

PERFECT

Life
Balance

MATHS

สรุปเข้มคณิตศาสตร์ ม.ปลาย

เตรียมพร้อมสอบคณิตศาสตร์ พร้อมพิชิต O-NET, A-Level, โควตา, ชิงทุน,
เพิ่มเกรดในชั้นเรียน และเตรียมสอบในระบบ TCAS ใหม่



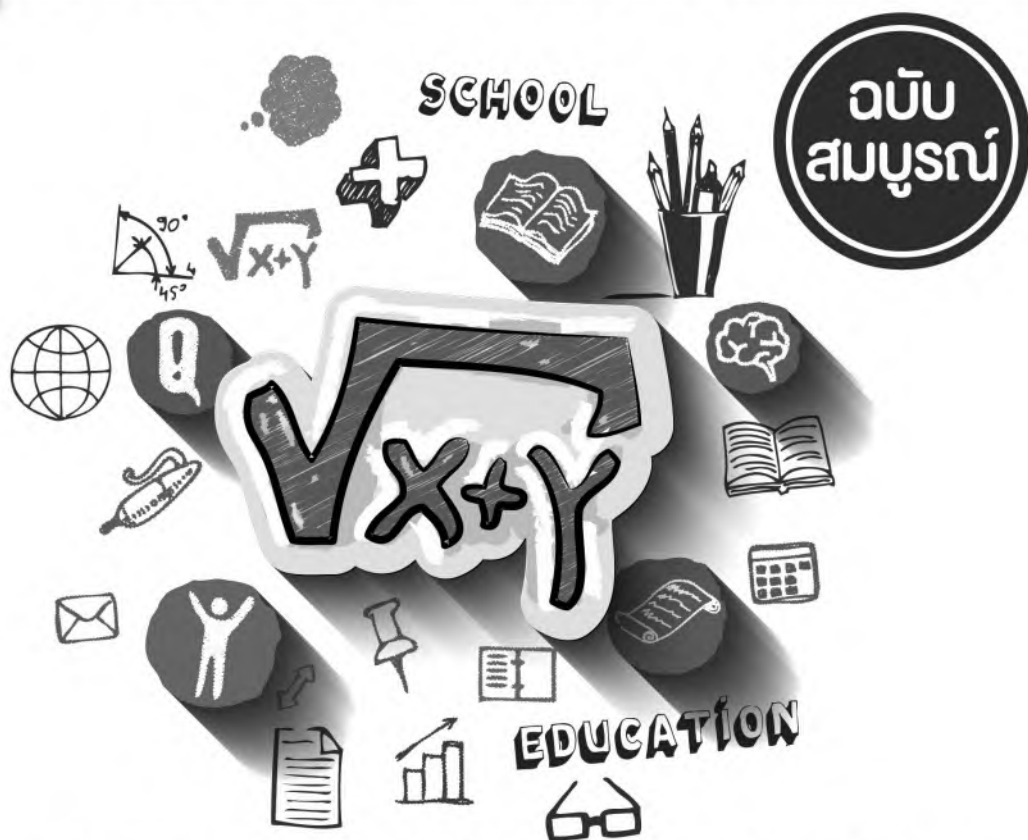
สรุปและรวบรวมเนื้อหา สูตร ทฤษฎี ตัวอย่าง และแผนภาพประกอบเนื้อหา พร้อมแบบฝึกหัดและ
แนวข้อสอบ ครบถ้วนสมบูรณ์ในเล่มเดียว!!

อัปเดตใหม่ล่าสุด!

โดย เทพวิ เชนะชาญมงคล



สรุปเข้มคณิตศาสตร์ ม.ปลาย



สรุปและรวบรวมเนื้อหา สูตร ทฤษฎี ตัวอย่าง และแผนภาพประกอบเนื้อหา พร้อมแบบฝึกหัดและแนวข้อสอบ ครบถ้วนสมบูรณ์ในเล่มเดียว!!

โดย ทพวี ษณะชาญมงคล

PERFECT MATHS สรุปเข้มคณิตศาสตร์ ม.ปลาย ฉบับสมบูรณ์

ผู้เขียน

อาจารย์เทพวิ ชนะชาญมงคล

บรรณาธิการ

ชนพนธ์ รงรอง

ผู้ตรวจทานและพิสูจน์อักษร

ปิติพัฒน์ ชัยศิริถาวรกุล, ปิยวัช จงสุทธิ์จิตต์, กันตภณ มณีรจนา
และอชิตพล บุณรัตน์

ออกแบบรูปเล่ม

ฐิติพร ทองอยู่

อภิษฎา ศิริรักษ์

ออกแบบปก

ปวีณา อังศุชัยกิจ

ISBN

978-616-381-065-6

ราคา

289 บาท

จัดทำโดย

บริษัท อินส์พัล จำกัด



สำนักพิมพ์ Life Balance

379/13 เอกมัยคอมเพล็กซ์ ถนนสุขุมวิท 63

แขวงคลองตันเหนือ เขตวัฒนา กรุงเทพฯ 10110

โทร. 08-4875-5868, 08-9200-1303

E-mail : dp_publish@hotmail.com

www.inspal.co.th



@inspalstore

จัดจำหน่ายโดย

บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน)

เลขที่ 1858/87-90 ถนนเทพรัตน

แขวงบางนาใต้ เขตบางนา กรุงเทพฯ 10260

โทร. 0-2826-8000 โทรสาร 0-2826-8999

www.se-ed.com

พิมพ์ครั้งที่ 11 พ.ศ. 2568

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 ห้ามคัดลอก ลอกเลียน ทำซ้ำ ทำสำเนา ไม่ว่าส่วนหนึ่งส่วนใดหรือ
ทั้งหมดของหนังสือนี้ หรือนำไปเผยแพร่ในช่องทางต่างๆ โดยไม่ได้รับอนุญาตจากทางบริษัทเป็นลายลักษณ์อักษร

โลโก้ เครื่องหมายการค้า ชื่อของสินค้าและบริการที่อ้างอิง เป็นของบริษัทนั้นๆ

คำนำผู้เขียน

คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญในการพัฒนาวิทยาศาสตร์ประยุกต์ต่างๆ เช่น แมคคาทรอนิกส์และหุ่นยนต์เพื่อใช้พัฒนาระบบอัจฉริยะ การเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้านโครงสร้างข้อมูลและอัลกอริทึม เทคโนโลยีเลเซอร์ทางการแพทย์และอุตสาหกรรม และการประยุกต์อื่นๆ ด้านฟิสิกส์กลเคมีและเคมีกลฟิสิกส์อีกมาก เป็นต้น

หนังสือเล่มนี้ได้เขียนเนื้อหาในแต่ละบทไว้อย่างละเอียด พร้อมยกตัวอย่างและวิธีคิดอย่างชัดเจน โดยมีแบบทดสอบท้ายบท และแนวข้อสอบท้ายเล่ม พร้อมเฉลยอย่างละเอียด ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่มีมาตรฐาน เทียบเท่าข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย โดยเนื้อหาครอบคลุมทั้งคณิตศาสตร์พื้นฐาน และคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ครบถ้วนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

หลักสำคัญที่จะทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ คือ ต้องมีความขยันในการทำแบบทดสอบหรือทำโจทย์เป็นจำนวนมาก และทำอย่างสม่ำเสมอ ผู้เขียนจึงหวังว่านักเรียนที่กำลังอ่านหนังสือเล่มนี้อยู่ควรจะมีหน้าที่ทำแบบทดสอบให้ครบทุกบท และหาแบบทดสอบอื่นๆ มาทำเพิ่มเติมเพื่อเสริมประสบการณ์

ผู้เขียนขอให้นักเรียนทุกคนเป็นคนดีและจงประสบความสำเร็จด้านการเรียน สุดท้าย ขอขอบพระคุณบิดามารดาและครูอาจารย์ที่ได้ให้คำแนะนำและสอนผู้เขียนมาจนมีความรู้ และได้มีโอกาสเผยแพร่ความรู้เพื่อประโยชน์ต่อสังคมและประเทศชาติ

อาจารย์เทพวี ชนะชาญมงคล

ผู้เขียน

ประวัติผู้เขียน



อาจารย์เทพวิ ชนะชาญมงคล

ประสบการณ์งานด้านวิชาการ

- ผู้จัดการสถาบันกวดวิชา (Maths Signature) และเป็นอาจารย์พิเศษโรงเรียนเอกชนชื่อดังหลายแห่ง
- บรรณาธิการหัวหน้าวิชาคณิตศาสตร์ (Quipper School Thailand)
- งานออกแบบระบบ e-learning และงานออกแบบด้านคณิตศาสตร์ออนไลน์
- งานออกแบบสำรวจ วิจัยและการวิเคราะห์ทางสถิติด้วยโปรแกรม SPSS
- นักเขียนอิสระ (ด้านคณิตศาสตร์ สถิติ และฟิสิกส์)
- ผู้ริเริ่มธุรกิจด้านเครือข่ายสอนพิเศษการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ (EEM Network)

การศึกษา

- ปริญญาตรี วิทยาศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
วท.บ. (คณิตศาสตร์ประยุกต์)

สารบัญ

บทที่ 1 เขต

13

1.1	รูปแบบการเขียนเขตและสัญลักษณ์ที่ใช้ในเขต	13
1.2	เขตจำกัดและเขตอนันต์	14
1.3	การเท่ากันของเขต	15
1.4	เอกภาพสัมพัทธ์	15
1.5	สับเซต	17
1.6	เพาเวอร์เซต	18
1.7	แผนภาพเวนนี - ออยเลอร์	18
1.8	โอเปอเรชันบนเซต	19
1.9	การประยุกต์	21
	แบบฝึกหัด	24
	• เฉลยแบบฝึกหัด	24
	แบบทดสอบท้ายบท	25
	• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	28

บทที่ 2 การให้เหตุผล

35

2.1	การให้เหตุผลแบบอุปนัย	35
2.2	การให้เหตุผลแบบนิรนัย	38
2.3	การประยุกต์โดยใช้แผนภาพเวนนี - ออยเลอร์	39
	แบบฝึกหัด	40
	• เฉลยแบบฝึกหัด	42
	แบบทดสอบท้ายบท	43
	• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	47

บทที่ 3 ระบบจำนวนจริง

51

3.1	องค์ประกอบระบบจำนวนจริง	51
3.2	สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกและการคูณ	52
3.3	การประยุกต์ใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้สมการ	53
3.4	การไม่เท่ากันและสมบัติของการไม่เท่ากัน	55
3.5	การแก้สมการกำลังสอง	57
3.6	ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงกับการประยุกต์ในการแก้สมการและอสมการ	58
3.7	ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น	60
	แบบฝึกหัด	63
	• เฉลยแบบฝึกหัด	66
	แบบทดสอบท้ายบท	67
	• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	70

บทที่ 4 ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

77

4.1	คู่อันดับ	77
4.2	ผลคูณคาร์ทีเซียน	78
4.3	ความสัมพันธ์	78
4.4	การเขียนกราฟความสัมพันธ์แบบบอกเงื่อนไข	79
4.5	การหาโดเมนและเรนจ์	87
4.6	การหาตัวผกผันของความสัมพันธ์	90
4.7	ฟังก์ชัน	91
4.8	การดำเนินการของฟังก์ชัน	98
	แบบฝึกหัด	101
	• เฉลยแบบฝึกหัด	102
	แบบทดสอบท้ายบท	103
	• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	109

บทที่ 5 เลขยกกำลัง

114

5.1	รากที่ n ของจำนวนจริง	114
5.2	สมบัติของรากที่ n	115
5.3	การแปลงจำนวนในรูปกรณฑ์ให้เป็นรูปเลขยกกำลัง และเลขยกกำลังให้เป็นรูปกรณฑ์	115
5.4	สมบัติของเลขยกกำลังกับการประยุกต์	116

แบบฝึกหัด	116
• เฉลยแบบฝึกหัด	117
แบบทดสอบท้ายบท	119
• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	122

บทที่ 6 อัตราส่วนตรีโกณมิติ และฟังก์ชันตรีโกณมิติ 128

6.1 อัตราส่วนตรีโกณมิติ	128
6.2 การประยุกต์ในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ	130
6.3 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	132
6.4 การหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่นๆ	134
6.5 การเขียนหน่วยขนาดของมุมจากองศาเป็นเรเดียน	134
6.6 การหาค่าตรีโกณมิติเมื่อเป็นมุมใดๆ	135
6.7 กราฟฟังก์ชันตรีโกณมิติ	136
6.8 การหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรือมุมโดยใช้สูตร	140
6.9 ตัวผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	143
6.10 การแก้สมการตรีโกณมิติโดยใช้เอกลักษณ์	144
6.11 การประยุกต์ใช้กฎของโคไซน์และไซน์	145
แบบฝึกหัด	146
• เฉลยแบบฝึกหัด	148
แบบทดสอบท้ายบท	150
• เฉลยแบบฝึกหัดท้ายบท	153

บทที่ 7 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น 161

7.1 ประพจน์และการเชื่อมประพจน์	161
7.2 การหาค่าความจริงของประพจน์	165
7.3 ประพจน์ที่สมมูลกัน	167
7.4 สัจนิรันดร์	168
7.5 การอ้างเหตุผล	170
7.6 ประโยคเปิด	172
7.7 ตัวบ่งปริมาณ	172
7.8 ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ 1 ตัว	173
7.9 ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ 2 ตัว	174
7.10 สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ	176

แบบฝึกหัด	177
• เฉลยแบบฝึกหัด	180
แบบทดสอบท้ายบท	183
• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	188

