

สรุปหลัก + ตะลุยโจทย์ + ข้อสอบ



คณิตศาสตร์

ม.2 (หลักสูตรใหม่)

มั่นใจเต็ม 100

เหมาะสำหรับนักเรียนที่ต้องการปูพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.2 (ทั้ง 2 เทอม ตามหลักสูตรใหม่ สสวท.) ให้เข้าใจจริงและทำคะแนนสอบได้สูง ฝึกฝนได้ทั้ง On-Site และ Online จบครบในเล่มเดียว ทั้งการสรุปย่อเนื้อหา ฝึกทำโจทย์และทำข้อสอบจริง



- สรุปเนื้อหาคณิตศาสตร์ ม.2 ตามหลักสูตร สสวท. (ทั้งเล่ม 1 และ 2)
- เชื่อมโยงจากหลักคิดสู่วิธีการทำโจทย์ พร้อมตัวอย่างและวิธีทำอย่างละเอียด
- ปูพื้นฐานให้แน่นโดยการฝึกฝนด้วยแบบฝึกหัด ใช้งานได้ตลอดปีการศึกษา
- ฝึกทำข้อสอบที่คัดสรรมาจากข้อสอบจริงของโรงเรียนมัธยมชั้นนำระดับประเทศ



มีเพียง “ความรู้” เท่านั้นที่มนุษย์ใช้พลิก “โลก”
และเปลี่ยน “ชีวิต” เราจึงสร้างสรรค์ และส่งมอบ “ความรู้”
ในรูปแบบที่ดีกว่า เพื่อให้คนไทย “เรียนรู้” ได้ตลอดชีวิต

Only “Knowledge” can help human
change “The World” and “Their Lives”.

With this truth, it drives us to deliver
“Knowledge” for Thai being able to
“Learn” better everyday.



สรุปหลัก + ตะลุยโจทย์ + ข้อสอบ คณิตศาสตร์ ม.2 (หลักสูตรใหม่) มั่นใจเต็ม 100

AUTHOR	วระพร วงศรีวอ warapond@ro.ac.th
EDITORIAL	ชีวิน ปิ่นมูข chewin_p@idcpremier.com
PRODUCTION MANAGER	วรพล ณธิกุล
GRAPHIC DESIGNER	ชานนท์ รัตนะ
PAGE LAYOUT	วุฒิพันธ์ สมพระเมฆ
PROOFREADER	พวรรณรัตน์ ขุราชี
PUBLISHING COORDINATORS	สุริย์รัตน์ จิ๋ว, ฉัตรดนัย ศรีสวัสดิ์
PRODUCT SPECIALIST	ศรัณย์ ขาดิสฐิผล



พิมพ์ครั้งที่ 1 กรกฎาคม 2565
พิมพ์ครั้งที่ 2 พฤศจิกายน 2566

ข้อมูลทางบรรณานุกรม

วระพร วงศรีวอ
สรุปหลัก + ตะลุยโจทย์ + ข้อสอบ คณิตศาสตร์ ม.2
(หลักสูตรใหม่) มั่นใจเต็ม 100
นนทบุรี : ไอดีซีฯ, 2565
464 หน้า
1. คณิตศาสตร์
I ชื่อเรื่อง
510
Barcode 885-916-101-211-5
E-book พฤศจิกายน 2568

PUBLISHED AND DISTRIBUTED BY

IDC
PREMIER

บริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด

200 หมู่ 4 ชั้น 19 ห้อง 1901
อาคารจัสมินอินเตอร์เนชั่นแนลทาวเวอร์
ถ.แจ้งวัฒนะ อ.ปากเกร็ด จ.นนทบุรี 11120
โทรศัพท์ 0-2962-1081 (อัตโนมัติ 10 คู่สาย)
โทรสาร 0-2962-1084



เครื่องหมายการค้าอื่นๆ ที่อ้างถึงเป็นของบริษัทนั้นๆ

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 โดยบริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด ห้ามลอกเลียนไม่ว่าส่วนใดส่วนหนึ่งของหนังสือเล่มนี้ ไม่ว่าในรูปแบบใดๆ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากผู้จัดพิมพ์เท่านั้น

บริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด จัดตั้งขึ้นเพื่อเผยแพร่ความรู้ที่มีคุณภาพสู่ผู้อ่านชาวไทย เรายินดีรับงานเขียนของนักวิชาการและนักเขียนทุกท่าน ท่านผู้สนใจ กรุณาติดต่อผ่านทางอีเมลที่ infopress@idcpremier.com หรือทางโทรศัพท์ หมายเลข 0-2962-1081 (อัตโนมัติ 10 คู่สาย) โทรสาร 0-2962-1084

สมาชิกสัมพันธ์

โทรศัพท์ 0-2962-1081-3 ต่อ 121
โทรสาร 0-2962-1084

ร้านค้าและตัวแทนจำหน่าย

โทรศัพท์ 0-2962-1081-3 ต่อ 112-114
โทรสาร 0-2962-1084

ราคา 375 บาท

พิมพ์ที่ บริษัท ดี.เค.ปรี้นติ้ง จำกัด

441/56 หมู่ 2 ต.บางบ่อ อ.บางบ่อ จ.สมุทรปราการ 10560
โทรศัพท์ 0-2115-9105
โทรสาร 0-2115-9044

คำนำ

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น้องๆ ทุกคนมักจะบ่นเป็นเสียงเดียวกันว่าเป็นวิชาที่ยาก เพราะการทำข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์นั้นจะต้องแก้โจทย์และหาคำตอบได้เท่านั้นจึงจะได้คะแนน ซึ่งปัญหาดังกล่าวนี้นำให้น้องๆ โดยส่วนใหญ่มักจะท้อแท้กับการทำโจทย์ ซึ่งก็จะส่งผลไปถึงความสนใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ด้วย แต่ถ้าหากน้องๆ มีการฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอ ได้เจอโจทย์ในหลายๆ รูปแบบ จะทำให้น้องๆ ได้ประสบการณ์ในการทำข้อสอบที่หลากหลายขึ้น และมองคณิตศาสตร์ในมุมมองที่ต่างไปจากเดิมได้ค่ะ

หนังสือเล่มนี้ทางคุณครูได้จัดทำขึ้นมาจากประสบการณ์การสอนในชั้นเรียน ที่พบว่าเด็กๆ ส่วนใหญ่จะมีปัญหาคณิตศาสตร์มาจากการทำโจทย์เป็นหลัก ทำให้คุณครูได้พัฒนาส่วนของแบบฝึกหัดและแบบทดสอบที่นอกเหนือจากชั้นเรียน และในคู่มือเรียนคณิตศาสตร์ระดับชั้น ม.2 (หลักสูตร สสวท. พ.ศ. 2560) ทั้ง 2 เล่ม และพร้อมกันนี้คุณครูได้เพิ่มส่วนของเนื้อหาเข้าไปด้วย เพื่อให้้องๆ สามารถทบทวน และฝึกทำโจทย์ได้สะดวกยิ่งขึ้น ซึ่งสามารถใช้เตรียมความพร้อมสำหรับการสอบเก็บคะแนนสอบกลางภาค หรือสอบปลายภาคได้เป็นอย่างดี

ทางคุณครูหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะช่วยเพิ่มพูนทักษะในด้านการทำโจทย์ของน้องๆ และช่วยเพิ่มคะแนนสอบของน้องๆ ให้สูงขึ้น และอย่าลืมว่าวิชาคณิตศาสตร์ก็ยังคงอาศัยการฝึกฝนทำโจทย์อย่างสม่ำเสมอด้วย หากน้องๆ ได้มีโอกาสทำโจทย์ที่หลากหลายขึ้น ก็นับว่าเป็นโอกาสที่ดีที่น้องๆ จะได้ประสบการณ์ในการทำโจทย์ และนำข้อผิดพลาดต่างๆ จากการทำโจทย์ไปใช้ในห้องสอบเพื่อคะแนนที่ดียิ่งขึ้นได้ต่อไป

และสุดท้ายนี้ หากหนังสือเล่มนี้มีข้อผิดพลาดประการใด ต้องขออภัยมา ณ ที่นี้ด้วย

วราพร วงศ์วีรอ





สารบัญ

Part 1 คณิตศาสตร์ (สวท.) เล่มที่ 1 (เทอมที่ 1)

บทที่ 1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส.....	2
1.1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส.....	2
1.2 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	6
1.3 การนำไปใช้.....	9
เฉลยแบบฝึกหัด.....	11
แบบทดสอบท้ายบทที่ 1 (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)	26
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 1 (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส).....	30
เฉลยอย่างละเอียด.....	30
 บทที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง.....	37
2.1 จำนวนตรรกยะ (Rational Number)	37
2.1.1 การเขียนจำนวนตรรกยะ.....	38
2.1.2 การเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยม.....	41
2.1.3 การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน	42
2.1.4 การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนโดยใช้สูตร	43
2.2 จำนวนอตรรกยะ (Irrational Number)	44
2.3 รากที่สอง (Square Root).....	46
2.3.1 ความสัมพันธ์ระหว่างรากที่สอง และเลขยกกำลัง.....	46
2.3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างรากที่สองที่เป็นบวก และค่าสัมบูรณ์	49
2.3.3 การหารากที่สองโดยวิธีแยกตัวประกอบ	51

2.4 รากที่สาม (Cube Root).....	53
2.4.1 นิยามของรากที่สาม	53
2.4.2 การหารากที่สามโดยวิธีแยกตัวประกอบ	56
เฉลยแบบฝึกหัด.....	57
แบบทดสอบท้ายบทที่ 2 (ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง).....	64
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 2 (ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง).....	66
เฉลยอย่างละเอียด.....	67

