส

รูปที่ 1.3 ผลการศึกษาการเติบโตของรอยร้าวจากการล้าบริเวณผิวระหว่างตะกั่วและทองแดง

รูปที่ 1.4 การกระจายความเค้นบนพลาเลทพลาสติกภายใต้ภาระแรงจากน้ำหนักสินค้าที่วางอยู่ด้านบน ผลการคำนวณด้วยวิธีเชิงคำนวณพบว่าความเค้นสูงสุด (บริเวณแถบสีแดง) เกิดขึ้นบริเวณตลับแฉกตั้งด้านบน เช่นตำแหน่งในภาพขยาย เป็นบริเวณที่มีโอกาสเกิดความเสียหายเป็นตำแหน่งแรก และพบว่ามีค่าความเค้นต่ำสุด (บริเวณแถบสีชมพู) มากกว่า 30 เปอร์เซ็นต์ ที่ไม่มีโอกาสเกิดความเสียหาย วิธีเชิงการคำนวณสามารถช่วยปรับการออกแบบ (redesign) ผลิตภัณฑ์พลาเลทพลาสติกให้มีความแข็งแรงปลอดภัยต่อความเสียหายได้มากขึ้นด้วยการเพิ่มเนื้อวัสดุพลาสติกบริเวณแถบสีแดงทั้งหมด และลดน้ำหนักเนื้อพลาสติกบริเวณแถบสีชมพูทั้งหมด ทำให้ช่วยลดต้นทุนการผลิตผลิตภัณฑ์และเพิ่มความคงทนต่อการใช้งานมากขึ้นตามที่ต้องการได้เป็นอย่างดี



รูปที่ 1.4 การกระจายความเค้นบนพาเลทพลาสติก ภายใต้การรับน้ำหนักสินค้าที่วางอยู่ด้านบน



รูปที่ 1.5 การประยุกต์วิธีเชิงคำนวณในการออกแบบพู่หัว

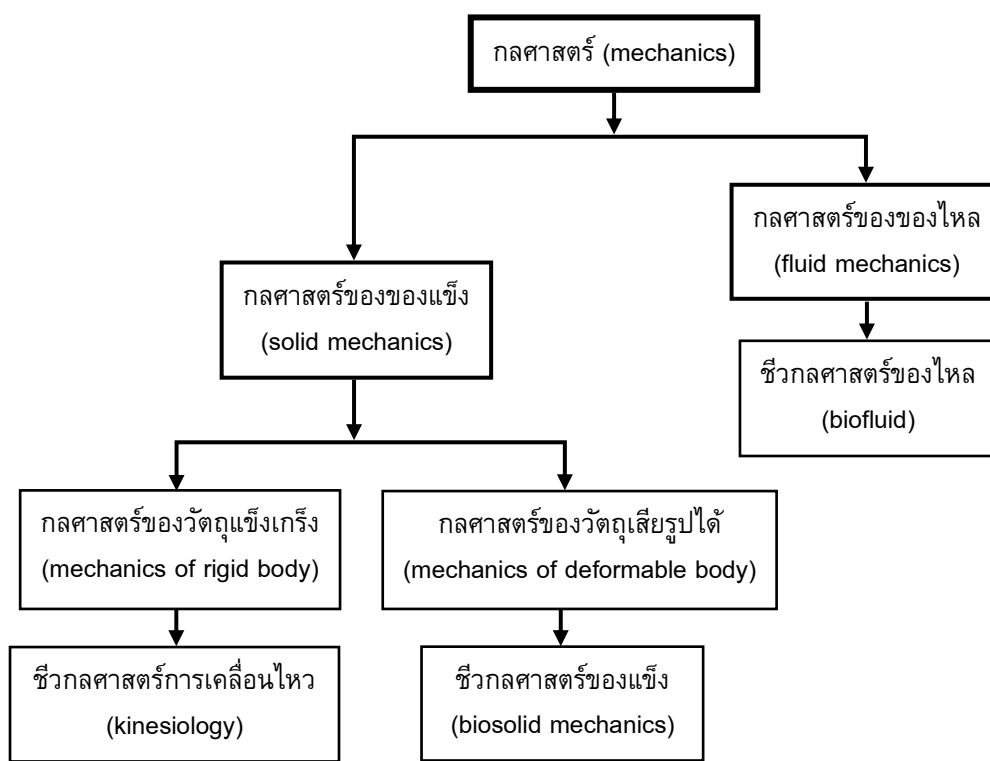
วิธีเชิงคำนวณสามารถนำมาช่วยในการออกแบบผลิตภัณฑ์และชิ้นงานภายใต้ภาระแรงแบบต่าง ๆ ได้อย่างเป็นอย่างดี ตัวอย่างเช่น พู่หัวถัง มีเพื่อช่วยในการเคลื่อนย้ายถังที่มีน้ำหนักมาก ๆ โดยจะมีการคล้องสลิงผ่านรูของพู่หัว ทำให้เกิดมีแรงดึงแนวเอียง

