

วงจร ไฟฟ้าเบื้องต้น (ไฟฟ้ากระแสสลับ)

2

วงจร ไฟฟ้าเบื้องต้น (ไฟฟ้ากระแสสลับ)

2



ฉบับที่ 1

หนังสือ วงจรไฟฟ้าเบื้องต้น 2 (รหัส 21041003) ในหลักสูตรระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) ของกรมอาชีวศึกษา พ.ศ. 2538 นี้ มีเนื้อหาสอดคล้องกับวิชาวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ (รหัส ชฟ.1222 และ ชอ. 9231) ของสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล พ.ศ. 2538 ซึ่งผู้เขียนได้เรียบเรียงจากประสบการณ์ในการสอนวิชาวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ และจากคู่มืออ้างอิง เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในหลักการกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ คลื่นรูปไซน์ เฟสและเฟสเซอร์ จำนวนเชิงซ้อนและพารามิเตอร์ต่าง ๆ ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ ที่มีโหลดเป็น R, L และ C รวมทั้งเรื่องกำลังไฟฟ้า และการแก้ตัวประกอบกำลัง จึงเหมาะสมที่จะใช้ประกอบการเรียนการสอนในวิชาดังกล่าว

ผู้เขียนหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะใช้ประกอบการเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพต่อผู้เรียนและสามารถสร้างพื้นฐานความรู้ให้กับผู้เรียนได้เป็นอย่างดี หากมีสิ่งใดที่เป็นจุดบกพร่องจากการพิมพ์หนังสือเล่มนี้ ขอได้โปรดแจ้งที่สำนักพิมพ์หรือที่ผู้เขียนโดยตรง จักเป็นพระคุณยิ่ง

จิระวัฒน์ ใจอ่อนน้อม
สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล
วิทยาเขตนนทบุรี



สารบัญ

บทที่ 1	คลื่นไฟฟ้ากระแสสลับ.....	6
1.1	กำเนิดคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับ.....	6
1.2	นิยาม.....	9
1.3	คลื่นไซน์.....	12
1.4	รูปแบบทั่วไปของแรงดันและกระแสรูปคลื่นไซน์.....	17
1.5	Phase Relations.....	21
1.6	ค่าเฉลี่ย และค่าอาร์เอ็มเอส.....	25
บทที่ 2	องค์ประกอบพื้นฐานและเฟสเซอร์.....	34
2.1	ผลตอบสนองของ R L และ C กับแหล่งจ่ายไฟสลับรูปไซน์.....	34
2.2	ผลตอบสนองของ R L และ C ต่อความถี่.....	42
2.3	กำลังไฟฟ้า และตัวประกอบกำลัง.....	44
2.4	จำนวนเชิงซ้อน.....	50
2.5	เฟสเซอร์.....	66
บทที่ 3	วงจรไฟสลับอนุกรมและขนาน.....	80
3.1	วงจรไฟสลับอนุกรม.....	80
3.2	วงจรไฟสลับขนาน.....	104
3.3	วงจรสมมูล.....	120
บทที่ 4	วงจรโครงข่ายขนานและอนุกรม.....	137
4.1	บทนำ.....	137
4.2	อธิบายด้วยตัวอย่าง.....	137
4.3	โครงข่ายแลตเตอร์.....	147
บทที่ 5	กำลังไฟฟ้า.....	152
5.1	บทนำ.....	152
5.2	วงจรตัวต้านทาน.....	153

5.3	กำลังไฟฟ้าที่ปรากฏ.....	155
5.4	วงจรตัวเหนี่ยวนำและกำลังรีแอกทีฟ.....	156
5.5	วงจรตัวเก็บประจุ.....	159
5.6	สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้า.....	161
5.7	การหาค่ากำลังไฟฟ้ารวม.....	164
5.8	การแก้ตัวประกอบกำลัง.....	170
บทที่ 6	เรโซแนนซ์.....	183
6.1	บทนำ.....	183
6.2	วงจรเรโซแนนซ์อนุกรม.....	184
6.3	ตัวประกอบควอลิตี้.....	186
6.4	ความสัมพันธ์ของ ZT กับความถี่.....	188
6.5	Selectivity ของวงจรเรโซแนนซ์อนุกรม.....	191
6.6	วงจรเรโซแนนซ์ขนาน.....	197
6.7	Selectivity ของวงจรเรโซแนนซ์ขนาน.....	199
6.8	ตัวประกอบควอลิตี้ในวงจรเรโซแนนซ์ขนาน.....	201
6.9	ผลของค่า $Q \geq 10$	202
บทที่ 7	ระบบไฟฟ้าสามเฟส.....	216
7.1	เครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟส.....	216
7.2	การต่อเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแบบวาย.....	218
7.3	ลำดับเฟสของเครื่องกำเนิดแบบวาย.....	221
7.4	เครื่องกำเนิดไฟฟ้าแบบวายต่อกับภาระไฟฟ้าแบบวาย.....	222
7.5	เครื่องกำเนิดไฟฟ้าแบบวายต่อกับภาระไฟฟ้าแบบเดลต้า.....	224
7.6	เครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟสต่อแบบเดลต้า.....	226
7.7	ลำดับเฟสของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่อแบบเดลต้า.....	227
7.8	การต่อเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟสแบบเดลต้า กับภาระไฟฟ้าแบบเดลต้าและแบบวาย.....	228
7.9	กำลังไฟฟ้าในระบบ 3 เฟส.....	230
7.10	การวัดกำลังไฟฟ้าด้วยวัตต์มิเตอร์.....	236
7.11	ระบบไฟฟ้า 3 เฟส 4 สาย ภาระต่อแบบวายไม่สมดุล.....	238
7.12	ระบบไฟฟ้า 3 เฟส 3 สาย ภาระต่อแบบวายไม่สมดุล.....	239
ภาคผนวก.....		247
1.1	การแปลงจำนวนเชิงซ้อนเชิงขั้วและจำนวนเชิงซ้อนรูปแกนมุมฉาก.....	248
1.2	การคำนวณค่ากำลังไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ.....	250
1.3	การวิเคราะห์ค่ากำลังไฟฟ้าในระบบ 3 เฟสที่มีภาระไฟฟ้าแบบเดลต้าและแบบวาย.....	252

ไฟฟ้าเบื้องต้น

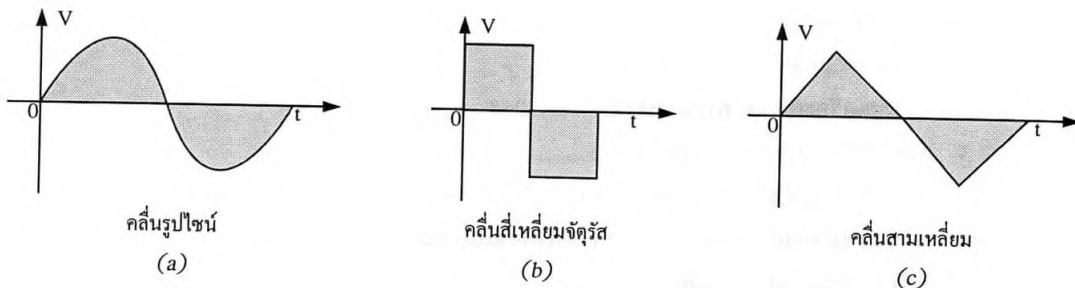
1

คลื่นไฟฟ้ากระแสสลับ

1.1 กำเนิดคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับ

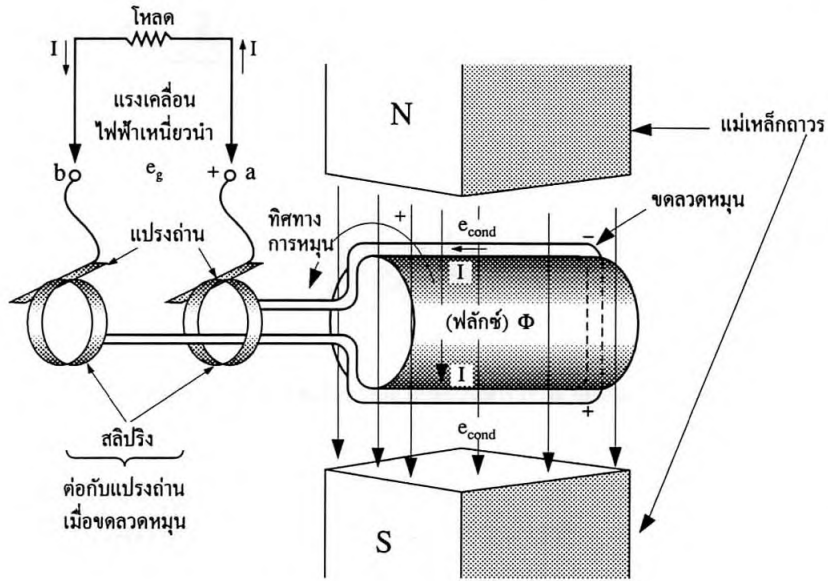
คลื่นไฟฟ้ากระแสสลับ

คลื่นไฟฟ้ากระแสสลับ คือ คลื่นของแรงดันไฟฟ้าหรือกระแสไฟฟ้าที่ปรากฏทั้งในครึ่งวัฏจักรบวก และในครึ่งวัฏจักรลบ คลื่นไฟฟ้ากระแสสลับใช้อักษรย่อว่า “AC” หรือ “Alternating Current” ลักษณะคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับมีหลายแบบดังรูป 1.1 (a) คลื่นรูปไซน์ (b) คลื่นสี่เหลี่ยมจัตุรัส และ (c) คลื่นสามเหลี่ยม



