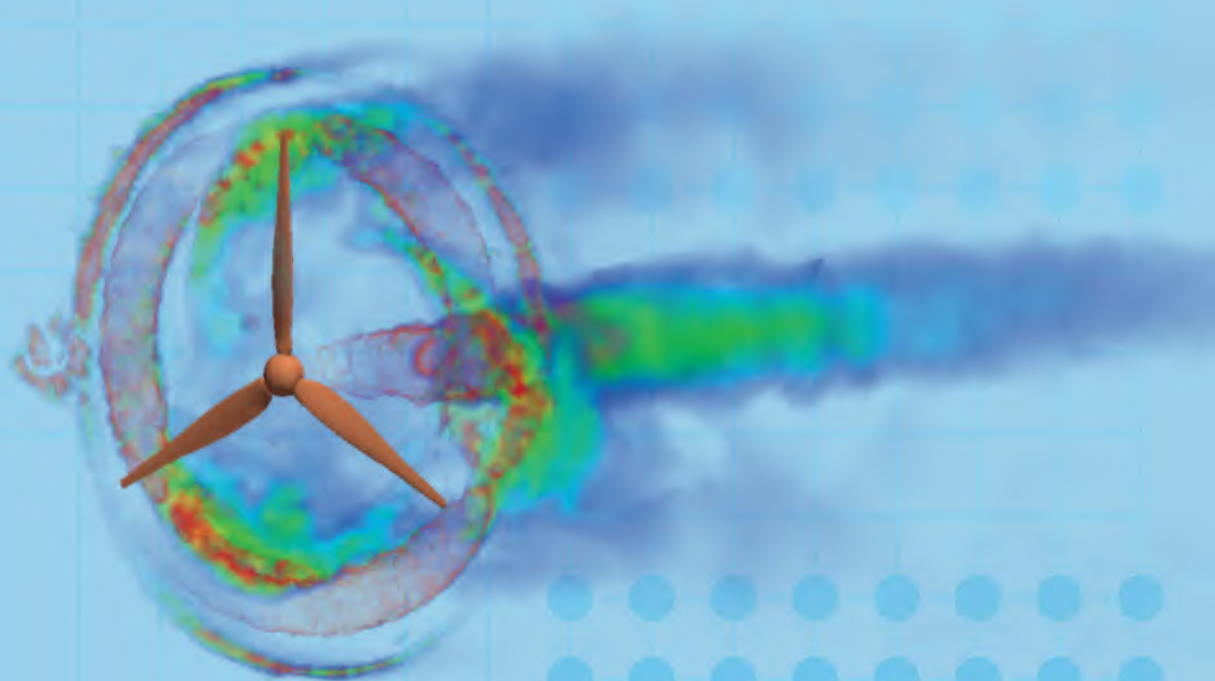


พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ ด้วยวิธีปริมาตรจำกัด

รองศาสตราจารย์ ดร. ชاکริต สุวรรณจำรัส



พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ ด้วยวิธีปริมาตรจำกัด

.....
รองศาสตราจารย์ ดร. ชاکธิต สุวรรณจำรัส



สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยมหิดล

พิมพ์ครั้งที่ 1 กุมภาพันธ์ 2561 จำนวน 1,000 เล่ม

พิมพ์ครั้งที่ 2 กุมภาพันธ์ 2564

ข้อมูลทางบรรณานุกรม

ชาคริต สุวรรณจรัส

พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัด / ชาคริต สุวรรณจรัส. --
นครปฐม : สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยมหิดล, 2561.

568 หน้า.

1. พลศาสตร์ของไหลเชิงการคำนวณ. 2. ไฟไนต์วอลุ่ม. I. ชื่อเรื่อง

QA911 ช463พ 2561

ISBN 978-616-443-102-7

ISBN (e-book) 978-616-443-526-1

อ้างอิง ชาคริต สุวรรณจรัส. (2561). พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัด.
นครปฐม : สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยมหิดล.

จัดทำโดย

สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยมหิดล

อาคารสำนักงานอธิการบดี ชั้น 4

999 ถ.พุทธมณฑลสาย 4 ต.ศาลายา อ.พุทธมณฑล จ.นครปฐม 73170

โทรศัพท์ 0 2849 6379 โทรสาร 0 2849 6247

คำนิยม

หนังสือเล่มนี้ได้แสดงวิธีการใช้ Structured Finite Volume อย่างละเอียด กับปัญหาต่างๆ ทางกลศาสตร์ของไหล ซึ่งจะทำให้นิสิต นักศึกษา นักวิจัย และผู้สนใจทั่วไปใน Computational Fluid Dynamics (CFD) หรือ ซีเอฟดี สามารถติดตามได้ง่าย และมีประโยชน์อย่างยิ่ง สำหรับผู้ที่ต้องการจะประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางซีเอฟดีในเบื้องต้น และมีประโยชน์กับผู้ที่ใช้ซอฟต์แวร์ ซีเอฟดี สำเร็จรูป ซึ่งความเข้าใจในส่วนทฤษฎีพื้นฐานของซีเอฟดี จะทำให้สามารถใช้ซอฟต์แวร์ได้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

รศ. ดร. วรากรณ์ จันทสาโร

คำนิยม

ปัจจุบันการศึกษาทางด้านกลศาสตร์ของไหลไม่ได้จำกัดอยู่เพียงแค่การศึกษาทางด้านทฤษฎีเท่านั้น หากแต่ได้มีการนำเทคโนโลยีทางด้านคอมพิวเตอร์ที่ทันสมัยเข้ามาช่วยอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ ของการไหลมากขึ้น เทคโนโลยีที่ทันสมัยเหล่านี้สามารถช่วยในการจำลองการไหลของของไหล ทำให้สามารถเห็นภาพของปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นจริงของการไหลได้อย่างละเอียด ชัดเจน ส่งผลให้ผู้ศึกษาหรือนักวิจัยเกิดองค์ความรู้ใหม่ มีความเข้าใจมากขึ้นและสามารถนำความรู้ความเข้าใจเหล่านี้ไปต่อยอดทางทฤษฎีหรือค้นพบข้อเท็จจริงใหม่ๆ ได้

หนังสือ พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัด เล่มนี้ได้มีการเรียบเรียงโดยมีการอธิบายทฤษฎีทางกลศาสตร์ของไหล และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการนำสมการเหล่านี้มาปรับใช้ให้สามารถนำเทคโนโลยีทางด้านคอมพิวเตอร์ที่ทันสมัยมาช่วยในการวิเคราะห์และแสดงผลได้ มีการอธิบายอย่างละเอียดเข้าใจง่าย พร้อมแบบฝึกหัดเพื่อทดสอบความรู้ความเข้าใจ นอกจากนี้สิ่งที่หนังสือเล่มนี้แตกต่างจากหนังสือเล่มอื่นที่เขียนเกี่ยวกับพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ คือการนำผลงานการค้นคว้าและวิจัยเข้ามายกตัวอย่างประกอบให้ผู้ที่ได้ศึกษาได้เห็นถึงการนำไปประยุกต์ใช้ในงานทางวิศวกรรมและอุตสาหกรรมได้เป็นอย่างดี ทำให้ผู้ที่ศึกษาได้เข้าใจและเข้าถึงอย่างถ่องแท้และได้รับประโยชน์จากหนังสือเล่มนี้อย่างครบถ้วนและสมบูรณ์แบบ