ดังแสดงในรูปที่ 1.5 (ก) หลังจากคำนวณหาค่าความเค้นด้วยวิธีเชิงคำนวณ พบว่าเกิดการกระจายความเค้นดังแสดงในรูปที่ 1.5 (ข) ส่วนบนของชิ้นงานจะเสียรูปและโยกไปทางซ้ายตามทิศทางของแรง ส่วนด้านล่างขวาจะเสียรูปโยกขึ้นไปทางขวา ทำให้เกิดความเค้นดึงสูงสุดบริเวณแถบสีแดง หากความเค้นสูงสุดมีโอกาทำให้วัสดุเสียหาย ก็สามารถปรับแบบให้มีความแข็งแรงเพียงพอต่อการใช้งาน เช่นในรูปที่ 1.5 (ข) แสดงการกระจายความเค้นบนหัวรูแบบที่ 2 ซึ่งค่าความเค้นสูงสุดต่ำกว่า แบบที่ 1 อยู่ 45 เปอร์เซ็นต์ และปลอดภัยต่อการใช้งาน

ส่วนกลศาสตร์ของของไหล (mechanics of fluid) เป็นการศึกษาแรงและผลของแรงที่กระทำต่อของไหล โดยหากของไหลหยุดนิ่ง จะเรียกว่า สแตติกส์ของไหล (fluid statics) ถ้าของไหลมีการเคลื่อนที่ จะเรียกว่าพลศาสตร์ของไหล (fluid dynamics) ถ้าสนใจการเคลื่อนที่ของของไหล แต่ไม่สนใจผลของแรงใด ๆ ที่เกี่ยวข้อง ก็จะใช้คำว่า จลนศาสตร์ของไหล (fluid kinematics)

1.3 ชีวกลศาสตร์ของแข็ง

ชีวกลศาสตร์คือ การศึกษาพฤติกรรมต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในสิ่งมีชีวิตและมนุษย์ในเชิงวิศวกรรม เพื่อให้เข้าใจกลไกและพฤติกรรมที่เกิดขึ้นภายในร่างกาย อันจะนำไปสู่การช่วยให้สิ่งมีชีวิตได้รับการป้องกันและรักษาโรคหรืออันตรายต่าง ๆ ได้ โดยชีวกลศาสตร์มีการแบ่งย่อยออกไปหลายสาขา ในรูป 1.6 แสดงความเชื่อมโยงของกลศาสตร์ และชีวกลศาสตร์ เช่น ชีวกลศาสตร์การเคลื่อนไหว (kinesiology) จะประยุกต์ความรู้กลศาสตร์ของวัตถุเกร็งกับร่างกาย เช่นการเคลื่อนไหวของแขน ขา โดยถือว่ากระดูกแขนขาที่มีความแข็งแรงมากจนไม่ยุบตัวหรือเสียรูป และคงรูปร่างเดิมไปตลอดการเคลื่อนไหว ส่วนชีวกลศาสตร์ของแข็งจะพิจารณาให้แขนขาเสียรูปได้ โดยจะประยุกต์ใช้ความรู้จากกลศาสตร์ของวัตถุเสียรูปได้มาช่วยในการคำนวณหาพฤติกรรมที่เกิดขึ้น และชีวกลศาสตร์ของไหล จะนำทฤษฎีกลศาสตร์ของของไหลมาช่วยในการหาพฤติกรรมของของไหลภายในและรอบร่างกายที่เกิดขึ้น ทั้งของไหลที่อยู่ในสภาวะของเหลว หรือ แก๊ส ได้แก่ การไหลของเลือด น้ำลาย หรือน้ำเหลือง หรือการไหลของอากาศเข้าออกปอด เป็นต้น โดยสิ่งที่เกิดขึ้นในร่างกายบางพฤติกรรมต้องอาศัยความรู้มากกว่า 1 ด้าน เช่น การไหลของเลือด จะเกิดการขยายตัวและหดตัวของหลอดเลือดไปพร้อมกัน ดังนั้นในการวิเคราะห์จะต้องคำนวณพร้อมกันของชีวกลศาสตร์ของไหล และชีวกลศาสตร์ของแข็ง เป็นต้น