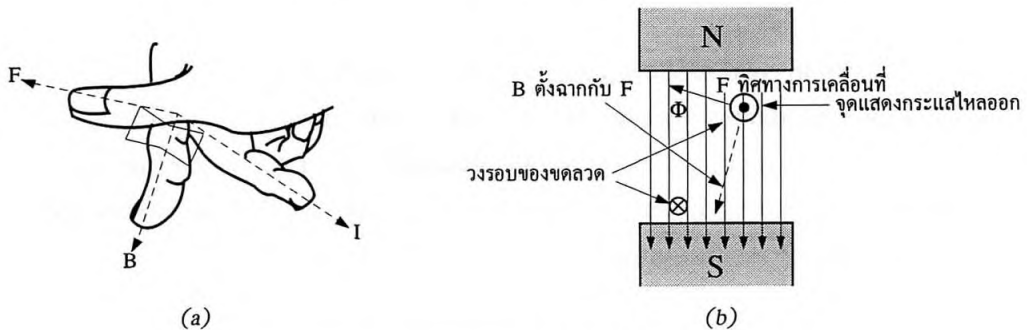
รูป 1.1 แสดงลักษณะของคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับแบบต่าง ๆ

หลักการเกี่ยวกับการกำเนิดแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำนั้น เกิดมาจากการวางขดลวดตัวนำให้เคลื่อนที่หรือหมุนอยู่ในสนามแม่เหล็ก จะได้แรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่ปลายทั้งสองของขดลวดตัวนำ และค่าของกระแสและแรงดันไฟฟ้าที่ได้รับจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับนั้น จะมีค่าเท่ากับค่าของฟังก์ชันไซน์ที่มุมของขดลวดตัวนำหมุนตัดกับสนามแม่เหล็ก ค่าของแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับจะเกิดขึ้นมากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับตำแหน่งของขดลวดตัวนำขณะหมุนตัดกับเส้นแรงแม่เหล็กในสนามแม่เหล็กนั้น ถ้าทิศทางการเคลื่อนที่ของขดลวดตัวนำตั้งฉากกับเส้นแรงแม่เหล็ก แรงดันไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจะมีค่าสูงสุดและจะมีค่าน้อยลงเมื่อทิศทางการเคลื่อนที่ของขดลวดตัวนำตัดกับเส้นแรงแม่เหล็กในมุมน้อยกว่า 90° และจะมีค่าเป็นศูนย์เมื่อขดลวดตัวนำวางขนานกับเส้นแรงแม่เหล็ก ดังรูป 1.2



รูป 1.2 โครงสร้างของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

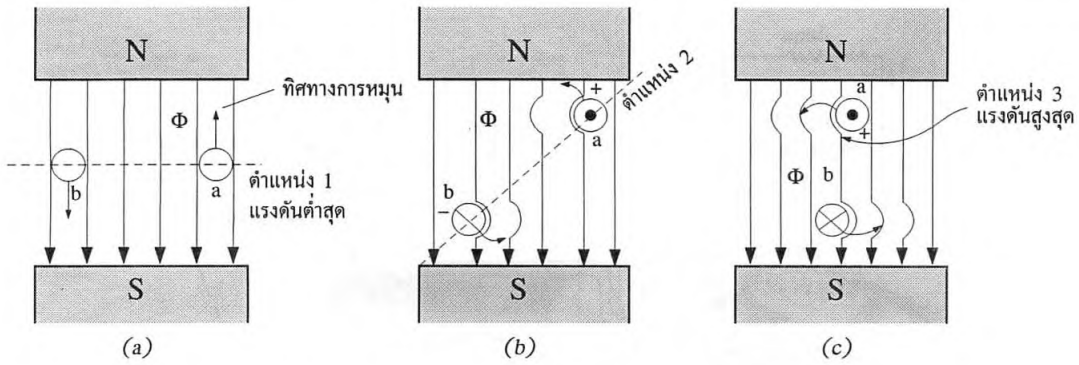
การกำเนิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำนั้นเป็นไปตามกฎมือขวา (Right-hand rule) โดยนิ้วหัวแม่มือแทนทิศทางการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้นกับตัวนำ (F) นิ้วชี้แทนทิศทางการเคลื่อนที่ของเส้นแรงแม่เหล็ก (B) และนิ้วกลางแทนทิศทางการเคลื่อนที่ของกระแสไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากการเหนี่ยวนำ (I) ดังรูป 1.3



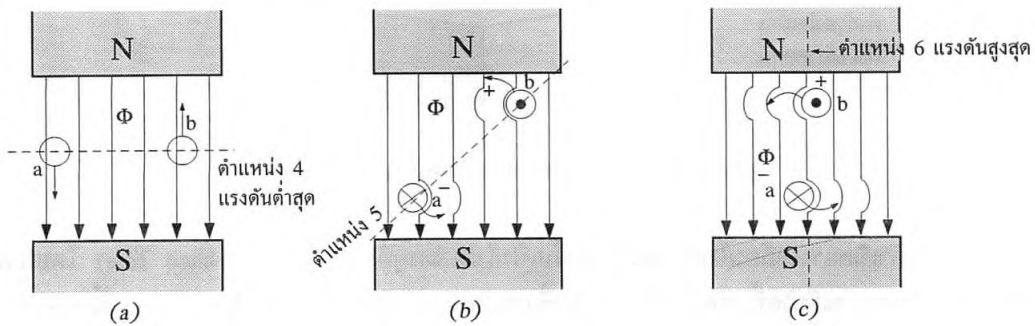
รูป 1.3 แสดงกฎมือขวาของการกำเนิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

จะเห็นว่าใน 1 วัฏจักร (Cycle) ของการหมุนขดลวดตัวนำ คือหมุนไป 360° ทางกลนั้นจะเกิดรูปคลื่นไซน์ 1 ลูกคลื่นหรือ 1 วัฏจักร ถ้าขดลวดตัวนำนั้นหมุนด้วยความเร็วคงที่ และสภาพของเส้นแรงแม่เหล็กมีความหนาแน่นเท่ากันตลอด รอบพื้นที่ของการตัดแรงดันไฟฟ้าสลับรูปคลื่นไซน์ที่ได้จะมีค่าคงที่ และถ้ามีการหมุนของขดลวดต่อเนื่องตลอดไป จะทำให้เกิดจำนวนรอบของแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำต่อเนื่องกันไป นั่นคือการเกิดแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ (Alternating current voltage)

ลำดับขั้นการหมุนของตัวนำในครึ่งวัฏจักรด้านบวกแสดงตามลำดับในรูป 1.4 (a), (b), (c) และในครึ่งวัฏจักรด้านลบของรูปคลื่นไซน์แสดงตามลำดับในรูป 1.5 (a), (b), (c)

