



ดร.สิงห์ทอง บิาม  
DPA, ป.ด. พ.ด. ป.ม.อ.บ.บ.บ.



สถาบัน **THE BEST CENTER**

2145/7 ซ.รามคำแหง 43/1 ถ.รามคำแหง แขวงหัวหมาก เขตบางกะปิ กรุงเทพฯ 10240

โทร.0-2318-6868, 0-2314-1492 โทรสาร 0-2718-6274

www.thebestcenter.com facebook.com/bestcentergroup

คุณภาพทางวิชาการต่อมามี 1

**คู่มือเตรียมสอบ**

# นายทหารสัญญาบัตร

(สายงานนิติการ รหัส 107)

## สำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหม

แนวข้อสอบมากกว่า 600 ข้อ

**ปี 69**

ความรู้ความสามารถทั่วไปและความสามารถที่ใช้เฉพาะตำแหน่ง

ขอบเขตวิชาสอบ

1. ความรู้คณิตศาสตร์ ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ และสังคม (ระดับปริญญาตรี)
2. ระเบียบ กท. ว่าด้วยประมวลจริยธรรมและการรักษายจริยธรรม พ.ศ.2564
3. พระราชบัญญัติวิธีปฏิบัติราชการทางปกครอง พ.ศ.2539
4. กฎหมายอาญา, กฎหมายแพ่งและพาณิชย์, กฎหมายวิธีพิจารณาความอาญา, กฎหมายวิธีพิจารณาความแพ่ง

สนใจสั่งซื้อ หรือสอบถามเพิ่มเติม โทร.081-496-9907



LINE: @thebestcenter

**290.-**

คู่มือสอบนายทหารสัญญาบัตร (สายงานนิติการ รหัส 107)  
สำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหม

รวบรวมและเรียบเรียงโดย.....

ฝ่ายวิชาการ สถาบัน THE BEST CENTER

ห้ามตัดต่อหรือคัดลอกส่วนใดส่วนหนึ่งของเนื้อหา

สงวนลิขสิทธิ์ตาม พ.ร.บ.ลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537

ราคา 290 บาท

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย



**The Best Center InterGroup Co., Ltd.**

บริษัท เดอะเบสท์ เซ็นเตอร์ อินเตอร์กรุป จำกัด

บริหารงานโดย ดร.สิงห์ทอง บัวชุมและอาจารย์จันทน์ บัวชุม (ติวเตอร์กึ่ง ย่าน ม. ราม)

เลขที่ 2145/7 ซอยรามคำแหง 43/1 ถนนรามคำแหง แขวงหัวหมาก เขตบางกะปิ กรุงเทพฯ 10240

โทรศัพท์.081-496-9907,0-2314-1492, 0-2318-6868 โทรสาร. 0-2718-6274 line id: @thebestcenter

[www.thebestcenter.com](http://www.thebestcenter.com) หรือ [www.facebook.com/bestcentergroup](https://www.facebook.com/bestcentergroup)

**คู่มือสอบ**

**นายทหารสัญญาบัตร**

**(สายงานนิติการ รหัส 107)**

**สำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหม**

ราคา 290.-

# คำนำ

สำหรับชุดคู่มือสอบสำหรับตำแหน่งนายทหารสัญญาบัตร (สายงานนิติการ รหัส 107) สำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหม เล่มนี้ ทางสถาบัน THE BEST CENTER และฝ่ายวิชาการของสถาบันได้เรียบเรียงขึ้น เพื่อให้ผู้สมัครสอบใช้สำหรับเตรียมสอบในการสอบแข่งขันฯ ในครั้งนี้

ทางสถาบัน THE BEST CENTER ได้เล็งเห็นความสำคัญจึงได้จัดทำหนังสือ เล่มนี้ขึ้นมาภายในเล่มประกอบด้วยทุกส่วนที่กำหนดในการสอบ เจาะข้อสอบทุกส่วน พร้อมคำเฉลยอธิบาย มาจัดทำเป็นหนังสือชุดนี้ขึ้น เพื่อให้ผู้สอบได้เตรียมตัวอ่านล่วงหน้า มีความพร้อมในการทำข้อสอบ

ท้ายนี้ คณะผู้จัดทำขอขอบคุณทางสถาบัน THE BEST CENTER ที่ได้ให้การสนับสนุนและมีส่วนร่วมในการจัดทำต้นฉบับ ทำให้หนังสือเล่มนี้สามารถสำเร็จขึ้นมาเป็นเล่มได้ พร้อมกันนี้คณะผู้จัดทำขอน้อมรับข้อบกพร่องใดๆ อันเกิดขึ้นและยินดีรับฟังความคิดเห็นจากทุกๆ ท่าน เพื่อที่จะนำมาปรับปรุงแก้ไขให้ดียิ่งขึ้น

ขอให้โชคดีในการสอบทุกท่าน  
ฝ่ายวิชาการ  
สถาบัน The Best Center  
[www.thebestcenter.com](http://www.thebestcenter.com)

## สารบัญ

☞ วิชาคณิตศาสตร์	
✦ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1	1
✦ แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2.	26
☞ วิชาภาษาไทย	
✦ แนวข้อสอบภาษาไทย ชุดที่ 1.	50
✦ แนวข้อสอบภาษาไทย ชุดที่ 2.	60
✦ แนวข้อสอบภาษาไทย ชุดที่ 3.	73
☞ วิชาภาษาอังกฤษ	
✦ แนวข้อสอบการอ่านเพื่อจับใจความ (Reading Comprehension)	79
✦ แนวข้อสอบคำศัพท์ (Vocabulary)	86
✦ แนวข้อสอบโครงสร้าง (Structure) ไวยากรณ์ (Grammar)	92
✦ แนวข้อสอบการสนทนา (Conversation )	114
☞ วิชาสังคม	
✦ แนวข้อสอบสังคมศึกษา ชุดที่ 1.	126
✦ แนวข้อสอบสังคมศึกษา ชุดที่ 2.	129
✦ แนวข้อสอบสังคมศึกษา ชุดที่ 3.	133
➤ ระเบียบกระทรวงกลาโหมว่าด้วยประมวลจริยธรรมและการรักษาจริยธรรม พ.ศ.2564	139
✦ แนวข้อสอบระเบียบกระทรวงกลาโหมว่าด้วยประมวลจริยธรรม และการรักษาจริยธรรม พ.ศ.2564	146
➤ พระราชบัญญัติวิธีปฏิบัติราชการทางปกครอง พ.ศ.2539	149
✦ แนวข้อสอบพ.ร.บ.วิธีปฏิบัติราชการทางปกครอง พ.ศ.2539	
และแก้ไขเพิ่มเติมฉบับที่ 3 พ.ศ.2562	178
✦ แนวข้อสอบประมวลกฎหมายอาญา	217
✦ แนวข้อสอบประมวลกฎหมายวิธีพิจารณาความอาญา	253
✦ แนวข้อสอบประมวลกฎหมายแพ่งและพาณิชย์	273
✦ แนวข้อสอบประมวลกฎหมายวิธีพิจารณาความแพ่ง	296
➤ เทคนิคการสอบสัมภาษณ์	324

 แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1.