รศ. ดร. ขวลิต กิตติชัยการ

คำนำ

พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดได้ถูกเปิดสอนเป็นรายวิชาในหมวดวิชาเลือกของหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ตั้งแต่ พ.ศ. 2553 ซึ่งผู้เขียนเป็นอาจารย์ประจำวิชา ในระหว่าง พ.ศ. 2553 ถึง พ.ศ. 2554 รายวิชานี้เป็นเพียงรายวิชาหัวข้อคัตสรรทางวิศวกรรมเครื่องกล 1 ซึ่งผู้เขียนได้ขอเปิดทำการสอนตั้งแต่ได้เริ่มต้นย้ายมาสอนที่ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล ขณะนั้นผู้เขียนได้พบว่าหนังสือเรียนที่เกี่ยวข้องกับรายวิชาพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดมีน้อยมาก ไม่ว่าจะเป็นหนังสือภาษาอังกฤษ หรือภาษาไทย ผู้เขียนได้ทำการสอนและปรับปรุงรายวิชาในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต โดยได้เพิ่มรายวิชาพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัด และเริ่มต้นทำการสอนต่อมาใน พ.ศ. 2555 จนกระทั่งถึงปัจจุบันผู้เขียนเริ่มตระหนักถึงวิธีการอธิบายพื้นฐานของการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัด ซึ่งยังขาดเนื้อหาการอธิบายขั้นตอนการคำนวณในแต่ละวิธีการของวิธีปริมาตรจำกัดเพื่อหาผลเฉลยของปัญหาการไหล ด้วยเหตุนี้ผู้เขียนจึงได้เกิดความคิดที่จะเขียนหนังสือที่มีรายละเอียดพื้นฐานของวิธีการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับปัญหาการไหล ผู้เขียนได้เริ่มต้นเรียบเรียงเนื้อหาวิธีปริมาตรจำกัดจากหนังสือ และวารสารวิชาการทั้งในและนอกประเทศเพื่อเขียนเป็นหนังสือฉบับนี้ เนื้อหาของหนังสือฉบับนี้จะประกอบไปด้วยพื้นฐานการแปลงสมการการไหลเป็นสมการไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีต่างๆ โดยใช้รูปภาพและคำอธิบายซึ่งผู้เขียนได้จัดทำขึ้นเองทั้งหมด

หนังสือพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดได้ถูกแบ่งบทในการอธิบายเป็น 9 บท บทที่ 1 ได้อธิบายถึงภาพรวมของพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัด ซึ่งผู้เขียนได้นำผลงานในส่วนที่เป็นวิทยานิพนธ์ของนักศึกษาปริญญาโทที่ผู้เขียนได้เป็นที่ปรึกษาและสำเร็จการศึกษาไปแล้ว รวมถึงผลงานตีพิมพ์ในงานประชุมวิชาการ และวารสารทั้งภายในและต่างประเทศของผู้เขียนเองมารวบรวมเป็นเนื้อหา ผู้เขียนคิดว่าวิธีการนี้จะสามารถทำให้ผู้อ่านเกิดจินตนาการที่จะนำความรู้ทางด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดไปประยุกต์ใช้กับงานวิจัย และ

ใช้แก้ปัญหาในงานวิศวกรรมที่เกี่ยวข้องได้ บทที่ 2 ได้อธิบายสมการการไหลซึ่งเป็นสมการพื้นฐานที่จะถูกนำไปใช้สร้างสมการไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีปริมาตรจำกัด บทที่ 3 ถึง บทที่ 5 เป็นวิธีการสร้างสมการไม่ต่อเนื่องในสภาวะคงตัว โดยเริ่มต้นจากพจน์การแพร่กระจาย ในบทที่ 3 พจน์การพาที่ถูกเพิ่มขึ้นในสมการการไหลได้อธิบายวิธีการใช้วิธีปริมาตรจำกัดสร้างสมการไม่ต่อเนื่องไว้ในบทที่ 4 พจน์ความดันของสมการโมเมนตัมได้อธิบาย ในบทที่ 5 ตามลำดับ บทที่ 6 ผู้เขียนได้อธิบายวิธีการคำนวณคำตอบจากสมการพีชคณิต ซึ่งเกิดขึ้นจากการรวบรวมสมการไม่ต่อเนื่องของแต่ละเซลล์ของวิธีปริมาตรจำกัด บทที่ 7 ได้อธิบายวิธีการสร้างสมการไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีปริมาตรจำกัดจากสมการการไหลไม่คงที่ กับเวลา บทที่ 8 ได้นำเอาสภาวะขอบเขตที่พบเจอในปัญหาการไหลมาสร้างเป็นสมการไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีปริมาตรจำกัด ทั้งนี้วิธีการปริมาตรจำกัดที่ได้ถูกอธิบายตั้งแต่บทที่ 2 ถึง บทที่ 8 เกิดขึ้นบนพิกัดฉาก ซึ่งอาจทำให้การวิเคราะห์ในโดเมนการไหลรูปร่างอื่นๆ เช่น รูปร่างทรงกระบอก หรือรูปร่างทรงกลม ที่ไม่เป็นพิกัดฉากจะไม่สามารถทำการวิเคราะห์ ด้วยวิธีปริมาตรจำกัดได้อย่างแม่นยำ ผู้เขียนจึงได้ทำการอธิบายวิธีการสร้างสมการไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีปริมาตรจำกัดบนพิกัดทรงกระบอกในบทที่ 9 วิธีปริมาตรจำกัดในพิกัด ทรงกระบอกสามารถนำไปใช้วิเคราะห์ปัญหาการไหลในโดเมนรูปร่างวงกลม และทรงกระบอกได้ นอกจากนี้วิธีการสร้างสมการไม่ต่อเนื่องในพิกัดทรงกระบอกยังสามารถนำไปใช้เป็นตัวอย่างของวิธีการสร้างสมการไม่ต่อเนื่องในพิกัดอื่นๆ เช่น ทรงกลม ได้ต่อไป หนังสือฉบับนี้ได้ถูกจัดเป็นรูปเล่มโดยการเรียงเรียงลำดับเนื้อหาจากขั้นพื้นฐานของวิธีปริมาตรจำกัด และได้เพิ่มความซับซ้อนของเนื้อหาขึ้นเป็นลำดับ รายละเอียดของวิธีปริมาตรจำกัดซึ่งมีความซับซ้อนมากกว่าหนังสือฉบับนี้ ผู้อ่านสามารถค้นคว้าได้จากวารสารทางวิชาการต่างๆ ที่ผู้เขียนได้อ้างอิงไว้ หรือสอบถามผู้เขียนได้ทางอีเมล chakrit.suv@mahidol.ac.th

นอกจากเนื้อหาทั้งหมดของหนังสือฉบับนี้แล้ว รูปภาพหน้าปกของหนังสือได้ถูกออกแบบอย่างสวยงามโดยใช้เทคนิคการจำลองการไหลชั้นสูงด้วยซอฟต์แวร์ OpenFOAM ซึ่งเป็นโอเพ่นซอร์สซอฟต์แวร์ (Open Source Software) ที่ผู้เขียนมีความสนใจ และใช้ในการพัฒนางานด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัด ผู้เขียนขอขอบคุณนายพีรภักดิ์ เกกนิษฐ์ นักศึกษาปริญญาโทผู้ช่วยวิจัยของผู้เขียน ที่ได้ออกแบบรูปภาพสวยๆ ให้เป็นหน้าปกของหนังสือฉบับนี้ ผู้เขียนขอขอบคุณนายกิตติพงศ์ โลกศุภไพบุลย์ ผู้ตรวจสอบความถูกต้องของต้นฉบับพร้อมพิมพ์ รวมทั้งสำนักพิมพ์

มหาวิทยาลัยมหิดลซึ่งเป็นหน่วยงานที่ได้จัดพิมพ์ ตรวจสอบคำศัพท์ จัดรูปหน้า และ
จัดจำหน่ายหนังสือฉบับนี้