บทที่ 8 เรขาคณิตวิเคราะห์ 195

8.1 ระยะทางระหว่างจุด 2 จุด	195
8.2 จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด	196
8.3 ความชันของเส้นตรง	197
8.4 เส้นขนาน	199
8.5 เส้นตั้งฉาก	200
8.6 สมการเส้นตรง	201
8.7 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด	203
แบบฝึกหัด	206
• เฉลยแบบฝึกหัด	208
แบบทดสอบท้ายบท	210
• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	213

บทที่ 9 ภาคตัดกรวย 222

9.1 ภาคตัดกรวย	222
9.2 วงกลม	222
9.3 พาราโบลา	225
9.4 วงรี	229
9.5 ไฮเพอร์โบลา	231
แบบฝึกหัด	235
• เฉลยแบบฝึกหัด	236
แบบทดสอบท้ายบท	238
• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	241

บทที่ 10 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม 251

10.1 การหารากที่ n ในระบบจำนวนจริง	251
10.2 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	252

10.3	ฟังก์ชันลอการิทึม	256
10.4	การหาค่าลอการิทึม	258
10.5	การเปลี่ยนฐานลอการิทึม	259
10.6	สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม	260
	แบบฝึกหัด	262
	• เฉลยแบบฝึกหัด	263
	แบบทดสอบท้ายบท	265
	• เฉลยแบบฝึกหัดท้ายบท	267

บทที่ 11 ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ 275

11.1	ระบบสมการเชิงเส้น	275
11.2	เมทริกซ์	276
11.3	อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์	281
11.4	การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ $n \times n$ ใดๆ	282
11.5	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์	284
	แบบฝึกหัด	289
	• เฉลยแบบฝึกหัด	292
	แบบทดสอบท้ายบท	296
	• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	300

บทที่ 12 เวกเตอร์ในสามมิติ 308

12.1	ระบบพิกัดฉากสามมิติ	308
12.2	เวกเตอร์	309
12.3	เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 2 มิติ	312
12.4	เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ	314
12.5	ผลคูณเชิงสเกลาร์	318
12.6	ผลคูณเชิงเวกเตอร์	319
	แบบฝึกหัด	320
	• เฉลยแบบฝึกหัด	322
	แบบทดสอบท้ายบท	324
	• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	327

บทที่ 13 จำนวนเชิงซ้อน

334

- 13.1 จำนวนเชิงซ้อน 334
- 13.2 สมบัติเชิงพีชคณิต 335
- 13.3 การหารากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน 337
- 13.4 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนและกราฟ 338
- 13.5 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว 340
- 13.6 การแก้สมการพหุนามภาคเชิงซ้อน 342
- แบบฝึกหัด 343
 - เฉลยแบบฝึกหัด 345
- แบบทดสอบท้ายบท 348
 - เฉลยแบบทดสอบท้ายบท 351

บทที่ 14 ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

361

- 14.1 กราฟ 361
- 14.2 ดีกรีของจุดยอด 363
- 14.3 แนวเดิน 365
- 14.4 กราฟออยเลอร์ 366
- 14.5 การประยุกต์ของกราฟ 367
- แบบฝึกหัด 371
 - เฉลยแบบฝึกหัด 373
- แบบทดสอบท้ายบท 374
 - เฉลยแบบทดสอบท้ายบท 378

บทที่ 15 แคลคูลัสเบื้องต้น

383

- 15.1 ลิมิตของฟังก์ชัน 383
- 15.2 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน 385
- 15.3 ความชันของเส้นโค้ง 386
- 15.4 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน 387
- 15.5 อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ 389
- 15.6 อนุพันธ์อันดับสูงกับการประยุกต์ 390
- 15.7 ปฏิยานุพันธ์ 393
- 15.8 ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต 394
- 15.9 ปริพันธ์จำกัดเขต 395

แบบฝึกหัด	397
• เฉลยแบบฝึกหัด	400
แบบทดสอบท้ายบท	402
• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	405

บทที่ 16 วิธีเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่ 413

16.1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ	413
16.2 วิธีเรียงสับเปลี่ยน	415
16.3 วิธีการจัดหมู่	418
แบบฝึกหัด	421
• เฉลยแบบฝึกหัด	423
แบบทดสอบท้ายบท	424
• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	427

บทที่ 17 ความน่าจะเป็น 435

17.1 การทดลองสุ่ม	435
17.2 เหตุการณ์	436
17.3 ความน่าจะเป็น	436
แบบฝึกหัด	438
• เฉลยแบบฝึกหัด	440
แบบทดสอบท้ายบท	442
• เฉลยแบบทดสอบบท	445

บทที่ 18 กำหนดการเชิงเส้น 451

18.1 กราฟอสมการเชิงเส้น	451
18.2 กราฟระบบอสมการเชิงเส้น	453
18.3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น	455
แบบฝึกหัด	458
• เฉลยแบบฝึกหัด	460
แบบทดสอบท้ายบท	464
• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	467

บทที่ 19 สถิติ

473

19.1 การเก็บรวบรวมข้อมูล	473
19.2 การสำรวจความคิดเห็น	474
19.3 การวิเคราะห์ข้อมูล	475
19.4 ค่ามาตรฐาน (z)	492
19.5 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล	495
แบบฝึกหัด	505
• เฉลยแบบฝึกหัด	507
แบบทดสอบท้ายบท	509
• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	512

บทที่ 20 ลำดับและอนุกรม

519

20.1 ลำดับ	519
20.2 อนุกรม	522
20.3 ลิมิตของลำดับ	523
20.4 อนุกรมอนันต์	526
20.5 สัญลักษณ์แทนการบวก (Σ)	527
แบบฝึกหัด	529
• เฉลยแบบฝึกหัด	531
แบบทดสอบท้ายบท	533
• เฉลยแบบทดสอบท้ายบท	535

แนวข้อสอบท้ายเล่ม ชุดที่ 1

542

เฉลยแนวข้อสอบท้ายเล่ม ชุดที่ 1	546
--------------------------------	-----

แนวข้อสอบท้ายเล่ม ชุดที่ 2

554

เฉลยแนวข้อสอบท้ายเล่ม ชุดที่ 2	559
--------------------------------	-----

บทที่

01

เขต

1.1 รูปแบบการเขียนเขตและสัญลักษณ์ที่ใช้ในเขต



เขต ในทางคณิตศาสตร์ ใช้ในการบอกถึงสิ่งที่เป็นกลุ่มหรือหมวดหมู่ แต่จะไม่นิยามคำว่า เขต หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า เขตเป็นนิยาม ในเซตหนึ่งๆ จะมีจำนวนสมาชิกในกลุ่มหรือไม่ก็ได้ แต่สิ่งที่สำคัญสำหรับเซตก็คือ ต้องแยกแยะให้ออกว่า สิ่งใดเป็นสมาชิกในเซต และสิ่งใดไม่เป็นสมาชิกในเซต เช่น

นักเรียนมัธยมห้องหนึ่งสามารถแบ่งเป็น 2 เขต โดยกลุ่มแรกเป็นเซตของนักเรียนชาย และกลุ่มที่สองเป็นเซตของนักเรียนหญิง ลักษณะนี้ต้องแยกให้ออกว่าใครเป็นชายใครเป็นหญิง แล้วจึงจับแยกไปในแต่ละเซต

เซตของประเทศในกลุ่มอาเซียน ซึ่งสมาชิกในเซตจะประกอบด้วยประเทศต่างๆ ที่อยู่ในเขตอาเซียนทั้งหมดนั่นเอง ดังนั้น ต้องแยกแยะให้ออกว่าประเทศใดอยู่ในกลุ่มอาเซียนหรือไม่อยู่ในกลุ่มอาเซียนก่อน จึงจะเขียนสมาชิกต่างๆ ที่อยู่ในเซตนี้ได้

เซตของคณะรัฐมนตรีใน พ.ศ.2568 ซึ่งมีทั้งหมด 36 คน หมายถึง สมาชิกในเซตของคณะรัฐมนตรี ได้แก่ นายกรัฐมนตรี รองนายกรัฐมนตรี และรัฐมนตรีต่างๆ ซึ่งมีสมาชิกในเซตรวมทั้งสิ้น 36 คนนั่นเอง

สรุปก็คือ สำหรับเซตใดๆ นั้น ต้องแยกแยะให้ออกว่าสิ่งใดอยู่ในเซต สิ่งใดไม่อยู่ในเซต จากนั้นจึงเขียนสมาชิกในเซตนั้นๆ ได้ รวมไปถึงทราบจำนวนของสมาชิกในเซตนั้นๆ ด้วย

รูปแบบการเขียนเขตจะมี 2 แบบ

① **เขียนแบบแจกแจงสมาชิก** ใช้ตัว “,” คั่นระหว่างสมาชิก และใช้ “{” ปิดหัว และใช้ “}” ปิดท้าย

เช่น เซตของแก๊สสามช่า จะเขียนเป็น {หมี, เท้ง, โห่ง}

เซตของสระในภาษาอังกฤษจะเขียนเป็น {a, e, i, o, u}

② เขียนแบบบอกเงื่อนไข ใช้ตัวแปรแทนสมาชิกในเซตและมีประโยคบอกลักษณะของสมาชิก

เช่น ให้ $A = \{x \mid x \text{ เป็นสมาชิกในแก๊งสามขา}\}$ อ่านว่า ให้ A เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกคือ x โดยที่ x เป็นสมาชิกในแก๊งสามขา (สัญลักษณ์ $\mid$ แทนคำว่า โดยที่)

ให้ $B = \{x \mid x \text{ เป็นคำตอบของสมการ } x^3 = -125\}$

จากตัวอย่างทั้งสอง ถ้าจะเขียนเป็นแบบแจกแจงสมาชิกจะได้ ดังนี้

$A = \{\text{หมา, เถ้, โหน่ง}\}$ และ $B = \{-5\}$ โดย หมา เถ้ โหน่ง เป็นสมาชิกของ A ส่วน -5 เป็นสมาชิกของ B คำว่า เป็นสมาชิกของ ใช้สัญลักษณ์ $\in$ แทน เช่น $-5 \in B$ และคำว่า ไม่เป็นสมาชิกของ ใช้สัญลักษณ์ $\notin$ แทน เช่น $5 \notin B$



ข้อตกลงเบื้องต้นในการเขียนเซต

- 1 ใช้อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ในการแทนเซต เช่น
ให้ A แทนเซตของแก๊งสามขา จะเขียนเซตได้ดังนี้ $A = \{\text{หมา, เถ้, โหน่ง}\}$
ให้ B แทนเซตของสระในภาษาอังกฤษ จะเขียนเซตได้ดังนี้ $B = \{a, e, i, o, u\}$
- 2 ใช้อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็กในการแทนสมาชิกในเซต เช่น $B = \{a, e, i, o, u\}$
- 3 ถ้าสมาชิกมีมากจนเขียนไม่หมด หรือเขียนหมดแต่ไม่สะดวก จะใช้จุดสามจุดแทน เช่น
ให้ C แทนเซตของจำนวนเต็ม จะเขียนเซตได้ดังนี้ $C = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
ให้ D แทนเซตของเดือนใน 1 ปี จะเขียนเป็น $D = \{\text{มกราคม, กุมภาพันธ์, มีนาคม, ..., ธันวาคม}\}$



เซตว่าง คือ เซตที่ไม่มีสมาชิกเลย และมีจำนวนสมาชิกเป็นศูนย์

ใช้สัญลักษณ์ $\emptyset$ (อ่านว่า ฟิ) หรือใช้ $\{\}$ แทนเซตว่าง เช่น

ให้ $C = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนจริงและเป็นคำตอบของสมการ } (x)^2 = -25\}$

จะได้ว่า $C = \emptyset$ หรือ $C = \{\}$

1.2 เซตจำกัดและเซตอนันต์



เซตจำกัด คือ เซตที่สามารถบอกจำนวนสมาชิกในเซตได้ หมายถึง สามารถนับจำนวนสมาชิกในเซตได้ครบทั้งหมดยกเว้น เช่น เซตของคณะรัฐมนตรีใน พ.ศ.2568 เป็นเซตจำกัด เพราะสามารถนับจำนวนสมาชิกในเซตได้ครบว่า มี 36 คน หรือ เซตของจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า 10 ก็เป็นเซตจำกัด เพราะสามารถนับจำนวนสมาชิกในเซตได้ครบว่า มี 4 ตัว ได้แก่ 2, 4, 6, 8 เป็นต้น

ตัวอย่างเซตจำกัด เช่น ให้ $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 1,000\}$ จะมีจำนวนสมาชิก 1,001 ตัว

$B = \{0, \{ \}$ } มีจำนวนสมาชิก 2 ตัว

$C = \{\{0, \{ \}\}\}$ มีจำนวนสมาชิก 1 ตัว

$D = \{ \}$ มีจำนวนสมาชิก 0 ตัวหรือเรียกว่าไม่มีจำนวนสมาชิก

เซตอนันต์ คือ เซตที่ไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกในเซตได้ หมายถึง ไม่สามารถนับจำนวนสมาชิกในเซตได้ครบทั้งหมดนั่นเอง เช่น เซตของมดที่อยู่ในประเทศไทย เพราะสามารถนับมดได้ แต่ไม่สามารถนับได้ครบหมดทั้งประเทศ หรือเซตของตัวเลขจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 25 ซึ่งก็จะมีจำนวนตัวเลขจำนวนเต็มมากมาย นับไม่ถ้วน เป็นต้น

ตัวอย่างเซตอนันต์ เช่น ให้ $A = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

$B = \{\dots, -3, -2, -1, 0\}$

1.3 การเท่ากันของเซต



บทนิยาม เซต A และเซต B จะเท่ากันก็ต่อเมื่อเซตทั้งสองมีจำนวนสมาชิกเท่ากันและมีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว ใช้สัญลักษณ์ $A = B$ แทน เซต A เท่ากับเซต B

