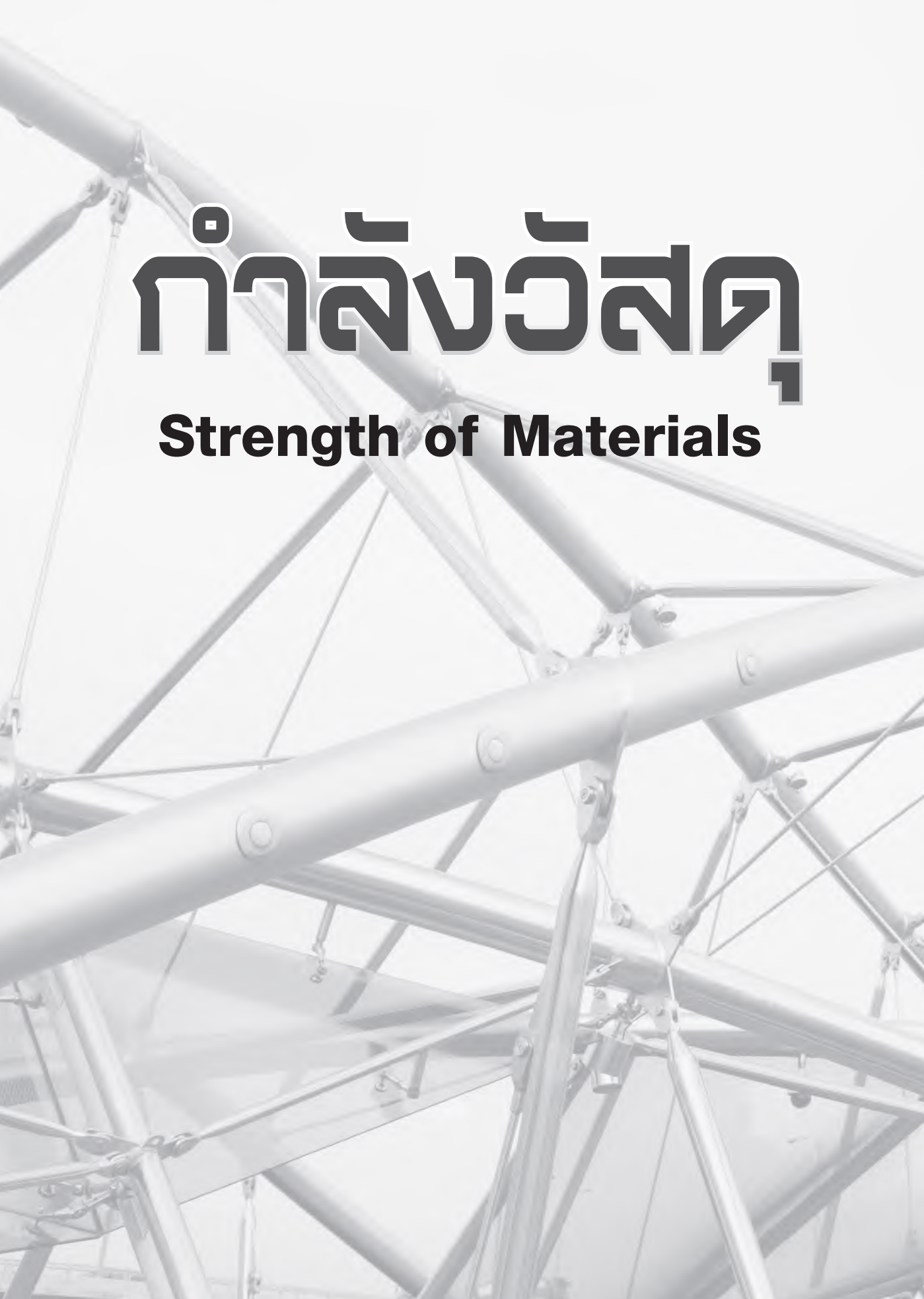


กำลังวัสดุ

Strength of Materials



กำลังวัสดุ

Strength of Materials

• • • คำนำ • • •

ปัจจุบันนักศึกษา มีการเรียนการสอนซึ่งบรรยายกันในห้องเรียนเป็นหลัก โดยอาจารย์ผู้สอนจะจัดเตรียมเนื้อหาการสอนจากตำราเรียนหลายเล่มมาสรุปเป็นเนื้อหาในการสอน ผู้เขียนมีความรู้สึกว่ายังไม่เป็นที่เพียงพอ นักศึกษาควรจะต้องทบทวนศึกษาหาความรู้เพิ่มเติมจากตำราเรียนเล่มอื่น ๆ

ในเมืองไทยมีตำราหลายเล่มที่เขียนขึ้นมา โดยเฉพาะในวิชากำลังวัสดุ (Strength of Material) นักศึกษาที่เรียนในวิชานี้ ผู้เขียนอยากให้ลองอ่านและศึกษา จะพบว่าตำราเรียนเล่มนี้อ่านทำความเข้าใจง่าย ใช้ตัวอย่างที่ไม่ยากนัก เป็นการอธิบายให้นักศึกษามองและคิดคำนวณได้อย่างไม่ยาก ตลอดจนผู้เขียนพยายามใช้คำง่ายเพื่อให้เข้าใจ นอกจากนี้ยังได้นำโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์มาประกอบ เพื่อให้นักศึกษาที่ชอบทางคอมพิวเตอร์จะได้นำไปใช้ได้อีกด้วย

ผู้เขียนขอฝากตำราเรียนเล่มนี้ไว้ให้พิจารณาเพื่อใช้ในการเรียนการสอน อาจารย์ผู้สอนสามารถนำไปใช้สอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ นักศึกษาที่นำไปศึกษาค้นคว้าหรือจะประกอบกระบวนกรเรียนก็ถือว่ามีประโยชน์เป็นอย่างมาก หากมีข้อผิดพลาดประการใด ผู้เขียนขอรับไว้เพื่อจักนำไปแก้ไขในโอกาสต่อไป หากตำราเรียนเล่มนี้มีประโยชน์อยู่บ้าง ขอมอบให้กับคุณพ่อ-คุณแม่ที่ได้ทุ่มเทให้ผู้เขียนได้ก้าวมาถึงจุดนี้

ผ.ศ. อุดมวิทย์ กาญจนวงศ์
ธนฤกษ์ ชามะรัตน์
ปิโยรส ทะเสนหต

• • • สารบัญ • • •

1	พื้นฐานและหน่วยวัด	9
1.1	คำจำกัดความและการวิเคราะห์แรงภายใน	9
1.1.1	คำจำกัดความ	9
1.1.2	การวิเคราะห์แรงภายใน	10
1.2	ปริมาณทางกลศาสตร์	11
1.2.1	ปริมาตรสเกลาร์	11
1.2.2	ปริมาณเวกเตอร์	12
1.3	มิติและระบบหน่วย	12
1.3.1	มิติ	12
1.3.2	ระบบหน่วย	12
1.3.3	หลักการหาเลขนัยสำคัญ	14
	แบบฝึกหัดบทที่ 1	15
2.	ความเค้นและความเครียด	16
2.1	ความเค้นและความเครียด	16
2.1.1	ความเค้นอย่างง่าย	16
2.1.2	ความเค้นเฉือน	25
2.1.3	ความเครียดอย่างง่าย	27
2.1.4	ความเครียดเฉือน	29
2.2	ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด	31
2.2.1	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด	31
2.2.2	กฎของฮุกและโมดูลัสของยัง	34
2.2.3	ความเค้นออกแบบและแฟคเตอร์ออกแบบ	47
2.3	ความเค้นตามอุณหภูมิและความเค้นในวงกลมผนังบาง	49
2.3.1	ความเค้นตามอุณหภูมิ	49

2.3.2 ความเค้นในภาชนะผนังบางรับแรงดัน	60
แบบฝึกหัดบทที่ 2	70
3. การบิด	74
3.1 สมมติฐานและการคิดสูตรการบิด	74
3.1.1 สมมติฐานของสูตรการบิด	74
3.1.2 การคิดสูตรการบิด	75
3.2 การบิดในวัสดุ	80
3.2.1 การบิดของเพลากลม	80
3.2.2 การบิดตัวของข้อต่อด้วยสลักเกลียว	92
3.2.3 การบิดของท่อผนังบาง	96
3.2.4 การบิดในสปริง	99
แบบฝึกหัดบทที่ 3	108
4. แรงเฉือนและโมเมนต์ในคาน	111
4.1 ประเภทของคานและจุดรองรับคาน	111
4.1.1 ประเภทของคาน	111
4.1.2 ประเภทของจุดรองรับคาน	113
4.2 แรงกระทำบนคานและเครื่องหมายแบบแผน	115
4.2.1 แรงกระทำบนคาน	115
4.2.2 เครื่องหมายแบบแผน	117
4.3 การหาแรงเฉือนและโมเมนต์ในคาน	118
4.3.1 คำจำกัดความของแรงเฉือนและโมเมนต์ในคาน	118
4.3.2 การหาค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ในคาน	120
4.3.3 แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ในคาน	120
4.4 แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ในคานมาตรฐาน	139
4.4.1 แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ในคานอย่างง่าย	139
4.4.2 แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ในคานยื่น	143
แบบฝึกหัดบทที่ 4.....	147