บทที่ 3 ปริซึมและทรงกระบอก..... 71

3.1 พื้นที่ผิว และปริมาตรของปริซึม.....	71
3.1.1 ส่วนประกอบของปริซึม.....	71
3.1.2 พื้นที่ผิวของปริซึม	73
3.1.3 ปริมาตรของปริซึม	77
3.2 พื้นที่ผิว และปริมาตรทรงกระบอก.....	79
3.2.1 พื้นที่ผิวของทรงกระบอก.....	80
3.2.2 ปริมาตรของทรงกระบอก.....	82
เฉลยแบบฝึกหัด.....	87
แบบทดสอบท้ายบทที่ 3 (ปริซึมและทรงกระบอก).....	104
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 3 (ปริซึมและทรงกระบอก).....	109
เฉลยอย่างละเอียด.....	110

บทที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต..... 119

4.1 การเลื่อนขนาน.....	119
4.2 การสะท้อน.....	125
4.3 การหมุน.....	129
4.4 เทสเซลเลชัน	136
เฉลยแบบฝึกหัด.....	138

แบบทดสอบท้ายบทที่ 4 (การแปลงทางเรขาคณิต).....	148
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 4 (การแปลงทางเรขาคณิต)	154
เฉลยอย่างละเอียด	154

บทที่ 5 สมบัติของเลขยกกำลัง159

5.1 ความหมายของเลขยกกำลัง.....	159
5.2 สมบัติของเลขยกกำลัง	162
5.3 การดำเนินการของเลขยกกำลัง.....	166
5.3.1 การคูณเลขยกกำลัง.....	166
5.3.2 การหารเลขยกกำลัง.....	167
5.4 สมบัติอื่นๆ ของเลขยกกำลัง	170
5.4.1 เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นเลขยกกำลัง.....	170
5.4.2 เลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปการคูณกันของจำนวนหลายจำนวน....	171
5.4.3 เลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปการหารกันของจำนวนหลายจำนวน...	172
5.5 สัญกรณ์วิทยาศาสตร์	174
5.5.1 การเขียนสัญกรณ์วิทยาศาสตร์	174
5.5.2 การบวก และการลบสัญกรณ์วิทยาศาสตร์.....	176
5.5.3 การคูณ และการหารสัญกรณ์วิทยาศาสตร์	178
เฉลยแบบฝึกหัด.....	180
แบบทดสอบท้ายบทที่ 5 (สมบัติของเลขยกกำลัง).....	186
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 5 (สมบัติของเลขยกกำลัง)	189
เฉลยอย่างละเอียด	189

บทที่ 6 พหุนาม และเศษส่วนของพหุนาม	195
6.1 พหุนาม	195
6.2 การบวก และการลบพหุนาม	196
6.3 การคูณพหุนาม	198
6.3.1 การคูณเอกนามกับพหุนาม	198
6.3.2 การคูณพหุนามกับพหุนาม	199
6.4 การหารพหุนาม	200
6.4.1 การหารพหุนามด้วยเอกนาม	200
6.4.2 การหารพหุนามด้วยพหุนาม	201
6.5 เศษส่วนของพหุนาม	205
6.5.1 การคูณ และการหารเศษส่วนของพหุนาม	205
6.6 การบวก และการลบเศษส่วนของพหุนาม	208
เฉลยแบบฝึกหัด	211
แบบทดสอบท้ายบทที่ 6 (พหุนาม และเศษส่วนของพหุนาม)	222
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 6 (พหุนาม และเศษส่วนของพหุนาม)	225
เฉลยอย่างละเอียด	225

Part 2 คณิตศาสตร์ (สสวท.) เล่มที่ 2 (เทอมที่ 2)

บทที่ 7 สถิติ 2	232
7.1 แผนภาพจุด	232
7.2 แผนภาพต้น-ใบ	237
7.3 ฮิสโทแกรม	241
7.4 ค่ากลางของข้อมูล	250
7.4.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	250
7.4.2 มัธยฐาน	251
7.4.3 ฐานนิยม	252

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 7	257
แบบทดสอบท้ายบทที่ 7 (สถิติ 2).....	268
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 7 (สถิติ 2)	274
เฉลยอย่างละเอียด	274

บทที่ 8 ความเท่ากันทุกประการ.....285

8.1 ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ	286
8.1.1 ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด.).....	286
8.1.2 มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม.).....	290
8.1.3 ด้าน-ด้าน-ด้าน (ด.ด.ด.).....	295
8.1.4 ฉาก-ด้าน-ด้าน (ฉ.ด.ด.)	299
8.1.5 มุม-มุม-ด้าน (ม.ม.ด.).....	304
เฉลยแบบฝึกหัด.....	309
แบบทดสอบท้ายบทที่ 8 (ความเท่ากันทุกประการ).....	331
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 8 (ความเท่ากันทุกประการ)	334
เฉลยอย่างละเอียด	334

บทที่ 9 เส้นขนาน..... 337

9.1 นิยามของเส้นขนาน.....	337
9.2 เส้นขนานและมุมภายใน.....	338
9.3 เส้นขนานและมุมแย้ง	345
9.3.1 ความสัมพันธ์ของเส้นขนานและมุมแย้ง.....	346
9.4 เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	353
9.5 เส้นขนานและสามเหลี่ยม	358
เฉลยแบบฝึกหัด.....	363
แบบทดสอบท้ายบทที่ 9 (เส้นขนาน).....	371
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 9 (เส้นขนาน).....	376
เฉลยอย่างละเอียด	376

บทที่ 10 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต.....385

10.1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต.....	385
10.1.1 ข้อความคาดการณ์	385
10.1.2 ประโยคเงื่อนไข	386
10.1.3 บทกลับของประโยคเงื่อนไข.....	387
10.2 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต.....	388
10.2.1 การพิสูจน์.....	388
10.3 การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง	393
10.3.1 การสร้างส่วนของเส้นตรงให้เท่ากับส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้... 393	
10.3.2 การแบ่งครึ่งของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้	394
10.3.3 การสร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับมุมที่กำหนดให้	395
10.3.4 การแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้	396
10.3.5 การสร้างเส้นที่ตั้งฉากจากจุดภายนอกเส้นตรงที่กำหนดให้	397
10.3.6 การสร้างเส้นที่ตั้งฉากจากจุดที่อยู่บนเส้นตรงที่กำหนดให้	398
10.4 การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยม	402
10.4.1 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	402
10.4.2 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	404
10.4.3 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยม.....	406
เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 10	411
แบบทดสอบท้ายบทที่ 10 (ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต) ...	426
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 10 (ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต) ...	431
เฉลยอย่างละเอียด.....	431

บทที่ 11 การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง.....435

11.1 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้สมบัติการแจกแจง	435
11.2 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวเมื่อสัมประสิทธิ์ ของพจน์หน้าเป็น 1.....	436
11.3 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวในรูปทั่วไป.....	437
11.4 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	439
11.5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง.....	441
เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 11	442
แบบทดสอบท้ายบทที่ 11 (การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง)	445
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 11 (การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง).....	448
เฉลยอย่างละเอียด	448



PART

1

คณิตศาสตร์ (สสวท.) เล่มที่ 1 (เทอมที่ 1)

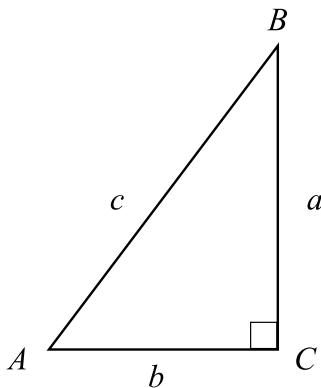


บทที่ 1

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

✎ 1.1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม $\hat{ACB}$ เป็นมุมฉาก



เรียก $\overline{AB}$ ว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก

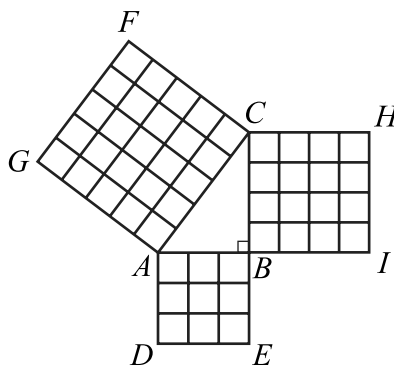
เรียก $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ ว่า ด้านประกอบมุมฉาก

ให้ a แทนความยาวของ $\overline{BC}$

b แทนความยาวของ $\overline{AC}$

c แทนความยาวของ $\overline{AB}$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากดังกล่าว จะพบว่าสามารถเกิดคุณสมบัติเฉพาะที่ไม่สามารถเกิดกับรูปสามเหลี่ยมใดๆ ได้ นั่นคือพื้นที่ในแต่ละด้านจะมีลักษณะดังภาพ



จากภาพจะได้ว่า พื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ACFG = 5 \times 5 = 25$ ตารางหน่วย

พื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ABED = 3 \times 3 = 9$ ตารางหน่วย

พื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส $BCHI = 4 \times 4 = 16$ ตารางหน่วย

ดังนั้น พื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ACFG =$ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม $ABED +$ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม $BCHI$

ซึ่งสามารถสรุปได้เป็น “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ที่ว่า

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส : สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก หรือ

$$c^2 = a^2 + b^2$$

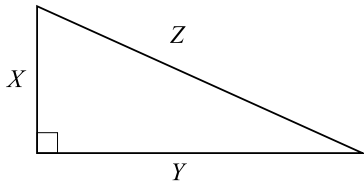
เมื่อ a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

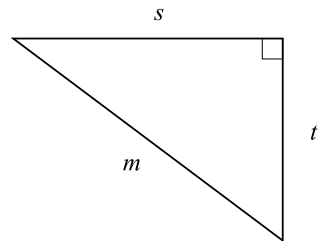
แบบฝึกหัดที่ 1.1

1. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสาม

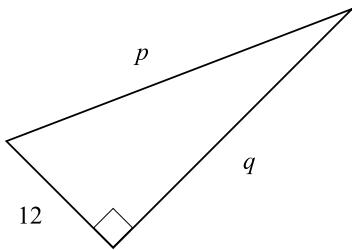
1.



