FUKUROU by SE-ED

หนังสือคณิตศาสตร์ที่เข้าใจง่ายที่สุด

Super Perfect Maths สายศิลป์

- สรุปเนื้อหาคณิตศาสตร์ ม.ปลาย อัปเดตใหม่ล่าสุด ครบตามหลักสูตรของ สสวท.
- อัดแน่นด้วยตัวอย่างโจทย์ แบบทดสอบ และแนวข้อสอบ A-Level คณิตศาสตร์ประยุกต์ 2 จำนวน 3 ชุด พร้อมเฉลยละเอียดทุกข้อ เสริมความมั่นใจให้ **เต็ม 100**
- เหมาะสำหรับอ่านเตรียมสอบเข้ามหาวิทยาลัย และปูพื้นฐานคณิตให้แน่น

พิชิตคณิตสายศิลป์อย่างมั่นใจ เล่มเดียวเอาอยู่!

สุด Exclusive!
อ่านแล้วมีข้อซักถามเพิ่มเติม สแกน QR code พูดคุยกับผู้เขียนได้โดยตรง ผ่าน LINE
ฟรี

ผู้เขียน เทพวี ชนะชาญมงคล

Super Perfect Maths สายศิลป์

เทพวี ชนะชาญมงคล
ผู้เขียน

FUKUROU by SE-ED

ค้นหาหนังสือที่ต้องการ (รวม e-book และสินค้าที่น่าสนใจ) ได้เร็ว ทันใจ

- บน PC และ Notebook ที่ www.se-ed.com
- สำหรับ Smartphone และ Tablet ทุกยี่ห้อ ที่ http://m.se-ed.com (ผ่าน browser เข้าอินเทอร์เน็ตแล้วทำ Bookmark บนจอ Home จะใช้งานได้เหมือน App ทุกประการ) หรือติดตั้ง SE-ED Application ได้จาก Play Store บน Android หรือจาก App Store บน iOS

• ในกรณีที่ต้องการซื้อเป็นจำนวนมาก เพื่อใช้ในการสอน การฝึกอบรม การส่งเสริมการขาย หรือเป็นของขวัญพิเศษ กรุณาติดต่อสอบถามราคาพิเศษได้ที่ ฝ่ายขาย บริษัท ซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด (มหาชน)
เลขที่ 1858/87-90 ถนนเทพรัตน แขวงบางนาใต้ เขตบางนา กรุงเทพฯ 10260
โทรศัพท์ 0-2826-8222 โทรสาร 0-2826-8356-9
• หากมีคำแนะนำหรือติชม สามารถติดต่อได้ที่ comment@se-ed.com

Super Perfect Maths สายศิวป์

โดย เทพวี ชนะชาญมงคล

FUKUROU by SE-ED สำนักพิมพ์ ฟุกุโร

สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย โดย เทพวี ชนะชาญมงคล © พ.ศ. 2568
ห้ามคัดลอก ลอกเลียน ดัดแปลง ทำซ้ำ จัดพิมพ์ หรือกระทำอื่นใด โดยวิธีการใด ๆ ในรูปแบบใด ๆ ไม่ว่าส่วนหนึ่งส่วนใดของหนังสือเล่มนี้ เพื่อเผยแพร่ในสื่อทุกประเภท หรือเพื่อวัตถุประสงค์ใด ๆ

4 1 0 - 0 4 6 - 2 4 8

ISBN (e-book) 978-616-08-5543-8

จัดจำหน่ายโดย

บริษัท ซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด (มหาชน)
SE-EDUCATION PUBLIC COMPANY LIMITED
เลขที่ 1858/87-90 ถนนเทพรัตน แขวงบางนาใต้ เขตบางนา กรุงเทพฯ 10260
โทร. 0-2826-8000

คำนำ

งานเขียนเล่มนี้เป็นผลงานในลำดับที่ 5 เนื้อหาในเล่มทั้งหมดอ้างอิงหัวข้อตามหนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานของ สสวท. หลักสูตรปัจจุบัน ตั้งแต่ระดับ ม.4 ถึง ม.6 ทั้ง 3 เล่มอย่างครบถ้วนสมบูรณ์ รวมถึงแบบฝึกหัด แบบทดสอบท้ายบท และแนวข้อสอบ A-Level Math 2 พร้อมเฉลยอย่างละเอียด โดยถ่ายทอดผ่านตัวอักษรที่กระชับ ได้ใจความ อ่านเข้าใจได้ในครั้งเดียว ไม่ทำให้สับสนหรือหลงประเด็น ผู้เขียนได้เรียบเรียงพื้นฐานความรู้และความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นขั้นตอน เพื่อให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ กอปรกับทำให้มีทักษะและประสบการณ์การทำโจทย์มากยิ่งขึ้น และช่วยให้นักเรียนมีพื้นฐานความรู้ที่ดีในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่อในระดับอุดมศึกษา

ผู้เขียนตั้งใจเขียนหนังสือเล่มนี้อย่างละเอียดและเข้าใจง่าย โดยเน้นคิด ไม่เน้นจำ เน้นทำ ไม่เน้นท่อง เพื่อให้เหมาะกับนักเรียนทุกคนทั่วประเทศ ในทุกระดับพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ไม่ว่านักเรียนจะมีพื้นฐานเดิมเช่นไรก็ยังอ่านเข้าใจได้ง่าย รวมถึงบุคคลทั่วไปที่สนใจคณิตศาสตร์ย่อมได้ผลเช่นกัน ขอให้มั่นใจว่าหนังสือเล่มนี้ เมื่ออ่านแล้วจะเกิดความเข้าใจอย่างถ่องแท้และลึกซึ้ง

เทพวี ชนะชาญมงคล

ผู้เขียน

สแกน QR code
พูดคุยกับผู้เขียน
ได้โดยตรง
ผ่าน LINE ฟรี

แก้ไขหน้าที่ผิด
และอื่น ๆ

สารบัญ

1	เซต	6
2	ตรรกศาสตร์เบื้องต้น	32
3	หลักการนับเบื้องต้น	58
4	ความน่าจะเป็น	76
5	เลขยกกำลัง	92
6	ฟังก์ชัน	107
7	ลำดับและอนุกรม	129
8	สถิติ	154
แนวข้อสอบ		195
เฉลยแนวข้อสอบ		215