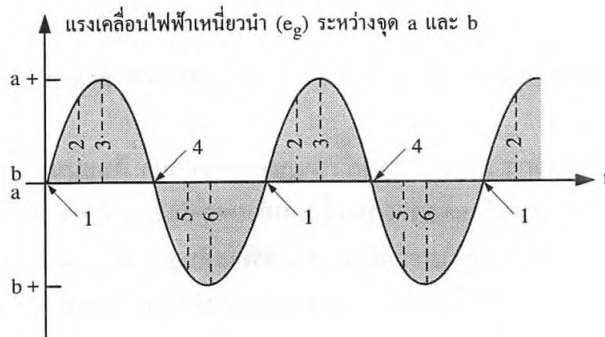


รูป 1.4 แสดงลำดับการหมุนของลวดตัวนำในเครื่องจักรด้านบวก



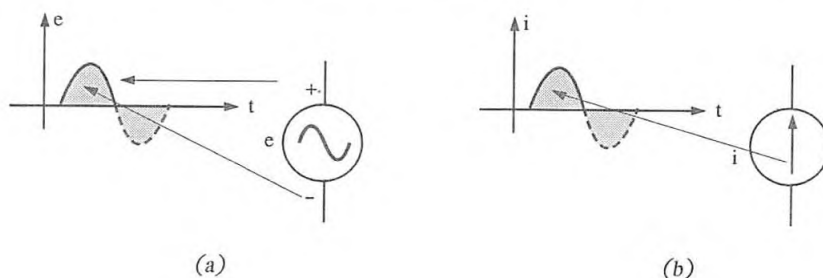
รูป 1.5 แสดงลำดับการหมุนของลวดตัวนำในเครื่องจักรด้านลบ

จากลำดับขั้นตอนการทำงานดังแสดงในรูป 1.4 และ 1.5 จะเป็นผลให้เกิดแรงดันรูปคลื่นไซน์ดังแสดงในรูป 1.6 ตำแหน่งที่ 1 ในรูปเกิดจากขั้นตอนในรูป 1.4 (a) ตำแหน่งที่ 2 เกิดจากการหมุนในรูป 1.4 (b) และตำแหน่งที่ 3 เกิดจากการหมุนของตัวนำตั้งฉากกับเส้นแรงแม่เหล็กในรูป 1.4 (c) สำหรับเครื่องจักรกลับในรูป 1.6 เกิดจากลำดับขั้นตอนการหมุนของตัวนำในรูป 1.5 (a), (b) และ (c) ตามลำดับ และในวัฏจักรต่อไป ๆ ไปยังคงเกิดการดำเนินงานดังกล่าวต่อเนื่องตลอดไป



รูป 1.6 แสดงรูปคลื่นไซน์ที่ได้จากการเหนี่ยวนำของเครื่องกำเนิดในรูป 1.2

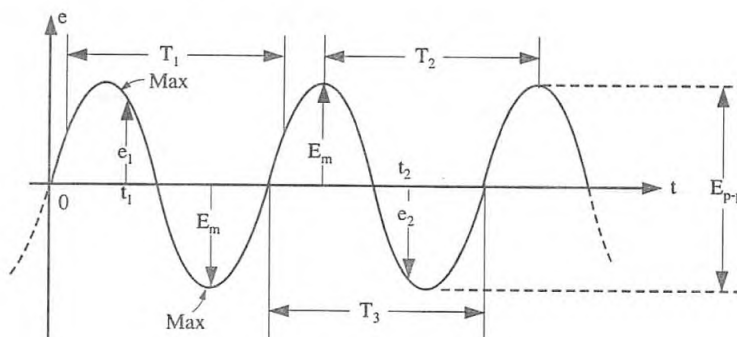
ในการศึกษาวิชาวงจรไฟฟ้ากระแสสลับนั้น ต้องมีการกำหนดสัญลักษณ์ของแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าและแหล่งจ่ายกระแสไฟฟ้ากระแสสลับขึ้นดังแสดงในรูป 1.7 (a) และ (b) เมื่อ (a) คือสัญลักษณ์ของแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับ และ (b) คือสัญลักษณ์ของแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับ



รูป 1.7 สัญลักษณ์ของแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับที่ใช้ในวงจรไฟฟ้า

1.2 นิยาม

นิยามที่กำหนดสำหรับความหมายของเทอมต่าง ๆ ที่ใช้เรียกเกี่ยวกับรูปคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับที่แสดงในรูป 1.8 มีความหมายที่สำคัญดังต่อไปนี้



รูป 1.8 รูปคลื่นไซน์

Instantaneous Value หมายถึง ขนาดของรูปคลื่นชั่วขณะที่เวลาใด ๆ ใช้ตัวอักษรตัวเขียนเล็กเป็นตัวกำหนด เช่น e_1 , e_2 หมายถึง ขนาดของแรงดัน e ที่เวลา t_1 เป็นต้น

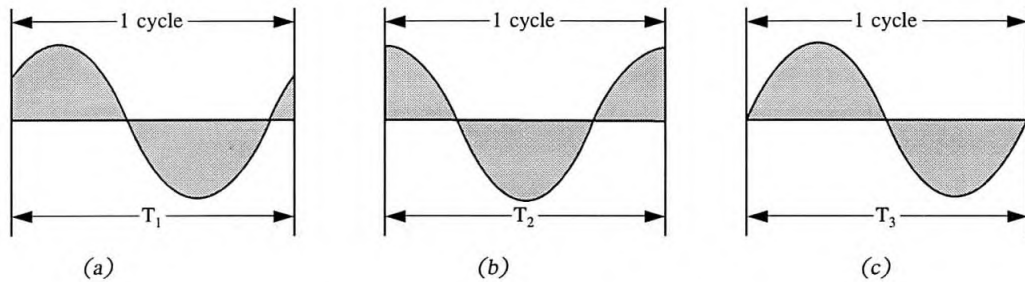
Amplitude หรือ Peak Value หมายถึง ค่าสูงสุดของรูปคลื่น ใช้ตัวอักษรตัวพิมพ์ใหญ่เขียนแทน เช่น E_m หรือ V_m เป็นต้น

Peak to Peak Value หมายถึง ค่าสูงสุดของรูปคลื่นจากด้านบวกถึงด้านลบ ใช้ตัวอักษร E_{p-p} หรือ V_{p-p} แทน เป็นต้น

Periodic Waveform หมายถึง รูปคลื่นที่เกิดต่อเนื่องหลาย ๆ คาบเวลา (เช่นในรูป 1.8)

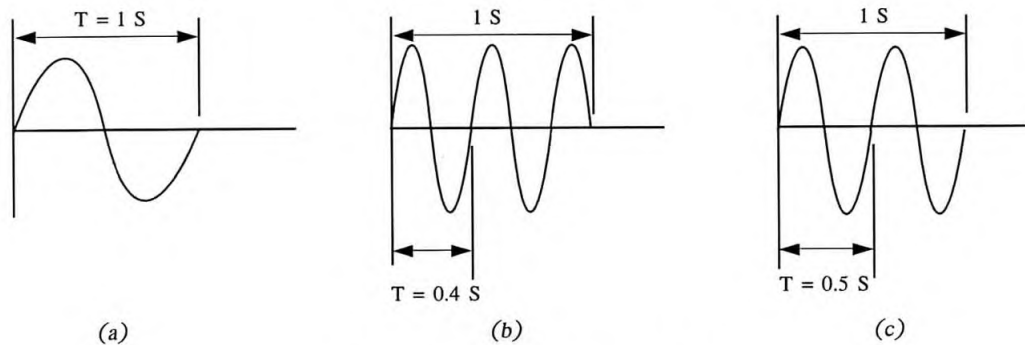
Period (T) หมายถึง คาบเวลาของ Periodic Waveform 1 วัฏจักร จากรูป 1.8 T คือ T หรือ T_2 หรือ T_3

Cycle หมายถึง วัฏจักรของการกำเนิดรูปคลื่น 1 รอบ จากรูป 1.8 สามารถกำหนดวัฏจักรได้ คือในช่วงคาบเวลา (T) เช่น ช่วงคาบเวลา T_1 หรือช่วงคาบเวลา T_2 หรือช่วงคาบเวลา T_3 ดังแสดงความแตกต่างให้เห็นชัดเจนในรูป 1.9 (a), (b) และ (c)



รูป 1.9 แสดงคาบเวลา (T) 1 วัฏจักร ในลักษณะที่แตกต่างกัน

Frequency (f) หมายถึง ความถี่ของรูปคลื่นไฟฟ้าสลับ หรือจำนวนวัฏจักรของรูปคลื่นต่อเวลา 1 วินาที ดังรูป 1.10 (a) เรียกว่ามีความถี่ = 1 วัฏจักรต่อวินาที หรือรูป 1.10 (b) มีความถี่ = $2\frac{1}{2}$ วัฏจักรต่อวินาที หรือรูป 1.10 (c) มีความถี่ = 2 วัฏจักรต่อวินาที เป็นต้น หน่วยของความถี่คือ เฮิรตซ์ (Hertz Hz)