ความรู้ในเรื่องพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัด ความอดทน
และความทุ่มเทให้การเขียนหนังสือฉบับนี้เพียงเท่านั้นคงไม่สามารถทำให้หนังสือ
ฉบับนี้ถูกเขียนจนแล้วเสร็จได้ หากผู้เขียนไม่ได้รับการสนับสนุนจากคนที่ใกล้ชิดและมี
ความสำคัญต่อผู้เขียนเป็นที่สุด ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อและคุณแม่ผู้ให้กำเนิด
และขอขอบคุณ ดร.นงลักษณ์ สุวรรณจรัส ภรรยาของผู้เขียนที่คอยดูแล และเป็นกำลัง
ใจให้ผู้เขียนตลอดการทำงานเขียนหนังสือฉบับนี้จนแล้วเสร็จ

ชาคริต สุวรรณจรัส
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยมหิดล
กุมภาพันธ์ 2560

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 1 การใช้พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณในงานวิศวกรรม	
1.1 ขั้นตอนของการจำลองการไหลด้วย CFD	3
1.2 การตรวจสอบความถูกต้องของซอฟต์แวร์ CFD	14
1.3 การประยุกต์ใช้งาน CFD	23
บรรณานุกรม	26
แบบฝึกหัด	29
บทที่ 2 สมการการไหลของของไหล	
2.1 สมการอนุรักษ์มวล	33
2.2 ทฤษฎีการขนถ่ายของเรโนลด์	37
2.3 สมการโมเมนตัม	39
2.4 สมการพลังงาน	45
2.5 สมการการไหลแบบปั่นป่วน	66
2.5.1 สมการเฉลี่ยของเรย์โนลด์	66
2.5.2 แบบจำลอง k- ϵ	68
2.5.3 แบบจำลอง k- ω	69
2.5.4 วิธีการจำลอง Large Eddy	70
2.6 รูปแบบของสมการ CFD ทั่วไป	72
บรรณานุกรม	74
แบบฝึกหัด	74
บทที่ 3 วิธีปริมาตรจำกัดสำหรับพจน์การแพร่กระจาย	
3.1 วิธีปริมาตรจำกัด 1 มิติ	85
3.2 วิธีปริมาตรจำกัด 2 มิติ	104
3.3 วิธีปริมาตรจำกัด 3 มิติ	117
บรรณานุกรม	126
แบบฝึกหัด	126

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 4 วิธีปริมาตรจำกัดสำหรับพจน์การพาและการแพร่กระจาย	
4.1 วิธีปริมาตรจำกัด 1 มิติ	145
4.2 ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัด	155
4.3 วิธีอัปวินด์	160
4.4 วิธีไฮบริด	169
4.5 วิธีอัปวินด์เชิงเส้น	177
4.6 วิธีคิวิก	187
4.7 วิธีปริมาตรจำกัดร่วมกับพจน์แหล่งกำเนิด	194
4.7.1 วิธีอัปวินด์	197
4.7.2 วิธีอัปวินด์เชิงเส้น	197
4.7.3 วิธีคิวิก	198
4.8 วิธีปริมาตรจำกัด 2 มิติ	203
4.8.1 วิธีอัปวินด์	207
4.9 วิธีปริมาตรจำกัด 3 มิติ	213
บรรณานุกรม	218
แบบฝึกหัด	218
บทที่ 5 วิธีปริมาตรจำกัดของการไหลหนืดในสภาวะคงตัว	
5.1 สมการโมเมนตัม 2 มิติ	227
5.2 ระบบกริดเฉียง	228
5.3 วิธีปริมาตรจำกัดของสมการโมเมนตัม 2 มิติ	232
5.4 การหาผลเฉลยแบบทำซ้ำของวิธีปริมาตรจำกัด	236
5.4.1 วิธี SIMPLE	236
5.4.2 วิธี SIMPLER	249
5.4.3 วิธี SIMPLEC	252
5.4.4 วิธี PISO	256
5.5 วิธีปริมาตรจำกัดของสมการโมเมนตัม 3 มิติ	259

สารบัญ

	หน้า
บรรณานุกรม	265
แบบฝึกหัด	265
บทที่ 6 วิธีการหาผลเฉลยของสมการไม่ต่อเนื่อง	
6.1 วิธีเมตริกซ์ผกผัน	273
6.2 วิธี TDMA ของวิธีปริมาตรจำกัด 1 มิติ	274
6.3 วิธี TDMA ของวิธีปริมาตรจำกัด 2 มิติ และ 3 มิติ	278
6.4 วิธียาโคบี	290
6.5 วิธีเกาส์-ซีเดล	293
6.6 วิธีเร่งการลู่เข้าของคำตอบ	296
6.7 วิธีกริดอิสระ	306
บรรณานุกรม	314
แบบฝึกหัด	315
บทที่ 7 วิธีปริมาตรจำกัดของการไหลไม่คงที่กับเวลา	
7.1 วิธีปริมาตรจำกัด 1 มิติ สำหรับพจน์การแพร่กระจายไม่คงที่กับเวลา	326
7.1.1 วิธีปริมาตรจำกัด 1 มิติ สำหรับพจน์การแพร่กระจายไม่คงที่กับเวลาแบบ Explicit	328
7.1.2 วิธีปริมาตรจำกัด 1 มิติ สำหรับพจน์การแพร่กระจายไม่คงที่กับเวลาแบบ Crank-Nicolson	329
7.1.3 วิธีปริมาตรจำกัด 1 มิติ สำหรับพจน์การแพร่กระจายเชิงไม่คงที่กับเวลาแบบ Implicit	331
7.2 วิธีปริมาตรจำกัด 2 มิติ สำหรับพจน์การแพร่กระจายไม่คงที่กับเวลา	348
7.3 วิธีปริมาตรจำกัด 3 มิติ สำหรับพจน์การแพร่กระจายไม่คงที่กับเวลา	350

สารบัญ

	หน้า
7.4 วิธีปริมาตรจำกัด 1 มิติ สำหรับพจน์การพาและการแพร่กระจาย ไม่คงที่กับเวลา	358
7.5 วิธีอับวินด์ไม่คงที่กับเวลา	361
7.6 วิธีอับวินด์เชิงเส้นไม่คงที่กับเวลา	363
7.7 วิธีคิวิกไม่คงที่กับเวลา	365
7.8 วิธีปริมาตรจำกัด 2 มิติ สำหรับพจน์การพาและการแพร่กระจาย ไม่คงที่กับเวลา	373
7.9 วิธีปริมาตรจำกัด 3 มิติ สำหรับพจน์การพาและการแพร่กระจาย ไม่คงที่กับเวลา	376
7.10 วิธีปริมาตรจำกัดของการไหลหนืดไม่คงที่กับเวลา	380
7.10.1 วิธี SIMPLE ไม่คงที่กับเวลา	382
7.10.2 วิธี SIMPLER ไม่คงที่กับเวลา	386
7.10.3 วิธี SIMPLEC ไม่คงที่กับเวลา	389
บรรณานุกรม	392
แบบฝึกหัด	393
บทที่ 8 วิธีปริมาตรจำกัดของสภาวะขอบเขต	
8.1 สภาวะขอบเขต	407
8.2 สภาวะทางเข้า	412
8.3 สภาวะทางออก	415
8.4 สภาวะสิ่งกีดขวางการไหล	419
8.5 สภาวะผนัง	421
8.6 สภาวะขอบเขตสมมาตร	429
8.7 สภาวะขอบเขตเป็นคาบ	434
บรรณานุกรม	435
แบบฝึกหัด	437