1 เซต

1.1 เซต

เซต (set) เป็นคำที่ใช้พูดถึงสิ่งที่เรากำหนดขึ้นมาเป็นกลุ่มเพื่อให้เห็นภาพสมาชิกในกลุ่ม ซึ่งใช้เป็นปกติในชีวิตประจำวัน เช่น

- เซตของสมาชิกในครอบครัว ประกอบด้วยพ่อ แม่ ลูก
- เซตของนักเรียนชั้น ม.4/1 ประกอบด้วยนักเรียนทุกคนในห้อง ม.4/1
- เซตของคุณครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนแห่งหนึ่ง ประกอบด้วยคุณครูคณิตศาสตร์ทุกคนในโรงเรียนแห่งนั้น
- เซตของ สส. ในสภา ประกอบด้วย สส. จำนวน 500 คน
- เซตของ สว. ในสภา ประกอบด้วย สว. จำนวน 250 คน
- เซตของคณะตุลาการศาลรัฐธรรมนูญ (2567) ประกอบด้วยสมาชิก 9 คน

หรือการโฆษณาขายของในทีวี จะนิยมขายเป็นเซตตามโปรโมชั่น ไม่ว่าจะเป็น ยา อาหารเสริม เครื่องสำอาง เครื่องครัว แต่ละเซตจะถูกจัดไว้เป็นกลุ่ม/ชุด/หมวด/หมู่ชัดเจน เห็นว่าเมื่อสิ่งใดถูกกล่าวอ้างให้เป็นเซต เราต้องแยกแยะได้ชัดเจนแน่นอนว่าสิ่งใดอยู่ในเซตและสิ่งใดไม่อยู่ในเซต สิ่งที่อยู่ในเซตจะเรียกว่า “สมาชิกเซต”

สมาชิกเซต (element or member) คือ สมาชิกของกลุ่ม เช่น สมาชิกเซตของวงแบล็กพิงก์ (BLACKPINK) คือ จีซู เจนนี่ โรเซ่ และลิซ่า หรือสมาชิกเซตที่เป็นคำตอบของสมการ $|x| = 2$ คือ 2 และ -2

รูปแบบการเขียนเซต มี 2 แบบ คือ แบบแจกแจงสมาชิก และแบบบอกเงื่อนไข

ข้อกำหนดเบื้องต้นในการเขียนเซต “แบบแจกแจงสมาชิก”

- เรานิยมใช้ภาษาอังกฤษพิมพ์ใหญ่แทนชื่อเซต เช่น ให้ A แทนเซตของวันในหนึ่งสัปดาห์
- สมาชิกทั้งหมดถูกเขียนอยู่ในวงเล็บปีกกา { } และระหว่างสมาชิกจะใช้จุลภาค (,) คั่น เช่น เซต A = {1, 2, 3}, B = {หนู, แมว, เต่า}

- สมาชิกเซตทางคณิตศาสตร์นิยมใช้เป็นตัวเลขหรือภาษาอังกฤษพิมพ์เล็ก เช่น B = {x, y, z}
- เซตที่ไม่มีสมาชิก เรียกว่า **เซตว่าง (empty set)** ใช้สัญลักษณ์ "{ }" หรือ "∅" (อ่านว่า ฟี หรือ ฟาย) แทนได้

ข้อกำหนดเบื้องต้นในการเขียนเซต "แบบบอกเงื่อนไข"

- ใช้เครื่องหมาย "|" คั่นระหว่างตัวแปร (ปกติมักใช้ตัวอักษร x) กับ "เงื่อนไข" โดย | สื่อถึงคำว่า "โดยที่"
- บางครั้งจะใช้สัญลักษณ์ "∈" หมายถึง เป็นสมาชิกของ หรือ "∉" หมายถึง ไม่เป็นสมาชิกของ ร่วมในเงื่อนไข เช่น A = {x | x ∈ I^+ และ x < 5} อ่านว่า A เป็นเซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิก x โดยที่ x เป็นสมาชิกของ I^+ และ x น้อยกว่า 5 (I^+ หมายถึง เซตของจำนวนเต็มบวก) หรือเขียนแบบแจกแจงได้ A = {1, 2, 3, 4}

เครื่องหมาย "|" อาจใช้สัญลักษณ์ ":" แทนได้ แต่ไม่นิยม

1 **เขียนแบบแจกแจงสมาชิก** เป็นการเขียนระบุสมาชิกแต่ละตัวในเซตนั้นจนครบ ส่วนเซตที่มีจำนวนสมาชิกไม่จำกัด ระบุจำนวนสมาชิกได้ไม่ครบหมด จะใช้สัญลักษณ์ "..." (จุดไข่ปลา 3 จุด) เขียนละไว้ในฐานที่เข้าใจ

ตัวอย่าง การเขียนแบบแจกแจงสมาชิก เช่น

ให้ B แทนเซตของวงแบล็กพิงก์ จะได้ B = {จีซู, เจนนี่, โรเซ่, ลิซ่า} มีจำนวนสมาชิก = 4

ให้ F แทนเซตแชมป์ฟุตบอลโลกปี 2022 จะได้ F = {อาร์เจนตินา} มีจำนวนสมาชิก = 1

ให้ I แทนเซตจำนวนเต็ม จะได้ I = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...} มีจำนวนสมาชิก = มีไม่จำกัด

ให้ I^+ แทนเซตจำนวนเต็มบวก จะได้ I^+ = {1, 2, 3, ...} มีจำนวนสมาชิก = มีไม่จำกัด

ให้ I^- แทนเซตจำนวนเต็มลบ จะได้ I^- = {..., -3, -2, -1} มีจำนวนสมาชิก = มีไม่จำกัด

ให้ N แทนเซตเลขโดดในจำนวน 11,115 จะได้ N = {1, 5} มีจำนวนสมาชิก = 2

ให้ A แทนเซตจำนวนเต็มตั้งแต่ 1-100 จะได้ A = {1, 2, 3, ..., 100} มีจำนวนสมาชิก = 100