รูป 1.10 แสดงความถี่ต่าง ๆ ของรูปคลื่นไซน์

$$1 \text{ Hz} = 1 \text{ Cycle per second (c/s)}$$

$$1 \text{ เฮิรตซ์} = 1 \text{ วัฏจักรต่อวินาที}$$

....(1.1)

ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ (f) และคาบเวลา (T) มีความสัมพันธ์กันดังสมการ (1.2), (1.3)

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \text{Hz}$$

$$T = \text{seconds (S)}$$

....(1.2)

หรือ

$$T = \frac{1}{f}$$

....(1.3)

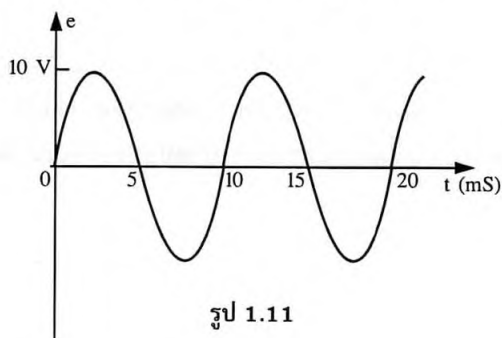
ตัวอย่าง 1.1 จงหาคาบเวลา (T) ของรูปคลื่นที่มีความถี่ 60 Hz และ 1,000 Hz

วิธีทำ

a. $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60} = 0.01667 \text{ S หรือ } 16.67 \text{ mS}$

b. $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1000} = 10^{-3} \text{ S} = 1 \text{ mS}$

ตัวอย่าง 1.2 จงคำนวณหาค่าความถี่ (f) ของรูปคลื่นไซน์ในรูป 1.11

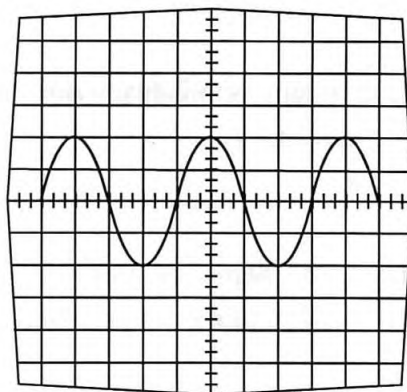


วิธีทำ

จากรูป 1.11 ได้ค่าคาบเวลา (T) = 10 mS

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10 \times 10^{-3}} = 100 \text{ Hz}$$

ตัวอย่าง 1.3 ภาพบนจอออสซิลโลสโคป ปรากฏดังแสดงในรูป 1.12 จงหาค่าของคาบเวลา (T) ความถี่ (f) และค่าแรงดันสูงสุด (V_m) ของรูปคลื่นดังกล่าว



Vertical sensitivity = 0.1 V/cm

Horizontal sensitivity = 50 μ S/cm

รูป 1.12

วิธีทำ จากรูป 1.12 1 วัฏจักร = 4 cm

ดังนั้น $T = 4(50 \mu\text{S}) = 200 \mu\text{S}$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{200 \times 10^{-6}} = 5 \text{ kHz}$$

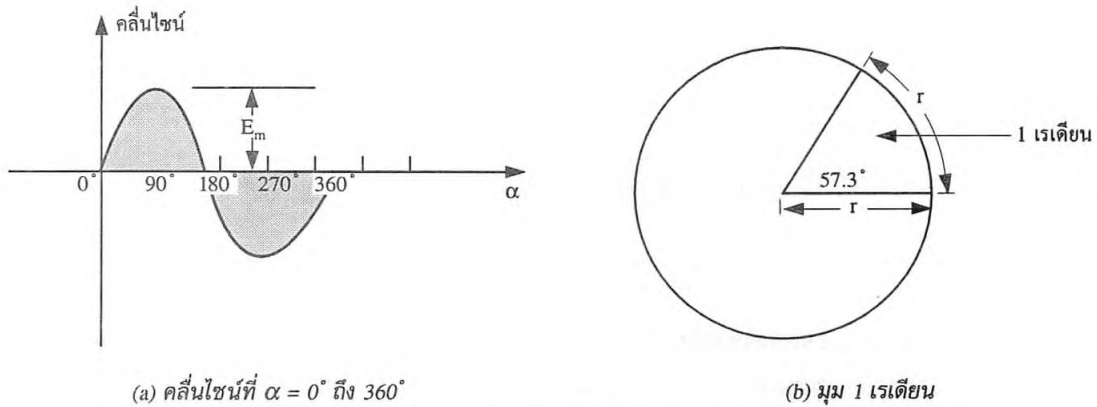
จากรูป 1.12 บนแกนตั้งมีความสูงของรูปคลื่น 2 cm

ดังนั้น $V_m = 2(0.1) = 0.2 \text{ V}$

1.3 คลื่นไซน์

ใน 1 วัฏจักรของรูปคลื่นไซน์เกิดจากการหมุนของตัวนำ 1 รอบ หรือ 360° ดังนั้นรูปคลื่นไซน์จึงปรากฏค่าสูงสุด (E_m) ทางด้านบวกที่มุม 90° และทางด้านลบที่มุม 270° เช่นเดียวกัน จุดที่แรงดันชั่วขณะของรูปคลื่นไซน์มีค่าเป็นศูนย์คือ จุดที่ตัวนำหมุนทำมุม 0° 180° และ 360° ดังรูป 1.13 (a)

ยังมีหน่วยของการวัดมุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลม (รอบการหมุน) ที่ใช้กันมากในวงจรไฟฟ้าอีกหน่วยหนึ่งคือ เรเดียน (Radian) หรือย่อว่า "rad" มุม 1 เรเดียนมีค่าเท่ากับ 57.3 ดังรูป 1.13 (b) มุม 1 เรเดียน หมายถึง มุมที่รองรับเส้นรอบวงที่มีความยาวเท่ากับรัศมีของวงกลมนั้นดังรูป 1.13 (b)



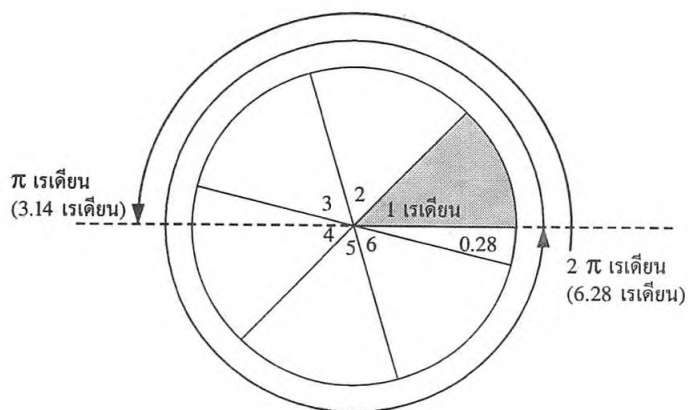
รูป 1.13 แสดงคลื่นไซน์ และการกำหนดมุมเรเดียน

เมื่อกำหนดให้ X คือ จำนวนรัศมี (r) ในรอบวงกลม 1 รอบที่มีเส้นรอบวงเท่ากับ 2π ดังนั้น

$$C = 2\pi r = X r$$

หรือ
$$X = 2\pi$$

นั่นคือ 2π เรเดียน จะเกิดขึ้นในวงกลมรอบ 360° ดังรูป 1.14 จะเห็นว่าใน 1 รอบวงกลมเมื่อแบ่งมุมในหน่วยเรเดียนจะได้เท่ากับ 2π เรเดียน หรือ 6.28 เรเดียน (เมื่อ $\pi = 3.14$ เรเดียน)



รูป 1.14

จากรูป 1.14 จะได้ว่า

$$2\pi \text{ เรเดียน} = 360^\circ$$

....(1.4)

$$1 \text{ เรเดียน} \cong 57.3^\circ$$

....(1.5)

ค่าคงที่ π มีค่าเท่ากับ

$$\pi = 3.14159 \ 26535 \ 89793 \ 23846 \ 26433...$$

ในทางปฏิบัติจะกำหนดให้ค่าคงที่ π เป็นดังสมการ (1.6)

$$\pi = 3.14$$

....(1.6)

การแปลงหน่วยระหว่างองศา (Degrees) กับเรเดียน (radians) เป็นไปดังสมการ (1.7) และ (1.8)

$$\text{Radians} = \left(\frac{\pi}{180^\circ} \right) \times (\text{degrees})$$

....(1.7)

$$\text{Degrees} = \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) \times (\text{radians})$$