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 9 วิธีปริมาตรจำกัดในฟิสิกส์ทรงกระบอก	
9.1 สมการการไหลของของไหล	453
9.2 รูปแบบของสมการ CFD ทั่วไป	454
9.3 วิธีปริมาตรจำกัดในสภาวะคงตัว	456
9.3.1 วิธีปริมาตรจำกัดพจน์การแพร่กระจาย	458
9.3.2 วิธีปริมาตรจำกัดพจน์การพาและการแพร่กระจาย	461
9.4 วิธีปริมาตรจำกัดไม่คงที่กับเวลา	466
9.4.1 วิธีปริมาตรจำกัดสำหรับพจน์การแพร่กระจาย ไม่คงที่กับเวลา	466
9.4.2 วิธีปริมาตรจำกัดสำหรับพจน์การพาและการแพร่กระจาย ไม่คงที่กับเวลา	470
บรรณานุกรม	483
แบบฝึกหัด	483
ภาคผนวก ก อนุพันธ์ของการไหลเชิงอนุภาค	505
ภาคผนวก ข การประมาณค่าคุณสมบัติการไหลโดยใช้อนุกรมเทเลอร์	
ข.1 การประมาณค่าคุณสมบัติการไหลที่ผิวเซลล์	507
ข.2 การประมาณค่าคุณสมบัติการแพร่กระจายที่ผิวเซลล์	510
ภาคผนวก ค วิธีปริมาตรจำกัดอันดับสูง	
ค.1 วิธีผลต่างกึ่งกลาง	514
ค.2 วิธีอัปวินด์	518
ภาคผนวก ง เมตริกซ์ผกผัน	
ง.1 ไมเนอร์ และโคแฟกเตอร์	523
ง.2 เมตริกซ์ผกผัน	524
ง.3 ดีเทอร์มิแนนต์	524
ดัชนี	527
ประวัติผู้เขียน	537

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2.1	ค่าคงที่ของแบบจำลอง k- ϵ	69
2.2	ค่าคงที่ของแบบจำลอง k- ω	70
2.3	คุณสมบัติของการไหลในสมการการไหล	73
3.1	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.1	91
3.2	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 3.1	92
3.3	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.2	95
3.4	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 3.2	96
3.5	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.3	100
3.6	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 3.3	101
3.7	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.4 (หน่วย $^{\circ}\text{C}$)	103
3.8	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 3.4	104
3.9	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.5	112
3.10	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 3.5	112
3.11	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.6	115
3.12	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 3.6	116
3.13	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.7	125
4.1	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 4.1 (หน่วย kg/m^3)	151
4.2	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 4.2 (หน่วย kg/m^3)	153
4.3	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 4.3 (หน่วย kg/m^3)	155
4.4	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 4.1	156
4.5	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 4.2	157
4.6	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 4.3	159
4.7	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 4.4ก (หน่วย kg/m^3)	164
4.8	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 4.4ก	164
4.9	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 4.4ข (หน่วย kg/m^3)	167

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
4.10	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 4.4x	167
4.11	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 4.5ก (หน่วย kg/m^3)	172
4.12	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 4.5ก	172
4.13	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 4.5ข (หน่วย kg/m^3)	175
4.14	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 4.5ข	176
4.15	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 4.6ก (หน่วย kg/m^3)	182
4.16	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 4.6ก	183
4.17	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 4.6ข (หน่วย kg/m^3)	185
4.18	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 4.6ข	186
4.19	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 4.7 (หน่วย kg/m^3)	193
4.20	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 4.7	193
4.21	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 4.8	203
4.22	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 4.9	213
5.1	ค่า u ภายในหัวฉีดน้ำจากการประมาณค่าด้วยวิธีอัปวินด์	247
5.2	ค่า d ของโหนดเซลล์ u	248
6.1	ค่าคงที่ β_j, D_j, α_j และ C_j	277
6.2	ค่าคงที่ A_j และ $\dot{C}_j$	277
6.3	ค่าคงที่ β_j, D_j, α_j และ C_j	284
6.4	ค่าคงที่ A_j และ $\dot{C}_j$	285
6.5	ค่าคงที่ β_j, D_j, α_j และ C_j	286
6.6	ค่าคงที่ A_j และ $\dot{C}_j$	286
6.7	ค่าคงที่ β_j, D_j, α_j และ C_j	287
6.8	ค่าคงที่ A_j และ $\dot{C}_j$	287
6.9	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 6.2 รอบที่ 1	288
6.10	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 6.2	288
6.11	ผลเฉลยแมนตรงของตัวอย่างที่ 6.2	289

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
6.12	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 6.2	289
6.13	ผลการใช้วิธียาโคบี คำนวณหาคำตอบของตัวอย่างที่ 6.3	292
6.14	ผลการใช้วิธีเกาส์-ซีเดล คำนวณหาคำตอบของตัวอย่างที่ 6.4	295
6.15	ค่า u ภายในหัวฉีดยาจากการประมาณค่าด้วยวิธีอัปวินด์	302
6.16	ค่า d ของโหนดเซลล์ u	302
6.17	ค่าความเร็ว u ภายในหัวฉีดยาจากการประมาณค่าด้วยวิธีอัปวินด์รอบที่สอง	305
6.18	ค่า d ของโหนดเซลล์ u จากการประมาณค่าด้วยวิธี SIMPLE รอบที่สอง	305
6.19	ค่า $\dot{P}$ จากการประมาณค่าด้วยวิธีการทำซ้ำแบบ SIMPLE รอบที่สอง	306
6.20	ค่าความเร็ว u ภายในหัวฉีดยาจากการประมาณค่าด้วยวิธีการทำซ้ำแบบ SIMPLE รอบที่สอง	306
6.21	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 6.6 เมื่อใช้เซลล์ความยาว $\Delta X = 2.00$ m (หน่วย kg/m^3)	311
6.22	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 6.6 เมื่อใช้เซลล์ความยาว $\Delta X = 1.00$ m (หน่วย kg/m^3)	311
6.23	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 6.6 เมื่อใช้เซลล์ความยาว $\Delta X = 0.67$ m (หน่วย kg/m^3)	311
6.24	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 6.6 เมื่อใช้เซลล์ความยาว $\Delta X = 0.50$ m (หน่วย kg/m^3)	312
6.25	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 6.6	313
7.1	ผลการคำนวณตัวอย่างที่ 7.1ก	334
7.2	ผลการคำนวณตัวอย่างที่ 7.1ข	336
7.3	ผลการคำนวณตัวอย่างที่ 7.2	341
7.4	ผลการคำนวณตัวอย่างที่ 7.3	343

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
7.5	ผลการคำนวณตัวอย่างที่ 7.4	347
7.6	ผลการคำนวณตัวอย่างที่ 7.5	357
7.7	ผลเฉลยแม่นยำตรงของตัวอย่างที่ 7.5	358
7.8	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 7.5	358
7.9	ผลการคำนวณตัวอย่างที่ 7.6	371
8.1	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 8.1	429
8.2	ผลเฉลยตัวอย่างที่ 8.2	433
9.1	คุณสมบัติของไหลในสมการการไหล	455
9.2	ผลเฉลยของตัวอย่างที่ 9.1	478
9.3	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 9.1	478
9.4	ผลเฉลยของตัวอย่างที่ 9.2	482
9.5	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีปริมาตรจำกัดของตัวอย่างที่ 9.2	483