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. วงกลมวงหนึ่งซึ่งมีสมการเป็น  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$  มี Q เป็นจุดศูนย์กลางจากจุด A(1, 6) ลากเส้นตรงมาสัมผัสวงกลมที่จุด B และ C จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABQC มีค่าเท่ากับข้อใด

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| 1. 12 ตารางหน่วย | 2. 13 ตารางหน่วย |
| 3. 14 ตารางหน่วย | 4. 15 ตารางหน่วย |

2. ในการสอบวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนห้องหนึ่ง ถ้าสมชายสอบได้ 80 คะแนน คิดเป็นค่ามาตรฐานเท่ากับ 2.4 และสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนของนักเรียนในห้องนี้เป็น 25% จงหาว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเป็นเท่าใด

- |          |          |
|----------|----------|
| 1. 58.64 | 2. 52.24 |
| 3. 54.00 | 4. 50.00 |

3. โยนลูกเต๋า 4 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ายกหน้าเหมือนกันอย่างน้อย 2 ลูก

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| 1. $\frac{15}{18}$ | 2. $\frac{13}{18}$ |
| 3. $\frac{14}{18}$ | 4. $\frac{12}{18}$ |

4. กำหนด  $Z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  แล้วส่วนจริงของ  $\frac{1}{1+Z^5}$  เท่ากับข้อใด

- |                   |                  |
|-------------------|------------------|
| 1. -1             | 2. 1             |
| 3. $-\frac{1}{2}$ | 4. $\frac{1}{2}$ |

5. ถ้ากำหนดให้  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  จงหาผลบวกของค่า k ทั้งหมดที่ทำให้ฟังก์ชัน

$$f(x) = \begin{cases} 2x + k^2 - k, & x \leq 0 \\ \frac{1 - \cos 2x}{x^2}, & x > 0 \end{cases}$$

ต่อเนื่องที่  $x = 0$

- |       |      |
|-------|------|
| 1. -1 | 2. 1 |
| 3. 2  | 4. 3 |

6. ต้องการสร้างภาชนะรูปทรงกระบอกขนาด 8 ลูกบาศก์เมตร พร้อมฝาปิดจากแผ่นวัสดุชนิดหนึ่ง จงหารัศมีของทรงกระบอกที่จะทำให้การสร้างภาชนะประหยัดค่าวัสดุที่สุด

1.  $\frac{\sqrt[3]{4}}{\pi}$

2.  $\sqrt[3]{\frac{4}{\pi}}$

3.  $\frac{\sqrt[3]{3}}{\pi}$

4.  $\frac{\sqrt[3]{2}}{\pi}$

7. ถ้าเซต A มีสมาชิก 8 จำนวน เซต B มีสมาชิก 6 จำนวน และ A กับ B มีสมาชิกร่วมกัน 3 จำนวน แล้วฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจากเซต B - A ไปยังเซต A - B มีจำนวนเท่ากับข้อใด

1. 60

2. 5

3. 10

4. 3

8. พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

- เหตุ 1. วีระไม่ไปห้องสมุดหรือดวงดาวไปว่ายน้ำ  
2. ศักดิ์ชัยไม่ไปตีเทนนิส  
3. ถ้าวีระไม่ไปห้องสมุดแล้วสุดาไม่นอนพักผ่อน  
4. สุดานอนพักผ่อนหรือศักดิ์ชัยไปตีเทนนิส

ประพจน์ต่อไปนี้ ประพจน์ใดเป็นผลที่ทำให้การอ้างเหตุผลข้างต้นสมเหตุสมผล

1. สุดานอนพักผ่อนและดวงดาวไปว่ายน้ำ
2. วีระไปห้องสมุดและดวงดาวไม่ไปว่ายน้ำ
3. วีระไม่ไปห้องสมุด
4. สุดาไม่นอนพักผ่อน

9. ถ้าให้  $2^x = 3^y = 18^z$  แล้วข้อใดต่อไปนี้จริง

1.  $\frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{2}{y}$

2.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$

3.  $\frac{1}{z} - \frac{1}{x} = \frac{2}{y}$

4.  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$

10. ในการสอบวิชาฟิสิกส์ของนักเรียนชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ปรากฏว่านายสมชายได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 และนายสมศักดิ์ได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 ถ้าในการสอบครั้งนี้ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 24 และสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 20% แล้วผลบวกของคะแนนของนายสมชายกับนายสมศักดิ์เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 175

2. 180

3. 190

4. 240

11. ถ้าให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงที่ทำให้  $x^2 - x + a$  ทหาร  $x^3 - 2x^2 + 3x + b$  มีเศษเหลือเท่ากับ  $-1$  แล้วค่า  $a^3 + b^3$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 18  
2. 7  
3. -19  
4. -8

12. เซตคำตอบของสมการ  $\frac{x^3 - x + 1}{x^3 + 1} \geq 1$  คือข้อใดต่อไปนี้

1.  $(-\infty, -1] \cup [0, \infty)$   
2.  $(-1, 0]$   
3.  $(-\infty, -1) \cup [0, \infty)$   
4.  $[-1, 0]$

13. ค่า  $k$  ที่ทำให้วงกลม  $x^2 + y^2 + 2x = 0$  สัมผัสกับเส้นตรง  $y = 2x + k$  ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1.  $-2, 3$   
2.  $5 \pm \sqrt{2}$   
3.  $2, 3$   
4.  $2 \pm \sqrt{5}$

14. ความน่าจะเป็นที่นายเต๋าจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์เป็น  $\frac{1}{3}$  และสอบผ่านวิชาฟิสิกส์เป็น  $\frac{3}{5}$  และความน่าจะเป็นที่สอบผ่านอย่างมาก 1 รายวิชาเป็น  $\frac{4}{5}$  จงหาความน่าจะเป็นที่นายเต๋าจะสอบผ่านอย่างน้อย 1 รายวิชา มีค่าเท่าใด

1.  $\frac{9}{15}$   
2.  $\frac{10}{15}$   
3.  $\frac{11}{15}$   
4.  $\frac{12}{15}$

15. กำหนดให้  $g(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$  และ  $f(x) = x^2 - 3x - 1$  แล้ว  $f \circ g^{-1}(9)$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -1  
2. -2  
3. -3  
4. -4

16. ในการสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง มีค่าตัวกลางเลขคณิตเป็น 3 เท่าของค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และ 55.57% ของนักเรียนกลุ่มนี้มีคะแนนน้อยกว่า 15.7 คะแนน จงหาว่านักเรียนที่ได้คะแนน 13 คะแนน จะมีตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

$z$	0.13	0.14	0.2	0.4	0.6	0.7
พื้นที่	0.0517	0.0557	0.0793	0.1554	0.2258	0.2583

1. 37.45  
2. 36.26  
3. 35.36  
4. 34.46

17. ค่าของ  $\cos \frac{\pi}{9} \cdot \cos \frac{2\pi}{9} \cdot \cos \frac{3\pi}{9} \cdot \cos \frac{4\pi}{9}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{\sqrt{3}}{8}$

2.  $\frac{\sqrt{3}}{16}$

3.  $\frac{1}{8}$

4.  $\frac{1}{16}$

18. ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ถ้า  $A \cup B = B$  แล้ว  $A' \subset B'$

2.  $P(A - B) = P(A) - P(B)$

3.  $A \in P(\{A\})$

4. ถ้าเซต A มีสมาชิก m ตัว และเซต B มีสมาชิก n ตัว โดยที่  $m < n$

ถ้า C เป็นเซตซึ่ง  $A \subset C \subset B$  เซต C ที่เป็นไปได้จะมีได้ทั้งหมด  $2^{n-m}$  เซต

19. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. เหตุ 1. แต่งขยับคู่มือหนังสือหรือแต่งสอบได้ที่หนึ่ง

2. แต่งไม่ขยับคู่มือหนังสือ

ผล แต่งสอบได้ที่หนึ่ง

ข. เหตุ 1.  $p \vee \sim q$

2.  $r \vee \sim p$

ผล  $q \rightarrow r$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข. สมเหตุสมผลเพียงข้อเดียว

2. ก. สมเหตุสมผลเพียงข้อเดียว

3. ก. และ ข. สมเหตุสมผลทั้งคู่

4. ก. และ ข. ต่างไม่สมเหตุสมผล

20. ถ้า  $\vec{u}$  และ  $\vec{v}$  เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วย และ  $\theta$  เป็นมุมระหว่าง  $\vec{u}$  และ  $\vec{v}$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{4} (|\vec{u} + \vec{v}|^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2)$

ข.  $\frac{1}{4} |\vec{u} - \vec{v}| = |\sin \frac{\theta}{2}|$

จากข้อความที่กำหนดให้ข้างต้น ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ผิด และ ข. ผิด

2. ก. ผิด และ ข. ถูก

3. ก. ถูก และ ข. ผิด

4. ก. ถูก และ ข. ถูก

**เฉลยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์ชุดที่ 1.**

## 1. ตอบ 1.

โจทย์ วงกลมวงหนึ่งซึ่งมีสมการเป็น  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$  มี Q เป็นจุดศูนย์กลางจากจุด A(1, 6) ลากเส้นตรงมาสัมผัสวงกลมที่จุด B และ C

ต้องการหา พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABQC

**แนวคิด**

$$\begin{aligned}\text{จากสมการวงกลม} \quad x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 &= 0 \\ (x^2 - 2x) + (y^2 - 2y) &= 7 \\ (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) &= 7 + 2 \\ (x - 1)^2 + (y - 1)^2 &= 9\end{aligned}$$

จะได้ว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม (h, k) คือ (1, 1) และรัศมีวงกลม (r) เท่ากับ 3

พิจารณาสามเหลี่ยมมุมฉาก ABQ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}AQ^2 &= AB^2 + BQ^2 \\ AB^2 &= AQ^2 - BQ^2 \\ &= 5^2 - 3^2 \\ &= 16 \\ AB &= \sqrt{16} = 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{พิจารณา} \quad \text{พื้นที่สามเหลี่ยม ABQ} &= \frac{1}{2} \times BQ \times AB \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \\ &= 6 \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น} \quad \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม ABQC} &= 2 \times \text{พื้นที่สามเหลี่ยม ABQ} \\ &= 2 \times 6 \\ &= 12 \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

∴ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABQC มีค่าเท่ากับ 12 ตารางหน่วย

## 2. ตอบ 4.

โจทย์ ในการสอบวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนห้องหนึ่ง ถ้าสมชายสอบได้ 80 คะแนนคิดเป็นค่ามาตรฐานเท่ากับ 2.4 และสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนของนักเรียนในห้องนี้เป็น 25%

ต้องการหา คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมด

แนวคิด

$$\text{ค่ามาตรฐาน } Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{S}$$

$$\text{สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน (C.V.)} = \frac{S}{\bar{X}}$$

จากโจทย์ จะได้  $X = 80$  ,  $Z = 2.4$  ,  $C.V. = 25\% = 0.25$

จากสูตร 
$$Z = \frac{X - \bar{X}}{S}$$

จะได้ 
$$2.4 = \frac{80 - \bar{X}}{S}$$

$$2.4S = 80 - \bar{X} \quad \text{-----(1)}$$

จากสูตร 
$$C.V. = \frac{S}{\bar{X}}$$

จะได้ 
$$0.25 = \frac{S}{\bar{X}}$$

$$S = 0.25\bar{X} \quad \text{-----(2)}$$

แทนสมการ (2) ใน (1) จะได้

$$2.4(0.25\bar{X}) = 80 - \bar{X}$$

$$0.6\bar{X} = 80 - \bar{X}$$

$$1.6\bar{X} = 80$$

$$\bar{X} = \frac{80}{1.6} = 50$$

∴ คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 50.00 คะแนน

## 3. ตอบ 2.

โจทย์ โยนลูกเต๋า 4 ลูก 1 ครั้ง

ต้องการหา ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ายกหน้าเหมือนกันอย่างน้อย 2 ลูก

แนวคิด

ให้ S แทนเหตุการณ์ในการโยนลูกเต๋า 4 ลูก 1 ครั้ง

E แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋ายกหน้าเหมือนกันอย่างน้อย 2 ลูก

E' แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋ายกหน้าแตกต่างกันหมด

จะได้ว่า  $n(S) = 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1,296$  วิธี

$n(E') = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$  วิธี

นั่นคือ  $P(E') = \frac{n(E')}{n(S)} = \frac{360}{1,296} = \frac{5}{18}$

ดังนั้น  $P(E) = 1 - P(E')$   
 $= 1 - \frac{5}{18}$   
 $= \frac{13}{18}$

∴ ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ายกหน้าเหมือนกันอย่างน้อย 2 ลูกเท่ากับ  $\frac{13}{18}$

## 4. ตอบ 4.

แนวคิด

โจทย์ กำหนดให้  $Z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

ต้องการหา ส่วนจริงของ  $\frac{1}{1+Z^5}$

พิจารณา  $Z^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2$   
 $= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2$   
 $= \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{3}{4}$   
 $= -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$   
 $Z^4 = (Z^2)^2$   
 $= \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{3}{4}$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$Z^5 = Z \cdot Z^4$$

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

$$= -\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i - \frac{\sqrt{3}}{4}i + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

ดังนั้น

$$\frac{1}{1+Z^5} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)}$$

$$= \frac{1}{\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}$$

$$= \frac{1}{\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i} \times \frac{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}{3}$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{\sqrt{3}}{6}i$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}i$$

∴ ส่วนจริงของ  $\frac{1}{1+Z^5}$  เท่ากับ  $\frac{1}{2}$

## 5. ตอบ 2.

โจทย์ กำหนดให้  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + k^2 - k & , x \leq 0 \\ \frac{1 - \cos 2x}{x^2} & , x > 0 \end{cases}$$

ต้องการหา ผลบวกของค่า  $k$  ทั้งหมดที่ทำให้ฟังก์ชัน  $f(x)$  ต่อเนื่องที่  $x = 0$

แนวคิด

ฟังก์ชัน  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x = a$  ก็ต่อเมื่อ

1.  $f(a)$  หาค่าได้

2.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  หาค่าได้

$$\text{นั่นคือ } \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

3.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

ต้องมีสมบัติครบทั้ง 3 ข้อ

พิจารณาที่  $x$  เข้าใกล้ 0 จะได้

$$\begin{aligned} \text{กรณี } x < 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} 2x + k^2 - k \\ &= 2(0) + k^2 - k \\ &= k^2 - k \end{aligned}$$

$$\text{กรณี } x > 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$$

$$\text{เนื่องจาก} \quad \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - (1 - 2\sin^2 x)}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2\sin^2 x}{x^2} \\ &= 2 \left( \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\text{โจทย์กำหนดให้} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2(1)^2 = 2$$