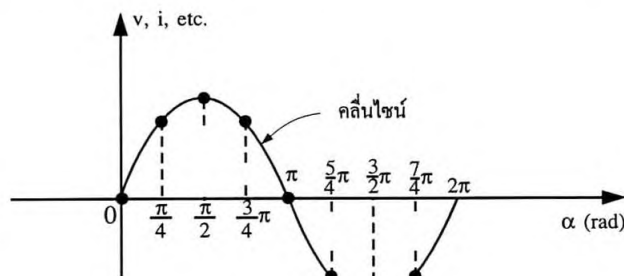
....(1.8)

ตัวอย่าง 1.4 จงแปลงมุม 90° และ 30° เป็นเรเดียน และแปลงมุม $\frac{\pi}{3}$ $\frac{3\pi}{2}$ เรเดียนเป็นองศา

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 90^\circ \text{ Radians} &= \frac{\pi}{180^\circ} (90^\circ) = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \\
 30^\circ \text{ Radians} &= \frac{\pi}{180^\circ} (30^\circ) = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \\
 \frac{\pi}{3} \text{ Degrees} &= \frac{180^\circ}{\pi} \left(\frac{\pi}{3} \right) = 60^\circ \\
 \frac{3\pi}{2} \text{ Degrees} &= \frac{180^\circ}{\pi} \left(\frac{3\pi}{2} \right) = 270^\circ
 \end{aligned}$$

ดังนั้นรูปคลื่นไซน์เมื่อเขียนในแกนมุมเรเดียน ($\alpha(\text{rad})$) จะเขียนได้ดังรูป 1.15 เมื่อ $\pi = 180^\circ$ และ $2\pi = 360^\circ$



รูป 1.15 แสดงคลื่นไซน์ในมุมระหว่าง $0-2\pi$ (rad)

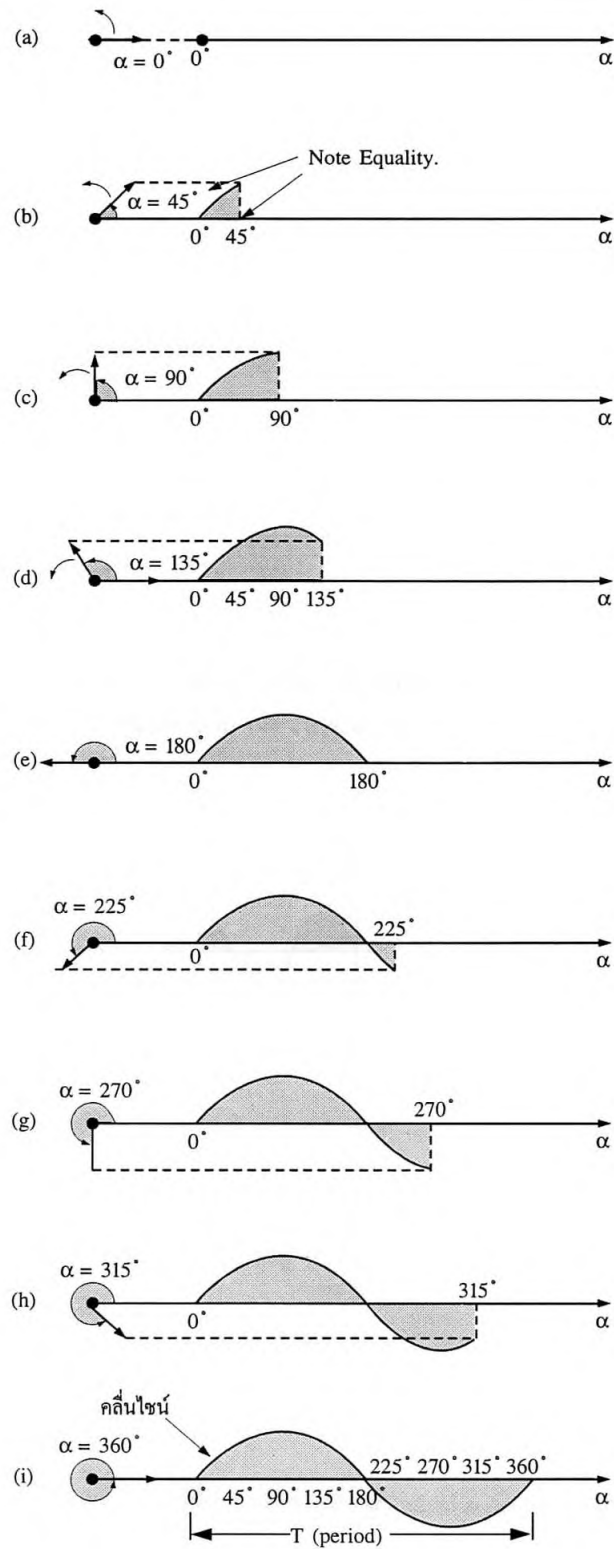
การหมุนของเวกเตอร์รอบจุดเป็นวงกลม ตั้งแต่มุม $\alpha = 0^\circ$ จนถึง $\alpha = 360^\circ$ ตามลำดับ เรียกว่า Angular velocity จะมีค่าเท่ากับสมการ (1.9)

$$\text{Angular velocity} = \frac{\text{distance (degrees or radians)}}{\text{time (seconds)}} \quad \dots(1.9)$$

เมื่อกำหนดให้ Angular velocity แทนด้วยอักษรกรีกโอเมก้า (ω) ดังนั้นจึงมีค่าเท่ากับสมการ (1.10)

$$\omega = \frac{\alpha}{t} \quad \dots(1.10)$$

เมื่อพิจารณารูป 1.16 จะเห็นว่าการหมุนของเวกเตอร์รอบจุดเป็นมุม 0 ถึง 360 จะทำให้เกิดการเปรียบเทียบกันได้กับรูปคลื่นไซน์ 1 วัฏจักรตามลำดับ ดังรูป 1.16 (a), (b), (c), (d), (e), (f), (g), (h) และ (i) เมื่อเวกเตอร์อยู่ที่ 0 จะทับกับแกน α (degrees หรือ radians) และเมื่อเวกเตอร์ค่อย ๆ หมุนจาก $\alpha = 0$ จนถึง $\alpha = 180^\circ$ จะเกิดคลื่นไซน์ครึ่งวัฏจักรบวก ในทำนองเดียวกันเมื่อเวกเตอร์หมุนจาก $\alpha = 180^\circ$ จนถึง $\alpha = 360$ จะเกิดคลื่นไซน์ครึ่งวัฏจักรลบ รวมแล้วใน 1 รอบการหมุนจะเกิดรูปคลื่นไซน์ 1 คาบเวลาเป็นมุมตั้งแต่ 0° ถึง 360° หรือ 0 rad ถึง $2\pi \text{ rad}$



รูป 1.16 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างเวกเตอร์ที่หมุนรอบจุดเป็นมุม 0° ถึง 360° กับคลื่นไซน์ที่ปรากฏ 1 วัฏจักร

เมื่อ ω มีค่าเท่ากับ rad/second ดังนั้นมุม α จึงมีค่าดังสมการ (1.11)

$$\alpha = \omega t$$

....(1.11)

จากรูป 1.16 คาบเวลาที่จะทำให้คลื่นไซน์ปรากฏสมบูรณ์ใน 1 วัฏจักรคือ (T) ในหน่วยเรเดียน α จะมีค่าเท่ากับ 2π ดังนั้นค่า ω จึงเป็นไปดังสมการ (1.12)

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

(rad/S)

....(1.12)

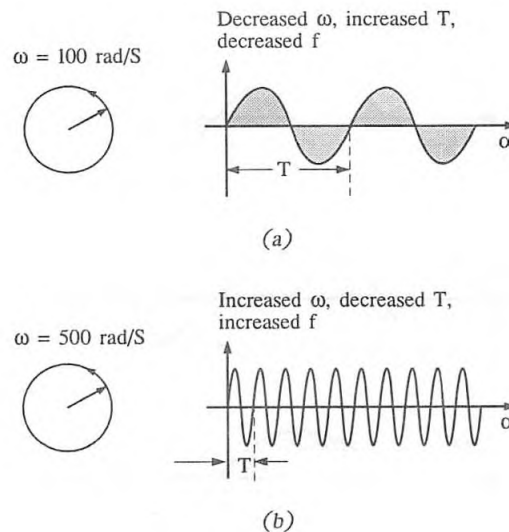
แต่ความถี่ (f) = $\frac{1}{T}$ ดังนั้นสมการของ ω จึงเปลี่ยนแปลงไปดังสมการ (1.13)

$$\omega = 2\pi f$$

(rad/S)