รูปที่ 1.6 แผนผังแสดงความเชื่อมโยง ของกลศาสตร์และชีวกลศาสตร์

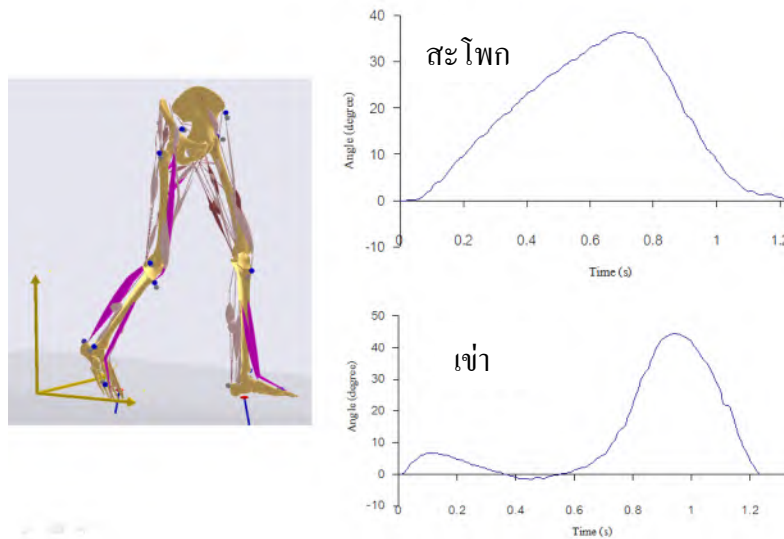
1.3.1 ชีวกลศาสตร์ของการเคลื่อนไหว (kinesiology)

เป็นการศึกษาการเคลื่อนที่ ความเร็ว ความเร่ง โมเมนต์ แรงและผลของแรงที่มีต่อชิ้นส่วนต่าง ๆ ของร่างกาย เมื่อร่างกายมีการเคลื่อนไหวทั้งแบบจลนศาสตร์ (kinematics) หรือจลนพลศาสตร์ (kinetics) เพื่อให้ได้รู้ว่า จะเกิดการเคลื่อนที่ทางตรง หรือ เกิดการหมุน มีเปลี่ยนแปลงความเร็วหรือความเร่ง ขนาดของแรงปฏิกิริยาหรือโมเมนต์ที่เกิดขึ้น เช่น ในรูปที่ 1.7 เป็นการศึกษามุมที่เปลี่ยนแปลงไปของข้อเข่าและสะโพก ขณะเดิน จะเกิดการหมุนของข้อสะโพกและข้อเข่าในแต่ละช่วงเวลาที่แตกต่างกัน รวมถึงแรงปฏิกิริยาของพื้นที่กระทำกับเท้า ก็ไม่คงที่ [3]

1.3.2 ชีวกลศาสตร์ของแข็ง (biosolid mechanics)

เป็นการศึกษาพฤติกรรมของแรงและผลของแรงทางกลที่มีต่อชิ้นส่วนต่าง ๆ ของร่างกาย ทำให้เกิดการยืดหดตัว หรือ ความเค้น เช่น นักกีฬาฟุตบอลวิ่งในสนามบอลขณะแข่ง

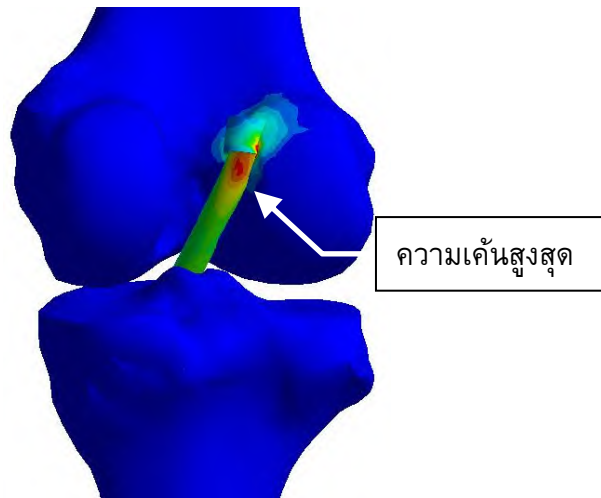
แล้วขยับท่าผิด ทำให้ขาพับ น้ำหนักตัวกดลงบนขาช่วงล่างจนเอ็นไขว้หน้าฉีกขาด ไม่สามารถเดิน หรือเตะบอลได้ ต้องได้รับการผ่าตัดรักษาเพื่อให้สามารถมาใช้ชีวิตนักกีฬา ได้เหมือนเดิม



