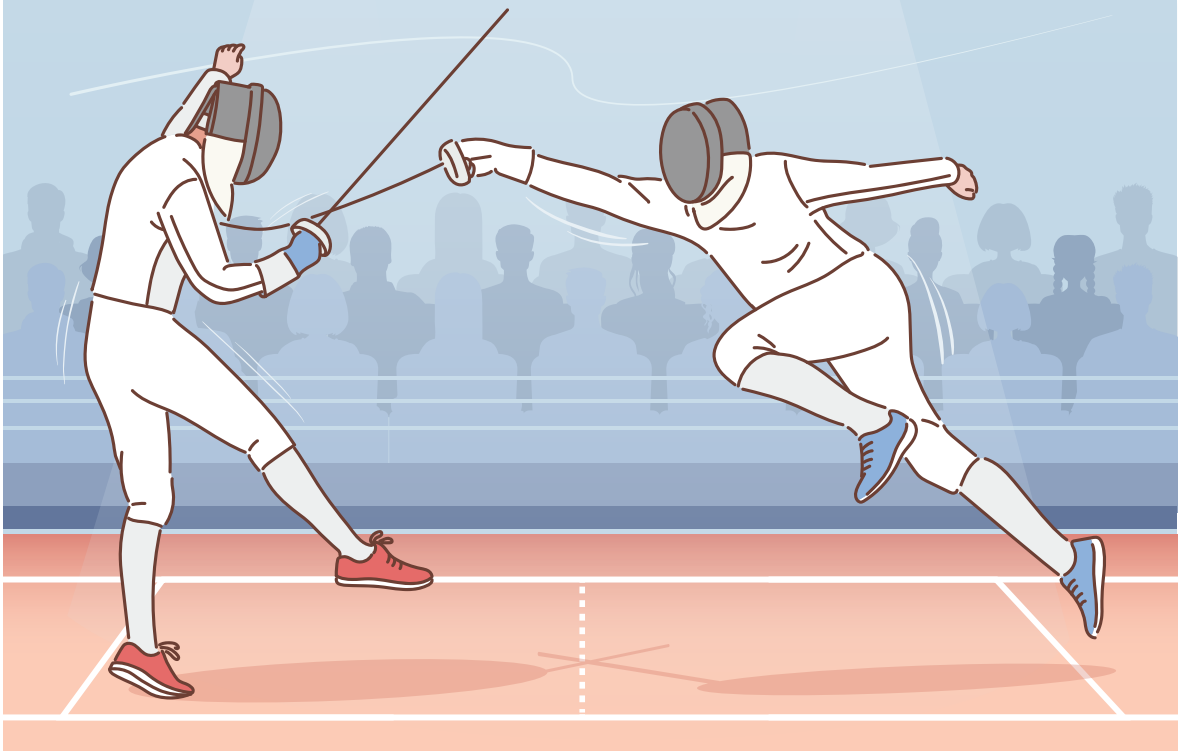


Advanced Maths ป.6

มิชิตสอบเข้า Gifted ม.1

รร. ชื่นนำ มั่นใจเต็ม 100



- เหมาะสำหรับนักเรียนชั้น ป.4-5-6 เพื่อเตรียมตัวสอบเข้า ม.1 ห้องเรียนพิเศษ/Gifted ในโรงเรียนชั้นนำ
- รวมแนวโจทย์และแนวข้อสอบหลากหลายรูปแบบ ลึกกว่าหลักสูตร พร้อมเผยเทคนิคที่ช่วยลดเวลา
- พร้อมฝึกทำข้อสอบจริง ทั้งแบบปรนัย (เลือกคำตอบ) และอัตนัย (เติมคำตอบ)
- สามารถใช้สอบแข่งขันทางวิชาการ, คณิตศาสตร์ สสวท. และสอบเข้าโรงเรียนที่มีอัตราการแข่งขันสูง

พิเศษ

ตะลุยโจทย์ระดับ Advanced มากกว่า 300 ข้อ (พร้อมเฉลยด้วยเทคนิคที่เร่งเวลาหาคำตอบ)

จิตวัน ฉายอรุณ



มีเพียง “ความรู้” เท่านั้นที่มนุษย์ใช้พลิก “โลก”
และเปลี่ยน “ชีวิต” เราจึงสร้างสรรค์ และส่งมอบ “ความรู้”
ในรูปแบบที่ดีกว่า เพื่อให้คนไทย “เรียนรู้” ได้ตลอดชีวิต

Only “Knowledge” can help human
change “The World” and “Their Lives”.

With this truth, it drives us to deliver
“Knowledge” for Thai being able to
“Learn” better everyday.