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
1.1	ระบบเซลล์ของวิธีปริมาตรจำกัดในพิกัด X, Y, Z	4
1.2	โครงสร้างเซลล์ของรางส่งน้ำที่มีทำนบ (ก) สีเหลี่ยม และ (ข) สามเหลี่ยมเปรียบเทียบกับรางส่งน้ำจริงของห้องปฏิบัติการ	5
1.3	แบบจำลอง 3 มิติหม้อต้มน้ำของเครื่องทำน้ำอุ่น	6
1.4	โครงสร้างเซลล์ของหม้อต้มน้ำของเครื่องทำน้ำอุ่น	7
1.5	โครงสร้างเซลล์ที่ถูกสร้างด้วยกริดเข้ารูป	8
1.6	(ก) ขนาดของโดเมน C และ L และ (ข) ระยะห่างระหว่างผิวแพนอากาศถึงโหนดของเซลล์แรกที่ติดกับผิวของแพนอากาศ y_p จะมีผลต่อความแม่นยำในการจำลองการไหล	9
1.7	ระบบการเคลื่อนที่ของโดเมนของไหล	9
1.8	ความเร็วและทิศทางการไหลของน้ำภายในหม้อต้มน้ำของเครื่องทำน้ำอุ่น	10
1.9	การกระจายตัวของอุณหภูมิในน้ำที่ไหลภายในหม้อต้มน้ำของเครื่องทำน้ำอุ่น ณ เวลา (ก) 0 วินาที และ (ข) 120 วินาที	11
1.10	การกระจายตัวของความดันที่เกิดจากการไหลของอากาศความเร็ว U เข้าปะทะแพนอากาศ	12
1.11	การไหลของน้ำผ่านทำนบรูปราง (ก) สีเหลี่ยม และ (ข) สามเหลี่ยม ภายในรางส่งน้ำที่เวลา 2.5, 3.0, 3.5 และ 4.0 วินาที ตามลำดับ	13
1.12	การกระดกของน้ำภายในภาชนะเคลื่อนที่ (ก) ไม่มีแผ่นกั้น และ (ข) มีแผ่นกั้น	14
1.13	ลักษณะการติดตั้งเทอร์โมคัปเปิลที่ผนังหม้อต้มน้ำของเครื่องทำน้ำอุ่น	15
1.14	ชุดทดลองศึกษาการกระจายความร้อนในหม้อต้มน้ำของเครื่องทำน้ำอุ่น	16
1.15	กราฟเปรียบเทียบอุณหภูมิที่ตำแหน่งทางน้ำออกจากหม้อต้มน้ำของเครื่องทำน้ำอุ่นของการทดลอง (Exp) และผลของ CFD	16

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
1.16	กราฟเปรียบเทียบพิกัดของผิวน้ำที่มีการไหลภายในรางส่งน้ำที่มีทำนบสี่เหลี่ยมของการทดลอง และวิธี CFD ด้วยการใชแบบจำลองราบเรียบ และแบบจำลองปั่นป่วน ชนิด k- ϵ ที่เวลา 2.5, 3.0, 3.5 และ 4.0 วินาที ตามลำดับ	18
1.17	กราฟเปรียบเทียบพิกัดของผิวน้ำที่มีการไหลภายในรางส่งน้ำที่มีทำนบสามเหลี่ยมของการทดลอง และวิธี CFD ด้วยการใชแบบจำลองราบเรียบ และแบบจำลองปั่นป่วน ชนิด k- ϵ ที่เวลา 2.5, 3.0, 3.5 และ 4.0 วินาที ตามลำดับ	19
1.18	การจัดอุปกรณ์บันทึกภาพการไหลเพื่อการวัดความเร็วของการไหล ด้วยวิธี PIV	20
1.19	ภาพการไหลของของไหลเมื่อใช้การวัดความเร็วด้วยวิธี PIV (ก) ภาพการเคลื่อนที่ของเม็ดสีดพร้อมของไหล (ข) ภาพเวกเตอร์ความเร็วของการไหล	21
1.20	การติดตั้งทรานสดิวเซอร์ความดันที่ผนังภาชนะบรรจุของเหลว	22
1.21	กราฟเปรียบเทียบแรงดันบนผนังของภาชนะ (ก) ไม่มีแผ่นกั้น และ (ข) มีแผ่นกั้นซึ่งมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเดียวกัน	22
1.22	ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของรูปร่างเปลวไฟแบบพ่น จากการจำลอง CFD ที่เวลาต่างๆ	24
1.23	การจำลอง CFD ของการไหลน้ำโลหะเข้าสู่เบ้ารูปร่างฝาลังน้ำมันเชื้อเพลิงของแม่พิมพ์ที่เวลาต่างๆ	24
1.24	การจำลองการปล่อยตกกระป๋องพลาสติกขนาดความจุ 500 ml จากระดับความสูง 1.0 m	26
2.1	ปริมาตรควบคุมอยู่กับที่ในพื้นที่ว่างซึ่งอ้างอิงด้วยพิกัด x, y, z ใดๆ	34
2.2	ปริมาตรควบคุมขนาดเล็กในพิกัดฉาก	35
2.3	อุปกรณ์จ่ายน้ำ	38
2.4	แรงกระทำต่อผิวของปริมาตรควบคุม (Control Volume) ขนาดเล็กในทิศทางแกน x ของพิกัดฉาก	40

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
2.5	ของเหลวสองชนิดถูกเทเป็นชั้นระหว่างแผ่นไม้อัดสองแผ่น	42
2.6	ชั้นความหนาของน้ำไหลลงตามแผ่นระนาบ	44
2.7	งานที่เกิดจากแรงที่กระทำต่อผิวของปริมาตรควบคุมขนาดเล็ก ในทิศทางแกน x ของพิกัดฉาก	46
2.8	การนำความร้อนของปริมาตรควบคุมขนาดเล็กในทิศทางแกน x ของพิกัดฉาก	48
2.9	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	50
2.10	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นครีโบลหะ	51
2.11	กราฟแสดงการกระจายของอุณหภูมิภายในแผ่นครีโบลหะ ที่สภาวะแวดล้อมแตกต่างกัน	53
2.12	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	53
2.13	กราฟแสดงการกระจายของอุณหภูมิภายในแผ่นโลหะที่สภาวะคงตัว	58
2.14	สัญลักษณ์ปั๊มน้ำที่ได้กำหนดสภาวะด้านหน้า และด้านหลังของปั๊มน้ำ	58
2.15	กราฟแสดงการกระจายของอุณหภูมิภายในแท่งโลหะที่เวลาต่างๆ	66
2.16	กราฟแสดงค่าคุณสมบัติการไหลของการไหลแบบปั่นป่วน	67
บ2.1	อุปกรณ์การไหลของน้ำ	75
บ2.2	เข็มฉีดยาสำหรับสัตว์	75
บ2.3	รูปแสดงภาพตัดขวางของชั้นของเหลวและแผ่นไม้อัด	76
บ2.4	ช่องการไหลรูปกรวย	76
บ2.5	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะสีเหลืองจตุรัส	76
บ2.6	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะสีเหลืองจตุรัส	77
บ2.7	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะสีเหลืองจตุรัส	77
บ2.8	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะยาวมากหนึ่งด้าน	78
บ2.9	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะยาวมากหนึ่งด้าน	78
บ2.10	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะยาวมากสองด้าน	79
บ2.11	ท่อลด	79

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
บ2.12	ปั้มน้ำหอยโข่ง	80
บ2.13	ท่อกรวย	80
บ2.14	ท่อกรวย	80
3.1	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ	86
3.2	แท่งโลหะหน้าตัดสี่เหลี่ยมจตุรัส	89
3.3	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของแท่งโลหะใน 1 มิติ	89
3.4	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 3.1 จากการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับผลเฉลยแม่นยำตรง	92
3.5	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะขนาดใหญ่	93
3.6	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของแผ่นโลหะใน 1 มิติ	93
3.7	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 3.2 จากการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับผลเฉลยแม่นยำตรง	96
3.8	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นครีปโลหะ	97
3.9	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของแผ่นโลหะใน 1 มิติ	97
3.10	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 3.3 จากการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับผลเฉลยแม่นยำตรง	100
3.11	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 3.4 จากการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับผลเฉลยแม่นยำตรง	103
3.12	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 2 มิติ	105
3.13	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	108
3.14	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของแผ่นโลหะใน 2 มิติ	108
3.15	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของแผ่นโลหะใน 2 มิติ	114
3.16	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 3 มิติ	117
3.17	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของก้อนโลหะ	120
3.18	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของก้อนโลหะใน 3 มิติ	121
บ3.1	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นครีปโลหะ	127