2 เขียนแบบบอกเงื่อนไข เป็นการเขียนที่ไม่ได้ระบุสมาชิกแต่ละตัวในเซตนั้น แต่จะบอกเป็นเงื่อนไขแทน

ตัวอย่าง การเขียนแบบบอกเงื่อนไข เช่น

$A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มคี่ และ $2 < x < 5\}$

$B = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มคู่ และ $2 \leqslant x \leqslant 5\}$

$C = \{x \mid x^2 = 25$ และ $-10 < x \leqslant 2\}$

$D = \{x \mid x \in I^+$ และ $-2 \leqslant x < 1\}$

$E = \{x \mid x \notin I^+$, x แทนจำนวนเต็ม และ $-1 \leqslant x \leqslant 1\}$

แบบฝึกหัดที่ 1

1. ให้ $A = \{\{-1\}, \{0, 1\}\}$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ

1.1) $1 \notin A$ .....

1.2) $0 \notin A$ .....

1.3) $-1 \notin A$ .....

1.4) $\{1\} \notin A$ .....

1.5) $\{0, 1\} \notin A$ .....

1.6) $\{-1, 0, 1\} \notin A$ .....

1.7) $\{1\} \in A$ .....

1.8) $\{0\} \in A$ .....

1.9) $\{-1\} \in A$ .....

1.10) $\{1, 0\} \in A$ .....

2. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

2.1) $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มคี่ และ $2 < x < 5\}$

2.2) $B = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มคู่ และ $2 \leqslant x \leqslant 5\}$

2.3) $C = \{x \mid x^2 = 25$ และ $-10 < x \leqslant 2\}$

2.4) $D = \{x \mid x \in I^+$ และ $-2 \leqslant x < 1\}$

2.5) $E = \{x \mid x \notin I^+$ และ $x = -1, 0, 1\}$

เซตจำกัดและเซตอนันต์

- **เซตจำกัด (finite set)** บอกจำนวนสมาชิกได้ (สมาชิกมีจำกัด)

  เช่น $A = \{1, 2, 3, \ldots, 1{,}000{,}000\}$ A มีจำนวนสมาชิก = 1,000,000 ตัว

  $A = \{\ \}$ A มีจำนวนสมาชิก = 0 ตัว (บอกได้ว่ามีจำนวนสมาชิก 0 ตัว)

- **เซตอนันต์ (infinite set)** บอกจำนวนสมาชิกไม่ได้ (สมาชิกมีไม่จำกัดหรือนับไม่ถ้วน)

  เช่น $A = \{1, 2, 3, \ldots\}$ A มีจำนวนสมาชิกนับไม่ถ้วน บอกไม่ได้ว่ามีจำนวนสมาชิกเท่าไร

  $A = \{x \mid x$ จำนวนเฉพาะ$\}$ A มีจำนวนสมาชิกนับไม่ถ้วน บอกไม่ได้ว่ามีจำนวนสมาชิกเท่าไร

ให้ A แทนเซตใด ๆ จำนวนสมาชิกของเซต A ใช้สัญลักษณ์ $n(A)$

เช่น $A = \{x \mid x \in I^+$ และ $2 \leqslant x \leqslant 5\}$ หรือ $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $n(A) = 4$

เอกภพสัมพัทธ์ (relative universe)

เป็นเซตที่ถูกกำหนดขึ้นมาเป็นเซตหลักเพื่อใช้เป็นขอบเขตในการพิจารณาควบคู่กับเซตย่อยที่เราสนใจ (อาจมีมากกว่า 1 เซต) โดยเซตที่เราสนใจนั้นต้องมีสมาชิกทุกตัวอยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ที่เรากำหนดขึ้นเท่านั้น นิยมใช้สัญลักษณ์ U แทนเซตของเอกภพสัมพัทธ์ เช่น กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, \ldots, 100\}$, $A = \{3, 5, 7\}$, $B = \{79, 81, 95, 99\}$ จะเห็นว่าสมาชิกทุกตัวทั้ง A และ B ต่างก็อยู่ใน U หรือเป็นสมาชิกของ U

เซตของเอกภพสัมพัทธ์ที่เป็นมาตรฐาน ได้แก่

R แทนเซตจำนวนจริง

N แทนเซตจำนวนนับ หรือ $N = \{1, 2, 3, \ldots\}$

Z แทนเซตจำนวนเต็ม หรือใช้ I, $I = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

I^+ แทนเซตจำนวนเต็มบวก หรือ $I^+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$ สังเกต ว่า $N = I^+$ คือเซตเดียวกันใช้แทนกันได้

I^- แทนเซตจำนวนเต็มลบ หรือ $I^- = \{\ldots, -3, -2, -1\}$

Q แทนเซตจำนวนตรรกยะ หรือ $Q = \{x \mid x = \frac{a}{b}$, เมื่อ a, b เป็นจำนวนเต็มใด ๆ และ b ไม่เป็นศูนย์ โดย $\frac{a}{b}$ เป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มที่เขียนในรูปทศนิยมซ้ำได้$\}$

Q' แทนเซตจำนวนอตรรกยะ หรือ $Q' = \{x \mid x$ ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ$\}$

เราเพิ่มเซตเอกภพสัมพัทธ์ลงในการเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไข เพื่อแสดงขอบเขตสำหรับใช้พิจารณาสมาชิกในเซตนั้น เช่น $A = \{x \mid x \in R$ และ $x^2 + 1 = 0\}$ ซึ่งพบว่าไม่มีจำนวนจริงใดที่เป็นคำตอบของสมการ $x^2+1 = 0$ ดังนั้น $A = \{\ \}$

เซตที่เท่ากัน (equal sets or identical sets)

<u>นิยาม</u> เซต A เท่ากับ เซต B หมายถึง สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A = B$ หรือพูดให้เข้าใจง่ายคือ เซตทั้งสองมีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว

ตัวอย่าง เช่น $A = \{s, f, g\}$ $B = \{f, s, g\}$ $C = \{g, f, s\}$ $D = \{s, g, f\}$

จะได้เซตที่เท่ากันดังนี้ $A = B$, $C = D$, $B = C$, $A = D$

<u>ฝึกคิด</u> จากตัวอย่างดังกล่าว จะยังมีเซตอีกกี่คู่ที่ "เท่ากัน"

ตอบ.....