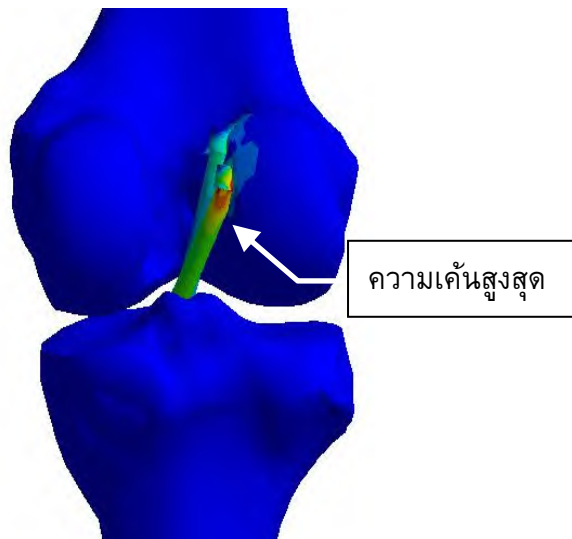
รูปที่ 1.7 มุมที่เปลี่ยนแปลงไปของข้อเข่าและสะโพก ขณะเดิน

ในรูปที่ 1.8 [3] เป็นการศึกษาความเค้นที่เกิดขึ้นหลังจากผ่าตัดเปลี่ยนเอ็นไขว้หน้าที่ฉีกขาดเสียหายออกไปและนำเอ็นส่วนอื่นของร่างกายมาแทน เพื่อให้เกิดการฟื้นฟูความสามารถของการใช้ขาได้เหมือนเดิม โดยถ้าใช้เอ็นอยู่ 2 รูปแบบ คือ เอ็นเส้นเดียว เมื่อเกิดแรงกระทำที่ขา ทำให้เกิดแรงจากกล้ามเนื้อมาดึงขา ทำให้เกิดความเค้นสูงสุดบริเวณสี่แดงตำแหน่งด้านบนของเอ็นใหม่ใกล้กับขาที่อ่อนบน (femur) ดังแสดงในรูปที่ 1.8 (ก) ส่วนรูปที่ 1.8 (ข) ใช้เอ็น 2 เส้น ทำให้ความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นมีขนาดที่ลดลง แต่ตำแหน่งที่เกิดขึ้นยังคงใกล้เคียงกรณีใช้เอ็นเส้นเดียว ซึ่งตำแหน่งที่เอ็นไขว้หน้ามีโอกาสเริ่มฉีกขาดเป็นตำแหน่งแรก ก็คือบริเวณที่เกิดความเค้นสูงสุดนั่นเอง

ผลของการใช้ความรู้ชีวกลศาสตร์ของแข็งร่วมกับการคำนวณขั้นสูงทางวิศวกรรม เพื่อทำนายการเสียรูป แรงหรือความเค้นที่เกิดขึ้น สามารถนำไปสู่วิธีการหรือกระบวนการป้องกัน รักษา และฟื้นฟู ที่ดีขึ้นให้กับผู้ป่วยคนทั่วไป หรือ ผู้ป่วยนักกีฬา ช่วยให้ผู้สามารถกลับมาใช้ชีวิตเหมือนเดิมได้โดยเร็ว



(ก) กรณีใช้เอ็นทดแทน 1 เส้น



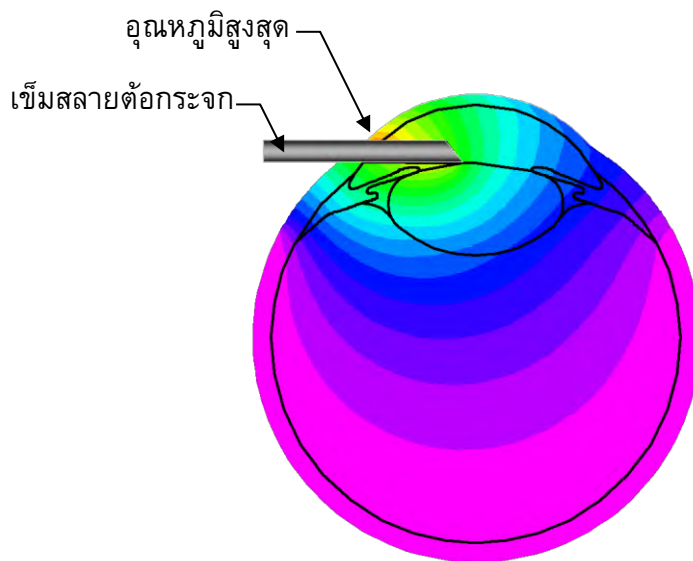
(ข) กรณีใช้เอ็นทดแทน 2 เส้น

รูปที่ 1.8 การกระจายความเค้นบนเอ็นไขว้หน้าทดแทนเอ็นเดิมที่ขาดไป

1.3.3 ชีวกลศาสตร์ความร้อน (bioheat)