Advanced Maths ป.6 พิชิตสอบเข้า Gifted ม.1 รร. ชั้นนำ มั่นใจเต็ม 100

Author : ชิตวัน ฉายอรุณ

Editorial : สัจจะ จรัสรุ่งรวี (sajja@idcpremier.com)

Production Manager : วรพล ณิชกุล

Graphic Designer : ชวนนท์ รัตนะ

Page Layouts : อนงค์นาฏ รัตนะ, วุฒิพันธ์ สมพระเมฆ

Proofreader : สุนทรี บรรลือศักดิ์

Publishing Coordinators : สุพัตรา อาจปรุ, สุริย์รัตน์ จิ๋ว

Product Specialist : ศรัณย์ คมขำ



ข้อมูลทางบรรณานุกรม

ชิตวัน ฉายอรุณ

Advanced Maths ป.6 พิชิตสอบเข้า Gifted ม.1 รร. ชั้นนำ
มั่นใจเต็ม 100

นนทบุรี : ไอดีซี, 2565

236 หน้า

1. วิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษา

I ชื่อเรื่อง

372.7

Barcode 885-916-101-223-8

พิมพ์ครั้งที่ 1 สิงหาคม 2565

E-book พฤศจิกายน 2568



จัดพิมพ์และจัดจำหน่ายโดย

บริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด

200 หมู่ 4 ชั้น 19 ห้อง 1901

จัสมินอินเตอร์เนชั่นแนลทาวเวอร์

ถ.แจ้งวัฒนะ อ.ปากเกร็ด จ.นนทบุรี 11120

โทรศัพท์ 0-2962-1081 (อัตโนมัติ 10 คู่สาย)

โทรสาร 0-2962-1084

สมาชิกสัมพันธ์

โทรศัพท์ 0-2962-1081-3 ต่อ 121

โทรสาร 0-2962-1084

ร้านค้าและตัวแทนจำหน่าย

โทรศัพท์ 0-2962-1081-3 ต่อ 112-114

โทรสาร 0-2962-1084

พิมพ์ที่ บริษัท พงษ์วรินการพิมพ์ จำกัด

299-299/1 หมู่ 10 ถ.สุขุมวิท 107 ต.สำโรงเหนือ อ.เมืองสมุทรปราการ จ.สมุทรปราการ 10270

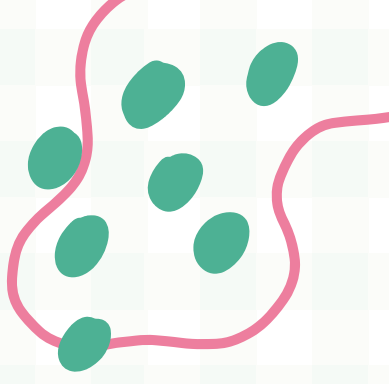
โทรศัพท์ 0-2399-4525-31 โทรสาร 0-2399-4524

เครื่องหมายการค้าอื่นๆ ที่อ้างถึงเป็นของบริษัทนั้นๆ

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 โดยบริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด ห้ามลอกเลียนไม่ว่าส่วนใดส่วนหนึ่งของหนังสือเล่มนี้ ไม่ว่าในรูปแบบใดๆ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากผู้จัดพิมพ์เท่านั้น

บริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด จัดตั้งขึ้นเพื่อเผยแพร่ความรู้ที่มีคุณภาพสู่ผู้อ่านชาวไทย เรายินดีรับงานเขียนของนักวิชาการและนักเขียนทุกท่าน ท่านผู้สนใจกรุณาติดต่อผ่านทางอีเมลที่ infopress@idcpremier.com หรือทางโทรศัพท์หมายเลข 0-2962-1081 (อัตโนมัติ 10 คู่สาย) โทรสาร 0-2962-1084

ราคา 395 บาท



คำนำผู้เขียน

“คณิตศาสตร์”... เป็นวิชาที่ต้องอาศัยความเข้าใจในหลักการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ หากเข้าใจเนื้อหาและสามารถนำความรู้ต่างๆ มาบูรณาการได้ ก็จะเป็นพื้นฐานสำคัญในการพิชิตข้อสอบคณิตศาสตร์สอบเข้า ม.1 ได้ไม่ยาก

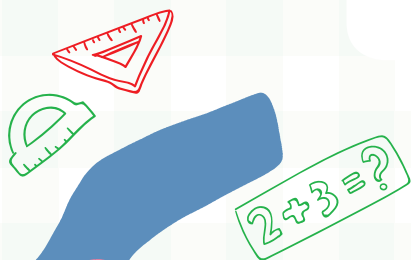
ผู้เขียนได้สรุปเรื่องที่สำคัญๆ พร้อมกับแนวคิดและเทคนิคจัดไว้เป็นหมวดหมู่ พร้อมทั้งรวบรวมแนวข้อสอบคัดเลือกเข้าเรียนต่อระดับชั้น ม.1 ที่ออกเป็นข้อสอบบอยที่เกี่ยวข้องกับแต่ละเรื่องไว้ เพื่อให้เด็กๆ ได้เห็นว่าสามารถนำความรู้ของแต่ละเรื่องไปใช้แก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องนั้นได้อย่างไร และนอกจากหาคำตอบได้ถูกต้องแล้ว อีกสิ่งหนึ่งที่สำคัญมากในการสอบ คือ เรื่องการบริหารเวลาในการทำข้อสอบด้วย

หนังสือเล่มนี้เหมาะสำหรับเด็กๆ ในระดับประถมปลายที่ควรมีไว้อ่านทบทวน เพื่อเตรียมตัวสอบคัดเลือกเข้าเรียนต่อในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้เขียนขอเป็นกำลังใจให้เด็กๆ ประสบผลสำเร็จในการสอบ และหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะช่วยลดลอคให้เด็กๆ เข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้นครับ