เขียนเซตตัวเองเท่ากันได้ เช่น $A = A$

เซตที่ไม่เท่ากัน (inequal sets)

<u>นิยาม</u> เซต A ไม่เท่ากับ เซต B หมายถึง สมาชิกบางตัวของเซต A ไม่เป็นสมาชิกของเซต B หรือสมาชิกบางตัวของเซต B ไม่เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \neq B$ หรือพูดให้เข้าใจง่ายคือ เซตทั้งสองมีสมาชิกไม่เหมือนกันทุกตัว

ตัวอย่าง เช่น $A = \{s, f, g\}$ $B = \{s, g\}$ $C = \{s\}$ $D = \{\ \}$

จะได้เซตที่ไม่เท่ากันดังนี้ $A \neq B$, $A \neq C$, $A \neq D$

<u>ฝึกคิด</u> จากตัวอย่างดังกล่าว จะมีเซตอีกกี่คู่ที่ "ไม่เท่ากัน"

ตอบ.....

แบบฝึกหัดที่ 2

1. ข้อใดเป็นเซตว่าง

   1.1) $\{x \mid x$ เป็นจำนวนเฉพาะที่ $\leqslant 1\}$

   1.2) $\{x \mid x$ เป็นจำนวนเฉพาะที่ $\leqslant 2\}$

2. จงพิจารณาว่าข้อใดเป็นเซตจำกัดหรือเซตอนันต์พร้อมบอกจำนวนสมาชิกในเซต

   2.1) $A = \{x \mid x \in I$ และ $x^2 = \sqrt{4}\}$

   2.2) $B = \{x \mid x \in R$ และ $x^2 = -1\}$

   2.3) $C = \{x \mid x \in N$ และ $x^4 + x^2 = 0\}$

   2.4) $D = \{x \mid x \in I^-$ และ $x^4 = 16\}$

   2.5) $E = \{x \mid x \in R$ และ $1.4 < x < 1.5\}$

สับเซต (subset)

<u>นิยาม</u> เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \subset B$ หรือพูดให้เข้าใจง่ายคือ สมาชิกทุกตัวของเซต A ต้องอยู่ในเซต B

ตัวอย่าง เช่น $A = \{s, c\}$ $B = \{s, g, c\}$ $C = \{\ \}$

จะได้ $A \subset A$, $A \subset B$, $C \subset A$

เซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเอง และเซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต

<u>ฝึกคิด</u> จากตัวอย่างดังกล่าว ยังมีเซตอีกกี่คู่ที่เป็น "สับเซตกัน"

ตอบ.....

ในทำนองเดียวกัน นิยาม เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิกอย่างน้อย 1 ตัวของเซต A ไม่เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$ หรือพูดให้เข้าใจง่ายคือ มีสมาชิกอย่างน้อย 1 ตัวของเซต A ไม่ใช่สมาชิกของเซต B

ตัวอย่าง เช่น $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 3, 4\}$ $C = \{\ \}$

จะได้ $A \not\subset B$ เพราะ $1 \notin B$, $B \not\subset C$ เพราะ $2, 3, 4 \notin C$

ฝึกคิด จากตัวอย่างดังกล่าว ยังมีเซตอีกกี่คู่ที่ไม่เป็น "สับเซตกัน"

ตอบ.....

ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset A$ แล้ว $A = B$ แน่นอน

การหาจำนวนสับเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเซตใด ๆ

ให้ A เป็นเซตใด ๆ จำนวนสับเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเซต $A = 2^n$ เมื่อ n = จำนวนสมาชิกของเซต A

ตัวอย่าง เช่น ให้เซต $A = \{a, b, c\}$ นั่นคือจำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับ 3 แทนค่า $n = 3$ จะได้ จำนวนสับเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเซต $A = 2^3 = 8$ ตัว และสับเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเซต A มีดังนี้

$\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \{\ \}$

ฝึกคิด ให้เซต $A = \{\{\ \}\}$ จงหาสับเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเซต A

ตอบ.....

เพาเวอร์เซต (power set)

นิยาม เพาเวอร์เซตของเซต A เขียนแทนด้วย P(A) หมายถึง เซตที่ประกอบไปด้วยสับเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเซต A

สูตร จำนวนสมาชิกของ $P(A) = 2^n$ เมื่อ n = จำนวนสมาชิกของเซต A

หรือ จำนวนสมาชิกของ P(A) = จำนวนสับเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเซต A

ตัวอย่าง เช่น เมื่อเซต A = {a, b, c} สับเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเซต A มีดังนี้

{a}, {b}, {c}, {a, b}, {a, c}, {b, c}, {a, b, c}, { }

สังเกตว่าเกิดจากการนำสมาชิกในเซต A มาใส่ { } เพื่อทำเป็นเซตย่อย ๆ ขึ้นมา ซึ่งเซตทั้งหมดจะเป็นสับเซตของเซต A รวมถึงการเพิ่ม { } เข้ามาด้วยอย่าลืม เพราะ { } เป็นสับเซตของทุกเซต จะพบว่ามีเซตย่อยทั้งหมด $2^3 = 8$ ตัว (ตามสูตร) นำเซตย่อยทั้ง 8 ตัว จับใส่ { } อีกทีก็จะเป็นเพาเวอร์เซตของเซต A ดังนี้

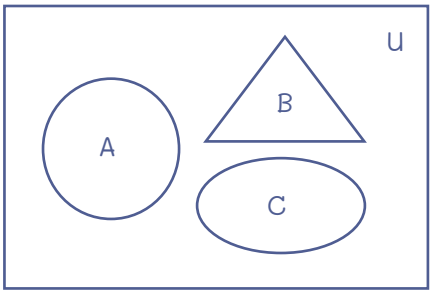
P(A) = {{a}, {b}, {c}, {a, b}, {a, c}, {b, c}, {a, b, c}, { }} และ n(P(A)) = 8