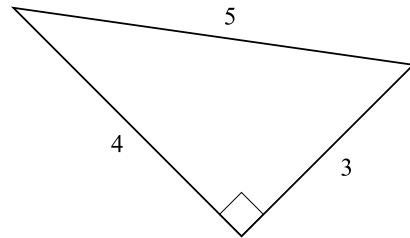
2.



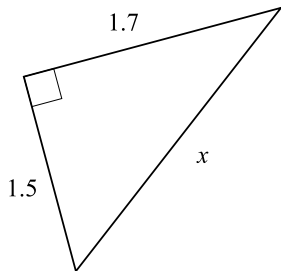
3.



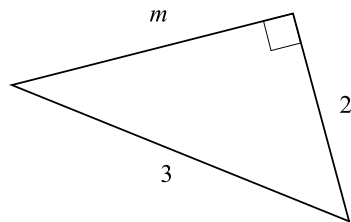
4.



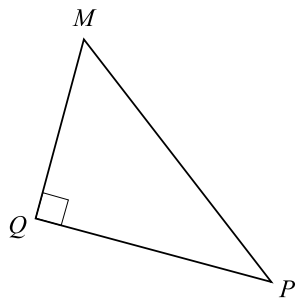
5.



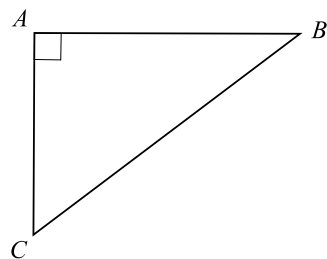
6.



7.



8.



2. จงหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เมื่อกำหนดความยาวของด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้

1) 3, 4

2) 5, 12

3) 0.8, 1.5

4) 6, 8

5) 7, 24

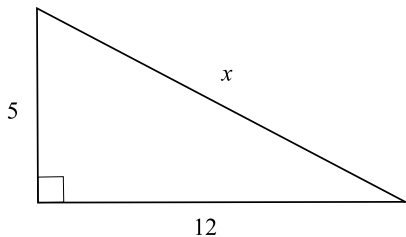
6) 9, 12

7) 4.5, 6

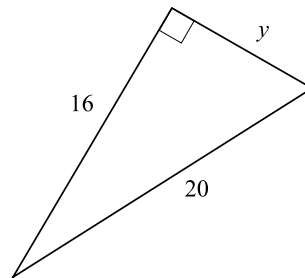
8) $1, \frac{4}{3}$

3. เมื่อตัวแปรแทนความยาวของด้านรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงหาค่าของตัวแปร

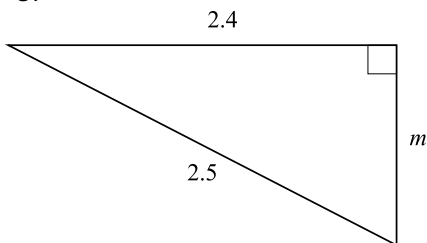
1.



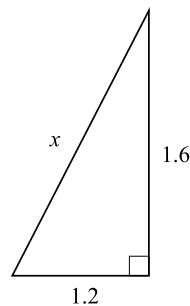
2.



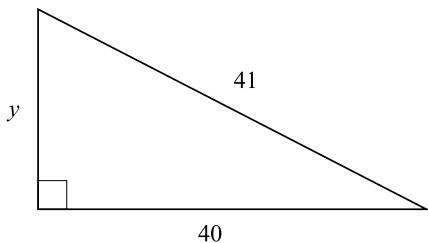
3.



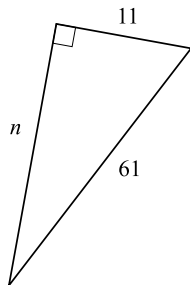
4.



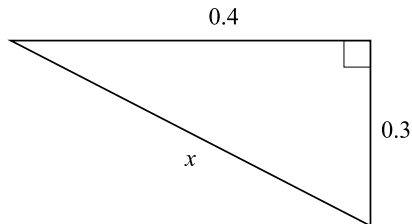
5.



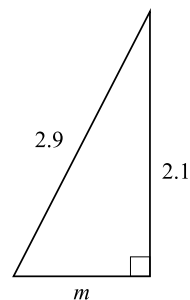
6.



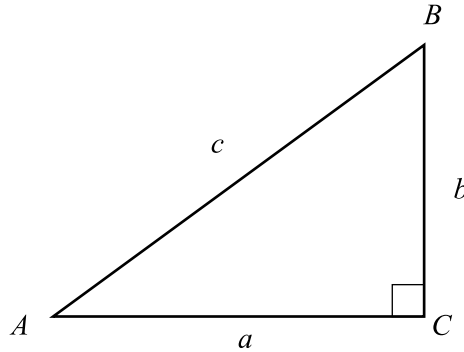
7.



8.



4. จากรูปสามเหลี่ยม ABC ที่กำหนดต่อไปนี้ จงหาความยาวด้านที่เหลือในแต่ละข้อต่อไปนี้



ตัวอย่างที่ 1 $AB = 13, AC = 12$

วิธีทำ $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$$13^2 = 12^2 + BC^2$$

$$169 = 144 + BC^2$$

$$169 - 144 = BC^2$$

$$25 = BC^2$$

$$5 \times 5 = BC^2$$

$$5 = BC$$

ตัวอย่างที่ 2 $a = \sqrt{12}, b = 2, c = ?$

วิธีทำ $c^2 = a^2 + b^2$

$$c^2 = (\sqrt{12})^2 + 2^2$$

$$c^2 = 12 + 4$$

$$c^2 = 16$$

$$c^2 = 4 \times 4$$

$$c = 4$$

1) $AB = 17, AC = 15$

3) $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{2}, c = ?$

5) $a = \frac{4}{3}, b = ?, c = \frac{5}{3}$

7) $a = 1, b = ?, c = \sqrt{5}$

2) $BC = 2.7, AC = 4.5$

4) $AC = ?, BC = 2\sqrt{3}, AB = 4$

6) $a = ?, b = \frac{9}{5}, c = 3$

8) $a = 7, b = \frac{12}{5}, c = ?$



1.2 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส เป็นการพิสูจน์ว่าหากรูปสามเหลี่ยมใดสามารถหาผลรวมของความยาวด้านกำลังสองได้ 2 ด้านเท่ากับกำลังสองของอีกด้านหนึ่งได้ สามเหลี่ยมรูปนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส : สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านด้านใดด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมรูปนั้นเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

แบบฝึกหัดที่ 1.2

1. จงพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ข้อ	a	b	c	$a^2 + b^2$	c^2	$a^2 + b^2$ เท่ากับ c^2 หรือไม่		$\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ มุมฉากหรือไม่	
						เท่า	ไม่เท่า	เป็น	ไม่เป็น
(1)	6	8	10	$36 + 64$	100	✓		✓	
(2)	6	12	13						
(3)	9	12	15						
(4)	7	13	14						
(5)	6	6.25	7.25						
(6)	1.4	3.6	4						
(7)	$2\frac{1}{2}$	6	$6\frac{1}{2}$						
(8)	4	6.5	8.5						

2. จงตรวจสอบว่า ความยาวของรูปด้านทั้ง 3 ด้านดังนี้ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

ตัวอย่าง 6, 8, 10

$$\text{วิธีทำ } 12^2 = 8^2 + 6^2$$

$$100 = 64 + 36$$

$$100 = 100 \text{ เป็นจริง}$$

ดังนั้น เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

2.1) 1.2, 1.6, 2

2.2) 8, 17, 15

2.3) 0.5, 1.2, 1.3

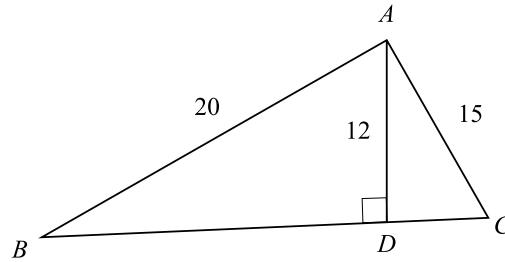
2.4) 18, 24, 32

2.5) 4, 7.5, 8.5

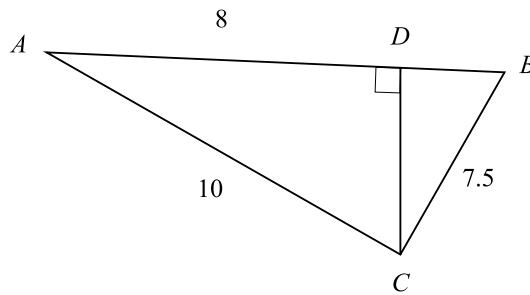
2.6) $3\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$