ชิตวัน ฉายอรุณ

Facebook : OneMaths Phitsanulok

YouTube : OneMaths Phitsanulok



NOTE



สารบัญ



PART 1 จำนวนและตัวเลข

เรื่องที่ 1	ลำดับการคำนวณทางคณิตศาสตร์.....	2
	ลำดับการดำเนินการ	2
เรื่องที่ 2	เลขยกกำลัง.....	5
	สมบัติเลขยกกำลัง.....	6
เรื่องที่ 3	การหาจำนวนตัวประกอบ	10
	การหาตัวประกอบของจำนวนนับ.....	10
	การหาจำนวนตัวประกอบของจำนวนนับ	11
เรื่องที่ 4	ห.ร.ม. และ ค.ร.น.	13
	เรื่องที่เกี่ยวข้องกับการหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น.	13
	การหา ห.ร.ม. หรือหา ค.ร.น. ด้วยวิธีการหารสั้น.....	14
	ความสัมพันธ์ระหว่าง ห.ร.ม. กับ ค.ร.น. ของจำนวนสองจำนวน	19
เรื่องที่ 5	แบบรูป.....	20
	แบบรูปของจำนวน	20
เรื่องที่ 6	จำนวนฟีโบนัชชี (Fibonacci).....	24
เรื่องที่ 7	ลำดับเลขคณิต และอนุกรมเลขคณิต.....	26
เรื่องที่ 8	การหาจำนวนของเลขระหว่าง 1 ถึง m ที่หารด้วย n ลงตัว	31

PART 2 เศษส่วนและทศนิยม

เรื่องที่ 9	เศษส่วนต่อเนื่อง.....	34
เรื่องที่ 10	อนุกรม Telescopic.....	37
เรื่องที่ 11	การแยกเศษส่วนแท้ให้เป็นผลรวมของเศษส่วนย่อยที่เศษเป็น 1	41
เรื่องที่ 12	ทศนิยมตำแหน่งที่ n ของเลขทศนิยมซ้ำ	43



PART 3 สมการ

เรื่องที่ 13	สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	46
	การแก้สมการ.....	46
	หลักการทำโจทย์ปัญหาสมการ.....	48
เรื่องที่ 14	ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร.....	54
	ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร.....	54
	วิธีการแก้ระบบสมการ.....	54

PART 4 อัตราส่วน ร้อยละ และบทประยุกต์

เรื่องที่ 15	อัตราส่วนและสัดส่วน.....	64
	อัตราส่วน.....	64
	อัตราส่วนต่อเนื่อง.....	64
	การประยุกต์ใช้งานอัตราส่วนกับสัดส่วน.....	65
	สัดส่วนตรง และสัดส่วนผกผัน.....	68
เรื่องที่ 16	เรื่องของร้อยละ.....	71
	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับภาษีมูลค่าเพิ่ม.....	72
เรื่องที่ 17	บทประยุกต์ร้อยละเกี่ยวกับการค้าขาย.....	77
	การลดราคา.....	79
เรื่องที่ 18	เรื่องของดอกเบี้ย.....	84
	สูตรการคำนวณดอกเบี้ย.....	85
	การคิดดอกเบี้ยในเวลาน้อยกว่า 1 ปี.....	85
	ดอกเบี้ยทบต้น.....	86

PART 5 เรขาคณิต

เรื่องที่ 19	สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมพื้นฐาน.....	90
เรื่องที่ 20	สมบัติของรูปสามเหลี่ยมพื้นฐาน.....	95
	มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมทั้งสามมุมรวมกันได้ 180 องศา.....	96
	สามเหลี่ยมชนิดต่างๆ.....	96
	รู้จักกับเส้นมีฐาน.....	98



เรื่องที่ 21	แนวคิดการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม.....	99
เรื่องที่ 22	รูปสามเหลี่ยมที่มีฐานและจุดยอดร่วมกัน.....	102
เรื่องที่ 23	รูปสามเหลี่ยมคล้าย.....	104
เรื่องที่ 24	ทฤษฎีบทพีทาโกรัส.....	108
	ที่มาของทฤษฎีบทพีทาโกรัส.....	108
เรื่องที่ 25	ทฤษฎีบทมุมภายนอกรูปสามเหลี่ยม.....	113
เรื่องที่ 26	การหาผลรวมมุมภายในรูป n เหลี่ยม.....	117
เรื่องที่ 27	มุม และเส้นขนาน.....	122
เรื่องที่ 28	รูปวงกลม.....	126
	มารู้จักกับค่า π กัน.....	126
	หาความยาวเส้นรอบวง.....	127
	แนวคิดในการหาพื้นที่ของวงกลม.....	127
เรื่องที่ 29	การหาพื้นที่บางส่วนของรูปวงกลม.....	130
	พื้นที่เซกเตอร์ (Sector Area).....	131
เรื่องที่ 30	การหาพื้นที่ด้วยเทคนิคตัดแปะ.....	139
เรื่องที่ 31	ปริมาตรของรูปทรงเรขาคณิต.....	142
	ความสัมพันธ์ของหน่วยวัดปริมาตร.....	142