สังเกตว่า ทุกเพาเวอร์เซตของเซตใด ๆ จะมี { } อยู่ด้วยเสมอ เนื่องจาก { } เป็นสับเซตของทุกเซต

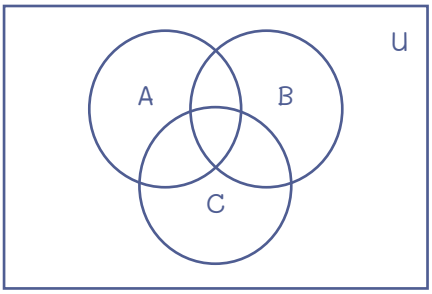
แผนภาพเวนน์ (Venn diagram)

เป็นการเขียนภาพเซตต่าง ๆ อยู่ในกรอบสี่เหลี่ยมซึ่งแทนด้วยเอกภพสัมพัทธ์ U ส่วนภาพเซตต่าง ๆ มักแทนด้วยรูปวงกลม (อาจใช้รูปอื่น ๆ ได้ เช่น วงรี สามเหลี่ยม) ดังนั้นเซตที่อยู่ในกรอบสี่เหลี่ยมถือเป็นสับเซตทั้งหมดของ U

ตัวอย่าง เช่น U มีเซตที่เป็นสับเซตของ U ได้แก่ A, B, C ซึ่งจะเขียนแผนภาพเวนน์ได้หลากหลายแบบ เช่นดังตัวอย่างต่อไปนี้



หรือ



<u>ฝึกคิด</u> จากตัวอย่างข้างต้น U มีเซตที่เป็นสับเซตของ U ได้แก่ A, B, C จะเขียนแผนภาพเวนน์แบบอื่น ๆ ได้อีกหรือไม่

แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงหา P(A) และ n(P(A)) ของเซตต่อไปนี้

   1.1) A = {1, { }}

   1.2) A = {{ }}

   1.3) A = {{{ }}}

   1.4) A = {{{ }, {1}}}

   1.5) A = {{ }, {1}}

2. ให้ A = {{ }, {{ }}, {0}} B = {{ }, 0, {{ }, 0}} ข้อใดถูกต้อง

   2.1) n(P(A)) = n(P(B))

   2.2) {{ }} ⊂ A

   2.3) {{ }} ∈ A

   2.4) {{ }, 0} ⊂ B

   2.5) {{ }, 0} ∈ B

3. จงเขียนแผนภาพเวนน์ เมื่อกำหนดให้ U = {0, 1, 2, 3, 5, 7, 9, 11} A = {1, 3, 5, 7} B = {5, 7, 9, 11}

1.2 การดำเนินการระหว่างเซต

1) อินเตอร์เซกชัน (intersection)

<u>นิยาม</u> $A \cap B = \{x \mid x \in A$ และ $x \in B\}$

จากนิยาม อินเตอร์เซกชันของเซต A กับเซต B หมายถึง การหาสมาชิกของเซต A กับเซต B ที่ซ้ำกันเพื่อทำเป็นเซตใหม่ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \cap B$

ตัวอย่าง เช่น ให้ $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 3, 4\}$ $C = \{3, 4, 5\}$ $D = \{\ \}$

จะได้ $A \cap B = \{2, 3\}$ $A \cap B \cap C = \{3\}$ $A \cap B \cap C \cap D = \{\ \}$

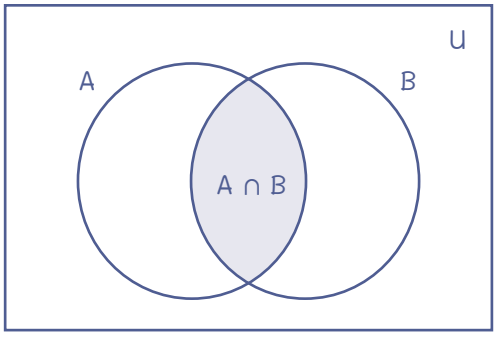
<u>ฝึกคิด</u> จากตัวอย่างข้างต้น จงหาคำตอบต่อไปนี้

1. $A \cap C$ = ...

2. $B \cap C$ = ...

3. $C \cap D$ = ...

แผนภาพเวนน์ $A \cap B$ คือ ส่วนพื้นที่ของวงกลม A ที่ทับซ้อนกับวงกลม B



2) ยูเนียน (union)

<u>นิยาม</u> $A \cup B = \{x \mid x \in A$ หรือ $x \in B\}$

จากนิยาม ยูเนียนของเซต A กับเซต B หมายถึง การรวมสมาชิกของเซต A กับเซต B เพื่อทำเป็นเซตใหม่ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \cup B$ (ในกรณีที่มีสมาชิกบางตัวของเซต A กับเซต B ซ้ำกัน ให้เขียนตัวซ้ำนั้นเพียงตัวเดียว)

ตัวอย่าง เช่น ให้ $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 3, 4\}$ $C = \{3, 4, 5\}$ และ $D = \{\ \}$

จะได้ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B \cup C \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

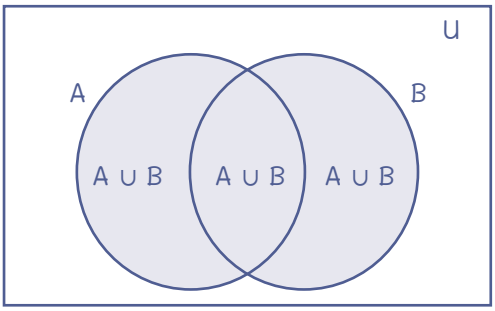
ฝึกคิด จากตัวอย่างข้างต้น จงหาคำตอบต่อไปนี้

1. $A \cup C$ = ...

2. $B \cup C$ = ...

3. $C \cup D$ = ...