เป็นการศึกษาพฤติกรรมการถ่ายเทความร้อนระหว่างภายในและภายนอกของร่างกาย หรือภายในระหว่างส่วนต่าง ๆ ของร่างกายกันเอง เช่นในรูปที่ 1.9 เป็นการศึกษาผลของความร้อนจากเข็มสลายต่อกระดูก ขณะผ่าตัด ทำให้อุณหภูมิในลูกตาสูงขึ้น

โรคต้อกระจก (cataract) เป็นโรคต้อชนิดหนึ่งที่ทำให้เลนส์ตา (lens) ขุ่นและแข็ง มีผลให้ความสามารถในการมองเห็นลดลง หากปล่อยไว้พื้นที่ของต้อจะขยายเพิ่มขึ้นจนตามองไม่เห็น จึงต้องเปลี่ยนเลนส์แก้วตาเทียมที่ใสและนุ่มเข้าไปแทนที่ การรักษาวิธีหนึ่งที่ยอมรับใช้กันคือ การผ่าตัดสลายต้อกระจกบนเลนส์ตาด้วยคลื่นความถี่สูง (phacoemulsification) วิธีนี้จะใช้เข็มสลายต้อกระจก (phaco needle) เข้าไปจนปลายเข็มถึงตำแหน่งเลนส์ตา จากนั้นทำให้เกิดการสั่นไปมาของปลายเข็ม ที่ความถี่ 28 kHz หรือ 40 kHz ทำให้เลนส์ตาแตกเป็นชิ้นเล็ก ๆ แล้วดูดเอาเศษทั้งหมดออกมา จากนั้นสอดเลนส์แก้วตาเทียมแบบพับได้เข้าไป แล้วกางออกให้ไปแทนที่ของเดิม ทำให้การผ่าตัดปัจจุบันมีแผลผ่าตัดที่เล็กลงกว่าอดีตมาก