3. จงแสดงว่าสามเหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

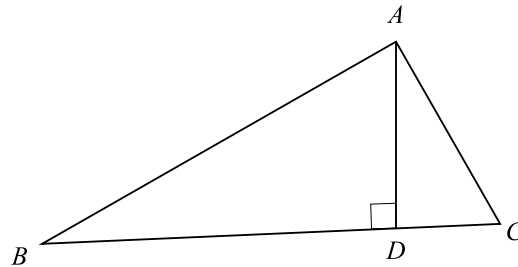
3.1



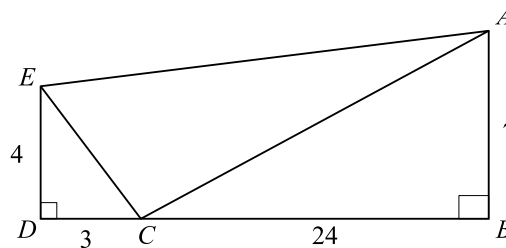
3.2



3.3 จากรูปสามเหลี่ยม ABC มีด้าน $AB = 40$ นิ้ว $AC = 30$ นิ้ว และ $BC = 50$ นิ้ว
จงหาความสูงของ AD

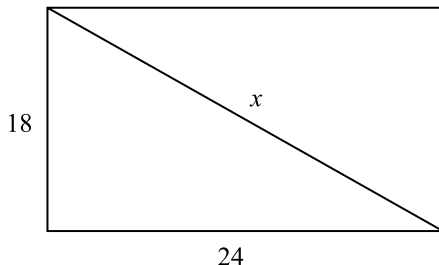


3.4 จากรูปที่กำหนดให้จงหาพื้นที่ของ $\triangle ACE$ (ตอบทศนิยมสองตำแหน่ง)



1.3 การนำไปใช้

ตัวอย่าง 1 ที่วีจอบนเครื่องหนึ่งมีหน้าจอสูง 18 นิ้ว และความยาวหน้าจอ 24 นิ้ว จงหาความยาวเส้นทแยงมุมหน้าจอที่วียาวกี่นิ้ว



วิธีทำ $x^2 = 18^2 + 24^2$

$$x^2 = 324 + 576$$

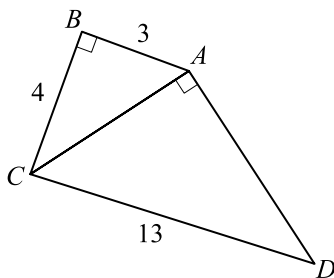
$$x^2 = 900$$

$$x^2 = 30 \times 30$$

$$x = 30$$

ดังนั้น ความยาวเส้นทแยงมุมหน้าจอที่วีเท่ากับ 30 นิ้ว

ตัวอย่าง 2 จากรูปที่กำหนดจงหาความยาวของ AD



วิธีทำ หาความยาวด้าน AC ก่อน จะได้

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 3^2 + 4^2$$

$$AC^2 = 9 + 16$$

$$AC^2 = 25$$

$$AC = 5$$

หาความยาวของ AD จะได้

$$CD^2 = AC^2 + AD^2$$

$$13^2 = 5^2 + AD^2$$

$$169 = 25 + AD^2$$

$$169 - 25 = AD^2$$

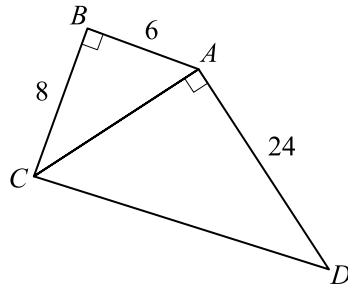
$$144 = AD^2$$

$$12 = AD$$

ตอบ

แบบฝึกหัดที่ 1.3

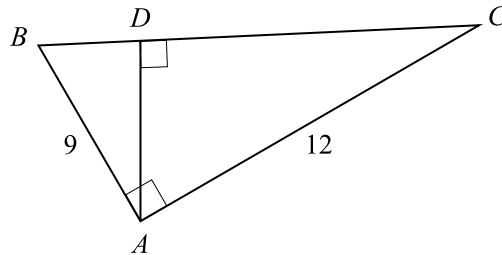
1. ท่อ PVC ยาว 26 ฟุต วางท่อ PVC พิงกำแพงให้ฐานด้านล่างท่อห่างจากผนัง 10 ฟุต จงหาความสูงจากพื้นถึงปลายท่อ
2. เสารองสูง 15 เมตร โยงเชือกจากยอดเสามายังพื้นตรงจุดที่ห่างจากโคนเสา 8 เมตร จงหาความยาวของเชือก
3. ลูกเสือคนหนึ่งเดินทางจากที่พักไปในทิศตะวันออก 9 เมตร แล้วเดินไปทางทิศเหนือ 12 เมตร แล้วเดินไปทิศตะวันออกอีก 7 เมตร ลูกเสือคนนี้อยู่ห่างจากที่พักกี่เมตร
4. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 240 ตารางเซนติเมตร และมีด้านกว้าง 10 เซนติเมตร เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาวเท่าไร
5. จากรูปที่กำหนดให้ จงหา



1. ความยาวของ CD

2. พื้นที่สี่เหลี่ยม $ABCD$

6.



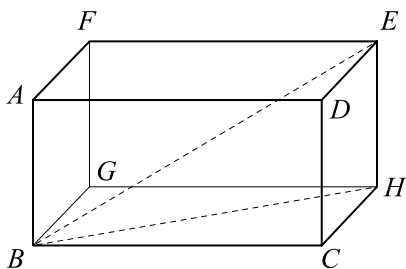
จากรูป จงหา

1. ความยาวของ BC

2. พื้นที่สามเหลี่ยม ABC

3. ความยาวของ AD

7.



จากรูปเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก มี $BG = 9$, $BC = 12$ และมี $AB = 8$ จงหา

1. ความยาว BE

2. พื้นที่ของ $\triangle BEH$

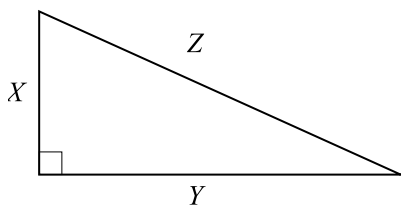


เฉลยแบบฝึกหัด

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.1

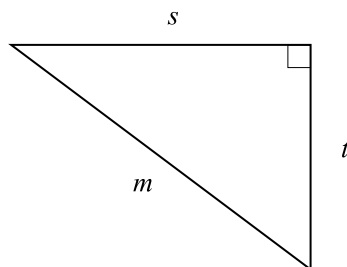
1. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสาม

1.



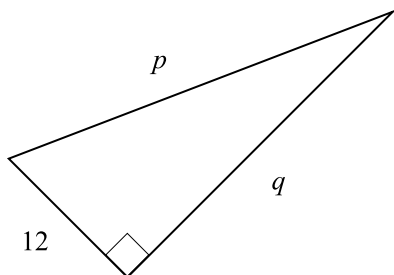
$$Z^2 = X^2 + Y^2$$

2.



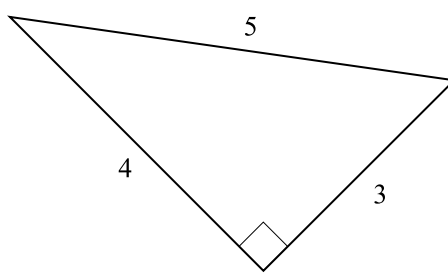
$$m^2 = s^2 + t^2$$

3.



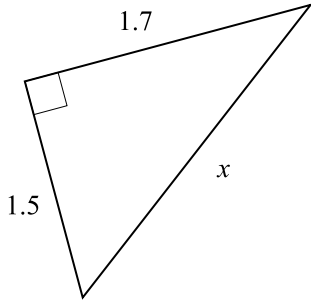
$$p^2 = q^2 + 12^2$$

4.



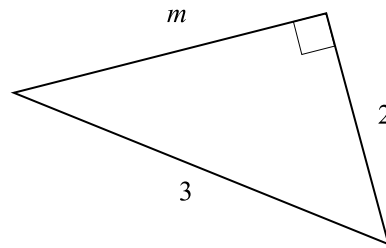
$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

5.



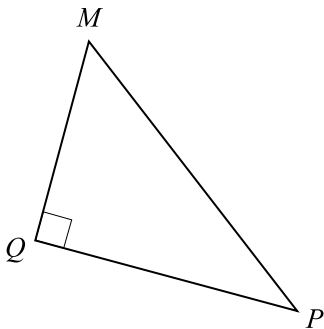
$$x^2 = (1.5)^2 + (1.7)^2$$

6.



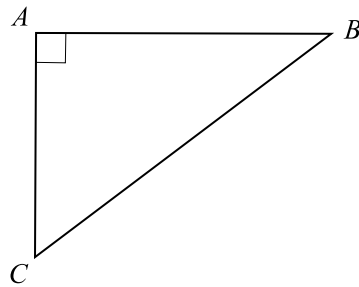
$$3^2 = m^2 + 2^2$$

7.



$$MP^2 = MQ^2 + PQ^2$$

8.