....(1.13)

เมื่อเปรียบเทียบค่าของ ω กับรูปคลื่นไซน์ที่เกิดขึ้นเมื่อค่า ω ไม่เท่ากัน เช่น $\omega = 100$ rad/S และ $\omega = 500$ rad/S ดังรูป 1.17 (a) และ (b) จะพบว่าค่า ω สูงจะมีค่าความถี่สูง และถ้า ω มีค่าต่ำ ค่าความถี่จะต่ำลงเช่นกัน



รูป 1.17 แสดงการเปรียบเทียบคลื่นไซน์ที่ค่า ω แตกต่างกัน

ตัวอย่าง 1.5 จงหาค่าของ Angular velocity (w) ของคลื่นไซน์ที่มีความถี่เท่ากับ 60 Hz

วิธีทำ

$$\omega = 2\pi f = (6.28)(60) \cong 377 \text{ rad/S}$$

ตัวอย่าง 1.6 จงหาค่าของความถี่ (f) และคาบเวลา (T) ของคลื่นไซน์ในรูป 1.17 (b)

วิธีทำ กำหนดให้

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{500} = \frac{6.28}{500} = 12.56 \text{ mS}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{12.56 \times 10^{-3}} = 79.62 \text{ Hz}$$

ตัวอย่าง 1.7 กำหนดให้ $\omega = 200 \text{ rad/S}$ จงหาระยะเวลา (t) ที่ทำให้รูปคลื่นไซน์กำเนิดได้ถึงมุม $\alpha = 90^\circ$

วิธีทำ

$$\alpha = \omega t$$

$$t = \frac{\alpha}{\omega}$$

แต่

$$\alpha = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

ดังนั้น

$$t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\pi/2}{200} = \frac{\pi}{400} = \frac{3.14}{400} = 7.85 \text{ mS}$$

ตัวอย่าง 1.8 จงหาค่ามุม (α) ของคลื่นไซน์ เมื่อรูปคลื่นไซน์มีความถี่ (f) = 60 Hz และกำเนิดมาเป็นเวลา (t) = 5 mS

วิธีทำ

$$\alpha = \omega t$$

$$\alpha = 2\pi ft = (6.28)(60)(5 \times 10^{-3}) = 1.884 \text{ rad}$$

หรือ

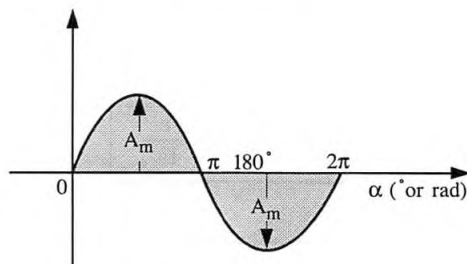
$$\alpha (^\circ) = \frac{180^\circ}{\pi} (1.884) = 108^\circ$$

1.4 รูปแบบทั่วไปของแรงดันและกระแสรูปคลื่นไซน์

เมื่อกำหนดให้คลื่นไซน์ดังแสดงในรูป 1.18 สมการพื้นฐานของคลื่นไซน์คือ

$$A_m \sin \alpha$$

....(1.14)



รูป 1.18 แสดงคลื่นไซน์ 1 วัฏจักร

เมื่อกำหนดให้ $\alpha = \omega t$ ดังนั้นสมการทางคณิตศาสตร์ของคลื่นไซน์ที่เวลา t ใด ๆ คือ

$$A_m \sin \omega t \quad \dots(1.15)$$

สำหรับกระแสไฟฟ้าที่เป็นคลื่นไซน์ (i) และแรงดันไฟฟ้าที่เป็นคลื่นไซน์ (e) สามารถเขียนสมการทั่วไปได้ดังนี้ คือ

$$i = I_m \sin \omega t = I_m \sin \alpha$$

$$e = E_m \sin \omega t = E_m \sin \alpha$$

เมื่อ

$$i = \text{กระแสไฟฟ้าชั่วขณะที่เวลา } t \text{ ใด ๆ}$$

$$e = \text{แรงดันไฟฟ้าชั่วขณะที่เวลา } t \text{ ใด ๆ}$$

$$I_m = \text{กระแสสูงสุด (Peak)}$$

$$E_m = \text{แรงดันสูงสุด (Peak)}$$

$$\omega = \text{Angular velocity}$$

$$t = \text{เวลา}$$

ตัวอย่าง 1.9 กำหนดให้ $e = 5 \sin \alpha$ จงหาค่าของ e ที่ $\alpha = 40^\circ$ และ e ที่ $\alpha = 0.8 \pi$

วิธีทำ

$$\alpha = 40^\circ$$

$$e = 5 \sin 40^\circ = 5(0.6428) = 3.214 \text{ V}$$

$$\alpha = 0.8 \pi$$

$$\alpha (^\circ) = \frac{180^\circ}{\pi} (0.8\pi) = 144^\circ$$

$$e = 5 \sin 144^\circ = 5(0.5878) = 2.939 \text{ V}$$

ในทำนองเดียวกันสามารถหาค่ามุม (α) ได้จากค่าของแรงดันและกระแสไฟฟ้า ดังสมการ (1.16) และ (1.17)

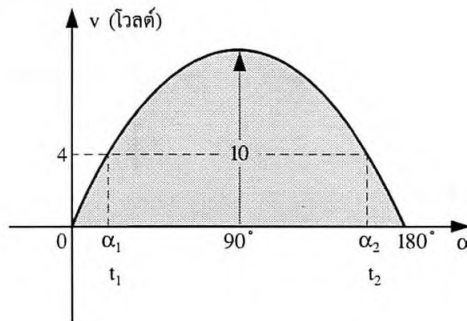
$$e = E_m \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{e}{E_m}$$

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{e}{E_m} \quad \dots(1.16)$$

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{i}{I_m} \quad \dots(1.17)$$

ตัวอย่าง 1.10 จากรูปคลื่นไซน์ครึ่งวัฏจักรบวกที่แสดงในรูป 1.19 กำหนดให้สมการ $v = 10 \sin 377t$
 จงหาค่าของ (a) มุม α_1 และ α_2
 (b) เวลา t_1 และ t_2



รูป 1.19

วิธีทำ

$$(a) \alpha_1 = \sin^{-1} \frac{e}{E_m} = \sin^{-1} \frac{4}{10} = \sin^{-1} 0.4 = 23.578^\circ$$

จากรูป 1.19 ที่แรงดัน $v = 4$ V จะปรากฏ 2 ตำแหน่งคือ ที่ตำแหน่ง α_1 และ α_2 ดังนั้น

$$\alpha_2 = 180^\circ - 23.578^\circ = 156.422^\circ$$

(b) เมื่อ $\alpha = \omega t$ และ $t = \frac{\alpha}{\omega}$ (α มีหน่วยเป็น rad) ดังนั้น

$$\alpha(\text{rad}) = \frac{\pi}{180^\circ} (23.578^\circ) = 0.411 \text{ rad}$$

$$t_1 = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{0.411}{377} = 1.09 \text{ ms}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6.28}{377} = 16.66 \text{ ms}$$

$$\frac{T}{2} = \frac{16.66 \text{ ms}}{2} = 8.33 \text{ ms}$$

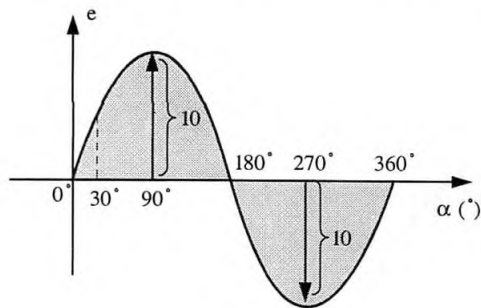
$$t_2 = \frac{T}{2} - t_1 = (8.33 - 1.09) \text{ ms} = 7.24 \text{ ms}$$

ตัวอย่าง 1.11 จงสเก็ตช์ภาพคลื่นไซน์ตามสมการแรงดัน $e = 10 \sin 314t$ โดยสเก็ตช์ 3 ลักษณะดังนี้

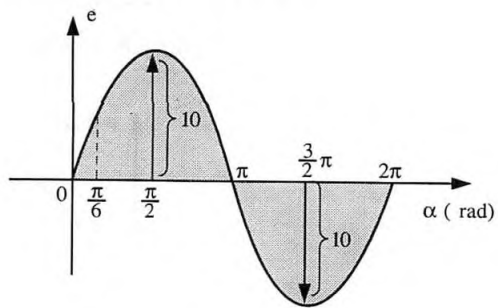
- กำหนด α หน่วย (degree)
- กำหนด α หน่วย (rad)
- กำหนดเวลา (t) หน่วย (seconds)