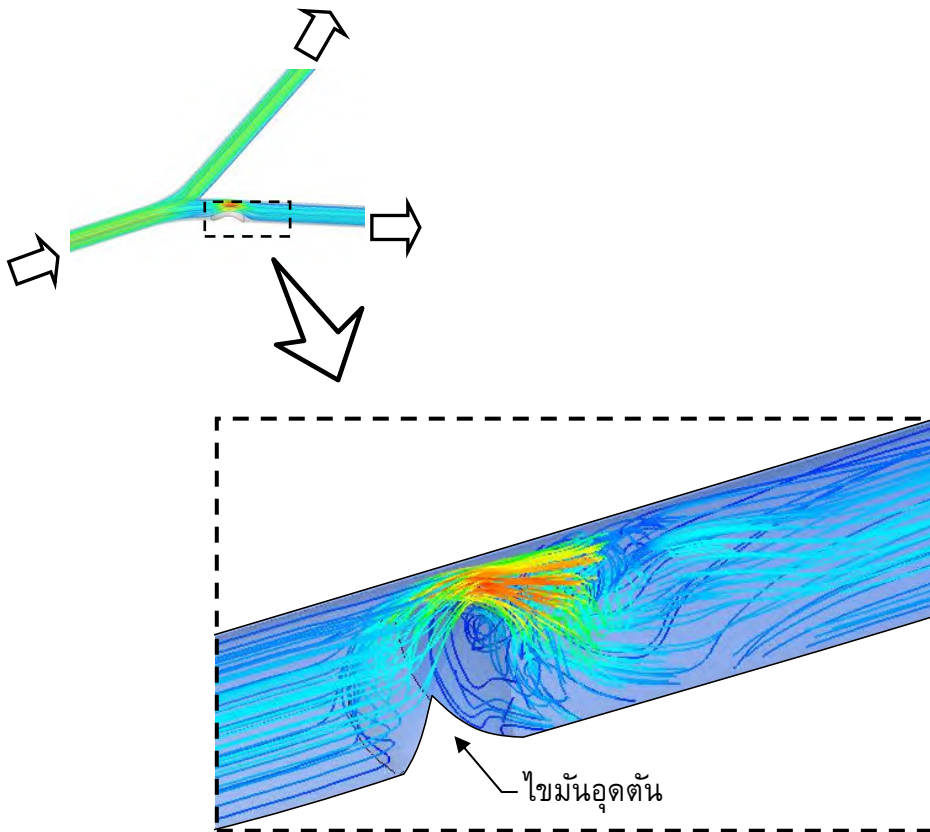


รูปที่ 1.9 การกระจายอุณหภูมิในลูกตา ขณะเกิดความร้อนจากเข็มสลายต้อกระจก

การสั่นของเข็มสลายต้อกระจกด้วยความถี่สูงทำให้เกิดการเสียดสีอย่างต่อเนื่องบนกระจกตา (cornea) และในลูกตา ทำให้อุณหภูมิสูงขึ้น หากควบคุมการทำงานของเข็มได้ไม่ดีพอ จะมีโอกาสที่จะทำให้เกิดความร้อนสะสมและอุณหภูมิสูงจนทำให้เซลล์ที่อยู่ผิวผนังด้านในของกระจกตา (corneal endothelial cells) ผันเสียหาย หรือ ตาย ได้ ดังนั้นจึงต้องระวังอย่าให้เกิดขึ้น ในรูป 1.5 แสดงการกระจายค่าของอุณหภูมิ (temperature distribution) และค่าอุณหภูมิสูงสุดที่เกิดขึ้น (maximum temperature) ในลูกตา ขณะสลายต้อกระจกด้วยคลื่นความถี่สูง [4–5]

1.3.4 ชีวกลศาสตร์ของไหล (biofluid)

จะศึกษาพฤติกรรมการไหลเวียนของของไหลในร่างกาย เช่น ในรูปที่ 1.10 เป็นการศึกษากการไหลของเลือดในหลอดเลือดที่มีไขมันอุดตัน 75% ของพื้นที่หน้าตัดของหลอดเลือด [6]



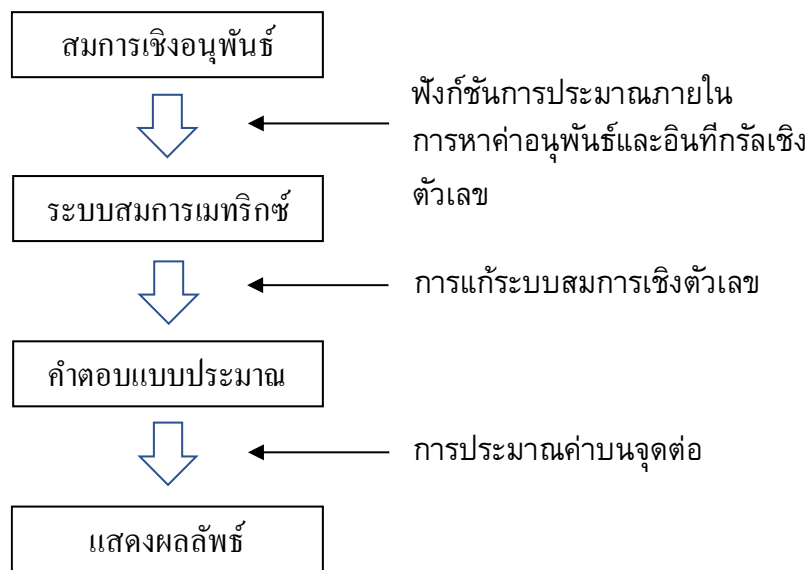
รูปที่ 1.10 พฤติกรรมการไหลของเลือดผ่านเส้นเลือดที่มีไขมันอุดตัน 75%

โรคหลอดเลือดสมอง (stroke) มีสาเหตุหนึ่งมาจากสมองขาดเลือด เนื่องจากผนังหลอดเลือดเสื่อมสภาพไม่ยืดหยุ่น เกิดการแข็งตัวของผนัง มีการอักเสบที่ผนังหลอดเลือดแล้วไขมันเข้าไปสะสมที่ชั้นในของผนังจนโตและหนาขึ้น ที่เรียกว่า พลาัค (plaque) ทำให้หลอดเลือดตีบ หากปล่อยไว้นานจะนำไปสู่การอุดตัน ทำให้ขัดขวางการไหลของเลือดไปยังเซลล์สมอง เมื่อหลอดเลือดอุดตันมาก ความเร็วของเลือดจะสูงขึ้น ทำให้เกิดความเค้นเฉือนมากขึ้น ถ้าผนังหลอดเลือดแข็งตัวด้วย ก็มีโอกาที่จะทำให้พลาัคแตกได้ เป็นอีกสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดโรคหลอดเลือดสมองเช่นกัน