5. ความเค้นในคาน	150
5.1 ความเค้นดัดในคาน	150
5.1.1 สมมติฐานของสูตรความเค้นดัดในคาน	150
5.1.2 การคิดสูตรความเค้นดัดในคาน	151
5.1.3 โมเมนต์ความเฉื่อยและโมดูลัสหน้าตัด	154
5.1.4 ความเค้นดัดในคานหน้าตัดไม่สมมาตร	166
5.1.5 หน้าตัดประหยัด	172
5.2 ความเค้นเฉือนในคาน	173
5.2.1 การคิดสูตรความเค้นเฉือน	173
5.2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนในแนวราบและแนวตั้ง	176
5.2.3 การไหลของแรงเฉือน	177
5.2.4 ความเค้นเฉือนในคานหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า	178
5.3 การออกแบบคานรับความเค้นดัดและความเค้นเฉือน	182
แบบฝึกหัดบทที่ 5	188
6. การโก่งตัวของคาน	192
6.1 การโก่งตัวของคาน	192
6.2 การวิเคราะห์การโก่งตัวของคาน	193
6.2.1 การวิเคราะห์โดยวิธีอินทิเกรตทวิคูณ	193
6.2.2 การวิเคราะห์โดยวิธีพื้นที่โมเมนต์	200
6.2.3 วิธีคานเสมือน	209
แบบฝึกหัดบทที่ 6	228
7 การวิเคราะห์คานต่อเนื่องโดยวิธีสามโมเมนต์	231
7.1 บทนำ	231
7.2 การวิเคราะห์คานต่อเนื่องโดยวิธีสามโมเมนต์	231
7.2.1 น้ำหนักที่กระทำต่อคานแบบเป็นจุด	232
7.2.2 น้ำหนักที่กระทำต่อคานแบบแผ่กระจาย	232
7.2.3 น้ำหนักที่กระทำแบบแผ่กระจายและแบบเป็นจุด	233
แบบฝึกหัดบทที่ 7	251

8. ความเค้นผสม	254
8.1 คานสั้นรับแรงในแนวแกนและแรงดัด	254
8.2 น้ำหนักกระทำเยื้องศูนย์	256
8.2.1 น้ำหนักกระทำเยื้องศูนย์บนแกนสมมาตร	256
8.2.2 น้ำหนักกระทำเยื้องศูนย์ไม่อยู่บนแกนสมมาตร	259
8.3 น้ำหนักกระทำเยื้องศูนย์บนหน้าตัดรูปวงกลม	263
8.4 การแปลงค่าความเค้นบนระนาบต่าง ๆ	288
แบบฝึกหัดบทที่ 8	313
 9 เสา	 318
9.1 เสาสั้น	318
9.2 เสายาว	320
9.3 ความยาวประสิทธิผลของเสายาว	322
แบบฝึกหัดบทที่ 9	329
ภาคผนวก ก. ตารางการเปลี่ยนหน่วย	333
ภาคผนวก ข. ตารางคุณสมบัติทางกายภาพของวัสดุ	337
ภาคผนวก ค. คุณสมบัติรูปทรงเรขาคณิต	340
ภาคผนวก ง. สูตรตรีโกณมิติ	344
ภาคผนวก จ. ตารางแสดงการโก่งตัวของคาน	346





พื้นฐานและหน่วยวัด Basic & Measurement Unit

1 1 คำจำกัดความและการวิเคราะห์แรงภายใน (Definition & Analysis of Internal Forces)

1 1 1 คำจำกัดความ (Definition)

ในทางวิศวกรรมศาสตร์ มีการศึกษาด้านกลศาสตร์หลัก ๆ 3 หัวข้อคือ สถิตยศาสตร์ (Statics) พลศาสตร์ (Dynamics) และกำลังวัสดุ (Strength of Materials) ในส่วนของสถิตยศาสตร์ และพลศาสตร์นั้น เป็นการศึกษาสภาพที่เกิดขึ้นภายใน เนื่องมาจากแรงกระทำบนวัสดุที่แข็งเกร็ง (Rigid Body) ซึ่งไม่คำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง (Deformation) อันเกิดขึ้นจากแรงกระทำ แต่จะมุ่งเน้นศึกษาเกี่ยวกับแรงกระทำ (Force) ว่ามีขนาดเท่าใด กระทำ ณ จุดไหนของชิ้นส่วน และมีทิศทางไปทางใด

แต่ในความเป็นจริงแล้ว วัสดุทุกชนิดเมื่ออยู่ภายใต้แรงกระทำที่มีขนาดมากพอ ย่อมเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง การศึกษาพฤติกรรมของวัสดุภายใต้แรงกระทำ โดยคำนึงถึงความสามารถในการรับแรงและการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของวัสดุอันเนื่องมาจากแรงกระทำ จำเป็นต้องอาศัยการศึกษาในหัวข้อกำลังวัสดุ ที่มุ่งศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างแรงภายนอก (External Forces) กับแรงภายใน (Internal Forces) และการเปลี่ยนรูปของวัสดุ ดังนั้น จึงอาจกล่าวได้ว่า การศึกษากำลังวัสดุเปรียบเสมือนเป็นการสถิตยศาสตร์ของวัตถุที่เปลี่ยนรูป หรือ ยืดหยุ่น (Statics of Deformable or Elastic Bodies) นั่นเอง

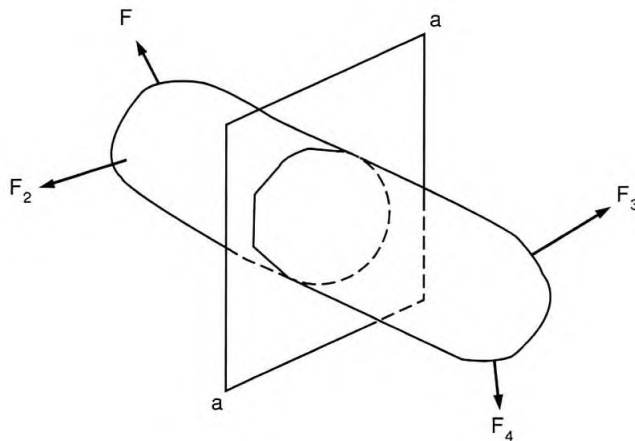
การศึกษาเกี่ยวกับกำลังวัสดุถือเป็นเรื่องสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับวิศวกรผู้ออกแบบโครงสร้างต่าง ๆ เพราะจำเป็นต้องรู้ก่อนว่าวัสดุที่จะนำไปใช้ในส่วนต่าง ๆ ของโครงสร้างมีความสามารถในการรับน้ำหนักหรือแรงได้มากน้อยเพียงใด และมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างไรเมื่อรับน้ำหนักหรือแรงนั้น สำหรับการออกแบบโครงสร้างต่าง ๆ จำเป็นต้องทราบเกี่ยวกับสิ่งต่อไปนี้ ก่อนจะเลือกวัสดุมาเป็นส่วนประกอบของโครงสร้าง

- 1 โครงสร้างนั้นแข็งแรงพอที่จะรับน้ำหนักมากเพียงใด
 2. โครงสร้างนั้นแกร่งพอที่จะไม่เปลี่ยนรูปร่างมากเกินไปหรือไม่
- จากที่กล่าวมาทั้งหมดในข้างต้น จึงสรุปเป็นนิยามได้ว่า

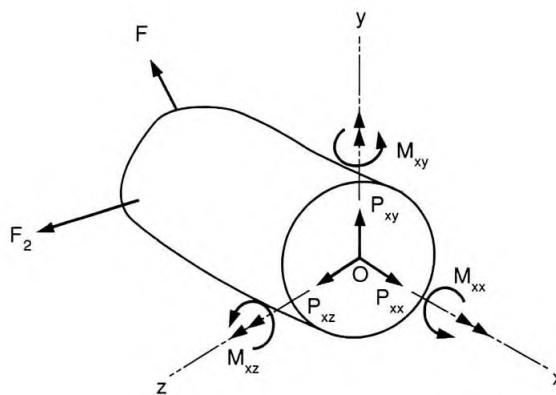
กำลังวัสดุหมายถึงกลศาสตร์ที่ว่าด้วยการศึกษาพฤติกรรมของวัสดุภายใต้แรงกระทำ โดยคำนึงถึงความสามารถในการรับแรงและสภาพการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของวัสดุภายใต้แรงกระทำ

1 1.2 การวิเคราะห์แรงภายใน (Analysis of Internal Forces)

พิจารณาภาพที่ 1 1 วัตถุพิจารณาอยู่ในสภาวะนิ่ง (Static) มีแรงภายนอกมากระทำจำนวน 4 แรง ได้แก่ แรง F_1 , F_2 , F_3 และ F_4 ณ จุดต่าง ๆ บนวัตถุ ดังแสดงในภาพ การที่วัตถุอยู่ในสภาวะนิ่งได้นั้นมีผลมาจากแรงภายในของวัตถุ ซึ่งมาทำการต้านทานแรงภายนอกพร้อมกับแรงภายนอกที่อยู่ในทิศทางตรงกันข้าม ทำให้เกิดสภาวะสมดุล (Equilibrium)



ภาพที่ 1 1 วัตถุพิจารณาภายใต้แรงกระทำภายนอก



ภาพที่ 1.2 แรงภายในของวัตถุพิจารณา ณ หน้าตัด a a

พิจารณาภาพที่ 1.2 เมื่อตัดวัตถุพิจารณา ณ หน้าตัด $a - a$ ในระนาบเดียวกันตลอดแนว จะพบว่า มีแรงภายในของวัตถุเกิดขึ้นบนระนาบ $a - a$ ดังต่อไปนี้

1. **แรงในแนวแกน (Axial Force)** ได้แก่ P_{xx} ซึ่งเป็นแรงที่กระทำตั้งฉากกับระนาบหน้าตัด เพื่อดึงให้วัตถุพิจารณายึดออกจากตามแนวแกน เขียนแทนด้วยตัวอักษร P

2. **แรงเฉือน (Shear Force)** ได้แก่แรง P_{xy} และ P_{xz} ซึ่งเป็นแรงที่กระทำในแนวระนาบหน้าตัดเพื่อต้านทานการเลื่อนไถลให้ขาดออกจากกันในแนวตั้งฉากกับแนวแกน โดยปกติจะเขียนแทนด้วยตัวอักษร V ดังนั้น จึงเขียนแทนค่าแรง P_{xy} และ P_{xz} ได้ว่า V_y และ V_z ตามลำดับ

3. **แรงบิด (Torque)** ได้แก่ แรง M_{xx} ซึ่งเป็นแรงที่ต้านทานการบิดตัวของวัตถุพิจารณา โดยปกติจะเขียนแทนด้วยตัวอักษร T