หมายถึง สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A ดังนั้น หลักในการมองเซตใดๆ ว่า เซตสองเซตนั้นเท่ากันหรือไม่ ให้ดูที่สมาชิกในสองเซตนั้นๆ ว่าหน้าตาเหมือนกันทุกตัวหรือไม่และจะต้องมีจำนวนสมาชิกในทั้งสองเซตเท่ากันด้วย เช่น

ให้ $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, d, a, c\}$ กรณีนี้ จะเห็นว่า ทั้งสองเซตมีหน้าตาสมาชิกเหมือนกัน และมีจำนวนสมาชิกเท่ากัน เท่ากับ 4 ตัว ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่า $A = B$

ส่วนกรณีที่เซต A ไม่เท่ากับเซต B นั้น จะต้องมียกข้อยกเว้นอย่างน้อย 1 ตัวในเซต A ที่ไม่ใช่สมาชิกในเซต B หรือในทางกลับกัน จะต้องมียกข้อยกเว้นอย่างน้อย 1 ตัวในเซต B ที่ไม่ใช่สมาชิกในเซต A นั่นเอง

1.4 เอกภพสัมพัทธ์



บทนิยาม เอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตที่กำหนดขอบเขตทั้งหมดของลักษณะสมาชิกที่กำลังศึกษา สัญลักษณ์ที่ใช้ คือ U (Universal set)

หมายถึง ขอบเขตในสิ่งที่อ้างอิง ในเรื่องของเซต เช่น ถ้าให้เอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของคณะรัฐมนตรีใน พ.ศ.2568 ดังนั้น สมาชิกต่างๆ ที่พูดถึงจะต้องเป็นสมาชิกที่อยู่ในคณะรัฐมนตรีใน พ.ศ.2568 เท่านั้น จะพูดถึงบุคคลอื่นที่ไม่ได้อยู่ในคณะรัฐมนตรีนี้ไม่ได้

ในทางคณิตศาสตร์ ถ้ากำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์ U เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกเซตต่างๆ ที่จะพูดถึง ก็จะต้องเป็นเซตที่เป็นจำนวนเต็มบวกเท่านั้น เช่น กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ หมายถึงเวลานี้ จะพิจารณาเฉพาะตัวเลขในขอบเขตคือ เลข 1 - 8 เท่านั้น ตัวเลขที่นอกเหนือสิ่งที่กำหนดนั้น จัดว่าไม่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ และถ้า $A = \{x \mid x \in U \text{ และเป็นคำตอบของสมการ } x^3 = -8\}$ จะได้ $A = \{ \}$ เพราะ -2 ไม่อยู่ใน U

!!.. หมายถึง

ในการแก้สมการปกติทั่วไป จะได้คำตอบของสมการ $x^3 = -8$ คือ $x = -2$
กำหนดสัญลักษณ์ในลักษณะเดียวกันกับ U ได้ ดังนี้

I	แทน	เซตของจำนวนเต็ม
I^+	แทน	เซตของจำนวนเต็มบวก
I^-	แทน	เซตของจำนวนเต็มลบ
N	แทน	เซตของจำนวนนับหรือจำนวนเต็มบวก
Q	แทน	เซตของจำนวนตรรกยะ
Q^+	แทน	เซตของจำนวนตรรกยะบวก
Q^-	แทน	เซตของจำนวนตรรกยะลบ
R	แทน	เซตของจำนวนจริง
R^+	แทน	เซตของจำนวนจริงบวก
R^-	แทน	เซตของจำนวนจริงลบ



ในการแก้สมการโดยทั่วไป ถ้าไม่ได้บอกเอกภพสัมพัทธ์มา ให้ถือเอา R เป็นเอกภพสัมพัทธ์

1.5 สับเซต



บทนิยาม ถ้าให้ A และ B เป็นเซต

จะเรียก A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

ใช้สัญลักษณ์ $A \subset B$ แทน เซต A เป็นสับเซตของเซต B และ

ใช้สัญลักษณ์ $A \not\subset B$ แทน เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B

การที่เซต A เป็นสับเซตของเซต B นั้น สมาชิกทั้งหมดของเซต A ต้องอยู่ในเซต B หากมีสมาชิกตัวใดตัวหนึ่งของเซต A ไม่อยู่ในเซต B กล่าวได้ว่า เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ในทางกลับกัน ถ้าเซต B เป็นสับเซตของเซต A นั้น สมาชิกทั้งหมดของเซต B ต้องอยู่ในเซต A ถ้าหากมีสมาชิกตัวใดตัวหนึ่งของเซต B ไม่มีอยู่ในเซต A แล้ว จะกล่าวว่า เซต B ไม่เป็นสับเซตของเซต A นั่นเอง

เช่น กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ และ $C = \{1\}$

จะได้ว่า $B \subset A$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ B เป็นสมาชิกของ A

$C \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ C เป็นสมาชิกของ B

$C \subset A$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ C เป็นสมาชิกของ A

$A \not\subset B$ เพราะมีสมาชิกของ A ที่ไม่เป็นสมาชิกของ B



ข้อควรจำ เซตว่างเป็นสับเซตของทุกๆ เซต

$\emptyset \subset A$ เมื่อ A แทนเซตใดๆ ดังนั้น

จะได้ว่า $\emptyset \subset A$, $\emptyset \subset B$ และ $\emptyset \subset C$ รวมถึง $\emptyset \subset \emptyset$ ด้วย

บทนิยาม ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ

ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset A$ แล้ว $A = B$

A เป็นสับเซตแท้ของ B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $A \neq B$

จากนิยามหมายความว่า เมื่อเซต A และเซต B ต่างก็เป็นสับเซตของกันและกัน กล่าวคือ สมาชิกทั้งหมดของเซต A ต้องอยู่ในเซต B และสมาชิกทั้งหมดของเซต B ต้องอยู่ในเซต A แล้วเซต A จะเท่ากับเซต B

ส่วนกรณี A เป็นสับเซตแท้ของ B หมายความว่า เซต A ต้องเป็นสับเซตของ B แต่จะต้องไม่เป็นเซตที่เท่ากับ B หรือจำนวนสมาชิกในเซต A ต้องไม่เท่ากับจำนวนสมาชิกในเซต B

จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซตใดๆ จะมีจำนวนเท่ากับ 2^n เมื่อ n คือ จำนวนสมาชิกในเซตนั้น

เช่น ให้ $A = \{a, b, c\}$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A หรือ $n(P(A))$ เท่ากับ $2^3 = 8$ ได้แก่ $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$, $\{a, b, c\}$, $\{\}$ และเรียกเซตย่อยทั้งหมดนี้ว่า **เพาเวอร์เซต ($P(A)$)**

ดังนั้น เพาเวอร์เซตของ A คือ $\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \{\}$

1.6 เพาเวอร์เซต



บทนิยาม เพาเวอร์เซตของเซต A คือ เซตของสับเซตทั้งหมดของ A เขียนแทนด้วย $P(A)$

จากนิยามหมายความว่า เมื่อเขียนเซตต่างๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่เป็นสับเซตของเซต A และรวบรวมเซตต่างๆ ที่เขียนได้เหล่านั้นมาเป็นเซต ใหม่ และจะเรียกเซตใหม่นี้ว่า เพาเวอร์เซตของเซต A

เช่น เพาเวอร์เซตของเซต A กำหนดให้ $A = \{a, b, c\}$

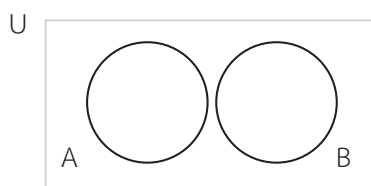
ดังนั้น $P(A)$ คือ $\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \{\}$

1.7 แผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์

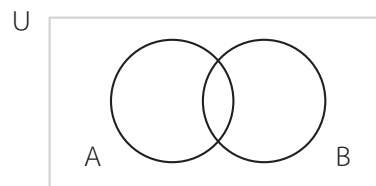


มีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือรูปปิดใดๆ ก็ได้ซึ่งใช้แทนเอกภพสัมพัทธ์ ส่วนด้านในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า จะมีรูปปิดใดๆ ที่แสดงถึงเซตต่างๆ ซึ่งอยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ และเรียกเซตต่างๆ เหล่านี้ว่า เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ ซึ่งเซตต่างๆ อาจมีสมาชิกร่วมกันหรือไม่ก็ได้ เช่น

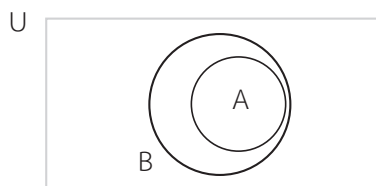
กรณี เซต A และ B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน



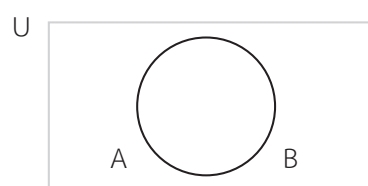
กรณี เซต A และ B มีสมาชิกร่วมกัน



กรณี เซต $A \subset B$

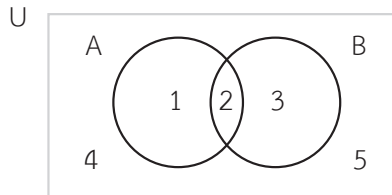


กรณี เซต $A = B$



ตัวอย่าง 1 ให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

วิธีทำ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{2, 3\}$ เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



1.8 โอเปอเรชันบนเซต

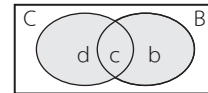
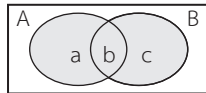
1 ยูเนียน

บทนิยาม $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B \text{ หรือ } x \text{ เป็นสมาชิกทั้งสองเซต}\}$

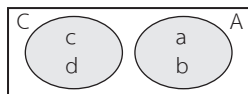
เซต A ยูเนียน เซต B หมายถึง เซตที่มีสมาชิกเป็นสมาชิกของเซต A หรือเซต B เซตใดเซตหนึ่งหรือทั้งสองเซตก็ได้ หรือกล่าวง่ายๆ ว่าเป็นการนำสมาชิกของทั้งสองเซตมารวมกัน ถ้าสมาชิกซ้ำก็ให้เขียนแค่ตัวเดียว

ตัวอย่าง 2 ให้ $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c\}$ และ $C = \{c, d\}$

วิธีทำ $A \cup B = \{a, b, c\}$ เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้ $B \cup C = \{b, c, d\}$ เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



$A \cup C = \{a, b, c, d\}$ เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



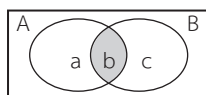
2 อินเตอร์เซกชัน

บทนิยาม $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \in B\}$

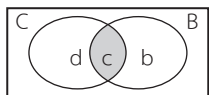
เซต A อินเตอร์เซกชัน เซต B หมายถึง เซตที่มีสมาชิกที่เป็นสมาชิกของทั้งเซต A และ B ไปพร้อมๆ กัน

ตัวอย่าง 3 ให้ $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c\}$ และ $C = \{c, d\}$

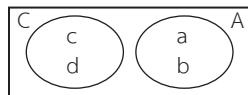
วิธีทำ $A \cap B = \{b\}$ เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



$B \cap C = \{c\}$ เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



$A \cap C = \{\}$ เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



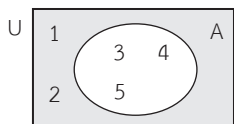
③ คอมพลิเมนต์

บทนิยาม $A' = \{x \mid x \in U \text{ และ } x \notin A\}$

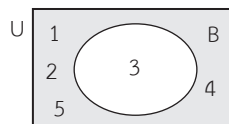
เซตที่ได้ใหม่ คือ เซตที่มีสมาชิกทุกตัวอยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ แต่ไม่มีอยู่ในเซตนั้นๆ

ตัวอย่าง 4 ให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{3, 4, 5\}$ $B = \{3\}$ และ $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ จะได้ว่า

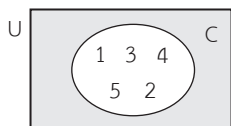
วิธีทำ $A' = \{1, 2\}$ เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



$B' = \{1, 2, 4, 5\}$ เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



$C' = \{\}$ เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



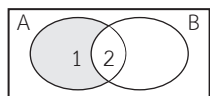
④ ผลต่างระหว่างเซต

บทนิยาม $A - B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \notin B\}$

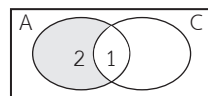
เซตที่ได้ใหม่ คือ เซตที่เป็นสมาชิกของเซต A แต่ไม่ได้เป็นสมาชิกของเซต B

ตัวอย่าง 5 ให้ $A = \{1, 2\}$, $B = \{2\}$ และ $C = \{1\}$ จะได้ว่า

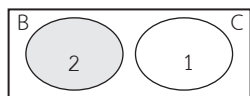
วิธีทำ $A - B = \{1\}$ เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



$A - C = \{2\}$ เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



$B - C = \{2\}$ เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



1.9 การประยุกต์



การหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด

กรณี 2 เซต สามารถหาจำนวนสมาชิกของ $A \cup B$ ดังนี้

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

กรณี 3 เซต สามารถหาจำนวนสมาชิกของ $A \cup B \cup C$ ดังนี้

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

ตัวอย่าง 6 นักเรียนห้องหนึ่ง มี 50 คน สอบคณิตศาสตร์ผ่าน 35 คน สอบสังคมผ่าน 35 คน สอบผ่านทั้งสองวิชา 25 คน จงหาจำนวนคนที่สอบไม่ผ่านทั้งสองวิชา