PART 6 บทประยุกต์เพิ่มเติม

เรื่องที่ 32	แผนภูมิรูปวงกลม.....	150
เรื่องที่ 33	ความน่าจะเป็น.....	155
เรื่องที่ 34	การคิดย้อนกลับ (Reverse Thinking).....	159
เรื่องที่ 35	อัตราเร็ว ระยะทาง และเวลาในการเดินทาง.....	162
เรื่องที่ 36	Meeting up.....	166
	เวลาที่ใช้เดินทางมาพบกัน.....	167
เรื่องที่ 37	Catching up.....	169
	เวลาที่ไล่ทันกัน.....	170
เรื่องที่ 38	มุมระหว่างเข็มสั้นกับเข็มยาว ณ เวลาใดๆ.....	172
	แนวคิดในการหามุมระหว่างเข็มยาวกับเข็มสั้น ณ เวลาใดๆ.....	173

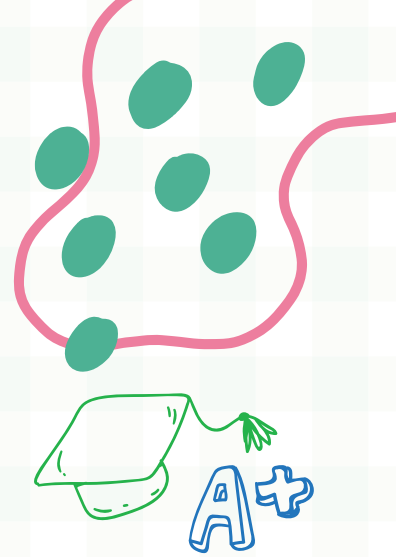


เรื่องที่ 39	ความเข้มข้น “สารละลาย”	175
	การผสมสารที่มีความเข้มข้นเป็น % ทั้งหมด.....	177
เรื่องที่ 40	การช่วยกันทำงาน	179

แนวข้อสอบ

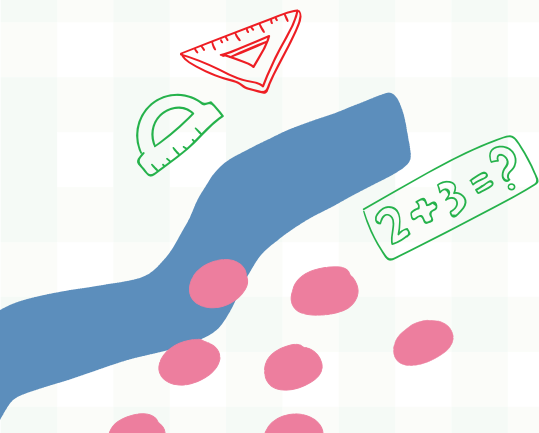
แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์สอบเข้า ม.1 ห้องพิเศษ ชุดที่ 1.....	184
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์สอบเข้า ม.1 ห้องพิเศษ ชุดที่ 1	189
คำอธิบายเฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์สอบเข้า ม.1 ห้องพิเศษ ชุดที่ 1.....	190
แนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์สอบเข้า ม.1 ห้องพิเศษ ชุดที่ 2.....	207
เฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์สอบเข้า ม.1 ห้องพิเศษ ชุดที่ 2	211
คำอธิบายเฉลยแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์สอบเข้า ม.1 ห้องพิเศษ ชุดที่ 2.....	212





PART 1

จำนวนและตัวเลข



เรื่องที่

1

ลำดับการคำนวณทาง คณิตศาสตร์



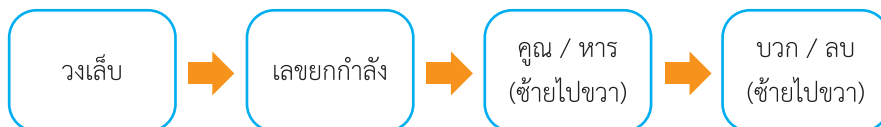
วิชาคณิตศาสตร์ (และวิทยาการคอมพิวเตอร์) เราอาจจะพบโจทย์การคำนวณที่กำวม ดังนั้น จึงต้องมีการกำหนดลำดับการคิดคำนวณเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง

ลำดับการดำเนินการ

ก่อนอื่นเรามาลองดูตัวอย่างการคำนวณอย่างง่ายแบบนี้ดูก่อน

เช่น จะหาผลลัพธ์ของ $3 + 3 \times 3 - 3 \div 3$

หากเราคำนวณตามลำดับจากซ้ายไปขวา จะได้คำตอบเป็น 5 ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้องตามหลักการคำนวณ เพราะลำดับการคำนวณมีการกำหนดกันไว้ว่า ให้คำนวณอะไรก่อนหลังแบบนี้



ดังนั้น ผลลัพธ์ของ $3 + 3 \times 3 - 3 \div 3$ จึงมีค่าเท่ากับ 11 เพราะว่า

$$\begin{aligned} 3 + 3 \times 3 - 3 \div 3 &= 3 + \frac{3 \times 3}{1} - \frac{3}{1} \div 3 \\ &= 3 + 9 - 1 \\ &= 11 \end{aligned}$$

เพื่อเป็นการตรวจสอบว่าเราเข้าใจวิธีคิดที่ถูกต้อง ลองตรวจสอบด้วยตัวอย่างต่อไปนี้

แนวข้อสอบ 1.1

จงหาผลลัพธ์ของ $10 - 6 + 2^3 \div 4 \times (7 - 1)$

1. 16
2. 18
3. 20
4. 36



วิธีทำ

คำนวณตามลำดับต่อไปนี้

$$\begin{aligned}10 - 6 + 2^3 \div 4 \times (7 - 1) &= 10 - 6 + 2^3 \div 4 \times \underline{6} \\&= 10 - 6 + \underline{8} \div 4 \times 6 \\&= 10 - 6 + \underline{2} \times 6 \\&= 10 - 6 + \underline{12} \\&= 16\end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ตัวเลือก 1.