$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

2. จงหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เมื่อกำหนดความยาวของด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้

1) 3, 4

วิธีทำ ให้ x แทน ด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\text{จะได้ } x^2 = 3^2 + 4^2$$

$$x = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16}$$

$$= \sqrt{25} = 5$$

ดังนั้น ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 5 หน่วย

2) 5, 12

วิธีทำ ให้ x แทน ด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\text{จะได้ } x^2 = 5^2 + 12^2$$

$$x = \sqrt{5^2 + 12^2}$$

$$= \sqrt{25 + 144}$$

$$= \sqrt{169}$$

$$= 13$$

ดังนั้น ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 13 หน่วย

3) 0.8, 1.5

วิธีทำ ให้ x แทน ด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } x^2 &= (0.8)^2 + (1.5)^2 \\
 x &= \sqrt{(0.8)^2 + (1.5)^2} \\
 &= \sqrt{0.64 + 2.25} \\
 &= \sqrt{2.89} = 1.7
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 1.7 หน่วย

4) 6, 8

วิธีทำ ให้ x แทน ด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } x^2 &= 6^2 + 8^2 \\
 x &= \sqrt{6^2 + 8^2} \\
 &= \sqrt{36 + 64} \\
 &= \sqrt{100} = 10
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 10 หน่วย

5) 7, 24

วิธีทำ ให้ x แทน ด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } x^2 &= 7^2 + 24^2 \\
 x &= \sqrt{7^2 + 24^2} \\
 &= \sqrt{49 + 576} \\
 &= \sqrt{625} = 25
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 25 หน่วย

6) 9, 12

วิธีทำ ให้ x แทน ด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } x^2 &= 9^2 + 12^2 \\
 x &= \sqrt{9^2 + 12^2} \\
 &= \sqrt{81 + 144} \\
 &= \sqrt{225} = 15
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 15 หน่วย

7) 4.5, 6

วิธีทำ ให้ x แทน ด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } x^2 &= (4.5)^2 + 6^2 \\
 x &= \sqrt{(4.5)^2 + 6^2} \\
 &= \sqrt{20.25 + 36} \\
 &= \sqrt{56.25} = 7.5
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 7.5 หน่วย

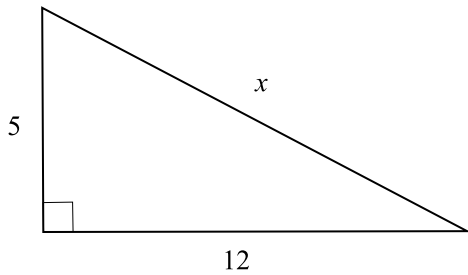
8) $1, \frac{4}{3}$ **วิธีทำ** ให้ x แทน ด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } x^2 &= 1^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 \\
 x &= \sqrt{1^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} \\
 &= \sqrt{1 + \frac{16}{9}} \\
 &= \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว $\frac{5}{3}$ หน่วย

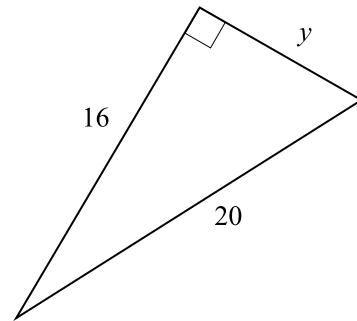
3. เมื่อตัวแปรแทนความยาวของด้านรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงหาค่าของตัวแปร

1.



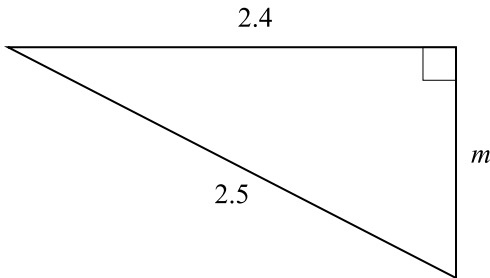
วิธีทำ จะได้ $x^2 = 5^2 + 12^2$
 $= 25 + 144 = 169$
 $x = \sqrt{169} = 13$

2.



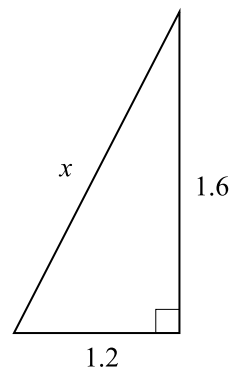
วิธีทำ จะได้ $20^2 = 16^2 + y^2$
 $y^2 = 20^2 - 16^2$
 $= 400 - 256 = 144$
 $y = \sqrt{144} = 12$

3.



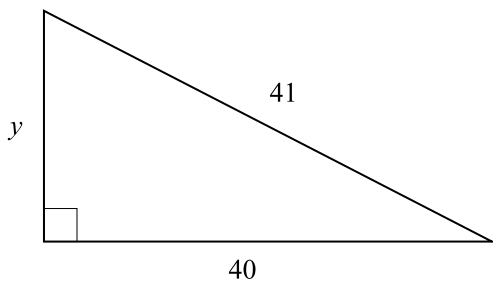
วิธีทำ จะได้ $(2.5)^2 = (2.4)^2 + m^2$
 $m^2 = (2.5)^2 - (2.4)^2$
 $= 6.25 - 5.76 = 0.49$
 $m = \sqrt{0.49} = 0.7$

4.



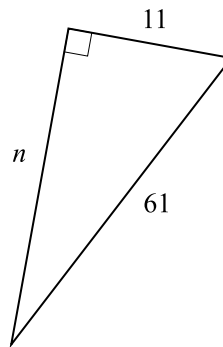
วิธีทำ จะได้ $x^2 = (1.2)^2 + (1.6)^2$
 $= 1.44 + 2.56 = 4$
 $x = \sqrt{4} = 2$

5.



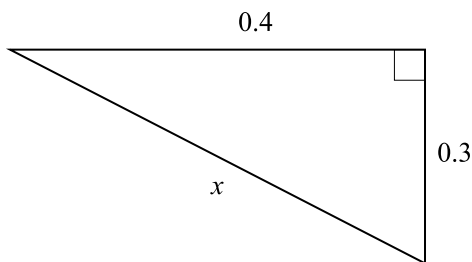
วิธีทำ จะได้ $41^2 = 40^2 + y^2$
 $y^2 = 41^2 - 40^2$
 $= 1,681 - 1,600 = 81$
 $y = \sqrt{81} = 9$

6.



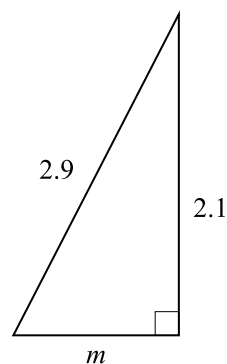
วิธีทำ จะได้ $61^2 = 11^2 + n^2$
 $n^2 = 61^2 - 11^2$
 $= 3,721 - 121 = 3,600$
 $n = \sqrt{3,600} = 60$

7.



วิธีทำ จะได้ $x^2 = (0.3)^2 + (0.4)^2$
 $= 0.09 + 0.16 = 0.25$
 $x = \sqrt{0.25} = 0.5$

8.



วิธีทำ จะได้ $(2.9)^2 = (2.1)^2 + m^2$
 $m^2 = (2.9)^2 - (2.1)^2$
 $= 8.41 - 4.41 = 4$
 $m = \sqrt{4} = 2$

4. จากรูปสามเหลี่ยม ABC ที่กำหนดต่อไปนี้ จงหาความยาวด้านที่เหลือในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) $AB=17, AC=15$

วิธีทำ จะได้ $17^2 = 15^2 + BC^2$
 $BC^2 = 17^2 - 15^2$
 $= 289 - 225 = 64$
 $BC = \sqrt{64} = 8$

2) $BC=2.7, AC=4.5$

วิธีทำ จะได้ $AB^2 = (2.7)^2 + (4.5)^2$
 $= 7.29 + 20.25 = 27.54$
 $x = \sqrt{27.54}$
 $= 9\sqrt{0.34} = 0.9\sqrt{34}$

3) $a=\sqrt{2}, b=\sqrt{2}, c=?$

วิธีทำ จะได้ $c^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2$
 $= 2 + 2 = 4$
 $c = \sqrt{4} = 2$

4) $AC=?, BC=2\sqrt{3}, AB=4$

วิธีทำ จะได้ $4^2 = (2\sqrt{3})^2 + AC^2$
 $AC^2 = 4^2 - (2\sqrt{3})^2$
 $= 16 - 12 = 4$
 $AC = \sqrt{4} = 2$

5) $a=\frac{4}{3}, b=?, c=\frac{5}{3}$

วิธีทำ จะได้ $\left(\frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 + b^2$
 $b^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2$
 $= \frac{25}{9} - \frac{16}{9} = \frac{9}{9} = 1$
 $b = \sqrt{1} = 1$

6) $a=?, b=\frac{9}{5}, c=3$

วิธีทำ จะได้ $3^2 = \left(\frac{9}{5}\right)^2 + a^2$
 $a^2 = 3^2 - \left(\frac{9}{5}\right)^2$
 $= 9 - \frac{81}{25} = \frac{225-81}{25} = \frac{144}{25}$
 $a = \sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{12}{5}$

7) $a=1, b=?, c=\sqrt{5}$

วิธีทำ จะได้ $(\sqrt{5})^2 = 1^2 + b^2$
 $b^2 = (\sqrt{5})^2 - 1^2$
 $= 5 - 1 = 4$
 $b = \sqrt{4} = 2$

8) $a=7, b=\frac{12}{5}, c=?$

วิธีทำ จะได้ $c^2 = 7^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2$
 $= 49 + \frac{144}{25}$
 $= \frac{1,225+144}{25} = \frac{1,369}{25}$
 $c = \sqrt{\frac{1,369}{25}} = \frac{37}{5}$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.2

1. จงพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ข้อ	a	b	c	$a^2 + b^2$	c^2	$a^2 + b^2$ เท่ากับ c^2 หรือไม่		$\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ มุมฉากหรือไม่	
						เท่า	ไม่เท่า	เป็น	ไม่เป็น
(1)	6	8	10	$36 + 64$	100	✓		✓	
(2)	6	12	13	$36 + 144$	169		✓		✓
(3)	9	12	15	$81 + 144$	225	✓		✓	
(4)	7	13	14	$49 + 169$	196		✓		✓
(5)	6	6.25	7.25	$36 + 39.0625$	52.5625		✓		✓
(6)	1.4	3.6	4	$1.96 + 12.96$	16		✓		✓
(7)	$2\frac{1}{2}$	6	$6\frac{1}{2}$	$\frac{25}{4} + \frac{144}{4}$	$\frac{169}{4}$	✓		✓	
(8)	4	6.5	8.5	$16 + 42.25$	72.25		✓		✓

2. จงตรวจสอบว่า ความยาวของรูปด้านทั้ง 3 ด้านดังนี้ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

2.1) 1.2, 1.6, 2

$$\text{วิธีทำ } 2^2 = (1.6)^2 + (1.2)^2$$

$$4 = 2.56 + 1.44$$

$$4 = 4 \quad \text{เป็นจริง}$$

ดังนั้น เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

2.2) 8, 17, 15

$$\text{วิธีทำ } 17^2 = 15^2 + 8^2$$

$$289 = 225 + 64$$

$$289 = 289 \quad \text{เป็นจริง}$$

ดังนั้น เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

2.3) 0.5, 1.2, 1.3

$$\text{วิธีทำ } (1.3)^2 = (1.2)^2 + (0.5)^2$$

$$1.69 = 1.44 + 0.25$$

$$1.69 = 1.69 \quad \text{เป็นจริง}$$

ดังนั้น เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

2.4) 18, 24, 32

$$\text{วิธีทำ } 32^2 = 24^2 + 18^2$$

$$1,024 = 576 + 324$$

$$1,024 = 900 \quad \text{ไม่เป็นจริง}$$

ดังนั้น ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

2.5) 4, 7.5, 8.5

วิธีทำ $8.5^2 = 4^2 + 7.5^2$

$$72.25 = 16 + 56.25$$

$$72.25 = 72.25 \text{ เป็นจริง}$$

ดังนั้น เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

2.6) $3\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$

วิธีทำ $(5\sqrt{2})^2 = (3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2$

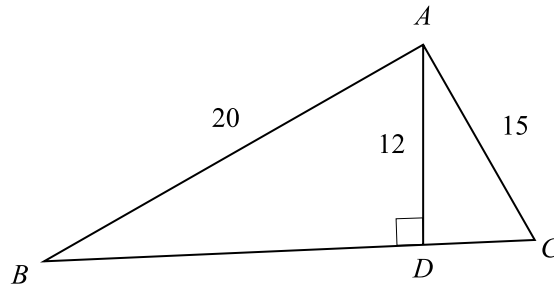
$$50 = 18 + 2$$

$$50 = 20 \text{ ไม่เป็นจริง}$$

ดังนั้น ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

3. จงแสดงว่าสามเหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

3.1



วิธีทำ จาก $\triangle ABD$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $20^2 = 12^2 + BD^2$

$$BD^2 = 20^2 - 12^2$$

$$= 400 - 144 = 256$$

$$BD = \sqrt{256} = 16$$

จาก $\triangle ACD$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $15^2 = 12^2 + CD^2$

$$CD^2 = 15^2 - 12^2$$

$$= 225 - 144 = 81$$

$$CD = \sqrt{81} = 9$$

ดังนั้น $BC = 16 + 9 = 25$

จาก $\triangle ABC$ จะได้ $BC^2 = AB^2 + AC^2$

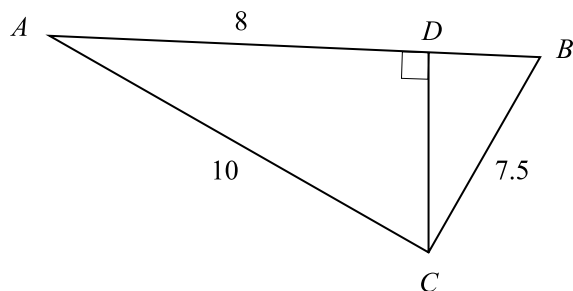
$$25^2 = 20^2 + 15^2$$

$$625 = 400 + 225$$

$$625 = 625 \text{ เป็นจริง}$$

ดังนั้น $\triangle ABC$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

3.2



วิธีทำ จาก $\triangle ACD$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{จะได้ } 10^2 = 8^2 + CD^2$$

$$CD^2 = 10^2 - 8^2$$

$$= 100 - 64 = 36$$

$$CD = \sqrt{36} = 6$$

จาก $\triangle BCD$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{จะได้ } (7.5)^2 = 6^2 + BD^2$$

$$BD^2 = (7.5)^2 - 6^2$$

$$= 56.25 - 36 = 20.25$$

$$BD = \sqrt{20.25} = 4.5$$

$$\text{ทำให้ได้ } AB = 8 + 4.5 = 12.5$$

$$\text{จาก } \triangle ABC \text{ จะได้ } AB^2 = AC^2 + BC^2$$

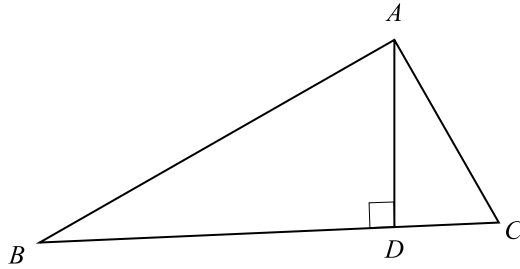
$$(12.5)^2 = 10^2 + (7.5)^2$$

$$156.25 = 100 + 56.25$$

$$156.25 = 156.25 \text{ เป็นจริง}$$

ดังนั้น $\triangle ABC$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

3.3



วิธีทำ จาก $\triangle ABD$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{จะได้ } 40^2 = BD^2 + AD^2$$

$$AD^2 = 1,600 - BD^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

จาก $\triangle ACD$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{จะได้ } 30^2 = CD^2 + AD^2$$

$$AD^2 = 900 - CD^2$$

$$AD^2 = 900 - (50 - BD)^2$$

$$AD^2 = 900 - [2,500 - 100BD + BD^2]$$

$$AD^2 = 900 - 2,500 + 100BD - BD^2$$

$$AD^2 = -1,600 + 100BD - BD^2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

เนื่องจาก (1) = (2)

$$\text{จะได้ } 1,600 - BD^2 = -1,600 + 100BD - BD^2$$

$$1,600 + 1,600 = 100BD$$

$$3,200 = 100BD$$

$$\frac{3,200}{100} = BD$$

$$BD = 32$$

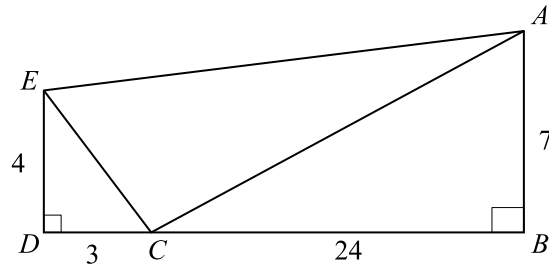
แทน $BD = 32$ ใน (1)

$$\text{จะได้ } AD^2 = 1,600 - 32^2$$

$$AD^2 = 1,600 - 1,024$$

$$AD^2 = 576$$

$$AD = \sqrt{576} = 24 \text{ นิ้ว}$$



วิธีทำ จาก $\triangle CDE$ จะได้ $EC^2 = 4^2 + 3^2$

$$EC^2 = 16 + 9$$

$$EC^2 = 25$$

$$EC = 5$$

จาก $\triangle ABC$ จะได้ $AC^2 = 24^2 + 7^2$

$$AC^2 = 576 + 49$$

$$AC^2 = 625$$

$$AC = 25$$

จาก $\triangle ACE$ จะได้ $AE^2 = 25^2 + 5^2$

$$AE^2 = 625 + 25$$

$$AE^2 = 650$$

$$AE = 25.50$$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.3

1. ท่อ PVC ยาว 26 ฟุต วางท่อ PVC พิงกำแพงให้ฐานด้านล่างท่อห่างจากผนัง 10 ฟุต จงหาความสูงจากพื้นถึงปลายท่อ

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \text{ความสูงจากพื้นถึงปลายท่อ} &= \sqrt{26^2 - 10^2} \\ &= \sqrt{676 - 100} \\ &= \sqrt{576} = 24\end{aligned}$$

ดังนั้น ความสูงจากพื้นถึงปลายท่อเท่ากับ 24 ฟุต

2. เสาธงสูง 15 เมตร โยงเชือกจากยอดเสามายังพื้นตรงจุดที่ห่างจากโคนเสา 8 เมตร จงหาความยาวของเชือก

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \text{ความยาวของเชือก} &= \sqrt{15^2 + 8^2} \\ &= \sqrt{225 + 64} \\ &= \sqrt{289} = 17\end{aligned}$$

ดังนั้น เชือกยาวเท่ากับ 17 เมตร

3. ลูกเสือคนหนึ่งเดินทางจากที่พักไปในทิศตะวันออก 9 เมตร แล้วเดินไปทางทิศเหนือ 12 เมตร แล้วเดินไปทิศตะวันออกอีก 7 เมตร ลูกเสือคนนี้อยู่ห่างจากที่พักกี่เมตร

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \text{ลูกเสือคนนี้อยู่ห่างจากที่พัก} &= \sqrt{12^2 + 16^2} \\ &= \sqrt{144 + 256} \\ &= \sqrt{400} = 20\end{aligned}$$

ดังนั้น ลูกเสือคนนี้อยู่ห่างจากที่พัก 20 เมตร

4. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 240 ตารางเซนติเมตร และมีด้านกว้าง 10 เซนติเมตร เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาวเท่าไร

วิธีทำ จากพื้นที่สี่เหลี่ยม = กว้าง × ยาว

$$\text{จะได้} \quad 240 = 10 \times a$$

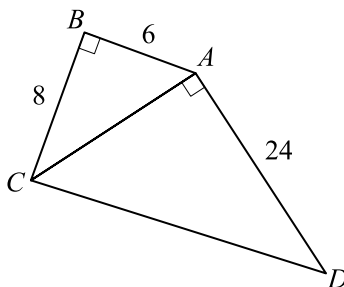
$$a = \frac{240}{10}$$

ดังนั้น ด้านยาว = 24 เซนติเมตร

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ว่าความยาวเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} &= \sqrt{10^2 + 24^2} \\
 &= \sqrt{100 + 576} \\
 &= \sqrt{676} = 26
 \end{aligned}$$

ดังนั้น เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 26 เซนติเมตร

5.