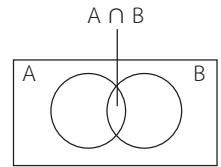
วิธีทำ จากโจทย์ ให้ U แทน เซตของนักเรียนทั้งห้อง

A แทน เซตของนักเรียนที่สอบคณิตศาสตร์ผ่าน

B แทน เซตของนักเรียนที่สอบสังคมผ่าน

$A \cap B$ แทน เซตของนักเรียนที่สอบผ่านทั้งสองวิชา

$A \cup B$ แทน เซตของนักเรียนที่สอบผ่านคณิตศาสตร์หรือสังคมอย่างน้อยหนึ่งวิชา



จะได้ $n(A) = 35$, $n(B) = 35$ และ $n(A \cap B) = 25$

จาก $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ แทนค่าในสูตร ดังนี้

$$n(A \cup B) = 35 + 35 - 25 = 45$$

นั่นคือ จำนวนนักเรียนที่สอบผ่านคณิตศาสตร์หรือสังคมอย่างน้อยหนึ่งวิชา = 45 คน

ดังนั้น จำนวนนักเรียนที่สอบไม่ผ่านทั้งสองวิชา = $50 - 45 = 5$ คน

ตัวอย่าง 7 สรรวจคนที่เดินทางมาทำงานจำนวน 100 คน ปรากฏผลการสอบถาม ดังนี้

15 คน เดินทางโดยรถไฟและรถเมล์

10 คน เดินทางโดยเรือและรถเมล์

10 คน เดินทางโดยรถไฟและเรือ

30 คน เดินทางโดยรถไฟ

40 คน เดินทางโดยเรือ

30 คน เดินทางโดยรถเมล์

35 คน ที่ไม่ใช้บริการทั้งสามประเภท

จงหาจำนวนคนที่เดินทางโดยใช้บริการครบทั้งสามประเภท

วิธีทำ จากโจทย์ ให้ U แทน เซตคนที่ถูกสำรวจ

A แทน เซตคนที่เดินทางโดยรถไฟ

B แทน เซตคนที่เดินทางโดยรถเมล์

C แทน เซตคนที่เดินทางโดยเรือ

$A \cap B$ แทน เซตคนที่เดินทางโดยรถไฟและรถเมล์

$A \cap C$ แทน เซตคนที่เดินทางโดยรถไฟและเรือ

$C \cap B$ แทน เซตคนที่เดินทางโดยเรือและรถเมล์

$A \cap B \cap C$ แทน เซตคนที่ใช้บริการทั้งสามประเภท

$A \cup B \cup C$ แทน เซตคนที่เดินทางโดยรถไฟหรือรถเมล์หรือเรืออย่างน้อยหนึ่งประเภท

$(A \cup B \cup C)'$ แทน เซตคนที่ไม่ใช้บริการทั้งสามประเภท

$n(A)$ แทน จำนวนคนที่เดินทางโดยรถไฟ

$n(B)$ แทน จำนวนคนที่เดินทางโดยรถเมล์

$n(C)$ แทน จำนวนคนที่เดินทางโดยเรือ

$n(A \cap B)$ แทน จำนวนคนที่เดินทางโดยรถไฟและรถเมล์

$n(A \cap C)$ แทน จำนวนคนที่เดินทางโดยรถไฟและเรือ

$n(C \cap B)$ แทน จำนวนคนที่เดินทางโดยเรือและรถเมล์

$n(A \cap B \cap C)$ แทน จำนวนคนที่ใช้บริการทั้งสามประเภท

$n(A \cup B \cup C)$ แทน จำนวนคนที่เดินทางโดยรถไฟหรือรถเมล์หรือเรืออย่างน้อยหนึ่งประเภท

$n(A \cup B \cup C)'$ แทน จำนวนคนที่ไม่ใช้บริการทั้งสามประเภท

จะได้

$$n(A) = 30, n(B) = 30, n(C) = 40, n(A \cap B) = 15, n(A \cap C) = 10, n(C \cap B) = 10, n(A \cup B \cup C)' = 35$$

จากสูตร $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

แทนค่าจะได้ $n(A \cup B \cup C) = 30 + 30 + 40 - 15 - 10 - 10 + n(A \cap B \cap C)$

$$n(A \cup B \cup C) = 65 + n(A \cap B \cap C) \quad \dots\dots\dots(1)$$

แต่คนที่ถูกสำรวจมีจำนวน 100 คน และจำนวนคนที่ไม่ใช้บริการทั้งสามประเภทมี 35 คน

ดังนั้น $100 = n(A \cup B \cup C) + n(A \cup B \cup C)'$

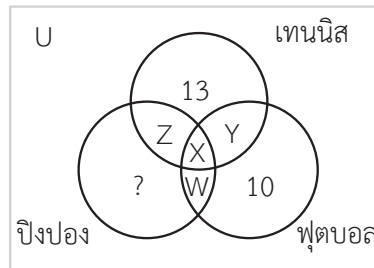
$$100 = n(A \cup B \cup C) + 35$$

จะได้ $n(A \cup B \cup C) = 65 \quad \dots\dots\dots(2)$

จาก (1) และ (2) เมื่อแทนค่าจะได้ $65 = 65 + n(A \cap B \cap C)$

เพราะฉะนั้น $n(A \cap B \cap C) = 0$ นั่นคือ จำนวนคนที่ใช้บริการทั้งสามประเภทเท่ากับ 0 คน

ตัวอย่าง 8 ในการสำรวจผู้ใช้บริการฟิตเนสแห่งหนึ่ง พบว่า ทุกคนชอบเล่นกีฬาอย่างน้อย 1 ประเภท และผลสำรวจเป็นดังนี้ เล่นเทนนิส 40 คน เล่นฟุตบอล 33 คน เล่นปิงปอง 49 คน เล่นทั้งสามประเภท 5 คน เล่นเทนนิสอย่างเดียว 13 คน เล่นฟุตบอลอย่างเดียว 10 คน เล่นเทนนิสและฟุตบอล 13 คน จงหาจำนวนคนที่เล่นปิงปองอย่างเดียว



- วิธีทำ** จากรูป จะได้ว่า จำนวนคนที่เล่นทั้งสามประเภท คือ $X = 5$
 เล่นเทนนิสกับฟุตบอล คือ $X + Y = 13$ คน
- ดังนั้น** จะได้เล่นเทนนิสกับฟุตบอล แต่ไม่ได้เล่นปิงปองคือ $Y = 13 - X = 13 - 5 = 8$
 โจทย์บอกเล่นฟุตบอลอย่างเดียว 10 คน
 นั่นคือคนที่เล่นฟุตบอล 33 คน $= X + Y + W + 10$ คน
- จะได้** $33 = X + Y + W + 10$
 แทนค่า $33 = 5 + 8 + W + 10$
- ดังนั้น** $W = 10$ คือ จำนวนคนที่เล่นปิงปองกับฟุตบอล แต่ไม่เล่นเทนนิส
- จากโจทย์** มีเล่นเทนนิส 40 คน เล่นเทนนิสอย่างเดียว 13 คน
- ดังนั้น** จะมีจำนวนคนที่เล่นปิงปองและเทนนิส แต่ไม่เล่นฟุตบอล $= Z$ คน
- จะได้** $Z = 40 - 13 - 5 - 8 = 14$ คน
- จากโจทย์** มีเล่นปิงปอง 49 คน
- นั่นคือ** จำนวนคนที่เล่นปิงปองอย่างเดียว $= 49 - 14 - 5 - 10 = 20$ คน

แบบฝึกหัด

กำหนดให้ $U = \{1, 2, \{\}\}$, $A = \{1\}$, $B = \{2\}$, $C = \{\}$ และ $D = \{\{\}\}$

จงหาคำตอบจากการดำเนินการบนเซตต่อไปนี้

1. $(A \cup B \cup C \cup D)'$ =
2. $(A \cap B \cap C \cap D)'$ =
3. A' =
4. B' =
5. C' =
6. D' =
7. $A' \cup B' \cup C' \cup D'$ =
8. $(A' \cup B' \cup C' \cup D')'$ =
9. $(B' \cup C') \cap (A' \cup D')$ =
10. $(A' \cup D') - (B' \cup C')$ =

เฉลยแบบฝึกหัด

- | | | | | |
|---------------|--------|------------------|------------------|------------|
| 1. $\{\}$ | 2. U | 3. $\{2, \{\}\}$ | 4. $\{1, \{\}\}$ | 5. U |
| 6. $\{1, 2\}$ | 7. U | 8. $\{\}$ | 9. U | 10. $\{\}$ |

แบบทดสอบท้ายบท



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 1. ถึง 4.

ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ และ $C = \{9, 10, 11, 12, 13\}$

1. $n(A - B) + n(B - A) - n(B \cap C)$ เท่ากับข้อใด

1. 3 2. 5 3. 7 4. 9

2. $n[(A \cup B) \cap (B \cup C)]$ เท่ากับข้อใด

1. 3 2. 5 3. 7 4. 9

3. $n[P(A \cup B \cup C)]$ เท่ากับข้อใด

1. 2^{10} 2. 2^{11} 3. 2^{12} 4. 2^{13}

4. $n(P(A)) - n(P(B)) + n(P(C))$ เท่ากับข้อใด

1. 8 2. 16 3. 24 4. 32

5. ข้อใดผิด

1. $\emptyset \subset \{\emptyset\}$ 2. $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset\}$ 3. $\emptyset \subset \{\{\emptyset\}\}$ 4. $\{\emptyset\} \subset \emptyset$

6. ให้ $A = \{\{\emptyset\}, \emptyset\}$ จงหา $n(P(A)) + n(A)$

1. 0 2. 1 3. 2 4. 3

7. ให้ $A = \{\{\emptyset\}, \emptyset\}$ และ $B = \{\{\emptyset\}, \emptyset\}$ จงหา $B - A$

1. A 2. B 3. $\{\emptyset\}$ 4. $\emptyset$

8. ให้ $A = \{\{\emptyset\}\}$ และ $B = \{\{\emptyset\}, \emptyset\}$ จงหา $B - A$

1. A 2. B 3. $\{\emptyset\}$ 4. $\emptyset$

9. ให้ $A = \{\{\emptyset\}\}$ และ $B = \{\{\emptyset\}, \emptyset\}$ จงหา $(A - B) \cup (B - A)$

1. A 2. B 3. $\{\emptyset\}$ 4. $\emptyset$

10. ให้ $A = \{\{\}, \{\}\}$ และ $B = \{\}$ พิจารณาว่าข้อใดผิด

1. $A \cup B = A$ 2. $B - A = \{\}$ 3. $\{\emptyset\} \subset A$ 4. $A \cap B = \emptyset$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 11. ถึง 15.

$$\text{ให้ } U = I$$

$$A = \{x \mid x \text{ เป็นคำตอบของสมการ } x^2 - x - 6 = 0\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ เป็นคำตอบของสมการ } -5x^2 = -125\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

11. จงหาค่าของ $n(A \cup B \cup C) + n(A \cap B \cap C)$ มีค่าเท่าไร

1. 6 2. 7 3. 8 4. 9

12. ค่าของ $n[A' \cap C \cap B]$ คือข้อใด

1. 1 2. 3 3. 5 4. 7

13. ค่าของ $n[A' \cap C \cap B][n(A) + n(B) + n(C)]$ คือข้อใด

1. 6 2. 7 3. 8 4. 9

14. $P(A' \cap C \cap B) - B$ คือข้อใด

1. $\{-5, 5\}$ 2. $\{-5, \{\}\}$ 3. $\{5, \{\}\}$ 4. $\{\{5\}, \emptyset\}$

15. $(C - B) \cap (B - A)$ คือข้อใด

1. $\{-2, 5, -5\}$ 2. $\{-5, -2, \{\}\}$ 3. $\{\{\}\}$ 4. $\{\}$

16. นักเรียนห้องหนึ่งมี 60 คน ชอบกินส้มตำ 20 คน ชอบกินพิซซ่า 20 คน ไม่ชอบกินทั้งสองอย่าง 30 คน
จงหาจำนวนนักเรียนที่ชอบกินทั้งส้มตำและพิซซ่า

1. 10 2. 15 3. 20 4. 25

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 17. ถึง 20.