เนื่องจาก  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x = 0$  จะได้ว่า  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  หาค่าได้ นั่นคือ

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$k^2 - k = 2$$

$$k^2 - k - 2 = 0$$

$$(k - 2)(k + 1) = 0$$

$$k = 2, -1$$

ดังนั้น ผลบวกของค่า  $k = 2 + (-1) = 1$

$\therefore$  ผลบวกของค่า  $k$  ทั้งหมดที่ทำให้ฟังก์ชัน  $f(x)$  ต่อเนื่องที่  $x = 0$  เท่ากับ 1

#### 6. ตอบ 2.

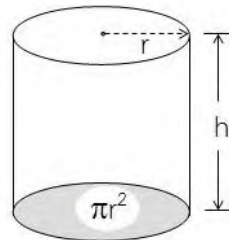
โจทย์ ต้องการสร้างภาชนะรูปทรงกระบอกขนาด 8 ลูกบาศก์เมตร พร้อมฝาปิดจากแผ่นวัสดุชนิดหนึ่ง

ต้องการหา รัศมีของทรงกระบอกที่จะทำให้การสร้างภาชนะประหยัดค่าวัสดุที่สุด

แนวคิด

$$\text{ปริมาตรของทรงกระบอก } V = \pi r^2 h$$

$$\text{พื้นที่ผิวของทรงกระบอก } A = 2\pi r h + 2\pi r^2$$



จากโจทย์ ปริมาตรของทรงกระบอกเท่ากับ 8 ลูกบาศก์เมตร

$$\text{จะได้ว่า } V = \pi r^2 h = 8$$

$$h = \frac{8}{\pi r^2}$$

$$\text{พื้นที่ผิวของทรงกระบอก } A = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

$$= 2\pi r \left( \frac{8}{\pi r^2} \right) + 2\pi r^2$$

$$= \frac{16}{r} + 2\pi r^2$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \frac{dA}{dr} &= 16 \frac{d}{dr} r^{-1} + 2\pi \frac{d}{dr} r^2 \\ &= 16(-r^{-2}) + 2\pi(2r) \\ &= -\frac{16}{r^2} + 4\pi r \end{aligned}$$

รัศมีของทรงกระบอกที่ทำให้การสร้างภาชนะประหยัดค่าวัสดุที่สุด เมื่อ  $\frac{dA}{dr} = 0$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า} \quad -\frac{16}{r^2} + 4\pi r &= 0 \\ 4\pi r &= \frac{16}{r^2} \\ r^3 &= \frac{4}{\pi} \\ r &= \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}} \end{aligned}$$

$\therefore$  รัศมีของทรงกระบอกที่จะทำให้การสร้างภาชนะประหยัดค่าวัสดุที่สุดเท่ากับ  $\sqrt[3]{\frac{4}{\pi}}$

#### 7. ตอบ 1.

โจทย์ เซต A มีสมาชิก 8 จำนวน เซต B มีสมาชิก 6 จำนวน และ A กับ B มีสมาชิก  
ร่วมกัน 3 จำนวน

ต้องการหา จำนวนของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจากเซต B - A ไปยังเซต A - B

**แนวคิด**

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจาก} \quad n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ &= 8 - 3 = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ} \quad n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) \\ &= 6 - 3 = 3 \end{aligned}$$

นั่นคือ ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจากเซต B - A ไปยังเซต A - B จะมี  $D_f = 3$  และ  $R_f = 5$

ดังนั้น จะสามารถเลือกสมาชิก 3 จำนวนจาก A - B ได้เท่ากับ  $C_{5,3}$  วิธี

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \text{จำนวนฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจากเซต B - A ไปยังเซต A - B} &= C_{5,3} \times 3! \\ &= \frac{5!}{(5-3)!} \times 3! \\ &= \frac{5!}{2!} \times 3! \\ &= 5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

$\therefore$  ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจากเซต B - A ไปยังเซต A - B มีจำนวนเท่ากับ 60

## 8. ตอบ 1.

- โจทย์ กำหนดให้ เหตุ 1. วีระไม่ไปห้องสมุดหรือดวงดาวไปว่ายน้ำ  
 2. ศักดิ์ชัยไม่ไปตีเทนนิส  
 3. ถ้าวีระไม่ไปห้องสมุดแล้วสุดาไม่นอนพักผ่อน  
 4. สุดานอนพักผ่อนหรือศักดิ์ชัยไปตีเทนนิส

ต้องการ พิจารณาว่าประพจน์ใดเป็นผลที่ทำให้การอ้างเหตุผลข้างต้นสมเหตุสมผล

แนวคิด

- ให้ p แทนวีระไปห้องสมุด  
 q แทนดวงดาวไปว่ายน้ำ  
 r แทนศักดิ์ชัยไปตีเทนนิส  
 s แทนสุดานอนพักผ่อน

- จากโจทย์ จะได้ว่า เหตุ : 1.  $\sim p \vee q$   
 2.  $\sim r$   
 3.  $\sim p \rightarrow \sim s$   
 4.  $s \vee r$

ให้ เหตุทุกข้อมีค่าความจริงเป็นจริง ถ้าผลเป็นจริงสรุปว่าการอ้างสมเหตุสมผล

พิจารณา

เหตุ 2. :  $\sim r \equiv T$  ดังนั้น  $r \equiv F$

เหตุ 4. :  $s \vee r \equiv T$  เนื่องจาก  $r \equiv F$  ดังนั้น  $s \equiv T$

เหตุ 3. :  $\sim p \rightarrow \sim s \equiv T$  เนื่องจาก  $s \equiv T$  จะได้  $\sim s \equiv F$  ดังนั้น  $\sim p \equiv F$  นั่นคือ  $p \equiv T$

เหตุ 1. :  $\sim p \vee q \equiv T$  เนื่องจาก  $p \equiv T$  จะได้  $\sim p \equiv F$  ดังนั้น  $q \equiv T$

นั่นคือ  $p \equiv T, q \equiv T, r \equiv F, s \equiv T$

พิจารณา

ตัวเลือก 1. สุดานอนพักผ่อนและดวงดาวไปว่ายน้ำ

จะได้ว่า  $s \wedge q \equiv T \wedge T \equiv T$

เนื่องจาก ผลให้ค่าความจริงเป็นจริง

ดังนั้น การอ้างเหตุผลสมเหตุสมผล

ตัวเลือก 2. วีระไปห้องสมุดและดวงดาวไม่ไปว่ายน้ำ

จะได้ว่า  $p \wedge \sim q \equiv T \wedge \sim T \equiv T \wedge F \equiv F$

เนื่องจาก ผลให้ค่าความจริงเป็นเท็จ

ดังนั้น การอ้างเหตุผลไม่สมเหตุสมผล

ตัวเลือก 3. วีระไม่ไปห้องสมุด

$$\text{จะได้ว่า } \sim p \equiv \sim T \equiv F$$

เนื่องจาก ผลให้ค่าความจริงเป็นเท็จ

ดังนั้น การอ้างเหตุผลไม่สมเหตุสมผล

ตัวเลือก 4. สุदानอนพักผ่อนหรือศกดิ์ชัยไปตีเทนนิส

$$\text{จะได้ว่า } s \vee r \equiv T \wedge F \equiv F$$

เนื่องจาก ผลให้ค่าความจริงเป็นเท็จ

ดังนั้น การอ้างเหตุผลไม่สมเหตุสมผล

∴ ตัวเลือก 1 สุदानอนพักผ่อนและดวงดาวไปว่ายน้ำ สมเหตุสมผล

9. ตอบ 3.