แผนภาพเวนน์ $A \cup B$ คือ ส่วนพื้นที่ทั้งหมดของวงกลม A, B (พื้นที่ทั้ง 3 ส่วน)



3) คอมพลีเมนต์ (complement)

นิยาม $A' = \{x \mid x \in U$ และ $x \notin A\}$ เมื่อ U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ และเซต A เป็นสับเซตของ U

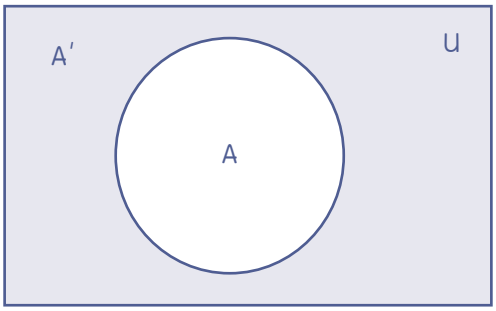
จากนิยาม คอมพลีเมนต์ของเซต A หมายถึง การหาสมาชิกของเซต U ที่ไม่ไปซ้ำกับสมาชิกของเซต A เพื่อทำเป็นเซตใหม่ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ A' (จำง่าย ๆ คอมพลีเมนต์ของเซต A คือ เอาสมาชิก U ไม่เอาสมาชิก A หรือเอา U ไม่เอา A)

> นอกจากใช้ A' แล้ว อาจใช้ $\bar{A}$,A^C, $\tilde{A}$, C(A) แทนก็ได้
> เห็นสัญลักษณ์หลายตัวไม่ต้องตกใจ ส่วนมากจะนิยมใช้ A'

ตัวอย่าง เช่น ให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{3, 4, 5, 6\}$ $C = \{\ \}$

จะได้ $A' = \{5, 6\}$ $B' = \{1, 2\}$ $C' = U$

แผนภาพเวนน์ A' คือ ส่วนพื้นที่รอบนอกวงกลม A



แบบฝึกหัดที่ 4

กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3\}$ $A = \{1\}$ $B = \{2\}$ $C = \{\ \}$ จงหาคำตอบต่อไปนี้

1. $B' \cap C'$ = ...
2. $C' \cup B'$ = ...
3. $A' \cap B'$ = ...
4. $(A \cup B)'$ = ...
5. $(A \cup C)'$ = ...

4) ผลต่างระหว่างเซต (difference of sets)

<u>นิยาม</u> $A - B = \{x \mid x \in A$ และ $x \notin B\}$

จากนิยาม ผลต่างระหว่างเซต A กับเซต B หมายถึง การหาสมาชิกของเซต A ที่ไม่ไปซ้ำกับสมาชิกของเซต B เพื่อทำเป็นเซตใหม่ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ A - B (จำง่าย ๆ เอาสมาชิก A ไม่เอาสมาชิก B หรือเอา A ไม่เอา B)

ตัวอย่าง เช่น ให้ $A = \{2, 3, 4\}$ $B = \{3, 4, 5\}$ $C = \{4, 5, 6\}$

จะได้ $A - B = \{2\}$ (เอา A ไม่เอา B)

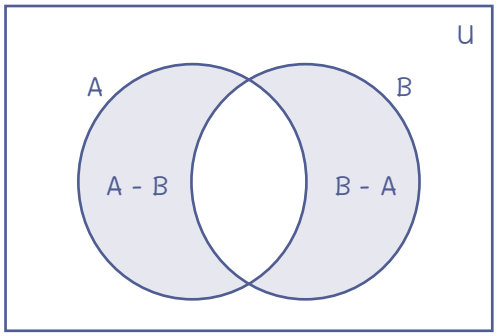
$B - A = \{5\}$ (เอา B ไม่เอา A)

$C - B = \{6\}$ (เอา C ไม่เอา B)

$C - A = \{5, 6\}$ (เอา C ไม่เอา A)

แผนภาพเวนน์ A - B คือ ส่วนพื้นที่วงกลม A ที่ไม่รวมวงกลม B

แผนภาพเวนน์ B - A คือ ส่วนพื้นที่วงกลม B ที่ไม่รวมวงกลม A



แบบฝึกหัดที่ 5

กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3\}$ $A = \{1\}$ $B = \{2\}$ $C = \{\ \}$ จงหาคำตอบต่อไปนี้

1. $A - B'$ = ...
2. $C' - B'$ = ...
3. $A' - B'$ = ...
4. $(A - B)'$ = ...
5. $(C - B)'$ = ...

สมบัติของการดำเนินการของเซต

1. $A \cup B = B \cup A$ สมบัติการสลับที่
2. $A \cap B = B \cap A$ สมบัติการสลับที่
3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ สมบัติการจัดหมู่
4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ สมบัติการจัดหมู่
5. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ สมบัติการกระจาย
6. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ สมบัติการกระจาย
7. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
8. $(A \cap B)' = A' \cup B'$
9. $A - B = A \cap B'$
10. $U = A \cup A'$ หรือ $A' = U - A$ หรือ $A = U - A'$

หมายเหตุ

การเขียน $A \cup B \cap C$ ควรใส่วงเล็บเพราะ $(A \cup B) \cap C \neq A \cup (B \cap C)$

1.3 การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เซต

โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นการถามหาจำนวนสมาชิกของเซต โดยจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด X ใด ๆ จะแทนด้วย n(X) ถ้า A, B, C เป็นเซตจำกัดใด ๆ แล้ว จำนวนสมาชิกเซตดังกล่าวจะแทนด้วย n(A), n(B), n(C) ตามลำดับ

ให้ U แทนเซตของเอกภพสัมพัทธ์จะได้

1. การหาจำนวนสมาชิกของ $A \cup B$

   $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

   กรณี $n(A \cap B) = 0$ จะได้ $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

   และ $n(U) = n((A \cup B)') + n(A \cup B)$

2. การหาจำนวนสมาชิกของ $A \cup B \cup C$

   $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

   และ $n(U) = n((A \cup B \cup C)') + n(A \cup B \cup C)$

   เมื่อ $n(A \cap B \cap C) = 0$ จะได้ $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$