วิธีทำ

(a) สเก็ตซ์ภาพเมื่อแกน α หน่วยเป็น (degrees) ได้ดังรูป 1.20 (a)



(a) α (degrees)



(b) α (rad)

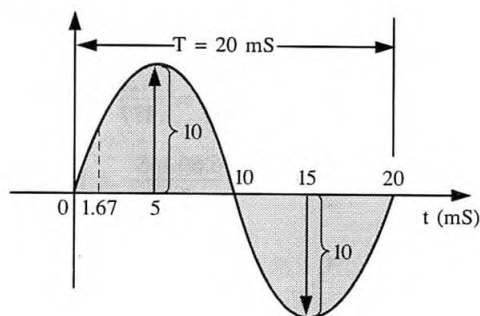
รูป 1.20

(b) สเก็ตซ์ภาพเมื่อแกน α หน่วยเป็น (rad) ได้ดังรูป 1.20 (b)

(c) สเก็ตซ์ภาพในแกนเวลา (t) ต้องคำนวณหาค่า t ในช่วงมุม (α) ต่าง ๆ กันดังนี้

$$\begin{aligned} \alpha &= 360^\circ & T &= \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6.28}{314} = 20 \text{ mS} \\ \alpha &= 180^\circ & \frac{T}{2} &= \frac{20}{2} \times 10^{-3} = 10 \text{ mS} \\ \alpha &= 90^\circ & \frac{T}{4} &= \frac{20}{4} \times 10^{-3} = 5 \text{ mS} \\ \alpha &= 30^\circ & \frac{T}{12} &= \frac{20}{12} \times 10^{-3} = 1.67 \text{ mS} \end{aligned}$$

สเก็ตซ์ภาพได้ดังรูป 1.21



รูป 1.21 t (Seconds)

ตัวอย่าง 1.12 กำหนดให้ $i = 6 \times 10^{-3} \sin 1000t$, จงหาค่าของ i ที่เวลา $t = 2 \text{ mS}$

วิธีทำ

$$\alpha = \omega t = 1000t = 1000 (2 \times 10^{-3}) = 2 \text{ rad}$$

$$\alpha() = \frac{180^\circ}{\pi} (2) = 114.59^\circ$$

$$i = 6 \times 10^{-3} \sin 114.59^\circ = (6 \times 10^{-3}) (0.9093) = 5.46 \text{ mA}$$

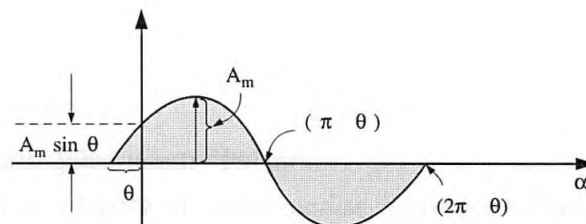
1.5 Phase Relations

รูปคลื่นไซน์เมื่อเริ่มจากแกน α ที่มุม $\alpha = 0$ ค่าสูงสุดของคลื่นไซน์จะปรากฏที่ $\alpha = \frac{\pi}{2}$ และ $\frac{3\pi}{2}$ ในทำนองเดียวกัน ค่าต่ำสุดของคลื่นไซน์ (เท่ากับศูนย์) จะปรากฏที่ $\alpha = 0, \pi$ และ 2π ดังแสดงในรูป 1.20 (b) ถ้าปรากฏว่ารูปคลื่นเลื่อนจากจุดศูนย์ (0) ไปทางซ้ายหรือทางขวา สมการของรูปคลื่นนั้นจะเป็นดังสมการ (1.18)

$$A_m \sin (\omega t \pm \theta) \quad \dots(1.18)$$

เมื่อ θ คือมุมในหน่วยระหว่างองศาหรือเรเดียนที่รูปคลื่นเลื่อนไป ถ้ารูปคลื่นเลื่อนไปทางซ้าย (เกิดก่อนมุม 0°) ดังรูป 1.22 สมการ (1.18) จะเปลี่ยนไปดังสมการ (1.19)

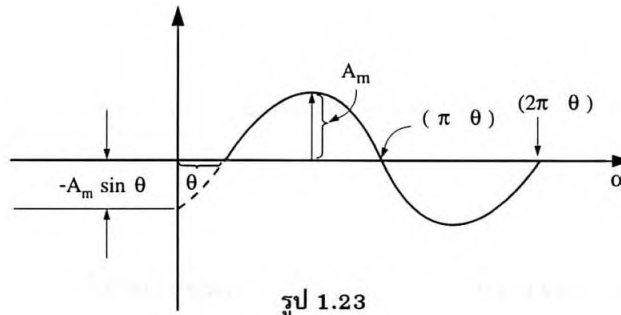
$$A_m \sin (\omega t + \theta) \quad \dots(1.19)$$



รูป 1.22

ในทำนองเดียวกันเมื่อรูปคลื่นเลื่อนไปทางขวา (เกิดหลังมุม 0°) ดังรูป 1.23 สมการ (1.18) จะเปลี่ยนไปดังสมการ (1.20) จะสังเกตเห็นว่าค่าของมุม θ จะเป็น $(-)$

$$A_m \sin (\omega t - \theta) \quad \dots(1.20)$$

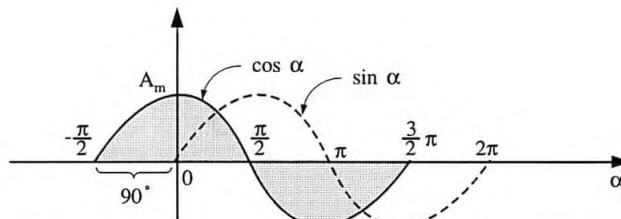


รูป 1.23

ถ้ารูปคลื่นไซน์เกิดก่อนมุม 0 ไปทางซ้ายเท่ากับ 90° ($\theta = 90^\circ$) ดังรูป 1.24 เราเรียกคลื่นนี้ว่า คลื่นโคไซน์ (Cosine wave) สมการเป็นดังสมการ (1.21) และ (1.22)

$$\sin(\omega t + 90^\circ) = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \omega t \quad \dots(1.21)$$

$$\sin \omega t = \cos(\omega t - 90^\circ) = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad \dots(1.22)$$



รูป 1.24

รูปคลื่นที่เกิดก่อนมุม $\alpha = 0$ เรียกว่าคลื่นนำหน้า (Lead) จะมีมุมเป็นบวก ($+\theta$) และรูปคลื่นที่เกิดหลังมุม $\alpha = 0$ เรียกว่าคลื่นล่าหลัง (Lag) จะมีมุมเป็นลบ ($-\theta$) จากรูป 1.24 จะเห็นว่าคลื่นโคไซน์จะนำหน้าคลื่นไซน์เป็นมุม $90^\circ (+90^\circ)$ หรือคลื่นไซน์จะล่าหลังคลื่นโคไซน์เป็นมุม $90^\circ (-90^\circ)$ การนำหน้าหรือล่าหลังของรูปคลื่นอาจเรียกว่า ออกจากเฟส (Out of phase) เช่น ออกจากเฟส 90 เป็นต้น สำหรับรูปคลื่น 2 รูปคลื่นที่เกิดพร้อมกันที่มุม α ใด ๆ เรียกว่าคลื่นทั้งสองนี้ ร่วมเฟสกัน (In phase) ความสัมพันธ์ดังกล่าวแสดงในเทอมทางคณิตศาสตร์ได้ดังสมการ (1.23)

$$\begin{aligned} \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(-\alpha) &= \cos \alpha \\ -\sin(\alpha) &= \sin(\alpha \pm 180^\circ) \\ -\cos(\alpha) &= \cos(\alpha \pm 180^\circ) \end{aligned} \quad \dots(1.23)$$

ถ้าคลื่นแรงดันไซน์มีสมการเป็น

$$e = -E_m \sin \omega t$$

เครื่องหมายลบแสดงว่ามูมเป็นลบหรือ

$$e = E_m (-\sin \omega t)$$

$$-\sin \omega t = \sin (\omega t \pm 180^\circ)$$

สมการดังกล่าวสามารถเขียนได้ว่า

$$e = E_m \sin (\omega t \pm 180^\circ)$$

เครื่องหมายลบ () สามารถแทนด้วยการออกจากเฟส 180° ได้ เช่น

$$\begin{aligned} e &= -E_m \sin \omega t = E_m \sin (\omega t + 180^\circ) \\ &= E_m \sin (\omega t - 180^\circ) \end{aligned}$$