แนวข้อสอบ 1.2

จงหาผลลัพธ์ของ $10 \times 3^2 - \frac{4^2 - 6}{5} + 20 \div 5 \times 2$ (แนวข้อสอบสาธิตปทุมวัน)

1. 90

2. 92

3. 94

4. 96

วิธีทำ

คำนวณตามลำดับการคำนวณทางคณิตศาสตร์

$$\begin{aligned}10 \times 3^2 - \frac{4^2 - 6}{5} + 20 \div 5 \times 2 &= (10 \times 9) - \frac{16 - 6}{5} + (20 \div 5) \times 2 \\&= 90 - \frac{10}{5} + (4 \times 2) \\&= 90 - 2 + 8 \\&= 96\end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ตัวเลือก 4.

แนวข้อสอบ 1.3

จงหาผลลัพธ์ของ $\frac{16}{24} \div 2 - \frac{1}{6} \times \frac{4}{6} + \frac{7}{9}$

- | | |
|------|------|
| 1. 0 | 2. 1 |
| 3. 2 | 4. 3 |

วิธีทำ

คำนวณตามลำดับการคำนวณทางคณิตศาสตร์

$$\begin{aligned}\frac{16}{24} \div 2 - \frac{1}{6} \times \frac{4}{6} + \frac{7}{9} &= \left(\frac{16}{24} \div 2 \right) - \left(\frac{1}{6} \times \frac{4}{6} \right) + \frac{7}{9} \\&= \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{6} \times \frac{2}{3} \right) + \frac{7}{9} \\&= \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{7}{9} \\&= \frac{3}{9} - \frac{1}{9} + \frac{7}{9} \\&= \frac{9}{9} \\&= 1\end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ตัวเลือก 2.



เรื่องที่

2

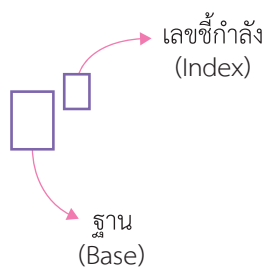
เลขยกกำลัง



บทนิยาม : ถ้า a เป็นจำนวนใดๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ ครั้ง}}$$

เราเรียก a^n ว่า “เลขยกกำลัง” โดยมี a เป็นฐาน (Base) และ n เป็นเลขชี้กำลัง (Exponent or Index)



ตัวอย่างเช่น

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$(0.1)^4 = 0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1 = 0.0001$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100,000$$

จากตัวอย่างจะสังเกตว่า หากฐานเป็นเลข 10 แล้วผลลัพธ์จะมีจำนวนเลข 0 เท่ากับเลขชี้กำลัง
ก่อนจะทำโจทย์เลขยกกำลังได้ ต้องเข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังก่อน

สมบัติเลขยกกำลัง

กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์

สมบัติ	ตัวอย่าง
$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$2^2 \times 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{5^9}{5^6} = 5^{9-6} = 5^3$
$a^0 = 1$ โดยที่ $a \neq 0$	$7^0 = 1$ $\left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$3^{-2} = \frac{1}{3^2}$
$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$(7^2)^3 = 7^{2 \times 3} = 7^6$
$(ab)^n = a^n \times b^n$	$(5 \times 7)^3 = 5^3 \times 7^3$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{1}{5}\right)^4 = \frac{1^4}{5^4} = \frac{1}{5^4}$

เราลองมาดูแนวข้อสอบที่เกี่ยวข้องกับเรื่องเลขยกกำลังนี้กัน

แนวข้อสอบ 2.1

ผลลัพธ์ของ $2^{52} \times 5^{48}$ มีทั้งหมดกี่หลัก

(แนวข้อสอบสาริตปทุมวัน)

1. 48
2. 49
3. 50
4. 52

วิธีทำ

โจทย์ข้อนี้เราจะใช้เทคนิคการหาจำนวนหลักของเลขยกกำลัง โดยที่

- จัดผลลัพธ์อยู่ในรูปของเลขยกกำลังที่ทำให้เลขฐานเป็นเลข 10
- เลขชี้กำลังของ 10 จะบอกถึงจำนวนหลักของเลขศูนยนั้นเอง



$$\begin{aligned}
 2^{52} \times 5^{48} &= 2^4 \times 2^{48} \times 5^{48} \\
 &= 2^4 \times (2 \times 5)^{48} \\
 &= 2^4 \times 10^{48} \\
 &= 16 \times 10^{48}
 \end{aligned}$$

สรุปว่าผลลัพธ์มีทั้งหมด 50 หลัก (คือ เลข 16 มี 2 หลัก รวมกับเลข 0 อีก 48 หลัก)
 ดังนั้น คำตอบ คือ ตัวเลือก 3.