4. **โมเมนต์ดัด (Bending Moments)** ได้แก่ โมเมนต์ M_{xy} และ M_{xz} ซึ่งเป็นโมเมนต์ต้านทานการดัดตัวของวัตถุพิจารณาในแนวตั้งฉากกับแนวแกน เขียนแทนด้วยอักษร M ซึ่งได้แก่ M_y และ M_z ตามลำดับ

แรงทั้ง 4 ชนิดดังกล่าวมาแล้วในข้างต้น เป็นแรงที่วัตถุใด ๆ มีอยู่ในตัวเอง ซึ่งจำเป็นต้องศึกษาเพื่อคัดเลือกวัสดุที่มีค่าแรงต้านทาน (Resistance Force) ที่เพียงพอต่อความต้องการหรือกล่าวง่าย ๆ คือ แรงภายใน (Internal Force) มีค่ามากพอที่จะต้านทานแรงภายนอกที่มากระทำแล้ววัตถุไม่เสียหายนั่นเอง

1.2 ปริมาณทางกลศาสตร์ (Quantity in Mechanics)

ในการศึกษาวิชากำลังวัสดุนั้น แม้จะเน้นศึกษาพฤติกรรมของวัตถุเมื่อรับแรงกระทำ แต่ก็จำเป็นต้องทราบเกี่ยวกับปริมาณทางกลศาสตร์ เพื่อให้ทราบถึงปริมาณของแรงที่มากระทำนั้น ปริมาณทางกลศาสตร์ก็เหมือนปริมาณทางฟิสิกส์ คือแบ่งเป็น 2 ชนิด ได้แก่ ปริมาณสเกลาร์ (Scalar Quantity) และปริมาณเวกเตอร์ (Vector Quantity)

1.2.1 ปริมาณสเกลาร์ (Scalar Quantity)

ปริมาณสเกลาร์ คือปริมาณที่มีแต่ขนาดของตัวมันเองเท่านั้น ได้แก่

1. **เวลา (Time)** ยกตัวอย่างเช่น เวลา 09.00 น., เวลา 10.00 น. เป็นต้น

2. **พื้นที่ (Area)** ยกตัวอย่างเช่น 1 ไร่, 4 งาน, 1,600 ตารางเมตร (หรือเขียนได้ว่า $1,600 \text{ m}^2$) เป็นต้น

3. **ปริมาตร (Volume)** ยกตัวอย่างเช่น 1 ลูกบาศก์เมตร (1 m^3), 1,000,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร $1,000,000 \text{ cm}^3$ หรือ 1,000,000 cc เป็นต้น

4. **หน่วยน้ำหนัก (Unit Weight)** ยกตัวอย่างเช่น 1,000 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร $1,000 \text{ kg/m}^3$ เป็นต้น

5. ความหนาแน่น (Density) ยกตัวอย่างเช่น 9,810 นิวตันต่อลูกบาศก์เมตร $9,810 \text{ N.m}^3$) เป็นต้น

6. มวล (Mass) ยกตัวอย่างเช่น 1,000 กิโลกรัม $1,000 \text{ kg}$), 1 ตัน 1 Ton) เป็นต้น

7 แรง (Force) ยกตัวอย่างเช่น 9,810 นิวตัน $9,810 \text{ N}$) เป็นต้น

8. ระยะทาง (Length) ยกตัวอย่างเช่น 1,000 เมตร $1,000 \text{ m}$), 1 กิโลเมตร 1 km) เป็นต้น

1.2.2 ปริมาณเวกเตอร์ (Vector Quantity)

ปริมาณเวกเตอร์ คือปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง ตลอดจนปริมาณใด ๆ ที่เกี่ยวข้องกับทั้งขนาดและทิศทาง ยกตัวอย่างเช่น รถยนต์แล่นไปทางทิศตะวันออกด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง 60 km.hr) หรือแรงขนาด 10 นิวตัน กระทำต่อวัตถุในทิศทางพุ่งลง เป็นต้น

1.3 มิติและระบบหน่วย (Dimensions & System of Unit)

1.3.1 มิติ (Dimensions)

มิติ หมายถึง สัญลักษณ์ที่ใช้แทนหน่วยการวัดต่าง ๆ โดยปกติแบ่งออกเป็น 2 ชนิด ได้แก่

1 ปฐมภูมิมิติ (Primary Dimensions คือมิติของหน่วยที่ไม่เกี่ยวข้องกับมิติอื่น ๆ ยกตัวอย่างเช่น เวลาามีมิติเป็น T หรือความยาวมีมิติเป็น L เป็นต้น

2. ทุตติภูมิมิติ (Secondary Dimensions คือมิติของหน่วยที่มีเทอมของปฐมภูมิมิติ ตั้งแต่ 2 เทอมขึ้นไปเกี่ยวข้องกัน แสดงออกในรูปของนิยาม กฎ หรือสมการ ยกตัวอย่างเช่น ความหนาแน่น หมายถึง ค่าของมวลต่อปริมาตร ดังนั้น จึงมีมิติเป็น M/V หรือ MV^{-1} เป็นต้น

1.3.2 ระบบหน่วย (System of Unit)

ปัจจุบันระบบหน่วยที่ใช้กันอย่างเป็นสากล ได้แก่ ระบบ SI ซึ่งย่อมาจาก International System of Unit หรือ System International of Unit โดยนำมาใช้ครั้งแรกในปี ค.ศ. 1960 (พ.ศ. 2503) ภายหลังจากการประชุมใหญ่ มาตราชั่ง ตวง วัด ระหว่างชาติ ครั้งที่ 11 ค.ศ. 1960 เพื่อนำมาทดแทนระบบหน่วยอังกฤษ (หน่วย FPS) ซึ่งเป็นหน่วยที่ใช้ไม่ค่อยสะดวกและไม่เป็นสากล ระบบหน่วย SI แบ่งเป็น 2 หน่วยใหญ่ ๆ ได้แก่ หน่วยรากฐาน (Base of SI Unit) และหน่วย SI อนุพันธ์ (Derived SI Unit)

1 หน่วย SI รากฐาน (Base of SI Unit) ประกอบด้วยหน่วยรากฐาน 7 หน่วย ดังต่อไปนี้

- หน่วยความยาว (Unit of Length) ใช้เป็นเมตร (m)
หน่วยมวล (Unit of Mass ใช้เป็นกิโลกรัม (kg)
- หน่วยเวลา (Unit of Time) ใช้เป็นวินาที sec
หน่วยกระแสไฟฟ้า (Unit of Electric Current) ใช้เป็นแอมแปร์ (A)
หน่วยอุณหภูมิตามเทอร์โมไดนามิกส์ (Unit of Thermodynamics Temperature ใช้เป็นเคลวิน (K)
- หน่วยความเข้มแสง หรือการส่องสว่าง ใช้เป็นแคนเดลา cd)
- หน่วยปริมาณสาร ใช้เป็นโมล (mol)

2. หน่วย SI อนุพันธ์ (Derived SI Unit) ได้มาจากความสัมพันธ์ของหน่วย SI ฐานตั้งแต่ 2 เทอมขึ้นไป โดยแสดงออกในรูปแบบของกฎ นิยาม หรือความสัมพันธ์ ยกตัวอย่างเช่น หน่วยของความเร็ว (m.sec เป็นผลจากความสัมพันธ์ของหน่วยความยาว (m) หารด้วยหน่วยเวลา (sec หรือหน่วยของปริมาตร (m^3) เป็นผลจากความสัมพันธ์ของหน่วยความยาว (m) คูณกัน 3 ครั้ง เป็นต้น ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากระบบหน่วย SI จะไม่พยายามตั้งชื่อหน่วยขึ้นมาใหม่ แต่จะอาศัยกฎ นิยาม หรือความสัมพันธ์ต่าง ๆ สร้างหน่วยจากหน่วยพื้นฐานขึ้นมาโดยตรง

แต่ในบางกรณีหน่วยของปริมาณบางตัวไม่สามารถสร้างจากหน่วยพื้นฐานโดยตรงได้ จึงจำเป็นต้องตั้งชื่อหน่วยขึ้นมาใหม่ ดังแสดงในตารางที่ 1 1

ตารางที่ 1 1 ชื่อหน่วย SI ที่ไม่สามารถสร้างหน่วยพื้นฐานโดยตรงได้

ปริมาณ	ชื่อ	ตัวย่อ	ค่าเปรียบเทียบ
1 ความถี่	hertz	Hz	1 Hz = 1 sec ⁻¹
2. แรง	newton	N	1 N = 1 kg m/sec ²
3. งาน, พลังงาน, ปริมาณความร้อน	joule	J	1 J = 1 N M
4. กำลัง	watt	W	1 W = 1 J/sec
5. ปริมาณไฟฟ้า	coulomb	C	1 C = 1 A sec
6. ความต่างศักย์, แรงเคลื่อนไฟฟ้า	volt	V	1 V = 1 W/A
7 ความจุไฟฟ้า	Farad	F	1 F = 1 A sec/V
8. ความต้านทานไฟฟ้า	ohm	Ω	1 Ω = 1 V/A
9. ฟลักซ์แม่เหล็ก	weber	Wb	1 Wb = 1 V sec
10. ความเหนี่ยวนำแม่เหล็ก	tesla	T	1 T = 1 Wb/m ²
11 อินดักแตนซ์	henry	H	1 H = 1 V sec/A
12. ฟลักซ์ความสว่าง	lumen	lm	1 lm = 1 cd sr
13. การส่องสว่าง	lux	lx	1 lx = 1 lm/m ²

* sr (steradian) คือ หน่วยวัด Solid Angle

ในบางกรณีพบว่าตัวเลขที่นำมาทำการวิเคราะห์คำนวณมีจำนวนมาก เช่น 1500029, 0.005000091 เป็นต้น ทำให้ไม่สะดวกในการเขียนตัวเลขเหล่านั้น ในคราวเดียวกัน ดังนั้น ระบบหน่วย SI จึงมีการกำหนดค่านำหน้าหน่วยตามขนาดของปริมาณเพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าว ดังแสดงในตารางที่ 1.2