โจทย์ กำหนดให้  $2^x = 3^y = 18^z$

แนวคิด

พิจารณา 
$$\begin{aligned} 18^z &= (2 \times 9)^z \\ &= 2^z \cdot 9^z \\ &= 2^z \cdot 3^{2z} \end{aligned} \quad \text{-----(1)}$$

จากโจทย์  $2^x = 3^y = 18^z$

ยกกำลัง  $\frac{z}{x}$  ทั้งสองข้าง จะได้

$$\begin{aligned} (2^x)^{\frac{z}{x}} &= (3^y)^{\frac{z}{x}} \\ 2^z &= 3^{\frac{yz}{x}} \end{aligned}$$

จาก (1) จะได้  $18^z = 3^{\frac{yz}{x}} \cdot 3^{2z} = (3)^{\frac{yx}{z} + 2z}$  -----(2)

จากโจทย์  $3^y = 18^z$

จาก (2) จะได้  $3^y = (3)^{\frac{yx}{z} + 2z}$

นั่นคือ  $y = \frac{yz}{x} + 2z$

เอา yz หารตลอด  $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{2}{y}$

ดังนั้น  $\frac{1}{z} - \frac{1}{x} = \frac{2}{y}$

∴ ถ้าให้  $2^x = 3^y = 18^z$  แล้ว  $\frac{1}{z} - \frac{1}{x} = \frac{2}{y}$  เป็นจริง

## 10. ตอบ 4.

โจทย์ ในการสอบวิชาฟิสิกส์ของนักเรียนชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ปรากฏว่านายสมชายได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 และนายสมศักดิ์ได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 ถ้าในการสอบครั้งนี้ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 24 และสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 20%

ต้องการหา ผลบวกของคะแนนของนายสมชายกับนายสมศักดิ์

แนวคิด

$$\begin{aligned} \text{ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ Q.D.} &= \frac{Q_3 - Q_1}{2} \\ \text{สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์} &= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \end{aligned}$$

จากโจทย์ นายสมชายได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 จะได้  $P_{25} = Q_1$

นายสมศักดิ์ได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 จะได้  $P_{75} = Q_3$

$$Q_1 + Q_3 = ?$$

จากส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 24

$$\text{จะได้} \quad 24 = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$Q_3 - Q_1 = 48 \quad \text{-----(1)}$$

จากสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 20%

$$\text{จะได้} \quad 0.2 = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \quad \text{-----(2)}$$

แทนสมการ (1) ใน (2)

$$0.2 = \frac{48}{Q_3 + Q_1}$$

$$Q_3 + Q_1 = \frac{48}{0.2}$$

$$Q_1 + Q_3 = 240$$

∴ ผลบวกของคะแนนของนายสมชายกับนายสมศักดิ์เท่ากับ 240

## 11. ตอบ 3.

โจทย์ ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงที่ทำให้  $x^2 - x + a$  หาร  $x^3 - 2x^2 + 3x + b$  มีเศษเหลือเท่ากับ  $-1$

ต้องการหา ค่าของ  $a^3 + b^3$

แนวคิด

$$\begin{array}{r}
 x - 1 \\
 x^2 - x + a \overline{) x^3 - 2x^2 + 3x + b} \\
 \underline{x^3 - x^2 + ax} \phantom{+ b} \\
 -x^2 + (3 - a)x + b \\
 \underline{-x^2 + \phantom{(3 - a)}x - a} \\
 \underline{\phantom{-x^2 + (3 - a)}x + (b + a)} \leftarrow \text{เศษ}
 \end{array}$$

ดังนั้น  $(2 - a)x + (b + a) = -1$

จะได้ว่า  $2 - a = 0$

$$a = 2$$

และ  $b + a = -1$

$$b + 2 = -1$$

$$b = -3$$

นั่นคือ  $a^3 + b^3 = (2)^3 + (-3)^3$

$$= 8 - 27$$

$$= -19$$

$\therefore$  ค่า  $a^3 + b^3$  เท่ากับ  $-19$

12. ตอบ 2.

โจทย์ กำหนดให้  $\frac{x^3 - x + 1}{x^3 + 1} \geq 1$

ต้องการหา เซตคำตอบของสมการนี้

แนวคิด

พิจารณา  $\frac{x^3 - x + 1}{x^3 + 1} \geq 1$

$$\frac{x^3 - x + 1}{x^3 + 1} - 1 \geq 0$$

$$\frac{x^3 - x + 1 - (x^3 + 1)}{x^3 + 1} \geq 0$$

$$\frac{-x}{x^3 + 1} \geq 0$$

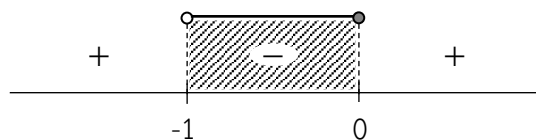
$$\frac{x}{x^3 + 1} \leq 0$$

$$\frac{x}{(x+1)(x^2 - x + 1)} \leq 0$$

เนื่องจาก  $x^2 - x + 1 > 0$  ทุกๆ ค่า  $x$

จะได้ว่า  $\frac{x}{x+1} \leq 0$

$$x(x+1) \leq 0 ; x \neq -1$$



เนื่องจากสมการมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ตอบ ช่วงที่เป็นลบ

$\therefore$  เซตคำตอบของสมการนี้ คือ  $(-1, 0]$

## 13. ตอบ 4.

โจทย์ กำหนดให้ วงกลม  $x^2 + y^2 + 2x = 0$  สัมผัสกับเส้นตรง  $y = 2x + k$

ต้องการหา ค่าของ  $k$

แนวคิด

ให้  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

$$\text{แล้ว } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{ให้ } x^2 + y^2 + 2x = 0 \quad \text{-----(1)}$$

$$y = 2x + k \quad \text{-----(2)}$$

$$\text{แทนสมการ (2) ใน (1) } x^2 + (2x + k)^2 + 2x = 0$$

$$x^2 + (4x^2 + 4kx + k^2) + 2x = 0$$

$$5x^2 + (4k + 2)x + k^2 = 0 \quad \text{-----(3)}$$

เนื่องจากเส้นตรง  $y = 2x + k$  สัมผัสวงกลม  $x^2 + y^2 + 2x = 0$

ดังนั้น จะมีจุดตัดเพียงจุดเดียวคือจุดสัมผัส

$$\text{จากสมการ } ax^2 + bx + c = 0 \text{ จะได้ว่า } b^2 - 4ac = 0$$

$$\text{จากสมการ (3) จะได้ } (4k + 2)^2 - 4(5)(k^2) = 0$$

$$(16k^2 + 16k + 4) - 20k^2 = 0$$

$$-4k^2 + 16k + 4 = 0$$

$$4k^2 - 16k - 4 = 0$$

$$k^2 - 4k - 1 = 0$$

$$\text{จะได้ } k = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2}$$

$$= 2 \pm \sqrt{5}$$

$\therefore$  ค่า  $k$  ที่ทำให้วงกลม  $x^2 + y^2 + 2x = 0$  สัมผัสกับเส้นตรงเท่ากับ  $2 \pm \sqrt{5}$