1. ความยาว CD

วิธีทำ จาก $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$\text{จะได้ } AC^2 = 6^2 + 8^2$$

$$AC = \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{36 + 64}$$

$$= \sqrt{100} = 10$$

จาก $CD^2 = AC^2 + AD^2$

$$CD = \sqrt{10^2 + 24^2}$$

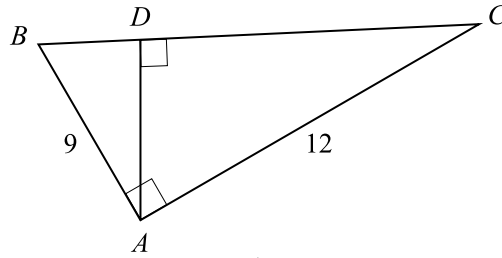
$$= \sqrt{100 + 576}$$

$$= \sqrt{676} = 26$$

2. พื้นที่สี่เหลี่ยม $ABCD$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ พื้นที่สี่เหลี่ยม } ABCD &= \frac{1}{2} \times (6 + 26) \times 8 \\
 &= 128 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

6.



1. ความยาวของ BC

วิธีทำ จาก $BC^2 = 9^2 + 12^2$
 จะได้ $BC = \sqrt{9^2 + 12^2}$
 $= \sqrt{81 + 144}$
 $= \sqrt{225} = 15$

2. พื้นที่สามเหลี่ยม ABC

วิธีทำ พื้นที่ $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 9$
 $= 54$ ตารางหน่วย

3. ความยาวของ AD

วิธีทำ จาก $12^2 = AD^2 + CD^2$
 จะได้ $AD^2 = 12^2 - CD^2 \dots(1)$
 จาก $9^2 = AD^2 + BD^2$
 จะได้ $AD^2 = 9^2 - BD^2 \dots(2)$

(1) = (2) จะได้ $12^2 - CD^2 = 9^2 - BD^2$

$12^2 - (15 - BD)^2 = 9^2 - BD^2$

$144 - (225 - 30BD + BD^2) = 9^2 - BD^2$

$144 - 225 + 30BD - BD^2 = 9^2 - BD^2$

$-81 + 30BD = 81$

$30BD = 81 + 81$

$BD = \frac{162}{30} = 5.4$

แทน $BD = 5.4$ ใน (2) จะได้ $AD^2 = 9^2 - (5.4)^2$

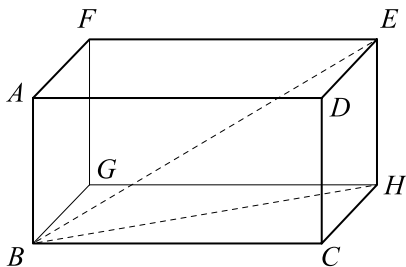
$AD^2 = 81 - 29.16$

$AD^2 = 51.84$

$AD = \sqrt{51.84}$

$AD = 7.2$

7.



จากรูปเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก มี $BG = 9$, $BC = 12$ และมี $AB = 8$ จงหา

1. ความยาวของ BE

วิธีทำ เนื่องจาก $BE^2 = HE^2 + BH^2$

ดังนั้น ต้องหา BH ก่อนจาก

$$BH^2 = BC^2 + CH^2$$

$$BH^2 = 12^2 + 9^2$$

$$= 144 + 81 = 225$$

$$BH = \sqrt{225} = 15$$

และจะได้ BE คือ

$$BE^2 = HE^2 + BH^2$$

$$BE^2 = 8^2 + 15^2$$

$$= 64 + 225 = 289$$

$$BE = \sqrt{289}$$

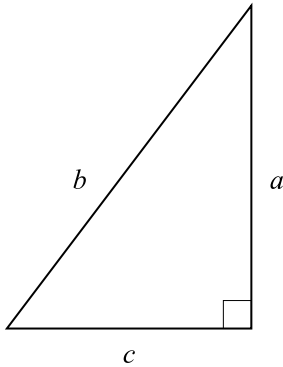
2. พื้นที่ของ $\triangle BEH$

วิธีทำ พื้นที่ $\triangle BEH = \frac{1}{2} \times 15 \times 8$

$= 60$ ตารางหน่วย

แบบทดสอบท้ายบทที่ 1 (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

1. ข้อใดเป็นความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม



1. $c^2 = a^2 + b^2$

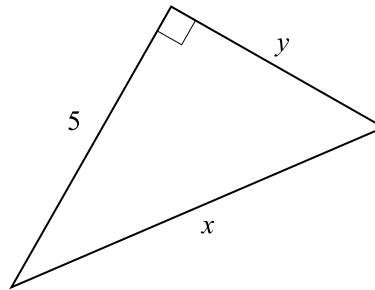
2. $b^2 = a^2 + c^2$

3. $a^2 = b^2 + c^2$

4. $c^2 = a^2 - b^2$

5. $b^2 = a^2 - c^2$

2. จากรูป จงหาว่าข้อใดต่อไปนี้**ไม่**เป็นจริง



1. $x^2 = y^2 + 5^2$

2. $y^2 = x^2 - 5^2$

3. $5^2 = x^2 - y^2$

4. $5^2 = x^2 + y^2$

5. $x^2 = 5^2 + y^2$

3. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้าน a, b เป็นด้านประกอบมุมฉาก และ c เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก เมื่อ $a=5, b=12$ จงหาค่า c

1. 13

2. 15

3. 17

4. 19

5. 21

4. ถ้า a, b เป็นด้านประกอบมุมฉาก และ c เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก เมื่อ $a=0.7, c=2.5$ จงหาค่า b

1. 0.9

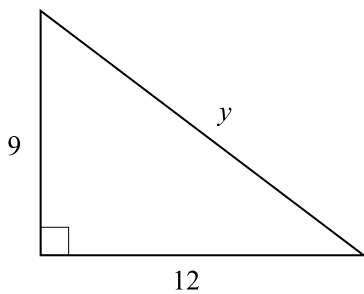
2. 1.5

3. 1.9

4. 2.4

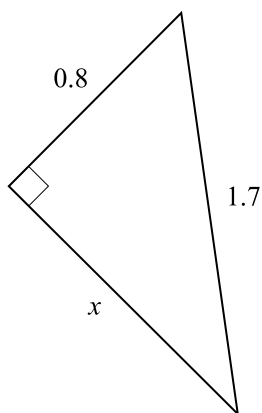
5. 3.0

5. จากรูป จงหาความยาวของด้าน y



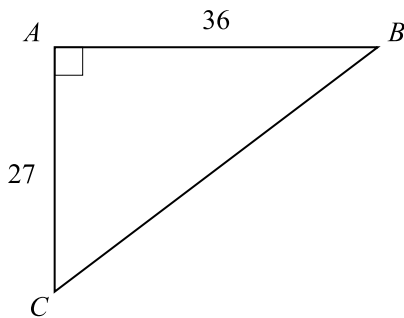
1. 13 2. 15 3. 17 4. 19 5. 21

6. จากรูป จงหาความยาวของด้าน x



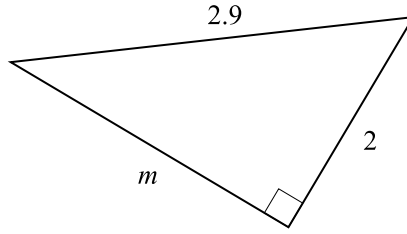
1. 1.3 2. 1.5 3. 0.9 4. 1.9 5. 2.1

7. จากรูป จงหาความยาวของด้าน CB



1. 45 2. 50 3. 53 4. 60 5. 65

8. จากรูป จงหาความยาวของด้าน m



1. 5 2. 4.3 3. 3.9 4. 3 5. 2.1

9. สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านประกอบมุมฉากยาว 9 และ 40 เซนติเมตร ด้านตรงข้ามมุมฉากจะยาวกี่เซนติเมตร

1. 61 เซนติเมตร 2. 55 เซนติเมตร 3. 51 เซนติเมตร
4. 45 เซนติเมตร 5. 41 เซนติเมตร

10. สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว $\sqrt{2}$ และด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 3 เซนติเมตร จงหาว่าด้านประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่งยาวกี่เซนติเมตร