ตัวอย่าง 1 จากการสำรวจความนิยมลงทุนของคนจำนวน 100 คนในปัจจุบัน พบว่า ผู้ที่ลงทุนในหุ้นคิดเป็น 30% ผู้ที่ลงทุนในคริปโตคิดเป็น 20% ผู้ที่ลงทุนใน LTF/RMF คิดเป็น 15% ผู้ที่ลงทุนในหุ้นและคริปโตคิดเป็น 5% ผู้ที่ลงทุนในคริปโตและ LTF/RMF คิดเป็น 5% ผู้ที่ลงทุนในหุ้นและ LTF/RMF คิดเป็น 5% และผู้ที่ไม่ลงทุนใด ๆ คิดเป็น 45% จงหาว่าจำนวนผู้ที่ลงทุนทั้งสามอย่างมีกี่คน และจำนวนผู้ที่ลงทุนใน LTF/RMF อย่างเดียวมีกี่คน

วิธีคิด สมมติให้ ผู้ที่ลงทุนทั้งสามอย่างมีจำนวน x คน

U แทน เซตของคนที่สำรวจทั้งหมด

A แทน เซตของผู้ลงทุนในหุ้น

B แทน เซตของผู้ลงทุนในคริปโต

C แทน เซตของผู้ลงทุนใน LTF/RMF

นั่นคือ ลงทุนในหุ้นคิดเป็น 30% จะได้ $n(A) = 30$

ลงทุนในคริปโตคิดเป็น 20% จะได้ $n(B) = 20$

ลงทุนใน LTF/RMF คิดเป็น 15% จะได้ $n(C) = 15$

ลงทุนในหุ้นและคริปโตคิดเป็น 5% จะได้ $n(A \cap B) = 5$

ลงทุนในคริปโตและ LTF/RMF คิดเป็น 5% จะได้ $n(B \cap C) = 5$

ลงทุนในหุ้นและ LTF/RMF คิดเป็น 5% จะได้ $n(A \cap C) = 5$

ผู้ที่ไม่ลงทุนใด ๆ คิดเป็น 45% จะได้ $n((A \cup B \cup C)') = 45$

จำนวนผู้ที่ลงทุนในหุ้นหรือคริปโตหรือ LTF/RMF = $n(A \cup B \cup C)$

สรุป $n(U) = 100$, $n(A) = 30$, $n(B) = 20$, $n(C) = 15$

$n(A \cap B) = n(B \cap C) = n(A \cap C) = 5$

ให้ $n(A \cap B \cap C)$ = จำนวนผู้ที่ลงทุนทั้งสามอย่าง = x

และ $n((A \cup B \cup C)')$ = จำนวนผู้ที่ไม่ลงทุนใด ๆ = 45

จาก $n(U) = n(A \cup B \cup C) + n((A \cup B \cup C)')$

แทนค่า $100 = n(A \cup B \cup C) + 45$

$n(A \cup B \cup C) = 55$

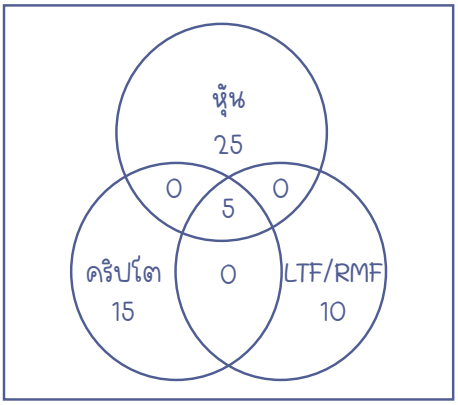
จาก $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

แทนค่า $55 = 30 + 20 + 15 - 5 - 5 - 5 + x$

$55 = 50 + x$

$x = 5$

เขียนแผนภาพเวนน์ได้ดังนี้



<u>ดังนั้น</u> จำนวนผู้ลงทุนทั้งสามอย่างเท่ากับ 5 คน และมีผู้ลงทุนใน LTF/RMF อย่างเดียว 10 คน

การแก้ปัญหาด้วยแผนภาพบางครั้งดูจะง่ายกว่าการตั้งสมการ แต่ที่สำคัญเราต้องใส่ตัวเลขให้ถูกต้อง

ตัวอย่าง 2 จากการสอบถามผู้ใช้บริการรถไฟฟ้าบีทีเอส (BTS) จำนวน 100 คน พบว่า มี 80 คน ใช้บริการรถไฟฟ้าสายสีเขียว มี 60 คน ใช้บริการรถไฟฟ้าสายสีเหลือง มี 40 คน ใช้บริการรถไฟฟ้าสายสีม่วง มี 10 คน ใช้บริการรถไฟฟ้าครบทั้งสามสี และบังเอิญว่าคนที่ใช้รถไฟฟ้าครบสองสายมีจำนวนเท่ากันหมด จงหาจำนวนคนที่ใช้บริการรถไฟฟ้าสายสีเขียวอย่างเดียว

วิธีคิด สมมติให้ U แทน เซตผู้ใช้บริการรถไฟฟ้า BTS จำนวน 100 คน

A แทน เซตผู้ใช้บริการรถไฟฟ้า BTS สายสีเขียว

B แทน เซตผู้ใช้บริการรถไฟฟ้า BTS สายสีเหลือง

C แทน เซตผู้ใช้บริการรถไฟฟ้า BTS สายสีม่วง

$A \cap B$ แทน เซตผู้ใช้บริการรถไฟฟ้า BTS สายสีเขียวและเหลือง

$B \cap C$ แทน เซตผู้ใช้บริการรถไฟฟ้า BTS สายสีเหลืองและม่วง

$A \cap C$ แทน เซตผู้ใช้บริการรถไฟฟ้า BTS สายสีเขียวและม่วง

$A \cap B \cap C$ แทน เซตผู้ใช้บริการรถไฟฟ้า BTS ครบทั้งสามสาย

จำนวนคนที่ใช้รถไฟฟ้าครบสองสายเท่ากันหมด แสดงว่า $n(A \cap B) = n(B \cap C) = n(A \cap C)$

ให้ $n(A \cap B) = n(B \cap C) = n(A \cap C) = x$

สรุป $n(U) = 100$, $n(A) = 80$, $n(B) = 60$, $n(C) = 40$, $n(A \cap B \cap C) = 10$