รูป 1.10 แสดงพฤติกรรมการไหลของเลือดที่ไหลในหลอดเลือดแดงบริเวณทางแยกชั้นสู่สมอง (carotid bifurcation) จะเห็นได้ว่าหลอดเลือดแดงเส้นที่เกิดพลัค เลือดจะไหลผ่านพลัคด้วยความเร็วสูง และเกิดการไหลวน (flow circulation) ด้านหลังพลัคผนังพลัคจะเกิดความเค้นเฉือนที่สูงกว่าบริเวณอื่น ถ้าหลอดเลือดแข็งตัว ไม่ยืดหยุ่น และเมื่อพลัคมีขนาดใหญ่โตมากขึ้น จะทำให้ผนังหลอดเลือดบริเวณพลัคก็จะบางลง จากปัจจัยดังกล่าวก็อาจจะทำให้เกิดการแตกของพลัคได้

1.4 วิธีเชิงคำนวณ

วิธีเชิงคำนวณ เป็นวิธีที่ประยุกต์ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข [7] มาแก้สมการเชิงอนุพันธ์ให้อยู่ในรูปแบบระบบสมการเมทริกซ์ ดังแสดงในรูป 1.11 โดยสามารถกำหนดขนาดของระบบสมการให้มีขนาดเล็กหรือใหญ่ได้ด้วยการกำหนดขนาดของเอลิเมนต์หรือเมชที่สร้างขึ้น ในแต่ละเอลิเมนต์จะมีการกำหนดฟังก์ชันการประมาณค่าคำตอบของแต่ละเอลิเมนต์ มีทั้งที่กำหนดเป็นฟังก์ชันคงที่ ฟังก์ชันเชิงเส้น หรือฟังก์ชันไม่เชิงเส้น จากนั้นใช้วิธีแก้ระบบสมการเมทริกซ์ที่เหมาะสมมาคำนวณหาคำตอบบนคอมพิวเตอร์ ถ้ากำหนดขนาดเอลิเมนต์เล็กเกินไป เวลาในคำนวณหาคำตอบบนคอมพิวเตอร์จะใช้เวลาอันยาวนานเกินความจำเป็น จึงมีการต้องกำหนดให้เหมาะสม การกำหนดขนาดเอลิเมนต์จะกำหนดขนาดให้เล็กจนขนาดเอลิเมนต์ไม่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงหรือความแม่นยำของคำตอบในบริเวณที่สนใจ (mesh independence) เมื่อได้คำตอบที่เป็นตัวเลขจำนวนมากออกมาแล้วก็นำตัวเลขคำตอบมาแสดงผลบนคอมพิวเตอร์ในหลายรูปแบบ เช่น แสดงเป็นกราฟ แสดงเป็นแถบสี หรือ เส้นค่าคงที่ บนเมช หรือแสดงขนาดและทิศทางของคำตอบในรูปแบบเวกเตอร์ลูกศร หรือแสดงรูปร่างของเมชที่เปลี่ยนแปลงไปตามค่าการเสียรูปที่คำนวณได้ เป็นต้น ซึ่งในขั้นตอนแสดงผลบางรูปแบบสามารถนำคำตอบที่ได้มาแสดงผลได้เลย แต่บางรูปแบบจะต้องมีการคำนวณเฉลี่ยค่าก่อนที่จะแสดงผล วิธีเชิงคำนวณมีอยู่ด้วยกันหลายวิธี เช่น วิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference method) วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method) และวิธีไฟไนต์โวลุ่ม (finite volume method) สำหรับกลศาสตร์ของแข็ง และชีวกลศาสตร์ของแข็ง จะนำวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาช่วยในการคำนวณหาคำตอบ