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
บ3.2	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นครีปโลหะ	128
บ3.3	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแท่งโลหะ	129
บ3.4	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแท่งโลหะ	129
บ3.5	รูปแสดงส่วนประกอบของแผ่นวัสดุประกอบ	130
บ3.6	รูปแสดงส่วนประกอบผนังตู้อบ	131
บ3.7	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	132
บ3.8	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	133
บ3.9	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	134
บ3.10	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	134
บ3.11	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	135
บ3.12	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	136
บ3.13	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	136
บ3.14	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	137
บ3.15	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะยาวมากหนึ่งด้าน	138
บ3.16	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะยาวมากหนึ่งด้าน	138
บ3.17	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะยาวมากสองด้าน	139
บ3.18	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของถังเก็บน้ำ	140
บ3.19	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของถังเก็บน้ำ	141
4.1	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ	146
4.2	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของท่อลำเลียงปลาปนใน 1 มิติ	149
4.3	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของท่อลำเลียงปลาปนใน 1 มิติ	152
4.4	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 4.1 จากการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับผลเฉลยแม่นยำตรง	156
4.5	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 4.2 จากการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับผลเฉลยแม่นยำตรง	157
4.6	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 4.3 จากการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับผลเฉลยแม่นยำตรง	158

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
4.7	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ ของวิธีอัปวินด์	161
4.8	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของท่อลำเลียงปลาป่นใน 1 มิติ	162
4.9	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 4.4ก จากการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับผลเฉลยแม่นยำตรง	168
4.10	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 4.4ข จากการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับผลเฉลยแม่นยำตรง	168
4.11	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของท่อลำเลียงปลาป่นใน 1 มิติ	170
4.12	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 4.5ก จากการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับผลเฉลยแม่นยำตรง	173
4.13	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 4.5ข จากการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับผลเฉลยแม่นยำตรง	176
4.14	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ ของวิธีอัปวินด์เชิงเส้น	178
4.15	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของท่อลำเลียงปลาป่นใน 1 มิติ	179
4.16	รูปแสดงการประมาณค่า $\emptyset$ ในปริมาตรจำกัดของเซลล์ 1 ด้วยวิธีอัปวินด์เชิงเส้น	180
4.17	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 4.6ก จากการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับผลเฉลยแม่นยำตรง	182
4.18	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 4.6ข จากการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับผลเฉลยแม่นยำตรง	186
4.19	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ ของวิธีควิก	188
4.20	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของท่อลำเลียงปลาป่นใน 1 มิติ	190
4.21	รูปแสดงการประมาณค่า $\emptyset$ ในปริมาตรจำกัดของเซลล์ 1 ด้วยวิธีควิก	190
4.22	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 4.7 จากการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัดกับผลเฉลยแม่นยำตรง	193
4.23	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ ร่วมกับพจน์แหล่งกำเนิด	194
4.24	สภาวะขอบเขต รูปร่าง และขนาดของหัวฉีดน้ำ	199

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
4.25	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของหัวฉีดน้ำใน 1 มิติ	200
4.26	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 2 มิติ	205
4.27	รูปแสดงสถานะขอบเขตของท่อลม	209
4.28	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของท่อลมใน 2 มิติ	209
4.29	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 3 มิติ	215
บ4.1	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ	219
บ4.2	รูปแสดงสถานะขอบเขตของท่อผสมสารเคมี	220
บ4.3	รูปแสดงสถานะขอบเขตของรางส่งน้ำ	221
บ4.4	รูปแสดงสถานะขอบเขตของรางส่งน้ำ	222
5.1	รูปแสดงค่าความดันที่โหนดของปริมาตรจำกัดใน 2 มิติ	229
5.2	รูปแสดงระบบกริดเยื้องตามแกน X ใน 2 มิติ	230
5.3	รูปแสดงระบบกริดเยื้องตามแกน Y ใน 2 มิติ	231
5.4	รูปแสดงพิกัดของระบบกริดเยื้องของเซลล์ u ใน 2 มิติ	232
5.5	รูปแสดงพิกัดของระบบกริดเยื้องของเซลล์ v ใน 2 มิติ	233
5.6	รูปแสดงพิกัดของระบบกริดของเซลล์เต็มใน 2 มิติ	238
5.7	แผนภูมิการคำนวณโดยการใช้วิธีการทำซ้ำแบบ SIMPLE	240
5.8	ท่อส่งสารเคมี	240
5.9	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของท่อส่งสารเคมีใน 1 มิติ	241
5.10	สถานะขอบเขต รูปร่าง และขนาดของหัวฉีดน้ำ	243
5.11	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของหัวฉีดน้ำใน 1 มิติ	244
5.12	แผนภูมิการคำนวณโดยการใช้วิธีการทำซ้ำแบบ SIMPLER	252
5.13	แผนภูมิการคำนวณโดยการใช้วิธีการทำซ้ำแบบ SIMPLEC	256
5.14	แผนภูมิการคำนวณโดยการใช้วิธีการทำซ้ำแบบ PISO	259
5.15	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 3 มิติ	260
5.16	รูปแสดงพิกัดของระบบกริดเยื้องของเซลล์ u ใน 3 มิติ	261
5.17	รูปแสดงพิกัดของระบบกริดเยื้องของเซลล์ w ใน 3 มิติ	261

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
บ5.1	ทอส่งสารเคมี 266
บ5.2	ทอส่งสารเคมี 266
บ5.3	สภาวะขอบเขต รูปร่าง และขนาดของหัวฉีดน้ำ 267
บ5.4	รูปแสดงพิกัดของระบบกริดเยื้องของเซลล์ u ใน 2 มิติ 268
บ5.5	รูปแสดงพิกัดของระบบกริดเยื้องของเซลล์ v ใน 2 มิติ 269
6.1	แสดงลำดับขั้นตอนใน 2 มิติของการคำนวณโดยใช้วิธี TDMA 279
6.2	แสดงลำดับขั้นตอนใน 3 มิติของการใช้วิธี TDMA คำนวณ 280
6.3	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ 281
6.4	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของแผ่นโลหะใน 2 มิติ 281
6.5	แผนภูมิการใช้ค่า α กับวิธีการทำซ้ำแบบ SIMPLE โดยกำหนดเครื่องหมาย * บนสมการในแผนภูมิ เพื่อแสดงหมายเลขของสมการจากบทที่ 5 297
6.6	สภาวะขอบเขต รูปร่าง และขนาดของหัวฉีดน้ำ 298
6.7	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของหัวฉีดน้ำใน 1 มิติ 299
6.8	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของท่อลำเลียงปลาป่น 307
6.9	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของท่อลำเลียงปลาป่นใน 1 มิติ 307
6.10	รูปแสดงการประมาณค่า $\emptyset$ ในปริมาตรจำกัดของเซลล์ 1 ด้วยวิธีอัปวินด์เชิงเส้น 308
6.11	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 6.6 จากการคำนวณ ด้วยวิธีปริมาตรจำกัดโดยใช้จำนวนเซลล์ที่แตกต่างกัน 312
6.12	กราฟเปรียบเทียบคำตอบของตัวอย่างที่ 6.6 จากการคำนวณ ด้วยวิธีปริมาตรจำกัดจำนวน 15 เซลล์ กับผลเฉลยแม่นยำตรง 313
บ6.1	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นครีบอลหะ 315
บ6.2	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแท่งโลหะ 316
บ6.3	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ 318
บ6.4	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ 318
บ6.5	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ 319