เนื่องจากเป็นการสอบถามผู้ใช้บริการรถไฟฟ้า BTS จำนวน 100 คน

จึงไม่มีผู้ที่ไม่ใช้รถไฟฟ้า ทำให้ $n(A \cup B \cup C) = n(U) = 100$

จาก $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

แทนค่า $100 = 80 + 60 + 40 - 3x + 10$

$100 = 190 - 3x$

$3x = 90$

$x = 30$

ดังนั้น จำนวนคนที่ใช้บริการรถไฟฟ้าสายสีเขียวอย่างเดียว

$= n(A) - (n(A \cap B) - 10) - (n(A \cap C) - 10) - n(A \cap B \cap C)$

$= 80 - (30 - 10) - (30 - 10) - 10$

$= 30$ คน

ตัวอย่าง 3 ร้านขายผลไม้แห่งหนึ่งมีผลไม้ขาย 3 ชนิด ได้แก่ ส้ม สาลี่ แอปเปิล ช่วงตรุษจีนในวันจ่าย ร้านขายดีจนผลไม้หมดเกลี้ยงทุกชนิด และมีบันทึกรายการขายของลูกค้า 100 คน พบว่า มี 90 คน ซื้อส้ม มี 60 คน ซื้อสาลี่ มี 70 คน ซื้อแอปเปิล และบังเอิญว่าลูกค้าที่ซื้อผลไม้พร้อมกัน 2 ชนิดมีจำนวนเท่ากัน แต่ไม่มีลูกค้าคนใดที่ซื้อผลไม้พร้อมกัน 3 ชนิด จงหาว่าลูกค้าที่ซื้อส้มเพียงอย่างเดียวมีกี่คน

วิธีคิด สมมติให้ U แทน เซตของลูกค้าในวันนั้นจำนวน 100 คน

A แทน เซตของลูกค้าที่ซื้อส้ม

B แทน เซตของลูกค้าที่ซื้อสาลี่

C แทน เซตของลูกค้าที่ซื้อแอปเปิล

$A \cap B$ แทน เซตของลูกค้าที่ซื้อส้มและสาลี่

$B \cap C$ แทน เซตของลูกค้าที่ซื้อสาลี่และแอปเปิล

$A \cap C$ แทน เซตของลูกค้าที่ซื้อส้มและแอปเปิล

$A \cap B \cap C$ แทน เซตของลูกค้าที่ซื้อผลไม้ทั้งสามชนิด

จำนวนลูกค้าที่ซื้อผลไม้ทั้งสองชนิดเท่ากันหมด แสดงว่า $n(A \cap B) = n(B \cap C) = n(A \cap C)$

ให้ $n(A \cap B) = n(B \cap C) = n(A \cap C) = x$

และไม่มีลูกค้าคนใดที่ซื้อผลไม้พร้อมกัน 3 ชนิด แสดงว่า $n(A \cap B \cap C) = 0$

ลูกค้าทั้งหมด 100 คน ซื้อผลไม้หมดทุกคน แสดงว่า $n(A \cup B \cup C) = n(U) = 100$

สรุป $n(U) = 100$, $n(A) = 90$, $n(B) = 60$, $n(C) = 70$, $n(A \cap B \cap C) = 0$

จาก $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

แทนค่า $100 = 90 + 60 + 70 - 3x + 0$

$100 = 220 - 3x$

$3x = 120$

$x = 40$

<u>ดังนั้น</u> ลูกค้าที่ซื้อส้มเพียงอย่างเดียว $= n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C)$

$= 90 - 40 - 40$

$= 10$ คน

แบบฝึกหัดที่ 6

1. กำหนดให้ A, B เป็นเซตจำกัด และ $A \cap B = \{\ \}$

   ถ้า $n(A) = 2n(B)$ และ $n(A \cup B) = 24$ แล้ว $n(A - B)$ มีค่าเท่าใด

2. ถ้า $n(B - A) = 20$ และ $n(A \cup B) = 50$ แล้ว $n(A)$ มีค่าเท่าใด

Note

Super Perfect Maths สายศิลป์

"คณิตศาสตร์ไม่ใช่นิยาย
ที่จะอ่านได้ไม่สะดุดตั้งแต่ต้นจนจบ
แต่ผมทำคณิตศาสตร์ให้เป็นนิยายได้
ปัจจุบันหนังสือคณิตศาสตร์
ที่อ่านแล้วเข้าใจได้ในครั้งเดียวหายากมาก
และเล่มที่คุณกำลังถืออยู่นี้ ก็คือหนึ่งในหนังสือหายากนั้น"

ประวัติผู้เขียน

เทพวี ชนะชาญมงคล

@debbavi

ดูแนวข้อสอบ A-Level Math 2 เพิ่มเติม

การศึกษา

ปริญญาตรี: วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

ผลงานโดยย่อ

- เริ่มต้นเป็นติวเตอร์วิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่สมัยเรียนมหาวิทยาลัย จนเรียนจบ และเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาตามสถาบันต่าง ๆ เรื่อยมา ปัจจุบันมีประสบการณ์การสอนคณิตศาสตร์และฟิสิกส์กว่า 26 ปี
- เป็นผู้ริเริ่มธุรกิจเครือข่ายสอนพิเศษคณิตศาสตร์ย่านสาทรและสีลม (EEM network) ปี 2545
- มีผลงานการเขียนหนังสือวิชาคณิตศาสตร์และฟิสิกส์...อย่างต่อเนื่อง เล่มนี้เป็นผลงานลำดับที่ 5

ไฮไลต์เล่มนี้ สแกนเลย!

www.se-ed.com sbc.fans SE-ED Publisher

อนุบาล	Audio CD	สติ๊กเกอร์
ประถม	MP3	บัตรคำศัพท์
✓มัธยม	DVD	ระบายสี
ผู้ใหญ่	โปสเตอร์	คู่มือสอน

พร้อมจำหน่ายในรูปแบบ
☑ e-book ☐ audio CD / MP3
☑ ปกอ่อน ☐ audiobook
☐ LARGE PRINT (ตัวอักษรขนาดใหญ่)

ISBN 978-616-08-5543-8
9 786160 855438
189 บาท
Super Perfect Maths สายศิลป์
หมวด : คู่มือเรียน - สอบ - สอบเข้ามหาวิทยาลัย