แนวข้อสอบ 2.2

กำหนดให้ a, b, c เป็นจำนวนเฉพาะ โดยที่ $a^x \times b^y \times c^z = 120^4$

จงหาค่าของ $x + y + z$

- | | |
|-------|-------|
| 1. 16 | 2. 18 |
| 3. 19 | 4. 20 |

วิธีทำ

จากโจทย์ให้เราแยกตัวประกอบของ 120 (กระจายให้อยู่ในรูปการคูณของจำนวนเฉพาะ) จะได้

$$\begin{aligned}
 120^4 &= (12 \times 10)^4 \\
 &= (3 \times 4 \times 2 \times 5)^4 \\
 &= (3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5)^4 \\
 &= (3 \times 2^3 \times 5)^4 \\
 &= 3^4 \times 2^{12} \times 5^4
 \end{aligned}$$

เมื่อนำผลการแยกตัวประกอบที่ได้ มาเทียบกับรูปแบบที่โจทย์กำหนดให้แล้ว จะเห็นว่า

$$a^x \times b^y \times c^z = 120^4 = 3^4 \times 2^{12} \times 5^4$$

จึงสรุปได้ว่า $a = 3, b = 2, c = 5$ และ $x = 4, y = 12, z = 4$

จากนั้นหาคำตอบที่โจทย์ถาม $x + y + z = 4 + 12 + 4 = 20$

ดังนั้น คำตอบ คือ ตัวเลือก 4.



แนวข้อสอบ 2.3

จงหาผลลัพธ์ของ $\frac{2^{1,006} - 2^{1,002}}{2^{1,002} + 2^{1,000}}$

- | | |
|-------|-------|
| 1. 12 | 2. 16 |
| 3. 20 | 4. 24 |

วิธีทำ

ใช้การดึงตัวร่วมของตัวเศษ และดึงตัวร่วมของตัวส่วน จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\frac{2^{1,006} - 2^{1,002}}{2^{1,002} + 2^{1,000}} &= \frac{2^{1,002}(2^4 - 1)}{2^{1,000}(2^2 + 1)} \\ &= \frac{2^{(1,002-1,000)}(16-1)}{(4+1)} \\ &= \frac{2^2(15)}{5} \\ &= 12\end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ตัวเลือก 1.

แนวข้อสอบ 2.4

ถ้า $200 = 2^x \times 5^y$ แล้วข้อใดคือค่าของ $x^2 + y^2$

- | | |
|-------|-------|
| 1. 13 | 2. 15 |
| 3. 16 | 4. 25 |

วิธีทำ

แยกตัวประกอบของ 200

$$200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

นั่นคือ $x = 3, y = 2$

$$\text{เพราะฉะนั้น } x^2 + y^2 = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ตัวเลือก 1.



แนวข้อสอบ 2.5

ถ้า $16^x = 8^y = 64^2$ แล้วข้อใดคือค่าของ $x + y$

- | | |
|-------|-------|
| 1. 7 | 2. 8 |
| 3. 12 | 4. 13 |

วิธีทำ

โจทย์แนวนี้เราต้องทำเลขฐานให้เป็นเลขที่เท่ากันก่อน แล้วจึงไปเปรียบเทียบเลขชี้กำลัง

$$16^x = 8^y = 64^2$$

$$(2^4)^x = (2^3)^y = (2^6)^2$$

$$2^{4x} = 2^{3y} = 2^{12}$$

ตอนนี้ทั้ง 3 จำนวนมีค่าเท่ากันโดยมีเลขฐาน คือ เลข 2 เหมือนกันแล้ว

นั่นแสดงว่าค่าของเลขชี้กำลังก็ต้องเท่ากันด้วย จึงได้ว่า

$$4x = 12 \rightarrow x = 3$$

$$3y = 12 \rightarrow y = 4$$

$$\text{หาคำตอบที่โจทย์ถาม} \quad x + y = 3 + 4 = 7$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ตัวเลือก 1.



เรื่องที่

3

การหาจำนวนตัวประกอบ



ก่อนจะไปทำโจทย์ที่ใช้การหาตัวประกอบ เราควรทบทวนคำนิยามที่เกี่ยวข้องก่อนครับ

- **จำนวนนับ** คือ จำนวนเต็มบวก ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...
- **ตัวประกอบของจำนวนนับใดๆ** คือ จำนวนนับที่นำไปหารจำนวนนับนั้นได้ลงตัว
- **จำนวนเฉพาะ** คือ จำนวนนับที่มีตัวประกอบเพียงสองตัว คือ 1 กับจำนวนนับนั้น (จำนวนเฉพาะ เช่น 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...)
- **ตัวประกอบเฉพาะ** คือ ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ
- **การแยกตัวประกอบของจำนวนใดๆ** คือ การเขียนจำนวนนั้นในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ

การหาตัวประกอบของจำนวนนับ

จากคำนิยาม ตัวประกอบของจำนวนนับใดๆ คือ จำนวนนับที่นำไปหารจำนวนนับนั้นได้ลงตัว ซึ่งจะมีอยู่กี่จำนวน และประกอบไปด้วยจำนวนอะไรบ้างนั้น มีวิธีการหาได้ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3.1

จงหาตัวประกอบของ 24 ว่ามีกี่จำนวน? อะไรบ้าง?