## 14. ตอบ 3.

โจทย์ ความน่าจะเป็นที่นายเต่าจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์เป็น  $\frac{1}{3}$

ความน่าจะเป็นที่จะสอบผ่านวิชาฟิสิกส์เป็น  $\frac{3}{5}$

ความน่าจะเป็นที่สอบผ่านอย่างมาก 1 รายวิชาเป็น  $\frac{4}{5}$

ต้องการหา ความน่าจะเป็นที่นายเต่าจะสอบผ่านอย่างน้อย 1 รายวิชา

**แนวคิด**

ให้ A แทนเหตุการณ์ที่นายเต่าจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์

B แทนเหตุการณ์ที่นายเต่าจะสอบผ่านวิชาฟิสิกส์

จากโจทย์  $P(A) = \frac{1}{3}$  ,  $P(B) = \frac{3}{5}$  ,  $P(A \cap B)' = \frac{4}{5}$  ,  $P(A \cup B) = ?$

$$P(A \cap B) = 1 - P(A \cap B)'$$

$$= 1 - \frac{4}{5}$$

$$= \frac{1}{5}$$

จากสูตร  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\text{จะได้ } P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{2}{5}$$

$$= \frac{5+6}{15}$$

$$= \frac{11}{15}$$

$\therefore$  ความน่าจะเป็นที่นายเต่าจะสอบผ่านอย่างน้อย 1 รายวิชาเท่ากับ  $\frac{11}{15}$

## 15. ตอบ 1.

โจทย์ กำหนดให้  $g(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$  และ  $f(x) = x^2 - 3x - 1$

ต้องการหา ค่าของ  $f \circ g^{-1}(9)$

แนวคิด

พิจารณา 
$$\begin{aligned}g(x) &= x^3 - 6x^2 + 12x \\ &= x^3 - (3)(2)x^2 + (3)(4)x \\ &= x^3 - 3(x^2)(2) + 3x(2^2) - 2^3 + 2^3 \\ &= (x - 2)^3 + 8\end{aligned}$$

จะได้ 
$$y = (x - 2)^3 + 8$$

หา  $g^{-1}(x)$  โดยเปลี่ยน  $x$  เป็น  $y$  และ  $y$  เป็น  $x$

$$x = (y - 2)^3 + 8$$

$$x - 8 = (y - 2)^3$$

$$y - 2 = \sqrt[3]{x - 8}$$

$$y = \sqrt[3]{x - 8} + 2$$

$$g^{-1}(x) = \sqrt[3]{x - 8} + 2$$

จะได้ 
$$\begin{aligned}g^{-1}(9) &= \sqrt[3]{9 - 8} + 2 \\ &= \sqrt[3]{1} + 2 \\ &= 3\end{aligned}$$

นั่นคือ 
$$\begin{aligned}f \circ g^{-1}(9) &= f(g^{-1}(9)) \\ &= f(3) \\ &= (3)^2 - 3(3) - 1 \\ &= -1\end{aligned}$$

$\therefore f \circ g^{-1}(9)$  มีค่าเท่ากับ  $-1$

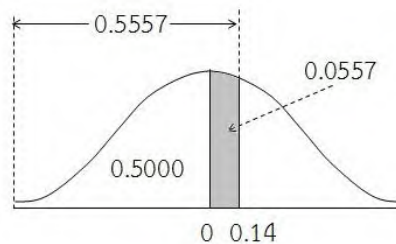
## 16. ตอบ 4.

โจทย์ ในการสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง มีค่าตัวกลางเลขคณิตเป็น 3 เท่าของค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และ 55.57% ของนักเรียนกลุ่มนี้มีคะแนนน้อยกว่า 15.7 คะแนน

ต้องการหา ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ของนักเรียนที่ได้คะแนน 13 คะแนน

แนวคิด

พิจารณา 55.57% ของนักเรียนกลุ่มนี้มีคะแนนน้อยกว่า 15.7 จะได้พื้นที่เส้นโค้งปกติเท่ากับ 0.5557 ดังรูป



จากตาราง พื้นที่  $A = 0.0557$  จะได้  $Z = 0.14$

จากโจทย์  $X = 15.7$  ,  $\bar{X} = 3S$

จากสูตร  $Z = \frac{X - \bar{X}}{S}$

จะได้  $0.14 = \frac{15.7 - 3S}{S}$

$$0.14S = 15.7 - 3S$$

$$3.14S = 15.7$$

$$S = \frac{15.7}{3.14} = 5$$

จาก  $\bar{X} = 3S$  จะได้  $\bar{X} = 3(5) = 15$

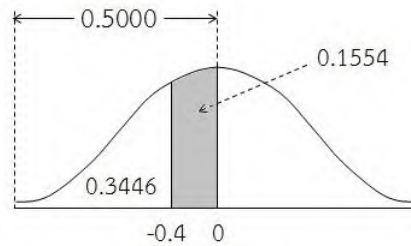
กรณีนักเรียนได้คะแนน 13 คะแนน ( $X = 13$ )

$$Z = \frac{13 - 15}{5}$$

$$= \frac{-2}{5}$$

$$= -0.4$$

จะได้เส้นโค้งปกติ ดังนี้



จากตารางที่กำหนดให้

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ที่ } Z < -0.4 &= 0.5000 - \text{พื้นที่ระหว่าง } 0 \text{ ถึง } 0.4 \\ &= 0.5000 - 0.1554 \\ &= 0.3446 \end{aligned}$$

∴ นักเรียนที่ได้คะแนน 13 คะแนน จะมีตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์เท่ากับ 34.46

#### 17. ตอบ 4.

แนวคิด

โจทย์      ค่าของ  $\cos \frac{\pi}{9} \cdot \cos \frac{2\pi}{9} \cdot \cos \frac{3\pi}{9} \cdot \cos \frac{4\pi}{9}$

$$\begin{aligned} \cos \frac{\pi}{9} \cdot \cos \frac{2\pi}{9} \cdot \cos \frac{3\pi}{9} \cdot \cos \frac{4\pi}{9} &= \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 80^\circ \\ &= \frac{2\sin 20^\circ}{2\sin 20^\circ} \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ \cdot \cos 60^\circ \\ &= \frac{(2\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ) \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ}{2\sin 20^\circ} \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{\sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ}{4\sin 20^\circ} \\ &= \frac{(2\sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ) \cdot \cos 80^\circ}{2(4\sin 20^\circ)} \\ &= \frac{\sin 80^\circ \cdot \cos 80^\circ}{2(4\sin 20^\circ)} \\ &= \frac{2\sin 80^\circ \cdot \cos 80^\circ}{2(8\sin 20^\circ)} \\ &= \frac{\sin 160^\circ}{16\sin 20^\circ} \\ &= \frac{\sin (180^\circ - 20^\circ)}{16\sin 20^\circ} \\ &= \frac{\sin 20^\circ}{16\sin 20^\circ} = \frac{1}{16} \end{aligned}$$

∴ ค่าของ  $\cos \frac{\pi}{9} \cdot \cos \frac{2\pi}{9} \cdot \cos \frac{3\pi}{9} \cdot \cos \frac{4\pi}{9}$  เท่ากับ  $\frac{1}{16}$

18. ตอบ 4.

