กลศาสตร์ของไหล สำหรับนักฟิสิกส์

FLUID MECHANICS FOR PHYSICISTS

ดร.ปนัดดา เดชาดิลก

ชื่อหนังสือ : กลศาสตร์ของไหลสำหรับนักฟิสิกส์

(Fluid Mechanics for Physicists)

ผู้แต่ง : ปนัดดา เดชาดิลก

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

ปนัดดา เดชาดิลก.

กลศาสตร์ของไหลสำหรับนักฟิสิกส์ = Fluid Mechanics for Physicists. – กรุงเทพฯ : [ม.ป.พ.], 2569.

82 หน้า.

1. กลศาสตร์ของไหล. I. ชื่อเรื่อง.

620.106

ISBN (e-book) : 978-616-631-574-5

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ 2537

ห้ามคัดลอก จัดพิมพ์ หรือทำซ้ำรวมทั้งดัดแปลงเป็นสื่ออื่น ๆ ก่อนได้รับอนุญาต

พิมพ์ครั้งที่ 1: เดือนเมษายน 2569 E-Book ขนาด A4

ราคา : 150

พิมพ์ที่ : PROTEXTS.COM

บริษัท แดเน็กซ์ อินเตอร์คอร์ปอเรชั่น จำกัด

103/11 ซอยกำแพงเพชร 6 ซ.5 แขวงตลาดบางเขน

เขตหลักสี่ กรุงเทพมหานคร 10210 โทรศัพท์ 02-575-1791

Website: www.Protexts.com **E-mail:** Protexts@hotmail.com

คำนำ (Preface)

หนังสือเล่มนี้จัดพิมพ์เพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนรายวิชากลศาสตร์ของไหลสำหรับนักฟิสิกส์ (2304520) ซึ่งเป็นวิชาเลือกในหลักสูตรบัณฑิตศึกษา สาขาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โดยเป็นเนื้อหาของครึ่งแรกของภาคการศึกษา ลำดับหัวข้อเป็นไปตามประมวลรายวิชาคือเริ่มจากการกล่าวถึงขอบเขตของหนังสือและรายวิชาคือนิยามของของไหลและกลศาสตร์ต่อเนื่องและกล่าวถึงเรื่องที่นิสิตคุ้นเคยจากระดับปริญญาตรีคือของไหลสถิตย์ในบทที่ 1 หลังจากนั้นจึงอภิปรายเกี่ยวกับจลนศาสต์ของไหล การอนุรักษ์มวลและโมเมนตัมซึ่งนำไปสู่สมการการเคลื่อนที่ซึ่งใช้อธิบายการไหลแบบต่าง ๆ ตั้งแต่การไหลแบบคืบคลานไปจนถึงการไหลแบบปั่นป่วนและปรากฏการณ์จลนศาสตร์ไฟฟ้า คณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในรายวิชานี้นั้นอยู่ในภาคผนวกเพื่อให้นิสิตจากภาควิชาอื่น ๆ ของคณะวิทยาศาสตร์ที่สนใจสามารถลงทะเบียนเรียนได้ ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์แก่ผู้อ่านไม่มากก็น้อย

ปนัดดา เดชาดิลก

3 มีนาคม 2569

สารบัญ (Table of content)

คำนำ (Preface)

บทที่ 1 บทนำ (Introduction) 1

บทที่ 2 จลนศาสตร์ของไหล (Fluid Kinematics) 4

บทที่ 3 การอนุรักษ์มวลและโมเมนตัม (Conservation of Mass and Momentum) 9

บทที่ 4 การไหลแบบ 1 มิติ และทฤษฎีหล่อลื่น (Unidirectonal Flow and Lubrication Theory) 16

บทที่ 5 การวิเคราะห์เชิงสเกลลิงในกลศาสตร์ของไหล (Scaling Analysis in Fluid Mechanics) 24