ตารางที่ 1.2 ค่านำหน้าหน่วยตามขนาดปริมาณของระบบหน่วย SI

ค่านำหน้าหน่วย	ขนาดของปริมาณ	สัญลักษณ์
เทระ (tera)	10^{12}	T
จิกะ (giga)	10^9	G
เมกะ (mega)	10^6	M
กิโล (kilo)	10^3	k
เซนติ (centi)	10^{-2}	c
มิลลิ (milli)	10^{-3}	m
ไมโคร (micro)	10^{-6}	μ
นาโน (nano)	10^{-9}	n
พิโก (pico)	10^{-12}	p

1.3.3 หลักการหาเลขนัยสำคัญ

หลักการหาเลขนัยสำคัญ ซึ่งเป็นตัวเลขที่ใช้ชี้ว่าคุณค่าของตัวเลขที่ปรากฏในการคำนวณต่าง ๆ นั้นมีกี่ค่า สามารถสรุปเป็นข้อ ๆ ได้ดังต่อไปนี้

1. ตัวเลขทุกตัวที่ไม่ใช่ 0 ถือเป็นเลขนัยสำคัญหมด ยกตัวอย่างเช่น 12, 123, 123.4, 1234.5 มีเลขนัยสำคัญ 2, 3, 4 และ 5 ตัว ตามลำดับ

2. เลข 0 ที่อยู่ระหว่างเลขนัยสำคัญ ถือว่าเป็นเลขนัยสำคัญด้วย ยกตัวอย่างเช่น 101 1001 100.001 มีเลขนัยสำคัญ 3, 4 และ 6 ตัว ตามลำดับ

3. เลข 0 ที่อยู่ทางซ้ายมือ และไม่มีตัวเลขอื่นอยู่ก่อน ไม่ถือว่าเป็นเลขนัยสำคัญ ยกตัวอย่างเช่น 01 012, 0.123, 0.1001 0.50001 มีเลขนัยสำคัญ 1 2, 3, 4 และ 5 ตัว ตามลำดับ

4. เลข 0 ที่อยู่ทางขวามือ และอยู่หลังจุดทศนิยม ถือเป็นเลขนัยสำคัญ ยกตัวอย่างเช่น 10.00, 05.001 0.1100 ทุกจำนวนมีเลขนัยสำคัญ 4 ตัว

5. เลข 0 ที่อยู่ทางปลายขวามือ และเป็นเลขจำนวนเต็ม ยกตัวอย่างเช่น 1000 ซึ่งบ่งบอกเลขนัยสำคัญไม่ชัดเจน อาจเขียนใหม่ในรูป 1×10^3 1.0×10^3 1.00×10^3 มีเลขนัยสำคัญ 1 2 และ 3 ตัว ตามลำดับ

แบบฝึกหัดบทที่ 1

- 1 แนวความคิดของการศึกษากำลังวัสดุ (Concept of Strength of Materials คืออะไร
2. การศึกษากำลังวัสดุ (Strength of Materials) กับการศึกษาสถิตยศาสตร์ (Statics มีความแตกต่างกันอย่างไร
3. แรงภายในของวัตถุใด ๆ มีกี่ชนิด อะไรบ้าง
4. แรงในแนวแกน (Axial Force) แตกต่างจากแรงเฉือน (Shear Force) อย่างไร เมื่อกล่าวถึงในแง่แนวการกระทำของแรง
5. เหตุใดการวิเคราะห์แรงภายในของวัตถุในวิชากำลังวัสดุ จึงคิดในรูปแบบ 3 มิติ (แกน x, y และ z)
6. จงอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ หน่วยน้ำหนัก (Unit Weight) กับความหนาแน่น (Density)
- 7 จงบอกมิติของเทอมต่อไปนี้
 - 7.1 แรงต่อพื้นที่
 - 7.2 ระยะทางต่อหน่วยเวลา
 - 7.3 ความหนาแน่น
 - 7.4 ลูกบาศก์หน่วย
 - 7.5 ตารางหน่วย
8. จงพิสูจน์ให้เห็นว่า พลังงาน $1 \text{ W} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{sec}^3}$
9. ถ้าน้ำมีความหนาแน่น $\times \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ และถ้ามวลของน้ำมีค่า $\times \text{N}$ ปริมาตรของภาชนะที่น้ำนี้บรรจุอยู่มีค่าเท่าใด

(ตอบ $v = 1 \text{ m}^3$)
10. สมชายมีน้ำหนักบนโลก 600 N เมื่อขึ้นไปชั่งน้ำหนักบนดวงจันทร์ที่มีอัตราแรงโน้มถ่วงน้อยกว่าโลก 6 เท่า จะชั่งน้ำหนักสมชายได้เท่าไร และสมชายมีมวลเท่าไร ต้องให้มีเลขนัยสำคัญ 5 ตัว

(ตอบ $W_m = 100 \text{ N}$, $m = 61.162 \text{ kg}$)

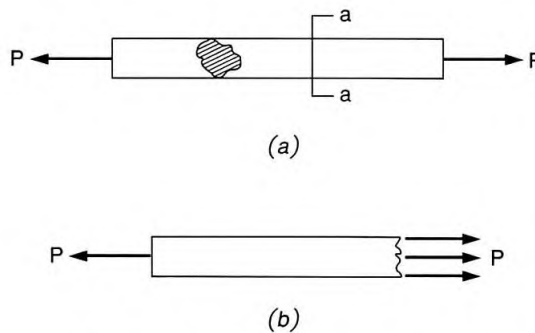




ความเค้นและความเครียด Strees & Strain

2.1 ความเค้นและความเครียด (Stress & Strain)

2.1 1 ความเค้นอย่างง่าย (Simple Stress)



ภาพที่ 2.1 สมมติฐานการพิจารณาความเค้นอย่างง่าย

พิจารณาจากภาพที่ 2.1 (a) แท่งวัตถุพิจารณามีพื้นที่หน้าตัด ณ ระนาบ a - a เป็น A อยู่ภายใต้แรงดึง (Tension) P วัตถุจะมีการยืดออกจนกระทั่งขาดออกจากกันในที่สุด ถ้าเราตัดแท่งวัตถุพิจารณาดังกล่าว ณ ระนาบ a - a ดังในภาพที่ 2.1 (b) แท่งวัตถุพิจารณาสามารถอยู่ในสภาวะสมดุลได้เพราะมีแรงภายใน (Internal Force) ออกแรงต้านแรงดึง P เอาไว้ โดยกระทำกระจายตลอดระนาบหน้าตัด แรงที่กระทำต่อหน่วยเล็ก ๆ ในเนื้อวัสดุนี้เราเรียกว่าความเค้น (Stress ซึ่งใช้วัดค่าความเข้มข้นของแรงต่อหน่วยพื้นที่ หรือเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad \dots\dots\dots(2.1)$$

เมื่อ σ = ความเค้น, N.m^2 (Pa)

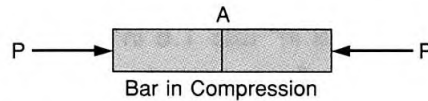
P = น้ำหนักบรรทุกหรือแรงที่มากระทำ (Load or Force), N

A = พื้นที่หน้าตัด Cross-Section Area), m^2

σ เป็นภาษากรีก อ่านว่า ซิกมา (Sigma) ใช้เป็นสัญลักษณ์แทนความเค้น และหน่วยของความเค้นคือ N.m^2 ซึ่งในบางครั้งอาจใช้เป็น Pascal (Pa) แทนก็ได้

โดยปกติแล้วความเค้นอย่างง่ายสามารถแบ่งออกได้ 3 ชนิด ตามลักษณะของน้ำหนักบรรทุกหรือแรงที่มากระทำ ดังต่อไปนี้

1 ความเค้นอัด (Compressive Stress) คือค่าวัดความเข้มแข็งของแรงต่อหน่วยพื้นที่ โดยอยู่ภายใต้แรงอัด (Compression) ใช้สัญลักษณ์ σ_c



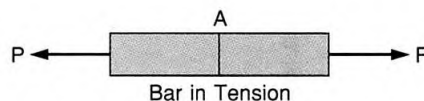
ภาพที่ 2.2 แท่งวัตถุภายใต้แรงอัด (Compression)

เราสามารถเขียนสมการของความเค้นอัดได้ดังนี้

$$\sigma_c = \frac{P}{A} \quad \text{.....(2.2)}$$

หรือ σ_c = ความเค้นอัด, N.m^2
 P = แรงอัดที่มากระทำ, N
 A = พื้นที่หน้าตัด, m^2

2. ความเค้นดึง (Tensile Stress) คือค่าวัดความเข้มแข็งของแรงต่อหน่วยพื้นที่ โดยอยู่ภายใต้แรงดึง ใช้สัญลักษณ์ σ_t



ภาพที่ 2.3 แท่งวัตถุภายใต้แรงดึง (Tension)

เราสามารถเขียนสมการความเค้นดึง ได้ดังนี้

$$\sigma_t = \frac{P}{A} \quad \text{.....(2.3)}$$

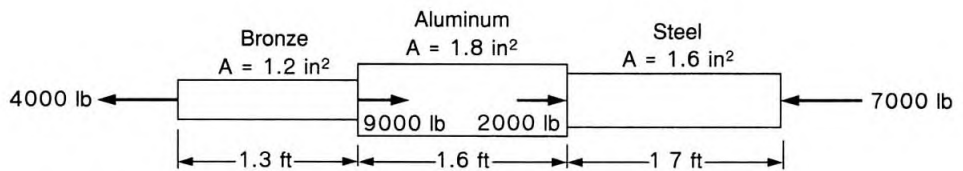
เมื่อ σ_t = ความเค้นดึง, N.m^2
 P = แรงดึงที่กระทำ, N
 A = พื้นที่หน้าตัด, m^2

ข้อสังเกต ทั้งกรณีของความเค้นอัดและความเค้นดึง พบว่าแนวของแรงกระทำ P จะกระทำตั้งฉากกับพื้นที่หน้าตัด A ทั้งสองกรณี

ในส่วนของหน่วยของความเค้น สำหรับระบบหน่วย SI ใช้ N.m^2 หรือ Pascal (ซึ่งเขียนย่อเป็น Pa) ส่วนระบบเมตริกจะใช้ kg.cm^2 หรือ ksc และระบบอังกฤษมาใช้ lb.in^2