จากการสำรวจการอ่านหนังสือของเด็ก ป.6 จำนวน 100 คน พบว่า จำนวนเด็กที่ชอบอ่านการ์ตูน $2X$ คน จำนวนเด็กที่ชอบอ่านหนังสือเรียน $3X$ คน จำนวนเด็กที่ชอบอ่านการ์ตูนและชอบอ่านหนังสือเรียน X คน จำนวนเด็กที่ไม่ชอบอ่านการ์ตูนและไม่ชอบอ่านหนังสือเรียน X คน จงตอบคำถามต่อไปนี้

17. จำนวนเด็กที่ไม่ชอบอ่านการ์ตูนและไม่ชอบอ่านหนังสือเรียนมีกี่คน

1. 10 2. 15 3. 20 4. 25

18. จำนวนเด็กที่ชอบอ่านการ์ตูนอย่างเดียวมีกี่คน

1. 10 2. 20 3. 30 4. 40

19. จำนวนเด็กที่ชอบอ่านหนังสือเรียนอย่างเดียวมีกี่คน

1. 10 2. 20 3. 30 4. 40

20. จำนวนเด็กที่ชอบอ่านการ์ตูนหรือชอบอ่านหนังสือเรียนมีกี่คน
1. 20 2. 40 3. 60 4. 80
21. ถ้า $A = \{1, \{2\}\}$ แล้ว จงหา $P(A) - A$ คือข้อใด
1. $\{\{1, 2\}\}$ 2. $\{1, 2\}$ 3. $\{1, 2, \{1, 2\}\}$ 4. $\{\{1\}, \{\{2\}\}, \{\}\}$
22. $A = \{1, 2, 3, \dots\}$ และ $B = \{5, 6, 7, 8, \dots\}$ แล้ว จงหา $n[(A - B) \cap (B - A)]$
1. 0 2. 5 3. 10 4. ไม่มีข้อใดถูก
23. ให้ $A = \{x \mid x^2 - 8x - 20 = 0\}$, $B = \{x \mid x \in I^+\}$ และ $C = \{x \mid x \in I\}$
 จงหา $n[(A - B) \cup (A - C)] \cap (B \cap C)$
1. 0 2. 1 3. 3 4. 4
24. ข้อใดผิด
1. $A - B = A$ เมื่อ $A \cap B = \{\}$
2. $A - B = \{\}$ เมื่อ $A \subset B$
3. $\{\{\}\} \in \{\{\}, \{\{\}\}\}$
4. $\{\{\}, \{\{\}\}\}$ มีจำนวนสมาชิก เท่ากับ 1
25. ในการสำรวจสมาชิกชมรมทำอาหารแห่งหนึ่งจำนวน 85 คน พบว่า 40 คน ชอบทำอาหารไทย 40 คน ชอบทำอาหารจีน 60 คน ชอบทำอาหารญี่ปุ่น 15 คน ชอบทำอาหารไทยและอาหารจีน 25 คน ชอบทำอาหารจีนและอาหารญี่ปุ่น 20 คน ชอบทำอาหารไทยและอาหารญี่ปุ่น โดยที่ทุกคนชอบทำอาหารอย่างน้อยหนึ่งประเภท จงหาจำนวนคนที่ชอบทำอาหารทั้งสามประเภท
1. 5 2. 10 3. 12 4. 15



ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ $C = \{9, 10, 11, 12, 13\}$

1. ตอบ 3

$$A - B = \{1, 2, 3, 4\}, \quad n(A - B) = 4$$

$$B - A = \{6, 7, 8, 9\}, \quad n(B - A) = 4$$

$$B \cap C = \{9\}, \quad n(B \cap C) = 1$$

$$\text{จะได้ } n(A - B) + n(B - A) - n(B \cap C) = 4 + 4 - 1 = 7$$

2. ตอบ 2

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$B \cup C = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$$

$$(A \cup B) \cap (B \cup C) = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

ดังนั้น $n[(A \cup B) \cap (B \cup C)]$ เท่ากับ 5

3. ตอบ 4

$$A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$$

$$\text{จะได้ } n(A \cup B \cup C) = 13$$

$$\text{ดังนั้น } n(P(A \cup B \cup C)) = 2^{13}$$

4. ตอบ 4

$$n(P(A)) = 2^5 \quad n(P(B)) = 2^5 \quad n(P(C)) = 2^5$$

$$n(P(A)) - n(P(B)) + n(P(C)) = 2^5 - 2^5 + 2^5 = 2^5 = 32$$

5. ตอบ 4

เซต $\{\emptyset\}$ มีสมาชิก คือ $\emptyset$ ส่วน $\emptyset$ ไม่มีสมาชิกเลย

เพราะฉะนั้น $\{\emptyset\}$ เป็นสับเซตของ $\emptyset$ ไม่ได้

6. ตอบ 4

A มีสมาชิกตัวเดียว คือ $\{\{\emptyset\}, \emptyset\}$ จะได้ $n(A) = 1$

$$P(A) = \{\{\{\emptyset\}, \emptyset\} \text{ และ } \emptyset\} \text{ จะได้ } n(P(A)) = 2^{n(A)} = 2^1$$

$$\text{ดังนั้น } (P(A)) + n(A) = 2^1 + 1 = 2 + 1 = 3$$

7. ตอบ 2

A มีสมาชิกตัวเดียว คือ $\{\{\emptyset\}, \emptyset\}$

B มีสมาชิกสองตัว คือ $\{\emptyset\}, \emptyset$

$$B - A = \{\{\emptyset\}, \emptyset\} = B$$

8. ตอบ 3

A มีสมาชิกตัวเดียว คือ $\{\emptyset\}$

B มีสมาชิกสองตัว คือ $\{\emptyset\}, \emptyset$

$$B - A = \{\emptyset\}$$

9. ตอบ 3

$$A - B = \{\}, B - A = \{\emptyset\}$$

$$(A - B) \cup (B - A) = \{\emptyset\}$$

10. ตอบ 3

$$\text{เพราะ } \emptyset \notin \{\{\}, \{\{\}\}\}$$

11. ตอบ 2

ให้ $U = I$ จะได้ว่า

$$A = \{x \mid x \text{ เป็นคำตอบของสมการ } x^2 - x - 6 = 0\} = \{-2, 3\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ เป็นคำตอบของสมการ } -5x^2 = -125\} = \{-5, 5\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$(A \cup B \cup C) = \{-5, -2, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$(A \cap B \cap C) = \emptyset$$

$$n(A \cup B \cup C) = 7$$

$$n(A \cap B \cap C) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } n(A \cup B \cup C) + n(A \cap B \cap C) = 7$$

12. ตอบ 1

$$A' = I - \{-2, 3\}, C \cap B = \{5\}$$

$$A' \cap C \cap B = \{5\}$$

$$\text{ดังนั้น } n[A' \cap C \cap B] = 1$$

13. ตอบ 4

$$n(A) + n(B) + n(C) = 2 + 2 + 5 = 9$$

$$n[A' \cap C \cap B][n(A) + n(B) + n(C)] = (1)(9) = 9$$

14. ตอบ 4

$$P(A' \cap C \cap B) = \{\{5\}, \emptyset\}$$

$$P(A' \cap C \cap B) - B = \{\{5\}, \emptyset\}$$

15. ตอบ 4

$$(C - B) = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$(B - A) = \{-5, 5\}$$

$$(C - B) \cap (B - A) = \{\}$$

16. ตอบ 1

ให้ U แทนจำนวนนักเรียนทั้ง 60 คน

A แทนจำนวนนักเรียนที่ชอบกินส้มตำ จะได้ $n(A) = 20$

B แทนจำนวนนักเรียนที่ชอบกินพิซซ่า จะได้ $n(B) = 20$

$A \cup B$ แทนนักเรียนที่ชอบกินส้มตำหรือพิซซ่า

$A \cap B$ แทนนักเรียนที่ชอบกินส้มตำและพิซซ่า

นักเรียนห้องหนึ่งมี 60 คน ไม่ชอบกินทั้งสองอย่าง 30 คน

ดังนั้น มีจำนวนนักเรียนที่ชอบกินส้มตำหรือพิซซ่าจำนวน $60 - 30 = 30$ คน

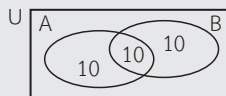
นั่นคือ $n(A \cup B) = 30$ คน

จากสูตร $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

แทนค่า $30 = 20 + 20 - n(A \cap B)$

จะได้ $n(A \cap B) = 10$ คน

ฉะนั้น จำนวนนักเรียนที่ชอบกินทั้งส้มตำและพิซซ่า = 10 คนเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



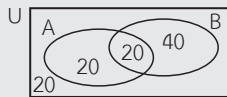
17. ตอบ 3

ให้ U แทนจำนวนเด็ก ป.6 100 คน
 A แทนเด็กที่ชอบอ่านการ์ตูน จะได้ $n(A) = 2X$
 B แทนเด็กที่ชอบอ่านหนังสือเรียน จะได้ $n(B) = 3X$
 $A \cup B$ แทนเด็กที่ชอบอ่านการ์ตูนหรือชอบอ่านหนังสือเรียน
 $A \cap B$ แทนเด็กที่ชอบอ่านการ์ตูนและชอบอ่านหนังสือเรียน จะได้ $n(A \cap B) = X$

และ $n(A \cup B)'$ แทนจำนวนเด็กที่ไม่ชอบอ่านการ์ตูนและไม่ชอบอ่านหนังสือเรียน = X คน

$$\begin{aligned} \text{จากโจทย์ จะได้ } U &= n(A \cup B) + n(A \cup B)' \\ 100 &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) + n(A \cup B)' \\ 100 &= 2X + 3X - X + X \\ \text{จะได้ } X &= 20 \end{aligned}$$

เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



18. ตอบ 2 ตามข้อ 17

19. ตอบ 4 ตามข้อ 17

20. ตอบ 4 ตามข้อ 17

21. ตอบ 4

จะได้ $P(A) = \{\{1\}, \{\{2\}\}, \{1, \{2\}\}, \{\}\}$

$P(A) - A$ คือ $\{\{1\}, \{\{2\}\}, \{\}\}$

22. ตอบ 1

$A - B = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B - A = \emptyset$

$(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$

$n[(A - B) \cap (B - A)] = 0$

23. ตอบ 1

$A = \{-2, 10\}$, $B = \{x \mid x \in I^+\}$ และ $C = \{x \mid x \in I\}$

$$[(A - B) \cup (A - C)] = \{-2\} \cup \{10\} = A$$

$$[(A - B) \cup (A - C)] \cap (B \cap C) = A \cap (B \cap C) = A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$n([(A - B) \cup (A - C)] \cap (B \cap C)) = 0$$

24. ตอบ 3

เพราะ $\{\{\}\} \notin \{\{\}, \{\{\}\}\}$

25. ตอบ 1

ให้	U	แทนสมาชิกชมรมทำอาหารแห่งหนึ่งจำนวน 85 คน
	A	แทนเซตคนที่ชอบทำอาหารไทย จะได้ $n(A) = 40$
	B	แทนเซตคนที่ชอบทำอาหารจีน จะได้ $n(B) = 40$
	C	แทนเซตคนชอบทำอาหารญี่ปุ่น จะได้ $n(C) = 60$
	$A \cap B$	แทนเซตคนที่ชอบทำอาหารไทยและอาหารจีน จะได้ $n(A \cap B) = 15$
	$A \cap C$	แทนเซตคนที่ชอบทำอาหารไทยและอาหารญี่ปุ่น จะได้ $n(A \cap C) = 20$
	$B \cap C$	แทนเซตคนที่ชอบทำอาหารจีนและอาหารญี่ปุ่น จะได้ $n(B \cap C) = 25$
	$A \cap B \cap C$	แทนเซตคนที่ใช้ที่ชอบทำอาหารทั้งสามประเภท

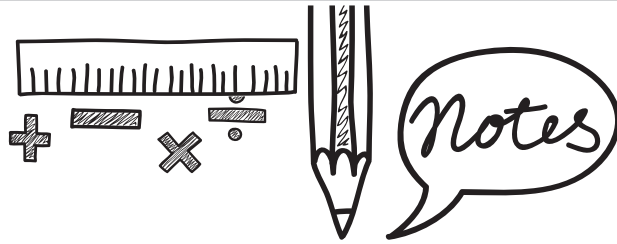
เนื่องจากทุกคนชอบทำอาหารอย่างน้อยหนึ่งประเภท

$$\text{จะได้ } n(A \cup B \cup C) = 85$$

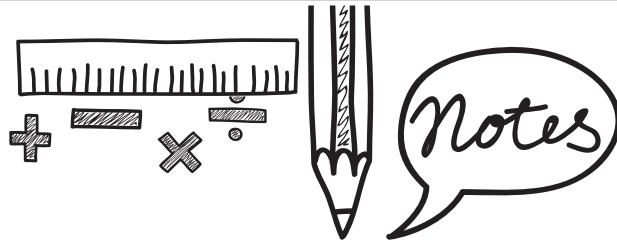
$$\text{จากสูตร } n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$\text{แทนค่าจะได้ } 85 = 40 + 40 + 60 - 15 - 20 - 25 + n(A \cap B \cap C)$$

$$\text{ดังนั้น จำนวนคนที่ใช้ที่ชอบทำอาหารทั้งสามประเภท } = n(A \cap B \cap C) = 5 \text{ คน}$$



A large, lined area for writing notes, consisting of 20 horizontal lines.



A large, lined area for writing notes, framed by a grey border. The lines are horizontal and evenly spaced. There are grey corner tabs on the top-left and bottom-right corners of the writing area.

บทที่

02

การให้เหตุผล

การให้เหตุผลในทางคณิตศาสตร์มี 2 แบบ ได้แก่

- ① การให้เหตุผลแบบอุปนัย
- ② การให้เหตุผลแบบนิรนัย

2.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย



เป็นการสรุปผลโดยยึดข้อเท็จจริงจากกรณีย่อยทั่วไป ซึ่งมีหลายกรณี แล้วใช้กรณีย่อยเหล่านั้นไปสรุปเป็นกรณีใหญ่หรือกรณีทั่วไป ลองพิจารณากรณีต่อไปนี้

- กรณีย่อยที่ 1 เลข 2
- กรณีย่อยที่ 2 เลข 4
- กรณีย่อยที่ 3 เลข 6
- กรณีย่อยที่ 4 เลข 8
- กรณีย่อยที่ 5 เลข 10
- ...