บทที่ 6 การไหลแบบสโตกส์ (Stokes Flows) 29

บทที่ 7 การไหลที่ตัวเลขเรย์โนลด์สูง (High Reynolds Number Flow) 38

บทที่ 8 ความตึงผิว (Surface Tension) 48

บทที่ 9 ปรากฏการณ์จลนศาสตร์ไฟฟ้า (Electrokinetic Phenomena) 52

บรรณานุกรม (References) 59

ภาคผนวก (Appendix) 60

ดัชนี (Indices) 81

บทที่ 1: บทนำ (Introduction)

1.1) นิยามทางกลศาสตร์ของของไหล

กล่าวอย่างง่ายที่สุด "ของไหล"คือของที่ "ไหลได้" หมายถึงสสารที่"บิดเบี้ยว"อย่างต่อเนื่องเมื่ออยู่ภายใต้ความเค้นเฉือน ของแข็งเมื่ออยู่ภายใต้ความเค้นหาก "บิดเบี้ยว" จะเปลี่ยนรูปร่างและได้รูปร่างใหม่ที่คงที่ในที่สุด ขณะที่ของไหลนั้นเปลี่ยนแปลงรูปร่างไปเรื่อย ๆ ไม่สามารถวัดค่าความบิดเบี้ยวเทียบกับความยาวเดิมหรือความเครียด (strain) ได้ วัดได้เพียงอัตราการบิดเบี้ยว (rate of deformation) หรืออัตราความเครียด (rate of strain)

ในทางริโอโลยี (rheology) การจัดสถานะของสสารว่าเป็นของแข็งหรือของไหลขึ้นอยู่กับปริมาณไร้หน่วยเรียกกันว่าตัวเลขเดโบราห์ (Deborah Number)[1] คืออัตราส่วนระหว่างสเกลเวลาดังนี้

$$De = \frac{\tau_{relaxation}}{\tau_{observation}} \qquad (1.1)$$

$\tau_{observation}$ คือเวลาที่ใช้ในการสังเกต แล้วแต่ผู้สังเกตกำหนด $\tau_{relaxation}$ คือเวลาที่โมเลกุลของสสารใช้ในการจัดเรียงตัวใหม่เมื่อถูกความเค้นกระทำซึ่งขึ้นอยู่กับพันธะระหว่างโมเลกุลของสสารชนิดนั้น $\tau_{relaxation}$ ของก๊าซซึ่งมีพันธะระหว่างโมเลกุลคือพันธะแวนเดอวาลล์ย่อมมีค่าน้อยกว่า $\tau_{relaxation}$ ของโลหะซึ่งจับกันด้วยพันธะโลหะ

หาก $\tau_{relaxation}$ ของสสารน้อยกว่า $\tau_{observation}$ มาก ๆ ตัวเลขเดโบราห์หรือ De จะน้อยกว่า 1 มาก ๆ สสารดังกล่าวจะถูกจัดว่าเป็นของไหล ตัวอย่างคือน้ำซึ่งมี $\tau_{relaxation}$ อยู่ในระดับ 10^{-12} วินาที หากมองด้วยตาเปล่า (สำหรับคนตาไว $\tau_{observation}$ อยู่ในระดับไม่กี่วินาที) $De << 1$ น้ำจึงถูกจัดว่าเป็นของไหล

ในทางกลับกัน หาก $\tau_{relaxation}$ ของสสารมากกว่า $\tau_{observation}$ มาก ๆ เช่นหินซึ่งมี $\tau_{relaxation}$ อยู่ในระดับแสนปี $De >> 1$ จากมุมมองของมนุษย์ ก้อนหินจึงเป็นของแข็ง

สสารที่ De มีค่าราว ๆ 1 ถูกเรียกว่าวัสดุหยุ่นหนืด (viscoelastic material) เช่นโพลีเมอร์บางชนิด ตัวอย่างหนึ่งของวัสดุหยุ่นหนืดคือของเล่นชื่อว่า silly putty ลักษณะคล้ายดินน้ำมัน(แต่ความจริงคือซิลิโคนโพลีเมอร์) $\tau_{relaxation}$ ของ silly putty มีค่าประมาณ 15-20 นาที หากปั้น silly putty เป็นก้อนลูกบาศก์