รูปที่ 1.11 ขั้นตอนของวิธีเชิงตัวเลข

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ

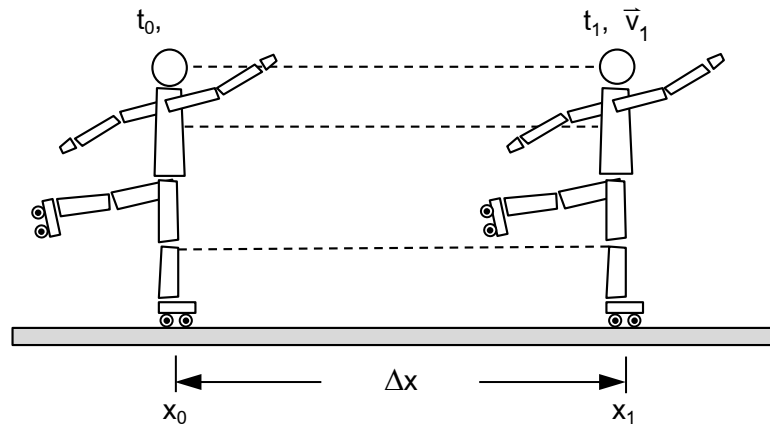
ความเข้าใจที่เกิดขึ้นจากการศึกษาวิธีเชิงคำนวณทางกลศาสตร์ของแข็งและชีวกลศาสตร์ของแข็งทำให้ผู้ศึกษารู้ถึงการทำงานและพฤติกรรมต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในวัตถุและส่วนต่าง ๆ ของร่างกายที่ได้รับแรงในเชิงวิศวกรรม เมื่อนำความรู้ที่ได้มาประยุกต์ใช้ก็จะก่อให้เกิดประโยชน์ต่อสิ่งมีชีวิตและมนุษย์ในหลายด้าน เริ่มตั้งแต่การออกแบบผลิตภัณฑ์ การป้องกันและรักษาโรคหรืออาการเจ็บป่วยที่เกิดขึ้นกับมนุษย์และสิ่งมีชีวิต การฟื้นฟูสภาพร่างกายหลังการรักษา รวมไปถึงด้านการกีฬา การออกแบบและพัฒนาอุปกรณ์และเครื่องมือวัด และอื่น ๆ อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาคุณภาพชีวิตและสุขภาพที่ดีขึ้น

1.6 การเคลื่อนที่ของวัตถุแข็งเกร็ง

การเคลื่อนที่ของวัตถุแข็งเกร็ง (rigid body motion) มีด้วยกัน 4 แบบ คือ การเคลื่อนที่เชิงเส้นตรง (rectilinear motion) การเคลื่อนที่เชิงเส้นโค้ง (curvilinear motion) การเคลื่อนที่เชิงมุม (angular motion) และการเคลื่อนที่ทั่วไป (general motion) โดยมีรายละเอียดดังนี้

1.6.1 การเคลื่อนที่เชิงเส้นตรง (rectilinear motion)

การเคลื่อนที่เชิงเส้นตรงคือทุกตำแหน่งบนวัตถุมีการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงและมีระยะการเคลื่อนที่เท่ากันทุกจุด ดังนั้นทิศทางการเคลื่อนที่จะไม่เปลี่ยนแปลงและไม่เกิดการหมุนของวัตถุ ดังแสดงในรูปที่ 1.12



รูปที่ 1.12 การเคลื่อนที่เชิงเส้นตรงของวัตถุ

ตัวแปรที่เกี่ยวข้องได้แก่ ตำแหน่ง x (position) ระยะทางการเคลื่อนที่ Δx (distance) ระยะขจัด \bar{d} (displacement) ความเร็ว \bar{v} (velocity) และความเร่ง \bar{a} (acceleration)

ในรูปที่ 1.12 นักกีฬาสเก็ต เมื่อเคลื่อนที่มาถึงตำแหน่ง x_0 ที่เวลา t_0 จะมีความเร็ว v_0 และเคลื่อนที่ต่อไปโดยใช้เท้าข้างเดียว และเพิ่มความเร็วมากขึ้น ไปจนถึงตำแหน่ง x_1 ที่เวลา t_1 มีความเร็ว v_1 ถ้ากำหนดให้ $x_0 = 12.4$ cm, $t_0 = 1$ sec, $v_0 = 0.6$ cm/sec และ $x_1 = 30$ cm, $t_1 = 9$ sec, $v_1 = 3.8$ cm/sec จะได้กราฟความสัมพันธ์ของระยะทางและเวลา ดังแสดงในรูปที่ 1.13

สมการความสัมพันธ์ของระยะทางและเวลา อยู่ในรูปแบบ

$$x(t) = 0.2 t^2 + 0.2 t + 12 \quad (1.1)$$

สมการความเร็วหาได้จากการดิฟเฟอเรนเชียลสมการ (1.1) เทียบกับเวลา ดังนี้

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad (1.2)$$

จะได้