สรุปเป็นกรณีใหญ่หรือกรณีทั่วไปว่า ตัวเลขที่หาได้ในแต่ละกรณีย่อยมีค่าเป็น $2n$ โดย n แทนลำดับที่ของกรณี ดังนั้น กรณีย่อยที่ 125 จะได้ตัวเลข $= 2(125) = 250$

อีกกรณีที่น่าสนใจเป็นเรื่องการหาลบวของตัวเลขที่เรียงกัน เช่น ลองหาลบวตั้งแต่ 1 ถึง 30 ได้ $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 26 + 27 + 28 + 29 + 30 = ?$ (อย่าเพิ่งใช้เครื่องคิดเลขนะครับ) ลองพิจารณาการจับคู่ตัวเลขของกรณีย่อยต่อไปนี้

- กรณีย่อยที่ 1 นำเลขตัวแรกกับตัวสุดท้ายมาบวกกันได้ $1 + 30 = 31$
- กรณีย่อยที่ 2 นำเลขตัวถัดมากับตัวก่อนสุดท้ายมาบวกกันได้ $2 + 29 = 31$

กรณีย่อยที่ 3 ทำในทำนองเดียวกันกับข้างต้นได้ $3 + 28 = 31$

กรณีย่อยที่ 4 ทำในทำนองเดียวกันกับข้างต้นได้ $4 + 27 = 31$

กรณีย่อยที่ 5 ทำในทำนองเดียวกันกับข้างต้นได้ $5 + 26 = 31$

...

สรุปเป็นกรณีใหญ่หรือกรณีทั่วไปว่า ถ้านำตัวเลขมาจับคู่กันในลักษณะดังกล่าว จะได้ผลบวกของทุกคู่เท่ากับ 31

ทุกกรณีจะมีค่า 31 ทั้งหมด นั่นหมายความว่า จากตัวเลขทั้งหมด 30 ตัว โดยจับคู่ตัวเลขจะได้จำนวน 15 คู่ และทุกคู่จะได้ผลบวกเท่ากับ 31 ทั้งหมด ดังนั้น จะได้ผลบวก

$$1 + 2 + 3 + \dots + 28 + 29 + 30 = 15 \times 31 = 465$$

ลองพิจารณาอีกตัวอย่าง หาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 200 จะได้ผลบวกเป็นดังนี้

$1 + 2 + 3 + \dots + 198 + 199 + 200 = ?$ (อย่าเพิ่งใช้เครื่องคิดเลขนะครับ) เพราะอาจทำได้ช้ากว่าวิธีที่จะกล่าวถึงนี้ ลองจับคู่ในลักษณะเดียวกับข้างต้น จะได้ดังนี้

กรณีย่อยที่ 1 นำเลขตัวแรกกับตัวสุดท้ายมาบวกกันได้ $1 + 200 = 201$

กรณีย่อยที่ 2 นำเลขตัวถัดมากับตัวก่อนสุดท้ายมาบวกกันได้ $2 + 199 = 201$

กรณีย่อยที่ 3 ทำในทำนองเดียวกันกับข้างต้นได้ $3 + 198 = 201$

กรณีย่อยที่ 4 ทำในทำนองเดียวกันกับข้างต้นได้ $4 + 197 = 201$

กรณีย่อยที่ 5 ทำในทำนองเดียวกันกับข้างต้นได้ $5 + 196 = 201$

...

สรุปเป็นกรณีใหญ่หรือกรณีทั่วไปว่า ถ้านำตัวเลขมาจับคู่กันในลักษณะดังกล่าว จะได้ผลบวกของแต่ละคู่เท่ากับ 201

ทุกกรณีย่อยจะมีค่าเท่ากับ 201 นั่นหมายความว่า จากตัวเลขทั้งหมด 200 ตัว จับคู่ตัวเลขจะได้จำนวน 100 คู่ และแต่ละคู่จะได้ผลบวกเท่ากับ 201 ดังนั้น จะได้ผลบวกทั้งหมดเป็น

$$1 + 2 + 3 + \dots + 198 + 199 + 200 = 100 \times 201 = 20,100$$

อัสจรรยั้ใหม่ครับ สำหรับข้อนี้ ไม่ต้องใช้เครื่องคิดเลขหรือแม้แต่กระดาษทดเลขเลย เพียงแค่บวกเลขง่ายๆ แค่นั้นเอง ก็ได้คำตอบเร็วกว่าการใช้เครื่องคิดเลขเสียอีก และถ้าลองคิดในกรณี $1 + 2 + 3 + \dots + n = ?$ สามารถคิดมาเป็นสูตรทั่วไปได้ไหมลองคิดดู

กรณี 1 พิจารณา $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 2) + (n - 1) + n = ?$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่

กรณีย่อยที่ 1 นำเลขตัวแรกกับตัวสุดท้ายมาบวกกันได้ $1 + n = 1 + n$

กรณีย่อยที่ 2 นำเลขตัวถัดมากับตัวก่อนสุดท้ายมาบวกกันได้ $2 + (n - 1) = 1 + n$

กรณีย่อยที่ 3 ทำในทำนองเดียวกันกับข้างต้นได้ $3 + (n - 2) = 1 + n$

...

สรุปเป็นกรณีใหญ่หรือกรณีทั่วไปว่า ถ้านำตัวเลขมาจับคู่กันในลักษณะดังกล่าว จะได้ผลบวกของแต่ละคู่เท่ากับ $1 + n$

ทุกกรณีย่อยจะมีค่าเท่ากับ $1 + n$ นั้นหมายความว่า จากตัวเลขทั้งหมด n ตัว โดยจับคู่ตัวเลขจะได้จำนวน $\frac{n}{2}$ คู่ และแต่ละคู่จะได้ผลบวกเท่ากับ $1 + n$ ดังนั้น จะได้ผลบวกทั้งหมดเป็น

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n - 2) + (n - 1) + n = \frac{n}{2}(1 + n)$$

กรณี 2 พิจารณา $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 2) + (n - 1) + n = ?$ เมื่อ n เป็นจำนวนคี่

กรณีนี้ให้ตั้ง n ออกมาไว้ข้างนอกก่อนเพื่อให้เป็นจำนวนคู่ $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 3) + (n - 2) + (n - 1)$ จากนั้นจึงจับคู่เหมือนเดิมจะได้

กรณีย่อยที่ 1 นำเลขตัวแรกกับตัวสุดท้ายมาบวกกันได้ $1 + (n - 1) = n$

กรณีย่อยที่ 2 นำเลขตัวถัดมากับตัวก่อนสุดท้ายมาบวกกันได้ $2 + (n - 2) = n$

กรณีย่อยที่ 3 ทำในทำนองเดียวกันกับข้างต้นได้ $3 + (n - 3) = n$

...

สรุปเป็นกรณีใหญ่หรือกรณีทั่วไปว่า ถ้านำตัวเลขมาจับคู่กันในลักษณะดังกล่าวจะได้ผลบวกของแต่ละคู่มีค่าเท่ากับ n คือ ทุกกรณีย่อยจะมีค่าเท่ากับ n หมายความว่า จากตัวเลขทั้งหมด $n - 1$ ตัว โดยจับคู่ตัวเลขจะได้จำนวน $\frac{n-1}{2}$ คู่ และแต่ละคู่จะได้ผลบวกเท่ากับ n ดังนั้น การหาผลบวกของทุกคู่

จะได้ว่า $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 3) + (n - 2) + (n - 1) = \left(\frac{n-1}{2}\right)n$

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n - 3) + (n - 2) + (n - 1) + n = \left(\frac{n-1}{2}\right)n + n = \frac{n}{2}(1 + n)$$

จากทั้ง 2 กรณีดังกล่าว สรุปสูตรทั่วไปโดยใช้หลักการอุปนัยทางคณิตศาสตร์ได้ว่า

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n - 2) + (n - 1) + n = \frac{n}{2}(1 + n) \text{ เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก}$$

2.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย



เป็นการสรุปโดยยึดข้อเท็จจริงตามเหตุนั้นๆ จากกรณีพื้นฐานทั่วไป แล้วใช้เหตุเหล่านั้นไปสรุปเป็นกรณีเฉพาะ ลองพิจารณากรณีต่อไปนี้

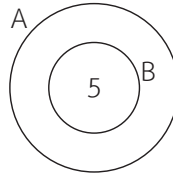
เหตุ 1) จำนวนที่เป็นจำนวนที่ 2 หารไม่ลงตัว

2) 5 เป็นจำนวนที่ 2 หารไม่ลงตัว

ผล 5 เป็นจำนวนที่

ให้ A แทนเซตของจำนวนที่ และ $B = \{5\}$

เขียนแผนภาพได้ดังนี้



จากกรณีดังกล่าวจะเห็นได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัยนั้น จะต้องยอมรับความจริงบางอย่างก่อน และนำความจริงที่เกิดขึ้นมาสรุปเป็นกรณีไป จากกรณีข้างต้น ต้องยอมรับความจริงที่ว่า จำนวนที่เป็นจำนวนที่ 2 หารไม่ลงตัว และ 5 เป็นจำนวนที่ 2 หารไม่ลงตัว จึงจะสามารถสรุปเป็นกรณีเฉพาะว่า 5 เป็นจำนวนที่

อีกกรณีที่น่าสนใจ คือ กรณีที่เป็นลักษณะทั่วๆ ไปที่ไม่เกี่ยวกับด้านตัวเลข ลองพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

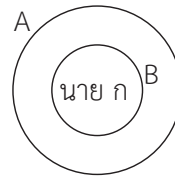
เหตุ 1) นักกีฬาทุกคนแข็งแรง

2) นาย ก เป็นนักกีฬา

ผล นาย ก แข็งแรง

ให้ A แทนเซตของนักกีฬาทุกคนแข็งแรง และ $B = \{\text{นาย ก}\}$

เขียนแผนภาพได้ดังนี้



จากตัวอย่างนี้ จะเห็นว่า ในการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั้น สามารถใช้ในเรื่องทั่วไปได้ และการสรุปผลที่ได้จะต้องสรุปแบบสมเหตุสมผลด้วย แต่ก็มีบางกรณีที่เมื่อยอมรับข้อเท็จจริงที่เป็นเหตุแล้ว แต่ผลสรุปกลับไม่สมเหตุสมผลดังตัวอย่างต่อไปนี้

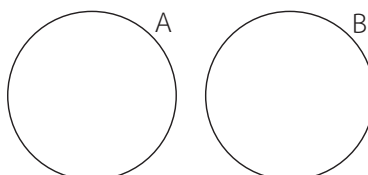
เหตุ 1) เครื่องบินทุกลำบินได้

2) นกทุกตัวบินได้

ผล นกทุกตัวเป็นเครื่องบิน

ให้ A แทนเซตของเครื่องบินทุกลำที่บินได้ และ B แทนเซตของนกทุกตัวที่บินได้

เขียนแผนภาพได้ดังนี้





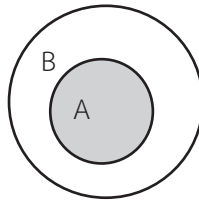
ดังนั้น ในการสรุปผลแบบนิรนัย จะเป็นการสรุปผลที่ถูกต้องก็ต่อเมื่อต้องยอมรับความจริงจากเหตุดังกล่าวทั้งหมดก่อนและการสรุปนั้นจะต้องสมเหตุสมผลด้วย

2.3 การประยุกต์โดยใช้แผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์



มี 4 แบบ ดังนี้

1. $A \subset B$

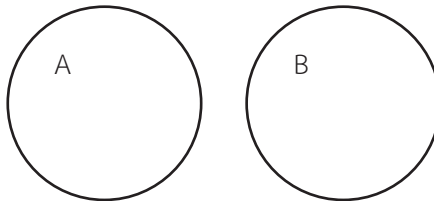


ตัวอย่าง 1 คนเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

เมื่อ B แทนเซตคนเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

A แทนเซตของคนเรียนจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

2. A, B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน

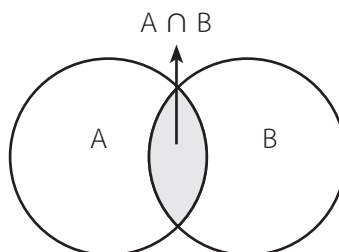


ตัวอย่าง 2 ไม่มีค้างคาวตัวไหนเป็นนก

เมื่อ B แทนเซตของนกทุกตัวมีปีก

A แทนเซตของค้างคาวมีปีก

3. A, B มีสมาชิกร่วมกัน

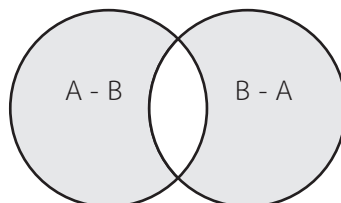


ตัวอย่าง 3 ครูบางคนสอนได้ทั้งคณิตศาสตร์และฟิสิกส์

เมื่อ A แทนเซตของครูสอนคณิตศาสตร์

B แทนเซตของครูสอนฟิสิกส์

4. $A - B$ หรือ $B - A$



ตัวอย่าง 4 ครูบางคนสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างเดียว จะได้ $A - B$ หรือ

ครูบางคนสอนฟิสิกส์ได้อย่างเดียว จะได้ $B - A$

เมื่อ A แทนเซตของครูสอนคณิตศาสตร์

B แทนเซตของครูสอนฟิสิกส์

ประเด็นสำคัญ การสรุปนั้นอาจไม่ตรงกับความจริงในธรรมชาติ แต่ต้องสรุปอยู่ในเหตุที่นำมาพิจารณา

แบบฝึกหัด



จงพิจารณาว่าสมเหตุสมผลหรือไม่

1. เหตุ 1) คนรวยทุกคนขับรถเบนซ์

2) คนขายส้มตำขับรถเบนซ์

ผล คนขายส้มตำเป็นคนรวย

ตอบ.....

2. เหตุ 1) จำนวนเต็มลบทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม

2) จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

ผล จำนวนเต็มลบทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

ตอบ.....

3. เหตุ 1) จำนวนเต็มลบทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม
 2) จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ
 3) จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง
 ผล จำนวนเต็มลบทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

ตอบ.....

4. เหตุ 1) จำนวนเต็มลบทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม
 2) จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ
 3) จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง
 ผล จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

ตอบ.....