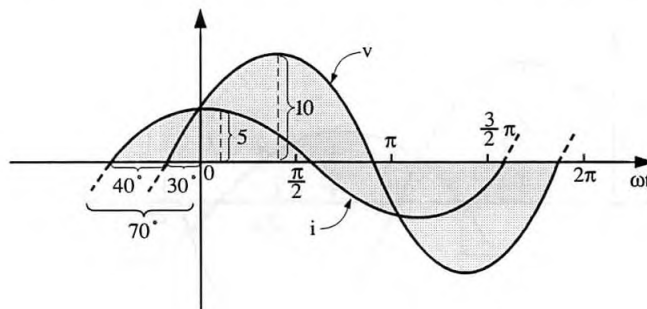
ตัวอย่าง 1.13 จงสเก็ตซ์ภาพรูปคลื่นไซน์ของกระแส (i) และแรงดัน (v) ตามสมการต่าง ๆ ต่อไปนี้เปรียบเทียบ-เทียบกัน และบอกด้วยว่าคลื่นกระแสหรือแรงดันนำหน้าหรือล่าหลังเป็นมูมเท่าไร

- | | |
|---|---|
| (a) $v = 10 \sin (\omega t + 30^\circ)$ | (b) $i = 15 \sin (\omega t + 60^\circ)$ |
| $i = 5 \sin (\omega t + 70^\circ)$ | $v = 10 \sin (\omega t - 20^\circ)$ |
| (c) $i = 2 \cos (\omega t + 10^\circ)$ | (d) $i = -\sin (\omega t + 30^\circ)$ |
| $v = 3 \sin (\omega t - 10^\circ)$ | $v = 2 \sin (\omega t + 10^\circ)$ |
| (e) $i = -2 \cos (\omega t - 60^\circ)$ | |
| $v = 3 \sin (\omega t - 150^\circ)$ | |

วิธีทำ

(a) ดูจากรูปสเก็ตซ์ รูป 1.25

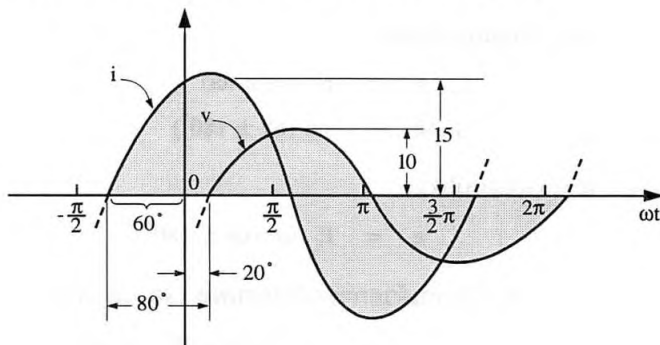
i นำหน้า v เป็นมูม 40° หรือ v ล่าหลัง i เป็นมูม 40°



รูป 1.25

(b) ดูจากรูปสเก็ทซ์ รูป 1.26

i นำหน้า v เป็นมุม 80° หรือ v ล้าหลัง i เป็นมุม 80°

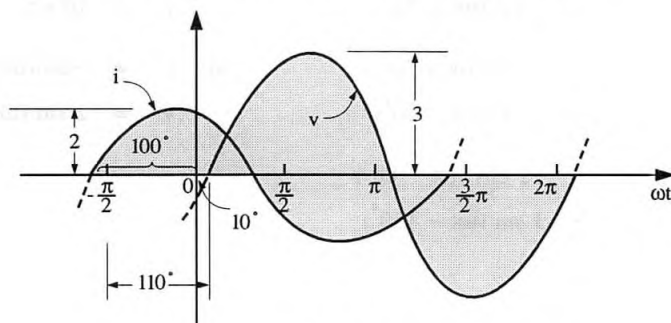


รูป 1.26

(c) ดูจากรูปสเก็ทซ์ รูป 1.27

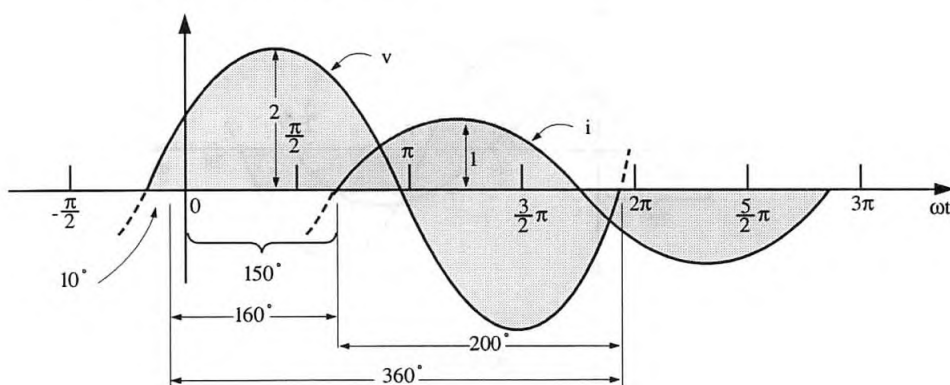
$$\begin{aligned} i &= 2 \cos(\omega t + 10^\circ) = 2 \sin(\omega t + 10^\circ + 90^\circ) \\ &= 2 \sin(\omega t + 100^\circ) \end{aligned}$$

i นำหน้า v เป็นมุม 110° หรือ v ล้าหลัง i เป็นมุม 110°



รูป 1.27

(d) ดูจากรูปสเก็ทซ์ รูป 1.28



รูป 1.28

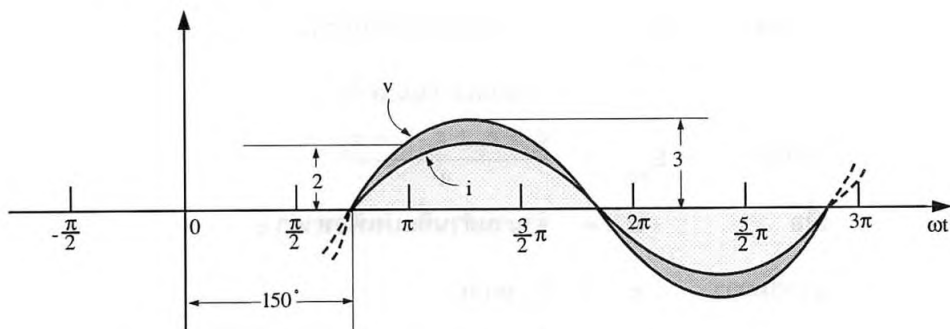
$$\begin{aligned}
 -\sin(\omega t + 30^\circ) &= \sin(\omega t + 30^\circ + 180^\circ) \\
 &= \sin(\omega t + 210^\circ)
 \end{aligned}$$

v นำหน้า i เป็นมุม 160° หรือ i ล้าหลัง v เป็นมุม 160° หรือใช้

$$\begin{aligned}
 -\sin(\omega t + 30^\circ) &= \sin(\omega t + 30^\circ + 180^\circ) \\
 &= \sin(\omega t + 210^\circ)
 \end{aligned}$$

i นำหน้า v เป็นมุม 200° หรือ v ล้าหลัง i เป็นมุม 200°

(e) ดูรูปสเก็ตรูป 1.29



รูป 1.29

$$\begin{aligned}
 i &= -2 \cos(\omega t - 60^\circ) = 2 \cos(\omega t - 60^\circ + 180^\circ) \\
 &= 2 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

อย่างไรก็ตาม

$$\cos \alpha = \sin(\alpha + 90^\circ)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 2 \cos(\omega t + 120^\circ) &= 2 \sin(\omega t + 120^\circ + 90^\circ) \\
 &= 2 \sin(\omega t + 210^\circ)
 \end{aligned}$$

คือ v และ i ร่วมเฟสกัน

1.6 ค่าเฉลี่ย และค่าอาร์เอ็มเอส

ค่าเฉลี่ย (Average value)

ค่าเฉลี่ยของรูปคลื่นไซน์นั้นเราจะพิจารณาเฉพาะด้านใดด้านหนึ่ง คือด้านบวกหรือด้านลบเพียง

- ด้านเดียว เพราะถ้าพิจารณาทั้งวัฏจักรจะได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ดังนั้นค่าเฉลี่ยจึงเป็นปริมาณทางไฟตรง

พิจารณาดังนี้ 0° ถึง 180°