ขั้นตอนที่ 1

ให้แยกตัวประกอบของจำนวนนับนั้นก่อน แล้วจัดรูปให้อยู่ในรูปของเลขยกกำลัง

การแยกตัวประกอบของจำนวนใดๆ คือ การเขียนจำนวนนั้นในรูปผลคูณกันของจำนวนเฉพาะ

การที่เราจะหาว่ามีตัวเลขอะไรนั้น วิธีหนึ่งที่นิยมใช้กัน คือ ใช้วิธีตั้งหารสั้นด้วยจำนวนเฉพาะ ก็จะทราบว่าจำนวนเฉพาะอะไรบ้างที่คูณกันแล้วได้จำนวนตั้งต้นนั้น

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ \underline{\quad 3} \end{array}$$

ผลการแยกตัวประกอบของ 24 ได้ว่า $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

แล้วก็จัดรูปให้อยู่ในรูปของเลขยกกำลัง จะได้ว่า $24 = 2^3 \times 3^1$



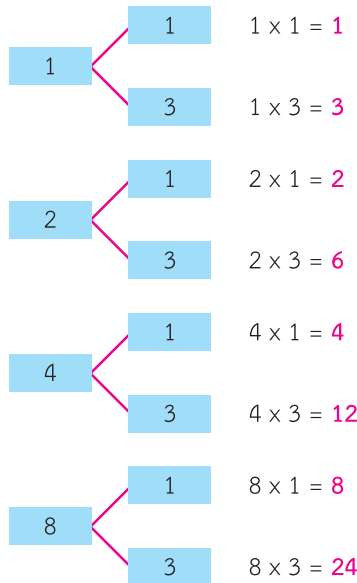
ขั้นตอนที่ 2

ให้พิจารณาหาตัวประกอบที่ได้มาจากเลขยกกำลังแต่ละตัว เริ่มจากเลขชี้กำลัง 0 ดังนี้

ตัวประกอบจาก 2^3 มีอยู่ 4 จำนวน ได้แก่ $= 2^0, 2^1, 2^2, 2^3 = 1, 2, 4, 8$

ตัวประกอบจาก 3^1 มีอยู่ 2 จำนวน ได้แก่ $= 3^0, 3^1 = 1, 3$

ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดที่หาร 24 ได้ลงตัว จึงเกิดจากการจับคู่คูณกันดังภาพนี้



เมื่อนำมาเรียงลำดับใหม่ จะพบว่าตัวประกอบของ 24 ประกอบไปด้วย 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 และ 24

ส่วนมากโจทย์มักจะถามเพียงจำนวนของตัวประกอบเท่านั้นว่า มีอยู่กี่จำนวน ซึ่งเราก็ไม่ต้องแจกแจงออกมา

ซึ่งจากตัวอย่างนี้ การหาว่ามีตัวประกอบอยู่กี่จำนวนก็ได้มาจาก $4 \times 2 = 8$ จำนวน

โดยที่ 4 คือ จำนวนตัวประกอบที่มาจาก 2^3 มีอยู่ 4 จำนวน ได้แก่ $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$

และ 2 คือ จำนวนตัวประกอบที่มาจาก 3^1 มีอยู่ 2 จำนวน ได้แก่ $3^0, 3^1$

การหาจำนวนตัวประกอบของจำนวนนับ

จากแนวคิดการหาตัวประกอบข้างต้น หากโจทย์ต้องการทราบเพียงจำนวนตัวประกอบว่ามีจำนวนกี่ตัว จึงสรุปเป็นวิธีหาจำนวนตัวประกอบของจำนวนนับใดๆ ได้ดังนี้

ให้แยกตัวประกอบของ N ให้อยู่ในรูปของเลขยกกำลังก่อน

จำนวนตัวประกอบของ $N =$ ผลคูณกันของเลขชี้กำลังบวก 1

ที่ต้องเป็นเลขชี้กำลังบวกด้วย 1 เพราะต้องรวมกับเลขที่มีเลขชี้กำลัง 0 ซึ่งก็คือ เลข 1 ด้วย ซึ่ง 1 เป็นตัวประกอบของทุกจำนวนนับ

มาดูตัวอย่างโจทย์ ก็จะเข้าใจมากยิ่งขึ้น

แนวข้อสอบ 3.1

จงหาว่า 360 มีตัวประกอบทั้งหมดกี่ตัว (แนวข้อสอบสาริตปทุมวัน)

- | | |
|-------|-------|
| 1. 12 | 2. 16 |
| 3. 20 | 4. 24 |

วิธีทำ

แยกตัวประกอบเฉพาะของ 360 ด้วยวิธีการตั้งหารสั้น

แล้วจัดผลคูณกันให้อยู่ในรูปของเลขยกกำลัง

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$$

จำนวนตัวประกอบทั้งหมด = ผลคูณกันของเลขชี้กำลังบวก 1

$$= (3 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1)$$

$$= 4 \times 3 \times 2$$

$$= 24 \text{ ตัว}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ตัวเลือก 4.

แนวข้อสอบ 3.2

จงหาว่า 252 มีตัวประกอบที่เป็นจำนวนบวกทั้งหมดกี่จำนวน

- | | |
|-------|-------|
| 1. 12 | 2. 16 |
| 3. 18 | 4. 20 |

วิธีทำ

แยกตัวประกอบเฉพาะของ 252

แล้วจัดผลคูณกันให้อยู่ในรูปของเลขยกกำลัง จะได้

$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7^1$$

$$\text{จำนวนตัวประกอบ} = (2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1)$$

$$= 3 \times 3 \times 2$$

$$= 18 \text{ ตัว}$$

นั่นคือ จำนวนบวกที่หาร 252 ลงตัวมีทั้งหมด 18 จำนวน

ดังนั้น คำตอบ คือ ตัวเลือก 3.