5. เหตุ 1) จำนวนเต็มลบทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม
 2) จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ
 3) จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง
 ผล จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม

ตอบ.....

6. เหตุ 1) มะม่วงแก้วทุกลูกมีรสเปรี้ยว
 2) มะม่วงบางลูกเป็นมะม่วงแก้ว
 ผล มะม่วงบางลูกมีรสเปรี้ยว

ตอบ.....

7. เหตุ 1) มะม่วงแก้วทุกลูกมีรสเปรี้ยว
 2) มะม่วงบางลูกเป็นมะม่วงแก้ว
 ผล มะนาวทุกลูกมีรสเปรี้ยว

ตอบ.....

8. เหตุ 1) มะเขือเทศสีแดงมีรสหวาน
 2) มะเขือบางลูกมีสีแดง
 ผล มะเขือเทศบางลูกมีรสหวาน

ตอบ.....

9 เหตุ 1) แมลงบางชนิดบินไม่ได้

2) นกบางชนิดบินไม่ได้

ผล แมลงบางชนิดเป็นนก

ตอบ.....

10 เหตุ 1) แมลงบางชนิดบินไม่ได้

2) นกบางชนิดบินไม่ได้

ผล นกบางชนิดเป็นแมลง

ตอบ.....

เฉลยแบบฝึกหัด



1. ไม่สมเหตุสมผล

2. สมเหตุสมผล

3. สมเหตุสมผล

4. สมเหตุสมผล

5. ไม่สมเหตุสมผล

6. สมเหตุสมผล

7. ไม่สมเหตุสมผล

8. สมเหตุสมผล

9. ไม่สมเหตุสมผล

10. ไม่สมเหตุสมผล

แบบทดสอบท้ายบท



1. 5, 15, 25, 35, 45, x แล้ว $x = ?$
 1. 50
 2. 55
 3. 60
 4. 65
2. 12, 17, 22, 27, 32, x แล้ว $x = ?$
 1. 37
 2. 42
 3. 47
 4. 52
3. 27, 24, 21, 18, 15, x แล้ว $x = ?$
 1. 13
 2. 12
 3. 11
 4. 10
4. $x, 8x, 15x, 22x, 29x, \dots$ ตัวถัดไป = ?
 1. $32x$
 2. $35x$
 3. $36x$
 4. $39x$
5. -1, 2, -3, 4, -5, x แล้ว $x = ?$
 1. -6
 2. 6
 3. -7
 4. 7
6. dB, eC, fD, gE, hF, iG, ... ตัวถัดไปคือ ?
 1. iH
 2. Hg
 3. Gj
 4. jH
7. aB, bC, cD, dE, eF, fG, ... ตัวถัดไปคือ ?
 1. iH
 2. Hg
 3. Gh
 4. gH
8. -4A, 8B, -16A, 32B, -64A, x แล้ว $x = ?$
 1. 128A
 2. -128A
 3. 128B
 4. -128B
9. $17 + B, -27X, 37 + B, -47X, 57 + B, \dots$ ตัวถัดไปคือ ?
 1. -67X
 2. $-67 + B$
 3. 67X
 4. $67 + B$
10. 2, -4, 8, -16, 32, x แล้ว $x = ?$
 1. -52
 2. 58
 3. 62
 4. -64
11. $1 + 2 + 3 + \dots + 95 = ?$
 1. 4,560
 2. 4,650
 3. 5,460
 4. 5,640

12. $1 + 2 + 3 + \dots + 80 = ?$

1. 2,340 2. 3,420 3. 3,240 4. 4,320

13. $1 + 2 + 3 + \dots + 120 = ?$

1. 6,270 2. 6,720 3. 7,620 4. 7,260

14. $1 + 2 + 3 + \dots + 199 = ?$

1. 19,900 2. 20,100 3. 22,900 4. 24,100

15. $1 + 2 + 3 + \dots + 100 = ?$

1. 5,050 2. 5,150 3. 5,250 4. 5,350

16. $6 + 7 + 8 + \dots + 100 = ?$

1. 5,035 2. 5,055 3. 5,075 4. 5,095

17. $11 + 12 + 13 + \dots + 200 = ?$

1. 15,890 2. 20,045 3. 36,580 4. 49,980

18. $1 + 3 + 5 + \dots + 99 = ?$

1. 1,500 2. 2,500 3. 3,500 4. 4,500

19. $2 + 4 + 6 + \dots + 100 = ?$

1. 2,250 2. 2,350 3. 2,550 4. 2,650

20. $51 + 52 + 53 + \dots + 100 = ?$

1. 2,485 2. 2,875 3. 3,125 4. 3,775

21. เหตุ 1) จำนวนเต็มบวกทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม

2) จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

ข้อสรุปใดถูกต้อง

1. จำนวนเต็มบางจำนวนไม่เป็นจำนวนจริง
2. จำนวนเต็มบวกทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ
3. จำนวนเต็มลบบางจำนวนเป็นจำนวนจริง
4. จำนวนเต็มบวกทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

22. เหตุ 1) จำนวนเต็มลบทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม
 2) จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ
 3) จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

ข้อสรุปใดถูกต้อง

1. จำนวนเต็มบางจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ
2. จำนวนเต็มลบทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง
3. จำนวนเต็มลบบางจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ
4. จำนวนเต็มบวกทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

23. เหตุ 1) จำนวนเต็มศูนย์เป็นจำนวนเต็ม
 2) จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ
 3) จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

ข้อสรุปใดถูกต้อง

1. จำนวนเต็มศูนย์เป็นจำนวนจริง
2. จำนวนเต็มบวกทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง
3. จำนวนเต็มลบบางจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ
4. จำนวนเต็มบวกบางจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

24. เหตุ 1) จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ
 2) A เป็นจำนวนตรรกยะ
 3) จำนวนตรรกยะเป็นจำนวนที่เขียนเป็นเศษส่วนได้

ข้อสรุปใดถูกต้อง

1. A เป็นจำนวนเป็นจำนวนเต็มศูนย์
2. A เป็นจำนวนเป็นจำนวนเต็มลบ
3. A เป็นจำนวนเป็นจำนวนเต็มบวก
4. A เป็นจำนวนที่เขียนเป็นเศษส่วนได้

25. เหตุ 1) A เป็นจำนวนจริง
2) จำนวนอตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง
3) จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

ข้อสรุปใดถูกต้อง

1. A เป็นจำนวนเต็มศูนย์
2. A เป็นจำนวนเต็มลบ
3. A เป็นจำนวนเต็มบวก
4. A อาจเป็นจำนวนอตรรกยะหรือจำนวนตรรกยะก็ได้

เฉลยแบบทดสอบท้ายบท



1. ตอบ 2

เพราะ ตัวเลขมีค่าเพิ่มทีละ 10

2. ตอบ 1

เพราะ ตัวเลขมีค่าเพิ่มทีละ 5

3. ตอบ 2

เพราะ ตัวเลขมีค่าลดทีละ 3

4. ตอบ 3

เพราะ ตัวเลขมีค่าเพิ่มทีละ $7x$

5. ตอบ 2

เพราะ ตัวเลขมีค่าเพิ่มทีละ 1 และหลักคู่เป็นบวก

6. ตอบ 4

เพราะ เรียงตามลำดับตัวอักษรภาษาอังกฤษ โดยหลักแรกเป็นตัวพิมพ์เล็ก เริ่มต้นด้วย d
หลักสองเป็นตัวพิมพ์ใหญ่เริ่มต้นด้วย B

7. ตอบ 4

เพราะ เรียงตามลำดับตัวอักษรภาษาอังกฤษ โดยหลักแรกเป็นตัวพิมพ์เล็กเริ่มต้นด้วย a
หลักสองเป็นตัวพิมพ์ใหญ่เริ่มต้นด้วย B

8. ตอบ 3

เพราะ ค่าตัวเลขลำดับคู่เป็นบวก โดยตัวเลขเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าของตัวหน้า
อักษร A, B สลับกันจากตัวแรก

9. ตอบ 1

เพราะ ตัวเลขในลำดับคู่เป็นบวกและบวกด้วย B ตัวเลขในลำดับคู่ติดลบและคูณด้วย X โดยตัวเลข
ในลำดับเพิ่มทีละ 10

10. ตอบ 4

เพราะ ตัวเลขเพิ่มทีละ 2 เท่า และเลขลำดับคู่ติดลบ

11. ตอบ 1

$$\text{เพราะ } 1 + 2 + 3 + \dots + 95 = \left(\frac{95}{2} \times 96 \right) = 4,560$$

12. ตอบ 3

$$\text{เพราะ } 1 + 2 + 3 + \dots + 80 = \left(\frac{80}{2} \times 81 \right) = 3,240$$

13. ตอบ 4

$$\text{เพราะ } 1 + 2 + 3 + \dots + 120 = \left(\frac{120}{2} \times 121 \right) = 7,260$$

14. ตอบ 1

$$\text{เพราะ } 1 + 2 + 3 + \dots + 199 = \left(\frac{199}{2} \times 200 \right) = 19,900$$

15. ตอบ 1

$$\text{เพราะ } 1 + 2 + 3 + \dots + 100 = \left(\frac{100}{2} \times 101 \right) = 5,050$$

16. ตอบ 1

$$\text{เพราะ } 6 + 7 + 8 + \dots + 100 = \left(\frac{100 - 5}{2} \right) \times 106 = 5,035$$

17. ตอบ 2

$$\text{เพราะ } 11 + 12 + 13 + \dots + 200 = \left(\frac{200 - 10}{2} \right) \times 211 = 20,045$$

18. ตอบ 2

$$\text{เพราะ } 1 + 3 + 5 + \dots + 99 = \frac{100}{4} \times 100 = 2,500$$

19. ตอบ 3

$$\text{เพราะ } 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 100 = \frac{100}{4} \times 102 = 2,550$$

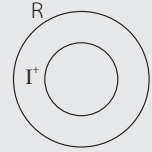
20. ตอบ 4

$$\text{เพราะ } 51 + 52 + 53 + \dots + 100 = 25 \times 151 = 3,775$$

21. ตอบ 4

เพราะ อยู่ในแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ แบบที่ 1

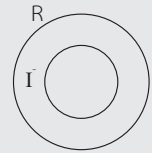
ให้ R แทนเซตจำนวนจริง และ I^+ แทนเซตจำนวนเต็มบวก จะได้แผนภาพดังนี้



22. ตอบ 2

เพราะ อยู่ในแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ แบบที่ 1

ให้ R แทนเซตจำนวนจริง และ I^- แทนเซต จำนวนเต็มลบ จะได้แผนภาพดังนี้

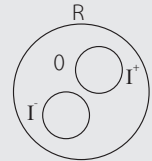


23. ตอบ 1

เพราะ อยู่ในแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ แบบที่ 1 และ 2

ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง โดย $R = \{I^-, 0, I^+\}$

ซึ่ง I^- แทนเซตของจำนวนเต็มลบ และ I^+ แทนเซตของจำนวนเต็มบวก จะได้แผนภาพดังนี้

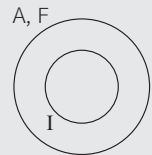


24. ตอบ 4

เพราะ อยู่ในแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ แบบที่ 1 และ 2

ให้ A แทนเซตของจำนวนตรรกยะ และ I แทนเซตของจำนวนเต็ม

F แทนเซตของจำนวนตรรกยะที่เขียนเป็นเศษส่วนได้ จะได้แผนภาพดังนี้

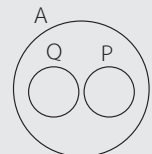


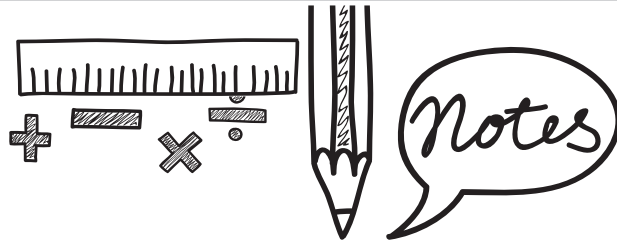
25. ตอบ 4

เพราะ อยู่ในแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ แบบที่ 1 และ 2

ให้ A แทนเซตของจำนวนจริง Q แทนเซตของจำนวนตรรกยะ

P แทนเซตของจำนวนอตรรกยะ จะได้แผนภาพดังนี้





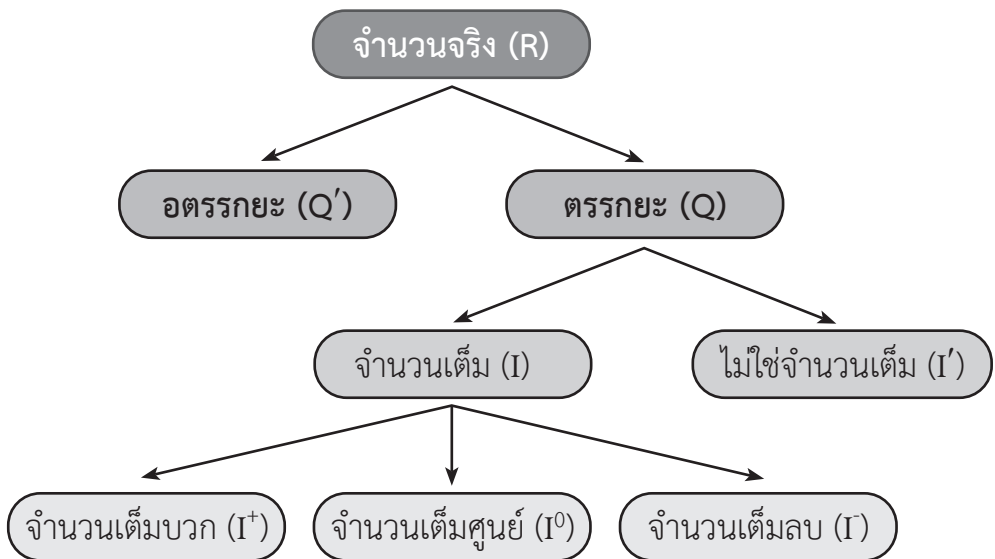
A large, blank, lined area for writing notes, framed by a grey border. The lines are horizontal and evenly spaced. The top-left and bottom-right corners of the page are marked with grey, torn-paper-like tabs.