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
บ6.6	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	320
บ6.7	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	320
บ6.8	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	321
บ6.9	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของท่อผสมสารเคมี	321
บ6.10	สภาวะขอบเขต รูปร่าง และขนาดของหัวฉีดน้ำ	322
7.1	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ	326
7.2	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของแท่งโลหะใน 1 มิติ	332
7.3	กราฟเปรียบเทียบผลการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัด แบบ Explicit ที่เวลา 2 วินาที โดยการกำหนดให้ใช้ $\Delta t = 0.1$ sec และ $\Delta t = 0.05$ sec	338
7.4	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของแท่งโลหะใน 1 มิติ	339
7.5	กราฟเปรียบเทียบผลการคำนวณด้วยวิธีปริมาตรจำกัด แบบ Implicit ที่เวลา 2 วินาที โดยการกำหนดให้ใช้ $\Delta t = 0.1$ sec และ $\Delta t = 0.4$ sec	344
7.6	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของแท่งโลหะใน 1 มิติ	345
7.7	กราฟแสดงการเปรียบเทียบคำตอบระหว่างวิธีปริมาตรจำกัด กับผลเฉลยแม่นยำตรงในตัวอย่างที่ 7.4	348
7.8	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 2 มิติ	349
7.9	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 3 มิติ	351
7.10	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัส	352
7.11	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของแผ่นโลหะใน 2 มิติ	353
7.12	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ	360
7.13	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ ของวิธีอัปวินด์ไม่คงที่กับเวลา	362
7.14	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ ของวิธีอัปวินด์เชิงเส้นไม่คงที่กับเวลา	364

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
7.15	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ ของวิธีคิวไม่คงที่กับเวลา	366
7.16	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของท่อผสมสารเคมี	368
7.17	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของท่อลำเลียงใน 1 มิติ	368
7.18	กราฟแสดงคำตอบของวิธีปริมาตรจำกัดในตัวอย่างที่ 7.6	373
7.19	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 2 มิติ	374
7.20	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 3 มิติ	377
7.21	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 2 มิติ	381
7.22	รูปแสดงพิกัดของระบบกริดของเซลล์เดิมใน 2 มิติ	382
7.23	แผนภูมิการคำนวณโดยการใช้วิธีการทำซ้ำแบบ SIMPLE ไม่คงที่กับเวลา	385
7.24	แผนภูมิการคำนวณโดยการใช้วิธีการทำซ้ำแบบ SIMPLER ไม่คงที่กับเวลา	388
7.25	แผนภูมิการคำนวณโดยการใช้วิธีการทำซ้ำแบบ SIMPLEC ไม่คงที่กับเวลา	392
บ7.1	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแท่งโลหะ	393
บ7.2	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	394
บ7.3	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแท่งโลหะ	395
บ7.4	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแท่งโลหะ	396
บ7.5	รูปแสดงส่วนประกอบของแผ่นวัสดุประกอบ	397
บ7.6	รูปแสดงส่วนประกอบของแผ่นผนังตู้อบ	398
บ7.7	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัส	399
บ7.8	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัส	400
บ7.9	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัส	400
บ7.10	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัส	401
บ7.11	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัส	402

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
บ7.12	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของท่อผสมสารเคมี	403
บ7.13	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของท่อผสมสารเคมี	403
8.1	แสดงโครงสร้างเซลล์ที่มีสภาวะขอบเขตแบบดีรีเคลต์ใน 1 มิติ	408
8.2	แสดงโครงสร้างเซลล์ที่มีสภาวะขอบเขตแบบนอนยมนันใน 1 มิติ	409
8.3	แสดงโครงสร้างเซลล์ที่มีสภาวะขอบเขตแบบผสมใน 1 มิติ	411
8.4	แสดงโครงสร้างเซลล์ที่มีสภาวะขอบเขตแบบไหลเข้าใน 1 มิติ	412
8.5	แสดงวิธีการกำหนดเซลล์ของสภาวะทางเข้าใน 2 มิติ	414
8.6	แสดงวิธีการกำหนดเซลล์ของสภาวะทางเข้าใน 2 มิติ	415
8.7	แสดงโครงสร้างเซลล์ที่มีสภาวะขอบเขตแบบไหลออกใน 1 มิติ	416
8.8	แสดงวิธีการกำหนดเซลล์ของสภาวะทางออกใน 2 มิติ	418
8.9	แสดงวิธีการกำหนดเซลล์ของสภาวะทางออกใน 2 มิติ	419
8.10	แสดงวิธีการกำหนดเซลล์ของสิ่งกีดขวางใน 2 มิติ	421
8.11	แสดงวิธีการกำหนดเซลล์ผนังใน 2 มิติ	422
8.12	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	425
8.13	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของแผ่นโลหะใน 2 มิติ	426
8.14	แสดงโครงสร้างเซลล์ของโดเมนการไหลที่สมมาตร	430
8.15	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของแผ่นโลหะใน 2 มิติ	431
8.16	แสดงโครงสร้างเซลล์ของโดเมนการไหลรูปร่างวงกลม	434
บ8.1	โครงสร้างเซลล์ของรางส่งน้ำที่มี (ก) ทำนบสี่เหลี่ยม (ข) ทำนบสามเหลี่ยม	437
บ8.2	แสดงโครงสร้างเซลล์ใน 1 มิติ	437
บ8.3	แสดงโครงสร้างเซลล์ใน 1 มิติ	438
บ8.4	แสดงสภาวะขอบเขตของแท่งโลหะ	438
บ8.5	แสดงสภาวะขอบเขตของแท่งโลหะ	439
บ8.6	แท่งโลหะหน้าตัดสี่เหลี่ยม	439
บ8.7	แสดงโครงสร้างเซลล์ใน 2 มิติ	440

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
บ8.8	แสดงโครงสร้างเซลล์ใน 2 มิติ	441
บ8.9	แสดงโครงสร้างเซลล์ใน 2 มิติ	441
บ8.10	แสดงโครงสร้างเซลล์ที่มีสภาวะขอบเขตแบบไหลออกใน 1 มิติ	442
บ8.11	แสดงโครงสร้างเซลล์ใน 2 มิติ	442
บ8.12	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของก้อนโลหะ	443
บ8.13	แท่งโลหะถูกวางบนแผ่นร้อน	444
บ8.14	แท่งโลหะถูกวางบนแผ่นร้อน	445
บ8.15	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแท่งโลหะรูปทรงกระบอก	446
บ8.16	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแท่งโลหะรูปทรงกระบอก	447
บ8.17	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	448
บ8.18	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	448
บ8.19	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	449
บ8.20	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	450
9.1	พิกัดทรงกระบอก	454
9.2	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ในพิกัดทรงกระบอก แบบ 3 มิติ	457
9.3	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ในพิกัดทรงกระบอก แบบ 3 มิติ	462
9.4	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	474
9.5	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของแผ่นโลหะใน 2 มิติ	474
9.6	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	479
9.7	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ของแผ่นโลหะใน 2 มิติ	480
บ9.1	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	485
บ9.2	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	485
บ9.3	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	486
บ9.4	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	487
บ9.5	แท่งโลหะถูกวางบนแผ่นร้อน	488
บ9.6	แท่งโลหะถูกวางบนแผ่นร้อน	488

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
บ9.7	แท่งโลหะรูปทรงกระบอกกลวง	489
บ9.8	แท่งโลหะรูปทรงกระบอกกลวง	490
บ9.9	แท่งโลหะรูปทรงกระบอกกลวงวางบนแผ่นร้อน	491
บ9.10	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแท่งโลหะรูปทรงกระบอก	492
บ9.11	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแท่งโลหะรูปทรงกระบอก	493
บ9.12	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	494
บ9.13	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	495
บ9.14	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	496
บ9.15	แท่งโลหะถูกวางบนแผ่นร้อน	497
บ9.16	แท่งโลหะถูกวางบนแผ่นร้อน	498
บ9.17	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	499
บ9.18	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	500
บ9.19	รูปแสดงสภาวะขอบเขตของแผ่นโลหะ	501
ก.1	ตำแหน่งของอนุภาคของไหลขณะเคลื่อนที่ในพิกัดฉาก	505
ข.1	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ ของวิธีอัปวินด์เชิงเส้น	508
ข.2	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ ของวิธีคิวิก	509
ข.3	รูปแสดงการประมาณค่า 0 ในปริมาตรจำกัดของเซลล์ 1 ด้วยวิธีคิวิก	510
ค.1	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ 3 โหนด ใน 1 มิติ	513
ค.2	รูปแสดงโครงสร้างเซลล์ 5 โหนด ใน 1 มิติ	514
ค.3	รูปแสดงปริมาตรจำกัด หรือเซลล์ใน 1 มิติ ของวิธีอัปวินด์อันดับสูง	519