เรื่องที่

4

ห.ร.ม. และ ค.ร.น.



ก่อนอื่นทบทวนนิยามของตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) และตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) ก่อน

- **ห.ร.ม.** คือ จำนวนที่มากที่สุดที่นำไปหารชุดของจำนวนตัวเลขได้ลงตัว
- **ค.ร.น.** คือ จำนวนที่น้อยที่สุดที่นำไปหารชุดของจำนวนตัวเลขได้ลงตัว

เพื่อให้เข้าใจมากขึ้น ขอยกตัวอย่างดังนี้

กำหนดให้ A, B และ C คือ ชุดของจำนวนตัวเลข 3 จำนวน

- ห.ร.ม. ของ A, B และ C คือ การหาเลขที่เป็นตัวหารที่มีค่ามากที่สุดที่ไปหาร A, B และ C ได้ลงตัว

$$\frac{A}{\text{ห.ร.ม.}} = \frac{B}{\text{ห.ร.ม.}} = \frac{C}{\text{ห.ร.ม.}}$$

- ค.ร.น. ของ A, B และ C คือ การหาเลขที่เป็นตัวตั้งที่มีค่าน้อยที่สุดที่ถูกหารด้วย A, B และ C ได้ลงตัว

$$\frac{\text{ค.ร.น.}}{A} = \frac{\text{ค.ร.น.}}{B} = \frac{\text{ค.ร.น.}}{C}$$

เรื่องที่เกี่ยวข้องกับการหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

ห.ร.ม.	ค.ร.น.
• แบ่งกลุ่มของแต่ละชนิด โดยให้มีจำนวนของในแต่ละกลุ่มเท่ากันและมีจำนวนมากที่สุด	• การหาเวลาที่จะกลับมาเจอกันอีกครั้ง ณ จุดเริ่มต้นในครั้งถัดไปจากครั้งแรก
• หาระยะห่างของการปักเสาล้อมรอบพื้นที่สี่เหลี่ยมให้มีระยะห่างเท่าๆ กันมากที่สุดทั้งทางด้านกว้างและด้านยาว	• หาตัวเลขที่มีค่าน้อยที่สุดที่ตัวเลขทุกตัวในกลุ่มหารมันได้ลงตัว
• หาตัวเลขที่มีค่ามากที่สุดที่นำไปหาร ... แล้วเหลือเศษ ...	• หาตัวเลขที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย ... แล้วเหลือเศษ ...
• หาตัวเลขที่มีค่ามากที่สุดที่นำไปหารชุดจำนวนตัวเลข แล้วเหลือเศษเท่ากันทุกตัว	• หาตัวเลขที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วยชุดจำนวนตัวเลข แล้วมีผลต่างของตัวหารกับเศษเท่ากันในแต่ละคู่



การหา ห.ร.ม. หรือหา ค.ร.น. ด้วยวิธีการหารสั้น

วิธีหนึ่งที่สะดวกที่ใช้หา ห.ร.ม. หรือหา ค.ร.น. คือ การหาด้วยวิธีการหารสั้น โดยมีหลักการดังนี้

การหา ห.ร.ม.	การหา ค.ร.น.
1) หาตัวเลขที่นำมาหารทุกจำนวนได้ลงตัว	1) ครั้งแรกหาเหมือนการหาร ห.ร.ม. ก่อน คือ หาตัวเลขใดๆ ที่สามารถหารได้ลงตัวทุกจำนวน
2) หารสั้นไปจนไม่มีตัวหารใดมาหารทุกจำนวนได้ลงตัวแล้ว	2) ต่อไปให้ใช้วิธีหารด้วยจำนวนเฉพาะ อย่างน้อยสองจำนวนได้ลงตัว แม้ว่าอาจจะหารบางตัวไม่ลงตัวจนกว่าจะไม่มีตัวหารร่วมแล้ว
3) ห.ร.ม. คือ ผลคูณของจำนวนที่นำมาหารทุกจำนวนในกลุ่มได้ลงตัว	3) ค.ร.น. คือ ผลคูณกันทั้งหมดของจำนวนที่นำมาหารและผลลัพธ์ในบรรทัดสุดท้ายด้วย

แนวข้อสอบ 4.1

ถ้า M เป็น ห.ร.ม. ของ 6, 15, 18 และ N เป็น ค.ร.น. ของ 6, 15, 18 แล้ว $(M \times N) \div 15$ มีค่าเท่าใด

- | | |
|-------|-------|
| 1. 12 | 2. 16 |
| 3. 18 | 4. 20 |

วิธีทำ

อ้างอิงวิธีการหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ด้วยวิธีการหารสั้น จะได้ว่า

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 6 \quad 15 \quad 18} \\ 2 \overline{) 2 \quad 5 \quad 6} \\ \underline{1 \quad 5 \quad 3} \end{array}$$

นั่นคือ ห.ร.ม. = $M = 3$ และ ค.ร.น. = $N = 3 \times 2 \times 5 \times 3 = 90$

หาคำตอบที่โจทย์ต้องการ $(M \times N) \div 15 = (3 \times 90) \div 15 = 18$

ดังนั้น คำตอบ คือ ตัวเลข 3.