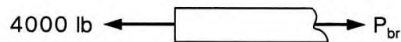
หรือ psi แต่ในบางครั้งเราจะพบหน่วยในระบบอังกฤษอีกแบบหนึ่งคือ kip.in² หรือ ksi สำหรับหน่วย kip ดังกล่าวก็คือ kilopound จึงกล่าวได้ว่า 1 kip มีค่าเท่ากับ 1000 lb ยกตัวอย่างเช่น 1 ksi = 1000 psi หรือ 0.5 ksi = 500 psi เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 2.1 แท่งวัสดุผสมดังภาพ ประกอบด้วย Bronze, Aluminium และ Steel มีพื้นที่หน้าตัด 1.2 in² 1.8 in² และ 1.6 in² ตามลำดับ มีแรงขนาดต่าง ๆ กระทำตามแนวแกนดังแสดงในภาพ จงคำนวณหาความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุแต่ละชนิด



วิธีทำ

พิจารณาแท่งวัสดุ Bronze

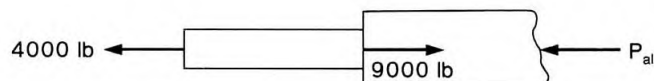


จากภาพ $P_{br} = 4000 \text{ lb}$ เป็นแรงดึง

$$\begin{aligned} \text{จากสมการ } \sigma_t &= \frac{P}{A} \\ &= \frac{4000 \text{ lb}}{1.2 \text{ in}^2} \\ &= 3333.33 \text{ psi} \\ &= 3.33 \text{ ksi} \end{aligned}$$

ตอบ

พิจารณาแท่งวัสดุ Aluminium



จากภาพ $P_{al} = 9000 \text{ lb} - 4000 \text{ lb}$
 $= 5000 \text{ lb}$ เป็นแรงอัด

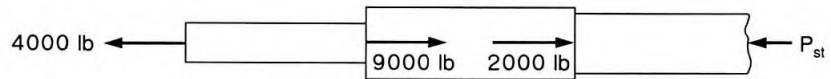
$$\begin{aligned} \text{จากสมการ } \sigma_c &= \frac{P}{A} \\ &= \frac{5000 \text{ lb}}{1.8 \text{ in}^2} \end{aligned}$$

$$= 2777.78 \text{ psi}$$

$$= 2.78 \text{ ksi}$$

ตอบ

พิจารณาแท่งวัสดุ Steel

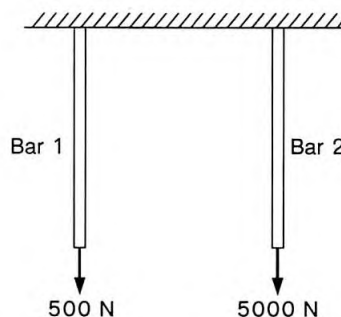


จากภาพ $P_{st} = 2000 \text{ lb} + 9000 \text{ lb} - 4000 \text{ lb}$
 $= 7000 \text{ lb}$ เป็นแรงอัด

จากสมการ $\sigma_c = \frac{P}{A}$
 $= \frac{7000 \text{ lb}}{1.6 \text{ in}^2}$
 $= 4375 \text{ psi}$
 $= 4.375 \text{ ksi}$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.2 แท่งวัตถุ 2 ชิ้น ถูกยึดติดกับเพดาน แท่งวัตถุที่ 1 มีแรงดึงกระทำในแนวแกนขนาด 500 N แท่งวัตถุที่ 2 มีแรงดึงกระทำในแนวแกนเช่นกัน ขนาด 5000 N พื้นที่หน้าตัดของแท่งวัตถุที่ 1 และ 2 เป็น 10 mm^2 และ 1000 mm^2 ตามลำดับ ความเค้นที่เกิดขึ้นในวัตถุชิ้นใดมีค่ามากกว่ากัน



วิธีทำ

พิจารณาแท่งวัตถุชิ้นที่ 1

จากสมการ $\sigma_t = \frac{P}{A}$

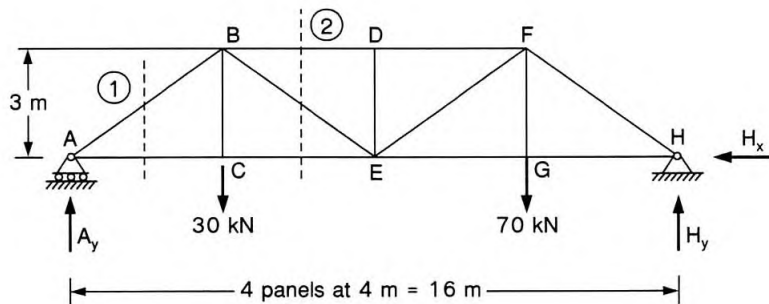
$$\begin{aligned}
 \sigma_{t1} &= \frac{500 \text{ N}}{10 \text{ mm}^2} \times \left[\frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} \right]^2 \\
 &= 50 \times 10^6 \text{ N/m}^2 \\
 &= 50 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

พิจารณาแท่งวัตถุชิ้นที่ 2

$$\begin{aligned}
 \text{จากสมการ } \sigma_t &= \frac{P}{A} \\
 \sigma_{t2} &= \frac{5000 \text{ N}}{1000 \text{ mm}^2} \times \left[\frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} \right]^2 \\
 &= 5 \times 10^6 \text{ N/m}^2 \\
 &= 5 \text{ MPa} \\
 \sigma_{t1} &> \sigma_{t2}
 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.3 โครงถัก (Tress ดังแสดงในภาพ มีแรงกระทำ 30 kN และ 40 kN กระทำ ณ จุด c และ G ตามลำดับ ชิ้นส่วนของโครงถักแต่ละชิ้นมีพื้นที่หน้าตัด 900 mm² จงคำนวณหาความเค้นที่เกิดขึ้นในชิ้นส่วน AC และ BD



วิธีทำ

คำนวณหาแรงปฏิกิริยา ณ จุดรองรับ (Reaction at Support)

$$\Sigma F_x = 0$$

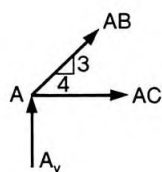
$$H_x = 0$$

$$\Sigma M_H = 0$$

$$\begin{aligned}
 A_y &= \frac{(70 \text{ kN})(4 \text{ m}) + (30 \text{ kN})(12 \text{ m})}{16 \text{ m}} \\
 &= 40 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

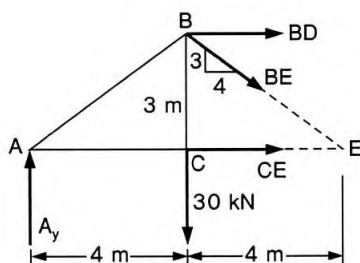
$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ H_y &= 30 \text{ kN} + 70 \text{ kN} - 40 \text{ kN} \\ &= 60 \text{ kN}\end{aligned}$$

พิจารณาค่าแรงในชิ้นส่วน



พิจารณาที่จุด A

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ AB &= \frac{5}{3} A_y \\ AB &= \frac{-(5)(40 \text{ kN})}{3} \\ &= -66.67 \text{ kN} \quad \{\text{เครื่องหมาย - แสดงว่าเป็นแรงอัด}\} \\ \Sigma F_x &= 0 \\ AC &= -\frac{4}{5} AB \\ &= \frac{-(4)(-66.67 \text{ kN})}{5} \\ &= 53.33 \text{ kN} \quad \{\text{เครื่องหมาย + แสดงว่าเป็นแรงดึง}\}\end{aligned}$$



พิจารณาที่จุด E

$$\begin{aligned}\Sigma M_E &= 0 \\ BD &= \frac{(30 \text{ kN})(4\text{m}) - A_y(8 \text{ m}) + BE(0) + CE(0)}{3 \text{ m}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(30 \text{ kN})(4 \text{ m}) - (40 \text{ kN})(8 \text{ m})}{3 \text{ m}} \\
 &= -66.67 \text{ kN} \quad \{\text{เครื่องหมาย - แสดงว่าเป็นแรงอัด}\}
 \end{aligned}$$

คำนวณหาค่าความเค้นในชิ้นส่วน AC

$$\begin{aligned}
 \text{จากสมการ } \sigma_t &= \frac{P}{A} \\
 &= \frac{53.33 \text{ kN}}{900 \text{ mm}^2} \times \left[\frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} \right]^2 \\
 &= 59.26 \times 10^3 \text{ kN.m}^2 \\
 &= 59.26 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

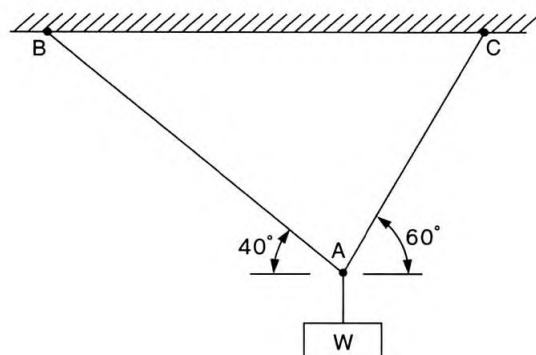
ตอบ

คำนวณหาค่าความเค้นในชิ้นส่วน BD

$$\begin{aligned}
 \text{จากสมการ } \sigma_c &= \frac{P}{A} \\
 &= \frac{66.67 \text{ kN}}{900 \text{ mm}^2} \times \left[\frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} \right]^2 \\
 &= 74.08 \times 10^3 \text{ kN.m}^2 \\
 &= 74.08 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

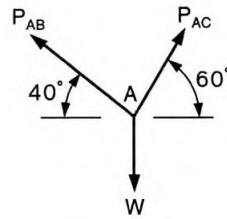
ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.4 ก้อนวัตถุ W ถูกแขวนจากหมุดที่จุด A ภายใต้สายเคเบิล AB และ AC แขวนไว้ดังภาพ ยึดติดกับเพดาน ณ จุด B และ C โดยที่สายเคเบิล AB มีพื้นที่หน้าตัด 800 mm^2 ส่วนสายเคเบิล AC มีพื้นที่หน้าตัด 400 mm^2 จงคำนวณหาค่าน้ำหนักปลอดภัยสูงสุดของก้อนวัตถุ W ถ้าความเค้นในสายเคเบิล AB และ AC มีค่าไม่เกิน 110 MPa และ 120 MPa ตามลำดับ