---

[1] เหตุที่อัตราส่วนระหว่าง $\tau_{relaxation}$ และ $\tau_{observation}$ ถูกเรียกว่าตัวเลขเดโบราห์เนื่องมาจากประโยคในพระคัมภีร์ไบเบิ้ล "*ภูเขาไหลในสายตาของพระเจ้า*" แม้ว่า $\tau_{relaxation}$ ของหิน (องค์ประกอบหลักและ"กระดูกสันหลัง"ของภูเขา) ยาวนานราวแสนปี แต่เนื่องจาก $\tau_{observation}$ ของพระเจ้าเป็นอนันต์ $De << 1$ ภูเขาจึงจัดว่าเป็นของไหล(ในสายตาของพระเจ้า) อัตราส่วนระหว่างสเกลเวลาทั้งสองจึงถูกตั้งชื่อตามผู้พูดประโยคดังกล่าวคือราชินีเดโบราห์ [1]

วางไว้บนโต๊ะ ช่วงสิบนาทีแรกของการสังเกต silly putty มีลักษณะเป็นของแข็ง แต่เมื่อผ่านไปราว ๆ 15-20 นาที silly putty ซึ่งถูกกระทำโดยแรงโน้มถ่วงจะเริ่ม"ไหล" เรียกได้ว่า "*ภูเขาไหลในสายตาของพระเจ้า*" และ"*silly putty ไหลในสายตาของผู้สังเกต(ที่อดทนรอนานพอคือรอนานกว่า* $\tau_{relaxation}$ *ของมัน)*"

1.2) <u>กลศาสตร์ต่อเนื่อง (Continuum Mechanics)</u>

กลศาสตร์ต่อเนื่องคือสาขาของกลศาสตร์ซึ่งคิดค้นขึ้นโดยโอกุสแตง ลุยส์ โคชี (Augustin Louis Cauchy)ในศตวรรษที่ 19 เพื่อใช้อธิบายพฤติกรรมทางกลศาสตร์ของวัสดุโดยถือว่าวัสดุนั้นมีมวลต่อเนื่อง (continous mass) เป็นการ "ประมาณค่า" ที่เหมาะสมสำหรับการพิจารณาพฤติกรรมทางกลศาสตร์ที่เกิดขึ้นในสเกลความยาวที่มากกว่าระยะห่างระหว่างอะตอมของวัสดุมาก ๆ โดยมองว่าสสารนั้นกระจายตัวทั่วทั้งปริมาตรที่ถือครอง ไม่คำนึงถึงช่องว่างระหว่างอะตอม

ตัวอย่างซึ่งบ่งบอกขีดจำกัดของกลศาสตร์ต่อเนื่องคือจลศาสตร์ของน้ำซึ่งมีขนาดโมเลกุลอยู่ในหลัก Angstrom ในอุดมคติ กลศาสตร์ของไหลซึ่งใช้หลักการกลศาสตร์ต่อเนื่องเป็นการประมาณค่าที่ดีสำหรับอธิบายพฤติกรรมทางกลศาสตร์ของน้ำในสเกลความยาวที่สูงกว่า Angstrom มาก ๆ ทว่าการคำนวณสัมประสิทธิ์การแพร่โดยใช้สมการสโตกส์-ไอน์สไตน์ซึ่งใช้แรงต้านการเคลื่อนที่เนื่องจากความหนืดที่ถูกคำนวณโดยใช้หลักการกลศาสตร์ต่อเนื่องให้คำตอบที่ถูกต้องสำหรับอนุภาคที่มีขนาดใหญ่กว่าโมเลกุลของน้ำเพียง 2-3 เท่า[3-5] เห็นได้ว่ากลศาสตร์ต่อเนื่องเป็นการประมาณค่าที่ให้คำตอบที่ถูกต้องแม้ว่าสเกลความยาวของระบบจะมีขนาดมากกว่าขนาดโมเลกุลของไหลไม่กี่เท่า การศึกษาพฤติกรรมของของไหลในวิชา 2304520จะกระทำโดยใช้หลักการของกลศาสตร์ต่อเนื่อง