แนวคิด

ตัวเลือกที่ 1 ถ้า  $A \cup B = B$  แล้ว  $A' \subset B'$

พิจารณา ถ้า  $A \cup B = B$  จะได้ว่า  $A \subset B$  นั่นคือ  $B' \subset A'$

ดังนั้น ถ้า  $A \cup B = B$  แล้ว  $A' \subset B'$  **ไม่ถูกต้อง**

ตัวเลือกที่ 2  $P(A - B) = P(A) - P(B)$

เนื่องจาก  $\emptyset \in P(A - B)$  แต่  $\emptyset \notin P(A) - P(B)$

ดังนั้น  $P(A - B) = P(A) - P(B)$  **ไม่ถูกต้อง**

ตัวเลือกที่ 3  $A \in P(\{A\})$

เนื่องจาก  $A \notin \{A\}$  ดังนั้น  $A \notin P(\{A\})$

ดังนั้น  $A \in P(\{A\})$  **ไม่ถูกต้อง**

ตัวเลือกที่ 4 ถ้าเซต A มีสมาชิก m ตัว และเซต B มีสมาชิก n ตัว โดยที่  $m < n$

ถ้า C เป็นเซตซึ่ง  $A \subset C \subset B$  เซต C ที่เป็นไปได้จะมีได้ทั้งหมด  $2^{n-m}$  เซต

เนื่องจาก  $A \subset C \subset B$  แสดงว่าสมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ C

ดังนั้น สมาชิกที่เหลือ  $n - m$  ตัว ใน B อาจจะเป็นหรือไม่เป็นสมาชิกของ C ก็ได้

นั่นคือ เซต C ที่เป็นไปได้จะมีได้ทั้งหมด  $2^{n-m}$  เซต **ถูกต้อง**

19. ตอบ 3.

โจทย์ กำหนดให้

ก. เหตุ 1. แต่งขยันดูหนังสือหรือแต่งสอบได้ที่หนึ่ง

2. แต่งไม่ขยันดูหนังสือ

ผล แต่งสอบได้ที่หนึ่ง

ข. เหตุ 1.  $p \vee \sim q$

2.  $r \vee \sim p$

ผล  $q \rightarrow r$

ต้องการ ให้พิจารณาว่าข้อความข้อใดสมเหตุสมผล

## แนวคิด

ข้อ ก. ให้  $p$  แทนแดงขยันดูหนังสือ

$q$  แทนแดงสอบได้ที่หนึ่ง

จะได้ เหตุ 1.  $p \vee q$

2.  $\sim p$

ผล  $q$

ให้ เหตุทุกข้อมีค่าความจริงเป็นจริง ถ้าผลเป็นจริงสรุปว่าการอ้างสมเหตุสมผล

พิจารณา จากเหตุ 2. :  $\sim p \equiv T$  ดังนั้น  $p \equiv F$

จากเหตุ 1. :  $p \vee q \equiv T$  แต่  $p \equiv F$  ดังนั้น  $q \equiv T$

ผล :  $q \equiv T$

เนื่องจาก ผลให้ค่าความจริงเป็นจริง

ดังนั้น ข้อ ก. สมเหตุสมผล

ข้อ ข. เหตุ 1.  $p \vee \sim q$

2.  $r \vee \sim p$

ผล  $q \rightarrow r$

เนื่องจาก  $\sim p \vee q \equiv p \rightarrow q$

พิจารณา จากเหตุ 1. :  $p \vee \sim q \equiv \sim q \vee p \equiv q \rightarrow p$

จากเหตุ 2. :  $r \vee \sim p \equiv \sim p \vee r \equiv p \rightarrow r$

จากเหตุ 1. และ 2. จะได้  $q \rightarrow r$

ดังนั้น ข้อ ข. สมเหตุสมผล

## 20. ตอบ 3.

โจทย์ กำหนดให้  $\vec{u}$  และ  $\vec{v}$  เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วย และ  $\theta$  เป็นมุมระหว่าง  $\vec{u}$  และ  $\vec{v}$

$$\text{ก. } \vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{4} (|\vec{u} + \vec{v}|^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2)$$

$$\text{ข. } \frac{1}{4} |\vec{u} - \vec{v}| = \left| \sin \frac{\theta}{2} \right|$$

ต้องการให้ พิจารณาข้อความที่กำหนดให้ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง

แนวคิด

$$\text{ข้อ ก. } \vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{4} (|\vec{u} + \vec{v}|^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2)$$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } |\vec{u} + \vec{v}|^2 &= (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v}) \\ &= \vec{u} \cdot \vec{u} + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{v} \\ &= |\vec{u}|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 \end{aligned} \quad \text{-----(1)}$$

$$\begin{aligned} |\vec{u} - \vec{v}|^2 &= (\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) \\ &= \vec{u} \cdot \vec{u} - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{v} \\ &= |\vec{u}|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 \end{aligned} \quad \text{-----(2)}$$

นำสมการ (1) - (2) จะได้

$$\begin{aligned} |\vec{u} + \vec{v}|^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2 &= 4\vec{u} \cdot \vec{v} \\ \vec{u} \cdot \vec{v} &= \frac{1}{4} (|\vec{u} + \vec{v}|^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ข้อ ก. } \vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{4} (|\vec{u} + \vec{v}|^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2) \quad \text{ถูกต้อง}$$

$$\text{ข้อ ข. } \frac{1}{4} |\vec{u} - \vec{v}| = \left| \sin \frac{\theta}{2} \right|$$

$$\text{จาก } |\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2$$

$$|\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{|\vec{u}|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2}$$

จากโจทย์  $\vec{u}$  และ  $\vec{v}$  เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วย ดังนั้น  $|\vec{u}| = 1$  ,  $|\vec{v}| = 1$

$$\text{จากสูตร } \vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta$$

$$\text{จะได้ } \vec{u} \cdot \vec{v} = (1)(1) \cos \theta = \cos \theta$$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } \frac{1}{4} |\vec{u} - \vec{v}| &= \frac{1}{4} \sqrt{(1)^2 - 2\cos \theta + (1)^2} \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{2 - 2\cos \theta} \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{2(1 - \cos \theta)} \end{aligned}$$

---

จากสูตร  $\sin^2 \frac{A}{2} = \frac{1 - \cos A}{2} \rightarrow 1 - \cos A = 2 \sin^2 \frac{A}{2}$

นั่นคือ  $\frac{1}{4} |\vec{u} - \vec{v}| = \frac{1}{4} \sqrt{2(2\sin^2 \frac{\theta}{2})}$

$$= \frac{1}{4} \sqrt{(2\sin \frac{\theta}{2})^2}$$
$$= \frac{1}{4} |2\sin \frac{\theta}{2}|$$
$$= \frac{1}{2} |\sin \frac{\theta}{2}|$$

$\therefore$  ข้อ ข.  $\frac{1}{4} |\vec{u} - \vec{v}| = |\sin \frac{\theta}{2}|$  ไม่ถูกต้อง



## แนวข้อสอบคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2.

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กราฟของ  $f(x) = 3x^2 - kx + 2$  มีเส้นตรง  $x = \frac{1}{2}$  เป็นแกนสมมาตร จงหาค่าต่ำสุดของ  $f(x)$  เท่ากับเท่าใด
  1.  $-\frac{1}{4}$
  2.  $5\frac{1}{2}$
  3.  $\frac{1}{2}$
  4.  $\frac{5}{4}$
  