วิธีทำ

เขียนแผนภาพอิสระ (Free Body Diagram) เพื่อพิจารณาหาแรงในแต่ละเคเบิล



พิจารณาที่หมุด A

$$\Sigma F_x = 0$$

$$P_{AC} = \frac{P_{AB} \cos 40^\circ}{\cos 60^\circ}$$

$$P_{AC} = 1.532 P_{AB} \quad \text{.....(1)}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$P_{AC} = \frac{W - P_{AB} \sin 40^\circ}{\sin 60^\circ}$$

$$= 1.155 W - 0.742 P_{AB} \quad \text{.....(2)}$$

$$1 = (2) \quad P_{AB} = \frac{1.155 W}{(1.532 + 0.742)}$$

$$= 0.508 W \quad \text{.....(3)}$$

แทน 3 ใน 1 $P_{AC} = 1.532(0.508 W)$

$$= 0.778 W \quad \text{.....(4)}$$

คำนวณหาค่าน้ำหนักปลอดภัยสูงสุดในแต่ละเคเบิล

เคเบิล AB

จากสมการ $\sigma = \frac{P}{A}$

$$P = \sigma A$$

$$0.508 W = 110 \times 10^6 \text{ N.m}^2 (800 \text{ mm}^2) \left[\frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \right]^2$$

$$W = \frac{88000 \text{ N}}{0.508}$$

$$= 173.23 \times 10^3 \text{ N}$$

$$= 173.23 \text{ kN}$$

เคเบิล AC

จากสมการ $\sigma = \frac{P}{A}$

$$P = \sigma A$$

$$0.778 \text{ W} = 120 \times 10^6 \text{ N.m}^2 (400 \text{ mm}^2) \left[\frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \right]^2$$

$$W = \frac{48000 \text{ N}}{0.778}$$

$$= 61\,70 \times 10^3 \text{ N}$$

$$= 61\,70 \text{ kN}$$

น้ำหนักปลอดภัยสูงสุดของก้อนวัตถุ W มีค่าไม่เกิน 61 70 kN *ตอบ*

ตัวอย่างที่ 2.5 ท่อนโลหะกลมตันอยู่ภายใต้แรงดึง ขนาด 150.8 kN จงคำนวณหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อนโลหะดังกล่าว ถ้ากำหนดให้มีค่าความเค้นดึงในท่อนโลหะไม่เกิน 120 MPa

วิธีทำ

จากสมการ $\sigma_t = \frac{P}{A}$

$$A = \frac{P}{\sigma_t}$$

$$\frac{\pi}{4} d^2 = \frac{P}{\sigma_t}$$

เส้นผ่านศูนย์กลาง $d = \sqrt{\frac{4P}{\pi \sigma_t}}$

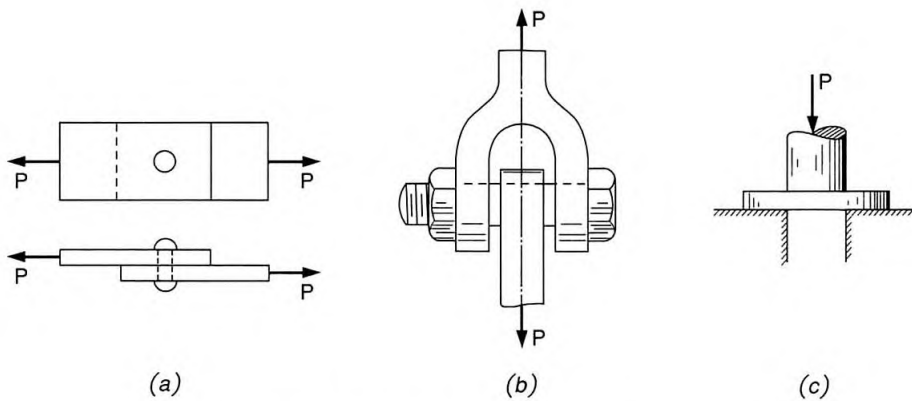
$$= \sqrt{\frac{(4)(150.8 \times 10^3 \text{ N})}{(3.14)(120 \times 10^6 \text{ N.m}^2)}}$$

$$= 0.040 \text{ m}$$

$$= 40 \text{ mm}$$

ตอบ

2.1.2 ความเค้นเฉือน (Shearing Stress)



ภาพที่ 2.4 ตัวอย่างการเกิดความเค้นเฉือน

ความเค้นเฉือน คือค่าวัดความเข้มข้นของแรงต่อหน่วยพื้นที่รับแรงเฉือน (Shearing Area) โดยปกติจะมี 2 ลักษณะคือ

1 ความเค้นเนื่องจากแรงเฉือนเดี่ยว (Single Shear) ซึ่งมีลักษณะดังแสดงในภาพที่ 2.4 (a) โดยพื้นที่รับแรงเฉือนจะขนานกับแนวแรงกระทำ

2. ความเค้นเนื่องจากแรงเฉือนคู่ (Double Shear) ซึ่งมีลักษณะดังแสดงในภาพที่ 2.4 (b) โดยพื้นที่รับแรงเฉือนจะขนานกับแนวแรงกระทำเช่นกัน แต่พื้นที่รับแรงเฉือนจะเพิ่มขึ้น เนื่องจากเป็นพื้นที่คู่กัน

การคำนวณค่าความเค้นเฉือน มีหลักการเช่นเดียวกับการคำนวณหาความเค้นอย่างง่าย คือคำนวณจากค่าความเข้มของแรงเฉือนที่กระทำต่อหน่วยพื้นที่ หรือเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\tau = \frac{V}{A} \quad \dots\dots\dots(2.4)$$

เมื่อ τ = ความเค้นเฉือน (Shearing Stress), N.m^2

V = แรงเฉือนที่มากระทำ (Shear Force), N

A = พื้นที่หน้าตัดรับแรงเฉือน (Shearing Area), m^2

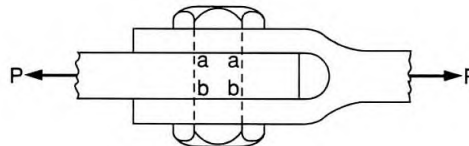
ตัวอย่างที่ 2.6 จากภาพที่ 2.4 (a) ถ้าแรงดึง P มีค่า 50 kN ออกแรงกระทำต่อแผ่นรองรับ 2 แผ่นที่ยึดด้วยหมุด ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 mm จงคำนวณหาความเค้นที่เกิดขึ้นในหมุดยึด

วิธีทำ เป็นความเค้นที่เกิดจากแรงเฉือนเดี่ยว (Single Shear)

$$\begin{aligned}
 \text{จากสมการ } \tau &= \frac{V}{A} \\
 &= \frac{4V}{\pi d^2} \\
 &= \frac{(4)(50 \times 10^3 \text{ N})}{(3.14)(10 \text{ mm})^2} \left[\frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} \right]^2 \\
 &= 636.94 \times 10^6 \text{ N.m}^2 \\
 &= 636.94 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.7 การต่อเชื่อมด้วยโบลต์ (Bolted Joint) ดังแสดงในภาพ มีแรง P ขนาด 30 kN กระทำ ทำให้เกิดความเค้นที่ตัวโบลต์ ซึ่งมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 mm จงคำนวณหาความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้น

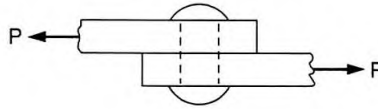


วิธีทำ เป็นความเค้นที่เกิดจากแรงเฉือนคู่ (Double Shear)

$$\begin{aligned}
 \text{จากสมการ } \tau &= \frac{V}{A} \\
 &= \frac{1}{2} \frac{4V}{\pi d^2} \quad \{\text{พื้นที่รับแรงเฉือนเพิ่มขึ้น}\} \\
 &= \frac{(2)(30 \times 10^3 \text{ N})}{(3.14)(10 \text{ mm})^2} \left[\frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} \right]^2 \\
 &= 191.08 \times 10^6 \text{ N.m}^2 \\
 &= 191.08 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.8 แผ่นเพลท 2 อันถูกต่อยึดโดยรีเวทเดี่ยว ดังแสดงในภาพ แรงดึง P ที่มากระทำมีขนาด 30 kN จงคำนวณหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่เล็กที่สุดของรีเวทเดี่ยว ถ้าความเค้นเฉือนมีค่าไม่เกิน 82.6 MPa และให้คิดเผื่อขนาดรูเจาะรับรีเวท 1.5 mm



วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{จากสมการ } \tau &= \frac{V}{A} \\ &= \frac{4 V}{\pi d^2} \end{aligned}$$

เส้นผ่านศูนย์กลาง

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{\frac{4 V}{\pi \tau}} \\ &= \frac{(4)(30 \times 10^3 \text{ N})}{(3.14)(82.6 \times 10^6 \text{ N.m}^2)} \end{aligned}$$

$$d = 0.0215 \text{ m}$$

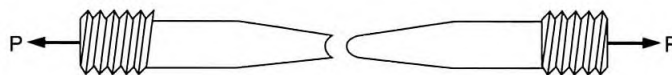
$$= 21.5 \text{ mm} \quad \{\text{เป็นขนาดที่เผื่อรูเจาะรับรีเวท } 1.5 \text{ mm}\}$$

เส้นผ่านศูนย์กลางรีเวทจริง

$$\begin{aligned} d &= 21.5 \text{ mm} + 1.5 \text{ mm} \\ &= 23 \text{ mm} \end{aligned}$$

ตอบ

2.1.3 ความเครียดอย่างง่าย (Simple Strain)