1.3) <u>ของไหลสถิตย์ (Fluid Statics)</u>

ตัวแปรแรกที่สำคัญสำหรับการศึกษากลศาสตร์ของไหลคือความดัน (Pressure) ความดันคือความเค้นในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวกระทำโดยของไหล เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจ เราจะเริ่มจากการพิจารณาระบบซึ่งประกอบด้วยภาชนะบรรจุโมเลกุลของก๊าซความหนาแน่นต่ำ ความดันที่ก๊าซกระทำต่อผนังภาชนะคือแรงดลเฉลี่ยต่อพื้นที่ซึ่งเกิดจากโมเลกุลของก๊าซเคลื่อนที่ชนผนังภาชนะ ความดันถูกนิยามว่าคือความเค้นหรือแรงต่อพื้นที่ เป็นปริมาณสเกลาร์เนื่องจากไม่ว่าเวคเตอร์แนวฉากของ "ผนัง" จะอยู่ในทิศทางใด ความดันหรือแรงดลเฉลี่ยต่อพื้นที่ซึ่งเกิดจากการเคลื่อนที่ชนผนังของโมเลกุลของก๊าซมีค่าคงเดิม

แรงเนื่องจากความดันของของไหลหรือ $\vec{F}_p$ สามารถคำนวณได้จากสมการด้านล่าง

$$\vec{F}_P = -\int_A P \cdot \vec{n} dS \qquad (1.2)$$

โดยที่ $\vec{n}$ คือเวคเตอร์แนวฉากในขณะที่ A คือพื้นผิวทั้งหมดของปริมาตรนั้น P คือความดันที่ของไหลกระทำต่อพื้นผิวปริมาตร หากของไหลไม่มีการเคลื่อนที่ $\vec{F}_P$ จะมีค่าเท่ากับแรงโน้มถ่วงกระทำกับของไหลปริมาตรนั้น

$$-\int_A P \cdot \vec{n} dS = \int_V \rho \vec{g} dV \qquad (1.3)$$

ρ คือความหนาแน่นของของไหล $\vec{g}$ คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง V คือปริมาตรทั้งหมดของของไหล หากใช้ทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์และให้ V เข้าสู่ศูนย์ สมการ (1.3) สามารถเขียนใหม่ดังนี้

$$\vec{\nabla} P = -\rho \vec{g} \qquad (1.4)$$

นิสิตสามารถเขียนสมการ (1.4) ใหม่ในรูปแบบที่ใช้ในวิชาฟิสิกส์ปี 1 ดังนี้

$$P = P(y = 0) - \rho g y \qquad (1.5)$$

โดยที่ $y = 0$ คือตำแหน่งอ้างอิง และ y คือการกระจัดในแนวดิ่งจากตำแหน่งอ้างอิงนั้น ($y > 0$ ถ้าอยู่สูงกว่าจากตำแหน่งอ้างอิง และ $y < 0$ ถ้าอยู่ต่ำกว่า) สมการ (1.4) และ (1.5) เป็นจริงก็ต่อเมื่อ $\vec{\nabla} \vec{v} = \mathbf{0}$ โดยที่ $\vec{v}$ คือความเร็วของของไหล

1.4) <u>แบบฝึกหัด</u>

(1.4a) แรงลอยตัว

จงพิสูจน์ว่าแรงที่ความดันของของไหลสถิตย์กระทำต่อวัตถุซึ่งเป็นของแข็งซึ่งอยู่ในของไหลมีขนาดเท่ากับน้ำหนักของของไหลซึ่งปริมาตรของของไหลนั้นถูกแทนที่ด้วยปริมาตรของของแข็งโดยที่ขนาดและทิศทางของแรงนั้นไม่ขึ้นกับรูปร่างของวัตถุซึ่งเป็นของแข็ง