1. $\sqrt{5}$ เซนติเมตร 2. 5 เซนติเมตร 3. 7 เซนติเมตร
4. $\sqrt{7}$ เซนติเมตร 5. 9 เซนติเมตร

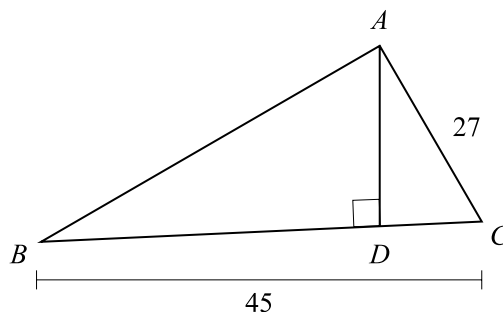
11. ความยาวที่กำหนดให้ทั้งสามด้านของรูปสามเหลี่ยม ข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

1. 0.8, 1.5, 1.9 2. 9, 12, 15 3. 5, 6, 7
4. 8, 10, 12 5. 0.5, 1.2, 1.5

12. ความยาวที่กำหนดให้ทั้งสามด้านของรูปสามเหลี่ยม ข้อใดไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

1. 3, 4, 5 2. 18, 24, 30 3. $\sqrt{1}$, 1, $\sqrt{2}$
4. 6, 8, 12 5. 2, 2.1, 2.9

จากรูปต่อไปนี้ จงตอบคำถามตั้งแต่ข้อ 13-15



13. จากรูปจงหาว่า AB ยาวกี่หน่วย

1. 40 หน่วย 2. 38 หน่วย 3. 36 หน่วย
4. 34 หน่วย 5. 32 หน่วย

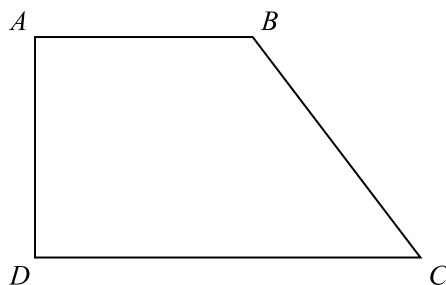
14. จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC

1. 246 ตารางหน่วย 2. 486 ตารางหน่วย 3. 632 ตารางหน่วย
4. 764 ตารางหน่วย 5. 972 ตารางหน่วย

15. จงหาว่า AD ยาวกี่หน่วย

1. 21.5 หน่วย 2. 21.6 หน่วย 3. 21.7 หน่วย
4. 21.8 หน่วย 5. 21.9 หน่วย

16. จากรูปกำหนดให้ $AB=16$, $DC=24$ และ $AD=15$ จงหาว่า BC ยาวเท่าใด



1. 15 หน่วย 2. 16 หน่วย 3. 17 หน่วย
4. 18 หน่วย 5. 19 หน่วย

17. จากข้อ 16 จงหาพื้นที่สี่เหลี่ยม $ABCD$

1. 100 ตารางหน่วย 2. 200 ตารางหน่วย 3. 300 ตารางหน่วย
4. 400 ตารางหน่วย 5. 500 ตารางหน่วย

18. สนามหญ้ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านกว้าง 2.5 เมตร และด้านยาว 6 เมตร สนามหญ้านี้เส้นทแยงมุมยาวกี่เมตร

1. 6 เมตร 2. 6.5 เมตร 3. 7 เมตร 4. 7.5 เมตร 5. 8 เมตร

19. บ้านไดยาว 26 เมตร วางพาดกำแพงตึกอยู่ โดยปลายบนของบ้านไดยู่สูงจากพื้นดิน 10 เมตร โคนบ้านไดยู่ห่างจากกำแพงตึกกี่เมตร

1. 24 เมตร 2. 22 เมตร 3. 20 เมตร 4. 18 เมตร 5. 16 เมตร

20. นักวิ่งวิ่งไปทางทิศเหนือ 18 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันออก 20 กิโลเมตร แล้วขึ้น
ไปทางเหนืออีก 3 กิโลเมตร แล้วไปทางทิศตะวันออกอีก 8 กิโลเมตร อยากทราบว่าขณะนี้
นักวิ่งอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นเป็นแนวเส้นตรงเป็นระยะทางเท่าใด

1. 25 กิโลเมตร 2. 30 กิโลเมตร 3. 35 กิโลเมตร
4. 40 กิโลเมตร 5. 45 กิโลเมตร

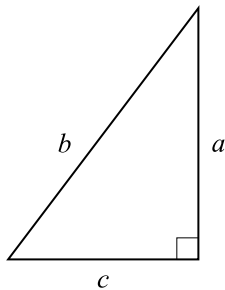
✎ เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 1 (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. 2 | 2. 4 | 3. 1 | 4. 4 | 5. 2 |
| 6. 2 | 7. 1 | 8. 5 | 9. 5 | 10. 4 |
| 11. 2 | 12. 4 | 13. 3 | 14. 2 | 15. 2 |
| 16. 3 | 17. 3 | 18. 2 | 19. 1 | 20. 3 |

เฉลยอย่างละเอียด

1. ตอบ 2

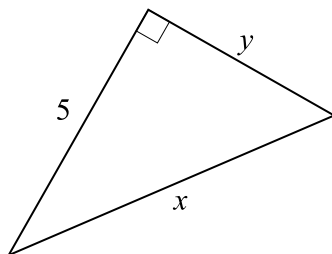
อธิบาย



จากรูป ได้ความสัมพันธ์ $b^2 = a^2 + c^2$ ตาม
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

2. ตอบ 4

อธิบาย



จากรูป ได้ความสัมพันธ์ $x^2 = y^2 + 5^2$

$$5^2 = x^2 - y^2$$

ดังนั้น $5^2 = x^2 + y^2$ ไม่เป็นจริง

3. ตอบ 1

$$\begin{aligned}
 \text{อธิบาย } c^2 &= 5^2 + 12^2 \\
 &= 25 + 144 \\
 &= 169 \\
 c &= 13
 \end{aligned}$$

4. ตอบ 4

$$\begin{aligned}
 \text{อธิบาย } (2.5)^2 &= (0.7)^2 + b^2 \\
 (2.5)^2 - (0.7)^2 &= b^2 \\
 b^2 &= (2.5)^2 - (0.7)^2 \\
 &= 6.25 - 0.49 \\
 &= 5.76 \\
 b &= 2.4
 \end{aligned}$$

5. ตอบ 2

$$\begin{aligned}
 \text{อธิบาย } y^2 &= 9^2 + 12^2 \\
 &= 81 + 144 \\
 &= 225 \\
 y &= 15
 \end{aligned}$$

6. ตอบ 2

$$\begin{aligned}
 \text{อธิบาย } x^2 &= (1.7)^2 - (0.8)^2 \\
 &= 2.89 - 0.64 \\
 &= 2.25 \\
 x &= 1.5
 \end{aligned}$$

7. ตอบ 1

$$\begin{aligned}
 \text{อธิบาย } CB^2 &= 36^2 + 27^2 \\
 CB^2 &= 1,296 + 729 \\
 CB^2 &= 2,025 \\
 CB &= 45
 \end{aligned}$$

8. ตอบ 5

อธิบาย $m^2 = (2.9)^2 - 2^2$

$$m^2 = 8.41 - 4$$

$$m^2 = 4.41$$

$$m = 2.1$$

9. ตอบ 5

อธิบาย $y^2 = 9^2 + 40^2$

$$y^2 = 81 + 1,600$$

$$y^2 = 1,681$$

$$y = 41$$

10. ตอบ 4

อธิบาย $m^2 = 3^2 - (\sqrt{2})^2$

$$m^2 = 9 - 2$$

$$m^2 = 7$$

$$m = \sqrt{7}$$

11. ตอบ 2

อธิบาย $15^2 = 12^2 + 9^2$

$$225 = 144 + 81$$

$$225 = 225 \quad \text{เป็นจริง}$$

ดังนั้น สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

12. ตอบ 4

อธิบาย $12^2 = 8^2 + 6^2$

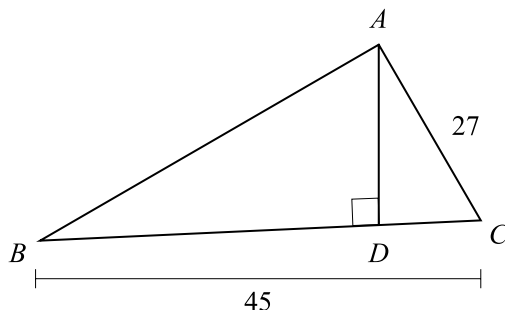
$$144 = 64 + 36$$

$$144 = 100 \quad \text{ไม่เป็นจริง}$$

ดังนั้น สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากไม่ได้

13. ตอบ 3

อธิบาย จากรูป จะพบว่าสามเหลี่ยมใหญ่เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก



ดังนั้น หาความยาว AB ได้จาก

$$AB^2 = 45^2 - 27^2$$

$$AB^2 = 2,025 - 729$$

$$AB^2 = 1,296$$

$$AB = 36$$

14. ตอบ 2

อธิบาย พื้นที่รูปสามเหลี่ยม $ABC = \frac{1}{2} \times 27 \times 36$

$$= 27 \times 18$$

$$= 486 \text{ ตารางหน่วย}$$

15. ตอบ 2

อธิบาย หา BD จากคุณสมบัติสามเหลี่ยมคล้าย นั่นคือ

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB}$$

$$BD = \frac{AB^2}{BC}$$

$$= \frac{36^2}{45}$$

$$= \frac{2,596}{45} = 28.8$$