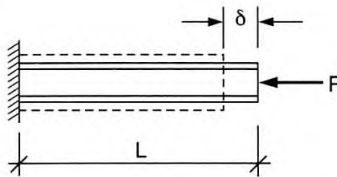


ภาพที่ 2.5 วัตถุที่ถูกกระทำโดยแรงดึงให้เปลี่ยนแปลงขนาด (ยืดออก) จนวิบัติ

พิจารณาจากภาพที่ 2.5 วัตถุพิจารณามีความยาว L เมื่อถูกแรงดึง P ออกแรงดึงให้ยืดออก จนเกิดการเปลี่ยนแปลงขนาดจนกระทั่งวัตถุวิบัติคือ ขาดออกจากกัน เมื่อวัดความยาวที่เปลี่ยนแปลงนั้น δ สามารถสรุปเป็นความหมายของความเครียดได้ดังนี้

ความเครียด คืออัตราส่วนของการเปลี่ยนแปลงขนาดกับขนาดเดิมของวัตถุเมื่อได้รับแรงกระทำ หรือเกิดความเค้น โดยปกติความเครียดจะแบ่งเป็น 2 ชนิด ได้แก่

1 ความเครียดอัด (Compressive Strain) คืออัตราส่วนของการเปลี่ยนแปลงขนาดของวัตถุ กับขนาดเดิมของวัตถุที่ถูกแรงอัดกระทำ ใช้สัญลักษณ์ ϵ_c



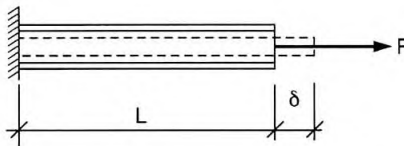
ภาพที่ 2.6 การเกิดความเครียดอัด (Compressive Strain)

พิจารณาจากภาพที่ 2.6 วัตถุความยาว L ได้รับแรงอัด P กระทำ จนเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง โดยถูกอัดจนอยู่ ตามรอยเส้นประ) เหลือความยาว $L - \delta$ นั่นคือเกิดขนาดที่เปลี่ยนแปลงความยาว δ เราสามารถเขียนเป็นสมการของความเครียดอัดได้ดังนี้

$$\epsilon_c = \frac{\delta}{L} \quad \text{.....(2.5)}$$

เมื่อ ϵ_c = ความเครียดอัด
 δ = ขนาดความยาวที่ถูกอัดตัวลง, m
 L = ความยาวเดิม, m

2. ความเครียดดึง (Tensile Strain) คืออัตราส่วนของการเปลี่ยนแปลงขนาดของวัตถุ กับขนาดเดิมของวัตถุที่ถูกแรงดึงกระทำ ใช้สัญลักษณ์ ϵ_t



ภาพที่ 2.7 การเกิดความเครียดดึง (Tensile Strain)

ϵ เป็นภาษากรีก อ่านว่า เดลตา (Delta) ใช้เป็นสัญลักษณ์แทนความเครียด โดยเป็นค่าที่ไม่มีหน่วย เนื่องจากหน่วยของ δ และ L ตัดทอนกันหมดพอดี

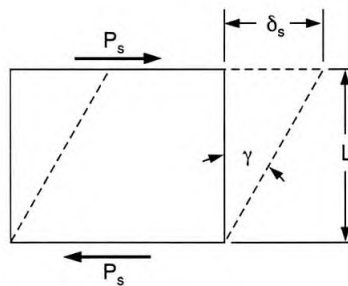
พิจารณาจากภาพที่ 2.7 วัตถุความยาว L ได้รับแรงดึง P กระทำ จนเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง โดยถูกดึงจนยืดออก (ตามรอยเส้นประ ความยาวเป็น $L + \delta$ นั่นคือเกิดการเปลี่ยนแปลงขนาดความยาว δ เราสามารถเขียนเป็นสมการของความเครียดได้ดังนี้

$$\epsilon_t = \frac{\delta}{L} \quad \dots\dots\dots(2.6)$$

เมื่อ ϵ_t = ความเครียดดึง
 δ = ความยาวที่ยืดออก, m
 L = ความยาวเดิม, m

2.1.4 ความเครียดเฉือน (Shearing Strain)

ความเครียดเฉือน คืออัตราส่วนของการเปลี่ยนแปลงมุมของแรงเฉือน ซึ่งเกิดจากการกระทำของแรงเฉือน ใช้สัญลักษณ์ γ



ภาพที่ 2.8 การเกิดความเครียดเฉือน (Shearing Strain)

พิจารณาจากภาพที่ 2.8 จากนิยามของความเครียดคือ อัตราส่วนของการเปลี่ยนแปลงความยาว δ โดยแรงเฉือน P_s ทำให้ด้านยาว L ของวัตถุเฉไปเป็นมุม γ ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

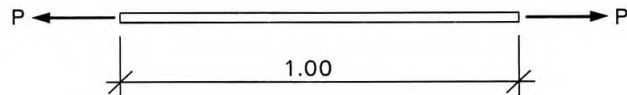
$$\begin{aligned} \text{ความเครียดเฉือน} &= \frac{\delta_s}{L} \\ &= \tan \gamma \end{aligned}$$

แต่เนื่องจากมุม γ ที่เฉไปนั้น ในความเป็นจริงแล้วมีค่าน้อยมาก จนกล่าวได้ว่า $\gamma = \tan \gamma$ ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่า

$$\gamma = \frac{\delta_s}{L} \quad \dots\dots\dots(2.7)$$

เมื่อ γ = ความเครียดเฉือน
 δ_s = ความยาวที่เปลี่ยนไปจากแนวเดิม, m
 L = ความยาวของด้านตั้งฉากกับแรงเฉือน, m

ตัวอย่างที่ 2.9 เหล็กเส้นกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 15 mm ยาว 1 m ถูกดึงจนยืดออก 5 cm จงคำนวณหาความเครียดที่เกิดขึ้นในเหล็กเส้นกลมนี้



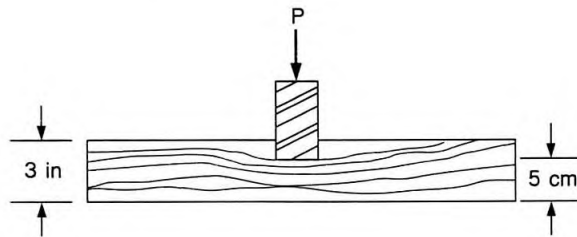
วิธีทำ จากสมการ $\epsilon_t = \frac{\delta}{L}$

$$= \frac{5 \text{ cm}}{100 \text{ cm}}$$

$$= 0.05$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.10 ท่อนไม้หนา 3 in ถูกกดด้วยแท่งเหล็กขนาด 2.5 cm × 2.5 cm จนยุบลงไปเหลือความหนาเพียง 5 cm จงคำนวณหาความเครียดที่เกิดขึ้น



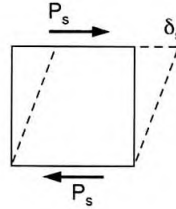
วิธีทำ จากสมการ $\epsilon_c = \frac{\delta}{L}$

$$= \frac{(3 \times 2.54 \text{ cm}) - 5 \text{ cm}}{5 \times 2.54 \text{ cm}}$$

$$= 0.344$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.11 อนุภาคใด ๆ ขนาด 1 mm^3 ถ้าพิจารณาเพียงระนาบเดียว ดังแสดงในภาพ ถ้ามีแรงเฉือน P_s กระทำจนอนุภาคมีความเครียด 0.53 จงคำนวณหาระยะแนวเฉือนที่เปลี่ยนไป δ_s



วิธีทำ จากสมการ $\gamma = \frac{\delta_s}{L}$

$$\delta_s = \gamma L$$

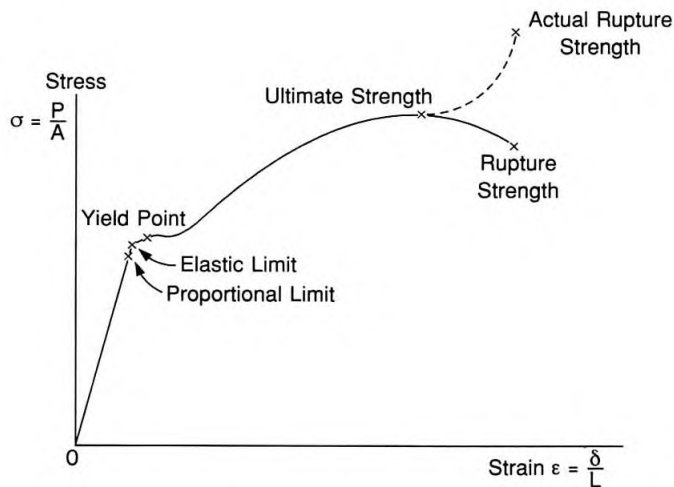
$$= 0.53)(1 \text{ mm})$$

$$= 0.53 \text{ mm}$$

ตอบ

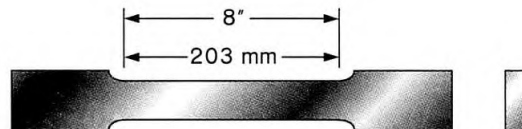
2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด (Relation Between Stress and Strain)

2.2.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด (Stress–Strain Diagram)

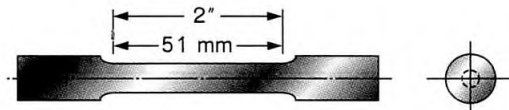


ภาพที่ 2.9 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด

การหาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด ปกตินิยมทำโดยการทดสอบแรงดึงของวัสดุ (Tensile Test) โดยการนำเอาท่อนวัสดุตัวอย่างมาทำการทดสอบแรงดึงโดยเครื่องทดสอบยูนิเวอร์แซล (Universal Testing Machine) ซึ่งขึ้นทดสอบตามมาตรฐานการทดสอบวัสดุของสมาคมทดสอบวัสดุแห่งอเมริกา (American Society for Testing Materials ASTM) มี 2 ลักษณะดังแสดงในภาพที่ 2.10