2. ความสัมพันธ์ระหว่างกำไร ( $y$ ) และราคาทุน ( $x$ ) ของสินค้าในร้านแห่งหนึ่ง เป็นตามสมการ  $y = 2x - 30$  ถ้าราคาทุนของสินค้า 5 ชนิด คือ 31, 34, 35, 36 และ 39 บาท แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกำไรในการขายสินค้า 5 ชนิดนี้เท่ากับข้อใด
  1. 25 บาท
  2. 30 บาท
  3. 35 บาท
  4. 40 บาท
  
3. ศูนย์บริการดูแลเด็กของบริษัทขนาดใหญ่แห่งหนึ่ง มีภารกิจในการดูแลเด็กก่อนวัยเรียนที่เป็นลูกของพนักงาน เจ้าหน้าที่ของศูนย์นำข้อมูลเกี่ยวกับน้ำหนักและส่วนสูงของเด็กในความดูแล 32 คน มาวิเคราะห์และพบว่ามีความเฉลี่ยเลขคณิตและความแปรปรวนดังนี้

	น้ำหนัก (กิโลกรัม)	ส่วนสูง (เซนติเมตร)
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	42.50	124.40
ความแปรปรวน	28.09	67.24

จากข้อมูลที่กำหนดให้ข้างต้น ข้อใดต่อไปนี้เป็น การเปรียบเทียบที่ถูกต้องสำหรับความแตกต่างของน้ำหนักและส่วนสูง

1. เปรียบเทียบความแตกต่างกันไม่ได้เพราะข้อมูลมีหน่วยการวัดที่ต่างกัน
2. เด็กๆ มีความแตกต่างกันของน้ำหนักเท่าๆ กับความแตกต่างกันของส่วนสูง
3. เด็กๆ มีความแตกต่างกันของน้ำหนักมากกว่าความแตกต่างกันของส่วนสูง
4. เด็กๆ มีความแตกต่างกันของน้ำหนักน้อยกว่าความแตกต่างกันของส่วนสูง

4. สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม B เป็นมุมฉาก มีพื้นที่ 40 ตารางหน่วย และ  $\sin A = 2 \sin C$  จงหาความยาวของด้าน AC เท่ากับกี่หน่วย

1.  $6\sqrt{3}$

2.  $\frac{20\sqrt{3}}{3}$

3.  $10\sqrt{2}$

4.  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

5. ถ้ากำหนดให้  $x = 65^\circ$  ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1.  $\tan^2 x < \sin x$

2.  $\cos^2 x < \sin^2 x$

3.  $\tan^2 x < \tan x$

4.  $\sin^2 x < \sin x < \frac{\sin^2 x}{1 + \sin^2 x}$

6. ถ้า  $r = \{(x, y) \mid y = \frac{1}{\sqrt{x-3}}\}$

และ  $s = \{(x, y) \mid y = \sqrt{16 - |2x|}\}$

แล้วจำนวนสมาชิกที่เป็นจำนวนเต็มของ  $R_s - D_r$  เท่ากับเท่าใด

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

7. คำตอบของสมการ  $\frac{64^{x-1}}{4^{x-1}} = 256^{2x}$  มีค่าอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1.  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$

2.  $(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{2})$

3.  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{4})$

4.  $(-\frac{3}{4}, -\frac{5}{6})$

8. ถ้าให้  $0^\circ < A < 90^\circ$  และ  $\tan \theta = \frac{4}{3}$  แล้ว  $\frac{\sec^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

1.  $\frac{477}{81}$

2.  $\frac{479}{81}$

3.  $\frac{481}{81}$

4.  $\frac{483}{81}$

9. ถ้า  $x + \sqrt{x^2 - 1} + \frac{1}{x - \sqrt{x^2 - 1}} = 20$  แล้ว  $x^2 + \sqrt{x^4 - 1} + \frac{1}{x^2 + \sqrt{x^4 - 1}}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 20.0

2. 5.05

3. 61.25

4. 51.005

10. นักร้อง 4 คน คือ ชลชา เทวี พฐุทิพย์ และเฟิร์น ร้องเพลงในการแสดงคอนเสิร์ต แต่ละเพลงจะร่วมกันร้อง 3 คน อีกคนหนึ่งนั่งพัก เมื่อการแสดงจบลงพบว่า ชลชาร้อง 7 เพลง มากกว่าคนอื่นๆ และเฟิร์นร้อง 4 เพลง น้อยกว่าคนอื่นๆ จงหาจำนวนเพลงที่นักร้องกลุ่มนี้ร้องเท่ากับเท่าใด
1. 10 เพลง
  2. 8 เพลง
  3. 9 เพลง
  4. 7 เพลง
11. มีวิธีในการเลือกคณะกรรมการซึ่งประกอบด้วยกรรมการ 6 คน จากนักเรียน 8 คน และครู 6 คน ทั้งหมดกี่วิธี โดยคณะกรรมการจะต้องประกอบด้วยนักเรียนอย่างน้อย 3 คนและครูอย่างน้อย 2 คน
1. 2,170 วิธี
  2. 1,050 วิธี
  3. 1,120 วิธี
  4. 840 วิธี
12. นักเรียนห้องหนึ่งช่วยกันขายสินค้า OTOP เพื่อหารายได้ช่วยเหลือผู้ประสบภัยน้ำท่วม ได้เงินเฉลี่ยคนละ 1,680 บาท นักเรียนชายขายสินค้าได้เฉลี่ยคนละ 1,720 บาท ในขณะที่นักเรียนหญิงขายสินค้าได้เฉลี่ยคนละ 1,600 บาท อยากทราบว่าจำนวนนักเรียนชายในห้องนี้คิดเป็นร้อยละเท่าใดของนักเรียนทั้งหมด
1. ร้อยละ 70.4
  2. ร้อยละ 50.6
  3. ร้อยละ  $66\frac{2}{3}$
  4. ร้อยละ  $33\frac{1}{3}$
13. ถ้าพจน์ที่  $n$  ของอนุกรมหนึ่ง คือ  $a_n = (-1)^{n+1}(2n - 1)$  แล้วผลบวก 101 พจน์แรกมีค่าเท่าใด
1. -101
  2. -201
  3. 101
  4. 201
14. ลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งมี  $a_5 + a_{16} = 44$  และ  $S_{18} = 3S_{10}$  ผลบวก  $n$  พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับเท่าใด
1.  $n^2 + 2n$
  2.  $n^2 + 3n$
  3.  $n^2 - 2n$
  4.  $n^2 - 3n$
15. แดงสูง 2 เมตรยืนอยู่ระหว่างเจดีย์ 2 แห่ง ซึ่งอยู่ห่างกัน 200 เมตร เขาเล็งไปที่ยอดเจดีย์ที่สูงกว่าได้มุมเงย 60 องศา และยอดเจดีย์ที่เตี้ยกว่าได้มุมเงย 45 องศา ความสูงของเจดีย์ทั้ง 2 ต่างกัน 40 เมตร จงหาความสูงของเจดีย์ที่เตี้ยกว่าเป็นกี่เมตร
1. 120.00 เมตร
  2. 116.24 เมตร
  3. 110.45 เมตร
  4. 114.08 เมตร