บทที่

03

ระบบจำนวนจริง

3.1 องค์ประกอบระบบจำนวนจริง



จากแผนภาพข้างบนอธิบายได้ว่า

1. จำนวนจริงจะประกอบด้วยจำนวนตรรกยะ และอตรรกยะ

จำนวนตรรกยะ : สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มได้ เช่น 2, 3.5, 0.03 เขียนเป็น

$$\frac{2}{1}, \frac{35}{10}, \frac{3}{100} \text{ ตามลำดับ}$$

จำนวนอตรรกยะ : ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ เช่น $\pi = 3.14159265\dots$,

$$\sqrt{2} = 1.414\dots \text{ เป็นต้น}$$

2. จำนวนตรรกยะประกอบด้วยจำนวนเต็ม (เช่น $-3, -9, -1, 45, 19, 28$) และไม่ใช่จำนวนเต็ม (เช่น $\frac{2}{7}, \frac{5}{9}, \frac{3}{5}$)

3. จำนวนเต็มประกอบด้วย จำนวนเต็มบวก (เช่น $45, 19, 28$) จำนวนเต็มศูนย์ (คือ 0) และ จำนวนเต็มลบ (เช่น $-3, -9, -1$)

จะเห็นว่า จำนวนจริงที่เขียนบนแผนภาพนั้นก็คือ จำนวนที่ได้ใช้จริงในเรื่องต่างๆ ไป เพื่อใช้แทนปริมาณต่างๆ เช่น น้ำหนัก ส่วนสูง จำนวนสิ่งของ ความยาว อุณหภูมิ ดัชนีตลาดหลักทรัพย์ และอื่นๆ อีกมากมาย

เมื่อมองในรูปแบบเซต จะกล่าวได้ว่า เซตของจำนวนจริงนั้น ประกอบไปด้วยเซตของจำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ

3.2 สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกและการคูณ



ให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงใดๆ จะมีสมบัติการเท่ากันอยู่ 5 ข้อง่ายๆ ดังนี้

1. การสะท้อน เช่น $x = x$
2. การสมมาตร เช่น ถ้า $x = y$ แล้ว $y = x$
3. การถ่ายทอด เช่น ถ้า $x = y$ และ $y = z$ แล้ว $x = z$
4. การบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน เช่น ถ้า $x = y$ แล้ว $x + 2 = y + 2$
5. การคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน เช่น ถ้า $x = y$ แล้ว $5x = 5y$

เอกลักษณ์ของการบวกของจำนวนจริง คือ จำนวนใดก็ตามที่ไปบวกกับตัวเลขนั้นแล้วยังได้ค่า

เท่าเดิม พิจารณาเมื่อ x เป็นจำนวนจริงใดๆ $x + 0 = x = 0 + x$ นั่นคือ 0 เป็น**เอกลักษณ์ของการบวก**

อินเวอร์สของการบวกของจำนวนจริง คือ จำนวนใดก็ตามที่ไปบวกกับตัวเลขนั้นแล้วได้เอกลักษณ์

พิจารณาเมื่อ x เป็นจำนวนจริงใดๆ $x + (-x) = 0 = (-x) + x$ นั่นคือ $(-x)$ เป็น**อินเวอร์สของการบวก** เช่น -5 มีอินเวอร์สของการบวก คือ 5 ในขณะที่ 5 มีอินเวอร์สของการบวก คือ -5 เป็นต้น



สรุปสมบัติที่เกี่ยวข้องกับการบวก ได้แก่

1. สมบัติปิด หมายถึง ถ้า x, y เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $x + y$ ยังเป็นจำนวนจริงอยู่
2. สมบัติการสลับที่ หมายถึง ถ้า x, y เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $x + y = y + x$
3. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ หมายถึง ถ้า x, y เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $(x + y) + z = x + (y + z)$
4. สมบัติการมีเอกลักษณ์ คือ 0 หมายถึง $x + 0 = x = 0 + x$
5. สมบัติการมีอินเวอร์ส คือ $-x$ หมายถึง $x + (-x) = 0 = (-x) + x$

เอกลักษณ์ของการคูณของจำนวนจริง คือ จำนวนใดก็ตามที่ไปคูณกับจำนวนนั้นแล้วยังได้ค่าเท่าเดิม พิจารณาเมื่อ x เป็นจำนวนจริงใดๆ $(x)1 = x = 1(x)$ นั่นคือ 1 เป็นเอกลักษณ์ของการคูณ

อินเวอร์สของการคูณของจำนวนจริง คือ จำนวนใดก็ตามที่ไปคูณกับจำนวนนั้นแล้วได้เอกลักษณ์ พิจารณาเมื่อ x เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 แล้ว $x(x^{-1}) = 1 = (x^{-1})x$ นั่นคือ (x^{-1}) หรือส่วนกลับของจำนวนจริงเป็นอินเวอร์สของการคูณ เช่น 9 มีอินเวอร์สของการคูณ คือ 9^{-1} ในขณะที่ $\frac{2}{7}$ มีอินเวอร์สของการคูณคือ $\frac{7}{2}$ เป็นต้น



สรุปสมบัติที่เกี่ยวข้องกับการคูณ ได้แก่

1. สมบัติปิด หมายถึง ถ้า x, y เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $(x)(y)$ ยังเป็นจำนวนจริงอยู่
2. สมบัติการสลับที่ หมายถึง ถ้า x, y เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $(x)(y) = (y)(x)$
3. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ หมายถึง ถ้า x, y เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $(x)[(y)(z)] = [(x)(y)](z)$
4. สมบัติการมีเอกลักษณ์ คือ 1 หมายถึง $x \cdot 1 = 1 \cdot x$
5. สมบัติการมีอินเวอร์ส คือ x^{-1} หรือส่วนกลับของจำนวนจริง หมายถึง $x \cdot x^{-1} = 1 = x^{-1} \cdot x$
หรือ $x \cdot \frac{1}{x} = 1 = \frac{1}{x} \cdot x$

3.3 การประยุกต์ใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้สมการ



① การแก้สมการกำลังสองโดยการแยกตัวประกอบ

ตัวอย่าง 1 $(3x^2 - 5x - 2)(2x^2 + 9x - 81) = 0$

วิธีทำ $(3x + 1)(x - 2)(x + 9)(2x - 9) = 0$
จะได้ $x = -\frac{1}{3}, 2, -9, \frac{9}{2}$

ตัวอย่าง 2 $(2x^2 + x - 1)(x^2 - 4) = 0$

วิธีทำ $(2x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2) = 0$
จะได้ $x = \frac{1}{2}, -1, 2, -2$

② การแก้สมการกำลังสองโดยการทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

ตัวอย่าง 3 $x^2 + 4x + 4 = 0$

วิธีทำ $x^2 + 2x(2) + 2^2 = 0$
 $(x + 2)^2 = 0$
จะได้ $x = -2$

ตัวอย่าง 4 $x^2 + 2x - 6 = 0$

วิธีทำ
$$\begin{aligned} x^2 + 2x(1) + (1)^2 - (1)^2 - 6 &= 0 \\ (x + 1)^2 - 7 &= 0 \\ (x + 1)^2 - (\sqrt{7})^2 &= 0 \\ (x + 1 - \sqrt{7})(x + 1 + \sqrt{7}) &= 0 \\ \text{จะได้ } x &= -1 + \sqrt{7}, -1 - \sqrt{7} \end{aligned}$$

③ การแก้สมการกำลังสองโดยใช้สูตร

จาก $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ เมื่อแก้สมการแล้วจัดรูปใหม่

จะได้ $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

หรือ $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

โดยจะหาคำตอบ x ที่เป็นจำนวนจริงได้ก็ต่อเมื่อ $b^2 - 4ac \geq 0$

ตัวอย่าง 5 $x^2 - 4x + 3 = 0$

วิธีทำ เช็ค $b^2 - 4ac \geq 0$ ก่อน โดย $a = 1, b = -4, c = 3$

จะได้ $(-4)^2 - 4(1)(3) = 16 - 12 = 4 \geq 0$

แสดงว่าสามารถหาคำตอบ x ที่เป็นจำนวนจริงได้

จากสูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

จะได้ $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$

$x = \frac{4 \pm 2}{2} = \frac{6}{2}, \frac{2}{2} = 3, 1$

จะได้ $x = 3, 1$

ตัวอย่าง 6 $x^2 + 3x - 10 = 0$

วิธีทำ เช็ค $b^2 - 4ac \geq 0$ ก่อน โดย $a = 1, b = 3, c = -10$

จะได้ $3^2 - 4(1)(-10) = 49 \geq 0$

แสดงว่าสามารถหาคำตอบ x ที่เป็นจำนวนจริงได้

จากสูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)}$

$x = \frac{-3 \pm 7}{2} = \frac{4}{2}, \frac{-10}{2} = 2, -5$

จะได้ $x = 2, -5$

3.4 การไม่เท่ากันและสมบัติของการไม่เท่ากัน



การไม่เท่ากัน จะใช้สัญลักษณ์ต่างๆ ดังนี้ $\neq, >, <, \geq, \leq$

อสมการ คือ ประโยคที่มีสัญลักษณ์ดังกล่าวข้างต้น เช่น $4x + 3 \geq 11$ เป็นต้น

สมบัติของการไม่เท่ากัน

ให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงใดๆ สมบัติของการไม่เท่ากัน ได้แก่

1. การถ่ายทอด

ถ้า $x > y$ และ $y > z$ แล้ว $x > z$

2. การบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน

ถ้า $x > y$ แล้ว $x + z > y + z$

3. การคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน

ถ้า $x > y$ และ $z > 0$ แล้ว $xz > yz$

แต่ถ้า $x > y$ และ $z < 0$ แล้ว $xz < yz$

นำสมบัติเหล่านี้ไปใช้ในการแก้สมการ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$4x - 8 > 2$ ใช้สมบัติข้อ 2 นำ 8 ไปบวกทั้งสองข้าง จะได้

$4x - 8 + 8 > 2 + 8$ จะได้ $4x > 10$ จากนั้น ใช้สมบัติข้อ 3 นำ $\frac{1}{4}$ ไปคูณทั้งสองข้าง จะได้

$\frac{1}{4}(4x) > \frac{1}{4}(10)$ จะได้ $x > 2.5$ เป็นคำตอบของอสมการดังกล่าว

!!... หมายเหตุ

ในการนำตัวเลขที่ติดลบไปคูณในอสมการ ต้องกลับเครื่องหมายอสมการเสมอ

ตัวอย่าง 7 จงแก้สมการ $7x - 14 > 7$

วิธีทำ นำ 14 ไปบวกทั้งสองข้าง $7x - 14 + 14 > 7 + 14$ จะได้ $7x > 21$

นำ $\frac{1}{7}$ ไปคูณทั้งสองข้าง $\frac{1}{7}(7x) > \frac{1}{7}(21)$ จะได้ $x > 3$

ตัวอย่าง 8 จงแก้สมการ $-(7x - 14) > 7$

วิธีทำ นำ -1 ไปคูณทั้งสองข้าง $7x - 14 < -7$

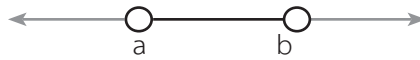
นำ 14 ไปบวกทั้งสองข้าง $7x - 14 + 14 < -7 + 14$ จะได้ $7x < 7$

นำ $\frac{1}{7}$ ไปคูณทั้งสองข้าง $\frac{1}{7}(7x) < \frac{1}{7}(7)$ จะได้ $x < 1$

ช่วงและการเขียนแทนด้วยเส้นจำนวน

สามารถเขียนช่วงในรูปแบบเซตแบบบอกเงื่อนไขและเส้นจำนวนได้ ดังนี้
(โดย $U = \mathbb{R}$, a, b เป็นจำนวนจริงใดๆ)

1. ช่วงเปิด (a, b) หมายถึง $\{x \mid a < x < b\}$



เช่น ช่วงเปิด $(-2, 5)$ หมายถึง $\{x \mid -2 < x < 5\}$



2. ช่วงปิด $[a, b]$ หมายถึง $\{x \mid a \leq x \leq b\}$



เช่น ช่วงปิด $[1, 9]$ หมายถึง $\{x \mid 1 \leq x \leq 9\}$



3. ช่วงครึ่งเปิด $(a, b]$ หมายถึง $\{x \mid a < x \leq b\}$



เช่น ช่วงครึ่งเปิด $(-1, 4]$ หมายถึง $\{x \mid -1 < x \leq 4\}$



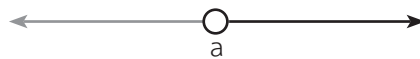
4. ช่วงครึ่งปิด $[a, b)$ หมายถึง $\{x \mid a \leq x < b\}$



เช่น ช่วงครึ่งปิด $[2, 8)$ หมายถึง $\{x \mid 2 \leq x < 8\}$



5. ช่วง (a, ∞) หมายถึง $\{x \mid x > a\}$



เช่น ช่วง $(5, \infty)$ หมายถึง $\{x \mid x > 5\}$