(a) ชิ้นทดสอบหน้าตัดสี่เหลี่ยม



(b) ชิ้นทดสอบหน้าตัดทรงกลม

รูปที่ 2.10 ชิ้นทดสอบแรงดึงตามมาตรฐาน ASTM

ชิ้นทดสอบจะมีปลายทั้งสองข้างใหญ่กว่าตรงกลาง ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากเวลาเอาชิ้นทดสอบเข้าประกอบในเครื่องทดสอบจะได้ยึดติดได้แน่น ความยาวเดิมของชิ้นทดสอบที่ใช้ในการคำนวณ เรียกว่า Gauge Length เมื่อทำการดึงชิ้นทดสอบ วัสดุจะเริ่มยืดออก ในการวัดขนาดที่ยืดออกเราจะใช้เครื่องมือวัดที่เรียกว่า Extensometer ให้แรงดึงต่อไปจนวัสดุอยู่ในสถานะพลาสติก (Plastic) ซึ่งสังเกตจากส่วนที่ยืดออกของวัสดุ และเมื่อวัสดุยืดออกและมีขนาดเล็กลงจนเป็นคอคอด (Necking) จึงถอดเอา Extensometer ออก แล้วใช้วงเวียนเหล็กวัดแทนจนกระทั่งชิ้นทดสอบวิบัติ จากนั้นนำผลที่ได้ไปทำการคำนวณเพื่อหาผลไปเขียนเป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด มีลักษณะดังแสดงในภาพที่ 2.9

จากกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด มีจุดสำคัญต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1 Proportional Limit เป็นจุดสุดท้ายของกราฟที่เป็นแนวเส้นตรงจากจุด 0 เหตุที่ลากจุด 0 มาถึง Proportional Limit เป็นเส้นตรงนี้ก็เนื่องจากแรงเป็นปฏิกิริยาโดยตรงกับส่วนที่ยืดออก หรือกล่าวได้ว่า ความเค้นก็เป็นปฏิกิริยาโดยตรงกับความเครียด σ & ϵ

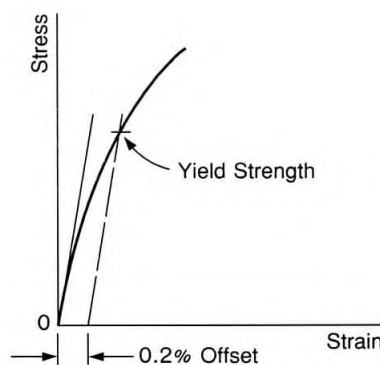
2. Elastic Limit เป็นจุดสุดท้ายของช่วง Elastic กล่าวคือ เป็นจุดสุดท้ายที่ความยาวของวัสดุจะหดตัวกลับมามีความยาวเท่าเดิมถ้าปล่อยแรงกลับ กล่าวอีกนัยหนึ่งคือ จากจุด 0 มาถึง Elastic Limit วัสดุจะอยู่ในสถานะยืดหยุ่น (Elastic)

3. Yield Point เป็นจุดที่วัสดุยืดตัวออกเองโดยไม่ต้องเพิ่มแรงดึง ถือเป็นจุดเริ่มต้นสถานะพลาสติก คือเมื่อปล่อยแรงกลับ วัสดุจะไม่หดตัวกลับมามีความยาวเท่าเดิมอีกต่อไป ความเค้นที่เกิด ณ จุดนี้เรียกว่า ความเค้นคราก (Yield Stress ใช้สัญลักษณ์ σ_y อย่างไรก็ตาม จุด Yield Point หรือจุดครากนี้จะเกิดเฉพาะในวัสดุจำพวกเหล็กกล้าละมุน (Mild Steel) เท่านั้น

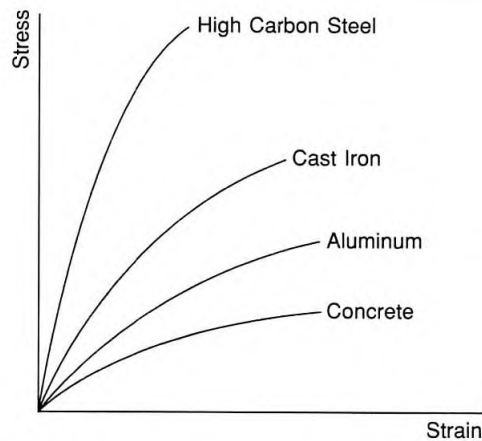
4. Ultimate Strength เป็นจุดที่มีค่าความเค้นสูงสุด และความเค้นดังกล่าวเป็นแบบความเค้นดึง เมื่อพ้นจากจุดนี้ไปค่าความเค้นจะลดลง และการยืดตัวของวัสดุจะเกิดขึ้นอย่างรวดเร็วมาก ความเค้นสูงสุดนี้ใช้สัญลักษณ์ σ_u

5. Rupture Point (บางตำราเรียกว่า Breaking Point) เป็นจุดที่วัสดุวิบัติ คือขาดออกจากกัน

ดังที่ได้กล่าวแล้วว่า ค่าความเค้นครากซึ่งเกิดจากจุดคราก จะเกิดเฉพาะในวัสดุจำพวกเหล็กกล้าละมุนเท่านั้น ส่วนวัสดุอื่น ๆ จะไม่ปรากฏจุดคราก จะพบว่าค่าความเค้นดึงเลยเมื่อพ้นสถานะยืดหยุ่น เพื่อเป็นการหาค่าความครากของวัสดุที่ไม่ใช่เหล็กกล้าละมุน สำหรับใช้เปรียบเทียบค่าอาจทำได้โดยวิธีออฟเซต (Offset Method) ยกตัวอย่างเช่น จะใช้ค่า 0.2% เราจะลากเส้นจาก 0.2% ให้ขนานกับแนวจุด 0 ถึง Proportional Limit ตัดกับเส้นกราฟ ณ จุดใด จุดนั้นคือค่ากำลังความคราก (Yield Strength) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า 0.2 Percentage Proof Stress ดังแสดงในภาพที่ 2.11



ภาพที่ 2.11 0.2 Percentage Offset Stress



ภาพที่ 2.12 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของวัสดุประเภทต่าง ๆ

2.2.2 กฎของฮุกและโมดูลัสของยัง (Hooke's Law & Young's Modulus)

ในปี ค.ศ. 1678 (พ.ศ. 2218) โรเบิร์ต ฮุก (Robert Hooke ได้ทำการทดลองและตั้งกฎจากผลของการทดลองของเขา ประกอบกับกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด มีสาระสำคัญว่า “ในขอบเขตของสถานะอีลาสติก (Elastic แรงจะเป็นปฏิกิริยาโดยตรงกับส่วนที่ยืดออก” เมื่อเราพิจารณาจากภาพที่ 2.9 จะพบว่าเส้นลาดเอียงของกราฟสามารถหาได้จากอัตราส่วนระหว่างความเค้นกับความเครียดจริง ดังสมการที่ 2.8 และเรียกกฎนี้ว่า “กฎของฮุก” (Hooke's Law)

$$\text{ความลาดเอียงกราฟ} = \frac{\text{ความเค้น}}{\text{ความเครียด}}$$

$$\text{นั่นคือ} \quad \text{Constant} = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad \dots\dots\dots(2.8)$$

$$\text{เมื่อ} \quad \text{Constant} = \text{ค่าคงที่, N/m}^2$$

$$\sigma = \text{ความเค้น, N/m}^2$$

$$\epsilon = \text{ความเครียด}$$

ต่อมาในปี ค.ศ. 1807 (พ.ศ. 2311) โทมัส ยัง (Thomas Young) ได้ตั้งข้อสังเกตและสร้างทฤษฎีโต้แย้งกับกฎของฮุก กล่าวคือ ยังได้แย้งว่าที่จริงแรงจะเป็นปฏิกิริยาโดยตรงกับส่วนที่ยืดออก จะสิ้นสุดที่ Proportional Limit ไม่ใช่ Elastic Limit และตั้งกฎข้อใหม่เรียกว่า โมดูลัสของยัง (Young's Modulus และรู้จักกันแพร่หลายในชื่อ โมดูลัสความยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity ใช้สัญลักษณ์ E และเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad \dots\dots\dots(2.9)$$

เมื่อ $E =$ โมดูลัสความยืดหยุ่น, $N.m^2$
 $\sigma =$ ความเค้น, $N.m^2$
 $\epsilon =$ ความเครียด

จากสมการที่ 2.9 เมื่อเราทำค่าตามนิยามของความเค้นและความเครียดแทนในสมการที่ 2.9 จะได้สมการใหม่ ดังต่อไปนี้

$$E = \frac{PL}{A\delta}$$

หรือกล่าวได้ว่า

$$\delta = \frac{PL}{AE} \quad \text{.....(2.10)}$$

เมื่อ $\delta =$ ขนาดที่เปลี่ยนแปลง, m
 $P =$ แรงที่มากกระทำ, N
 $L =$ ความยาวเดิม, m
 $A =$ พื้นที่หน้าตัดรับแรง, m^2
 $E =$ โมดูลัสความยืดหยุ่น, $N.m^2$

สมการที่ 2.9 และ 2.10 จะใช้กับกรณีที่เป็นความเค้นอย่างง่าย และความเครียดอย่างง่าย หรือใช้เฉพาะกับกรณีเป็นแรงอัดและแรงดึงเท่านั้น ในส่วนของความเค้นเฉือนและความเครียดเฉือน จะมีค่าคงที่ที่เรียกว่า โมดูลัสความแข็ง (Modulus of Rigidity ใช้สัญลักษณ์ G และเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad \text{.....(2.11)}$$

เมื่อ $G =$ โมดูลัสความแข็ง, $N.m^2$
 $\tau =$ ความเค้นเฉือน, $N.m^2$
 $\gamma =$ ความเครียดเฉือน

จากสมการที่ 2.11 เมื่อเราทำค่าตามนิยามของความเค้นเฉือนและความเครียดเฉือนแทนในสมการที่ 2.11 จะได้สมการใหม่ดังต่อไปนี้

$$G = \frac{VL}{A\delta_s}$$

หรือกล่าวได้ว่า

$$\delta_s = \frac{VL}{AG} \quad \text{.....(2.12)}$$