1

การใช้พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ
ในงานวิศวกรรม

บทที่ 1

การใช้พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณในงานวิศวกรรม

พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ (Computational Fluid Dynamics) หรือ CFD เป็นการใช้คอมพิวเตอร์ และเทคนิคเชิงตัวเลข (Numerical Techniques) ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการไหลของของไหล (Fluid) การใช้ CFD วิเคราะห์ปัญหาของของไหลทำให้สามารถเข้าใจพฤติกรรมการไหลของของไหลได้เป็นอย่างดี เนื่องมาจากการแสดงผลการคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์สามารถแสดงเป็นภาพเฉดสี (Color Contour Graphic) ของผลลัพธ์ ทำให้มองเห็นบริเวณที่มีค่าความรุนแรงของผลลัพธ์ได้ การปรับแก้รูปร่างของโครงสร้างบริเวณที่มีการไหลให้เกิดความเหมาะสมจึงสามารถกระทำได้ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์หลายๆ ครั้ง จนได้ผลลัพธ์ที่พอใจและมั่นใจจึงนำผลการคำนวณที่ได้ไปสร้างโครงสร้างจริง

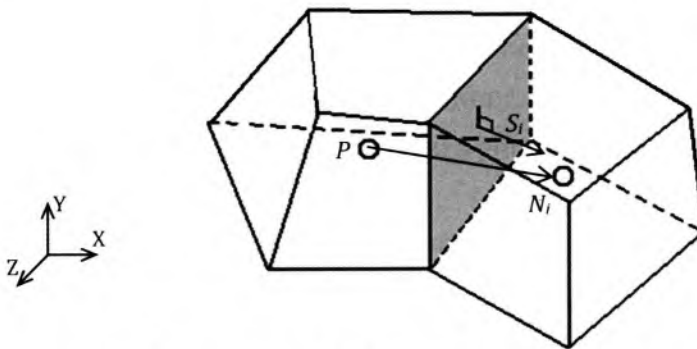
เทคนิคเชิงตัวเลขที่ถูกนำมาใช้ใน CFD อาจจะประกอบด้วย วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) วิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite Difference Method) หรือ วิธีปริมาตรจำกัด (Finite Volume Method) โดยส่วนมากแล้ววิธีเชิงตัวเลขเหล่านี้จะถูกนำมาประยุกต์ใช้ด้วยภาษาคอมพิวเตอร์ เช่น FORTRAN, C, C++ เพื่อใช้ในการสร้างแบบจำลองการไหลของของไหล ทั้งนี้ระเบียบวิธีปริมาตรจำกัดเป็นระเบียบวิธีที่มีการนำมาใช้งานในซอฟต์แวร์เชิงพาณิชย์ เช่น ANSYS, STAR-CD, FLUENT ซึ่งภายในหนังสือฉบับนี้ FVM (Finite Volume Method) จะได้นำมาอธิบายโดยละเอียดต่อไป

1.1 ขั้นตอนของการจำลองการไหลด้วย CFD

การจำลองการไหลด้วย CFD ประกอบด้วยสามขั้นตอนหลัก คือ Pre-Processing, Solving และ Post-Processing

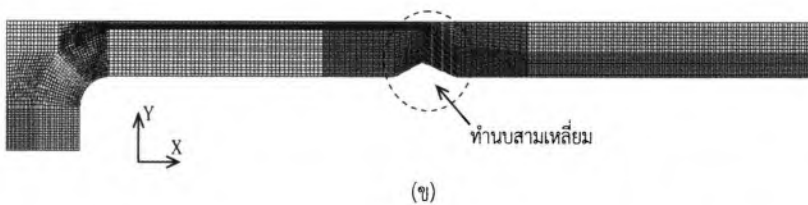
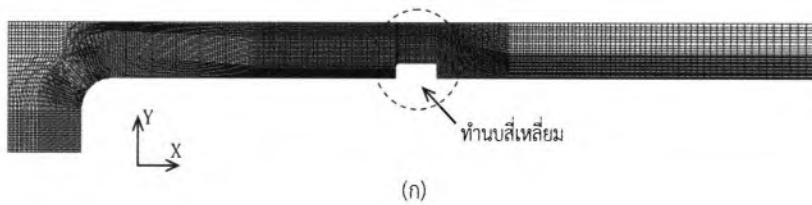
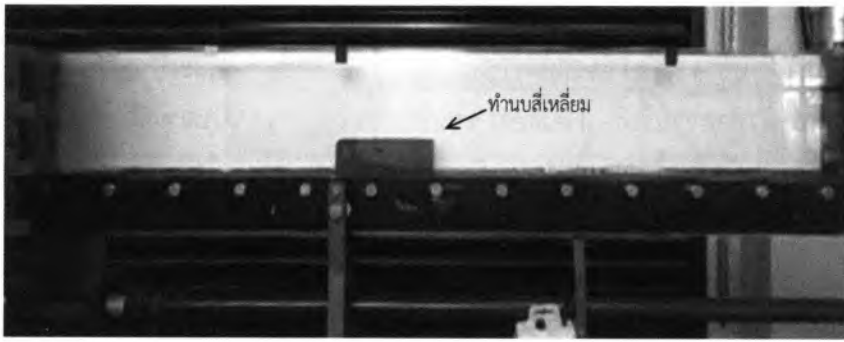
ก) Pre-Processing เป็นขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับการเลือกใช้สมการควบคุม (Governing Equation) ในรูปแบบของสมการไม่ต่อเนื่อง (Discretized Equation) การกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น (Initial Condition) การกำหนดสภาวะขอบเขต (Boundary Condition) ของปัญหา และการสร้างเซลล์ (Cell), Mesh หรือ กริด (Grid) เซลล์ของวิธีปริมาตรจำกัดจะประกอบด้วยเซลล์หลัก ซึ่งเป็นเซลล์ที่วิเคราะห์หรือให้ความสนใจ และ

เซลล์ที่วางล้อมรอบเซลล์หลักคือเซลล์ข้างเคียง โดยเซลล์ข้างเคียงจะอาศัยผิวหน้าเซลล์หลักด้านที่ติดกับเซลล์หลัก ระบบเซลล์ของวิธีปริมาตรจำกัดจะแสดงในรูปที่ 1.1 เซลล์หลักจะมีจุดกึ่งกลางที่จุด P และเซลล์ข้างเคียงจะมีจุดกึ่งกลางที่จุด N_i ระยะห่างระหว่างจุดกึ่งกลางของเซลล์หลักกับเซลล์ข้างเคียงเป็น $\overline{PN}_i$ เซลล์หลักและเซลล์ข้างเคียงจะใช้ผิว หรือผนังของเซลล์ร่วมกันซึ่งแรเงาไว้ในรูปที่ 1.1 โดยผิวร่วมจะมีทิศพุ่งออกจากเซลล์หลักและตั้งฉากกับพื้นผิวร่วมนั้นๆ บริเวณที่ต้องการวิเคราะห์การไหลซึ่งมีของไหลไหลผ่าน หรือบริเวณของโดเมนการไหล (Flow Domain) จะถูกนำมาแบ่งด้วยเซลล์เหล่านี้จนครอบคลุมทั่วทั้งโดเมนการไหล จุดกึ่งกลางของเซลล์ที่ใช้ในการแบ่งโดเมนการไหลจะเป็นจุดที่แสดงผลการคำนวณ



รูปที่ 1.1 ระบบเซลล์ของวิธีปริมาตรจำกัดในพิกัด X, Y, Z (ภาพโดย ชาศริต สุวรรณจรัส)

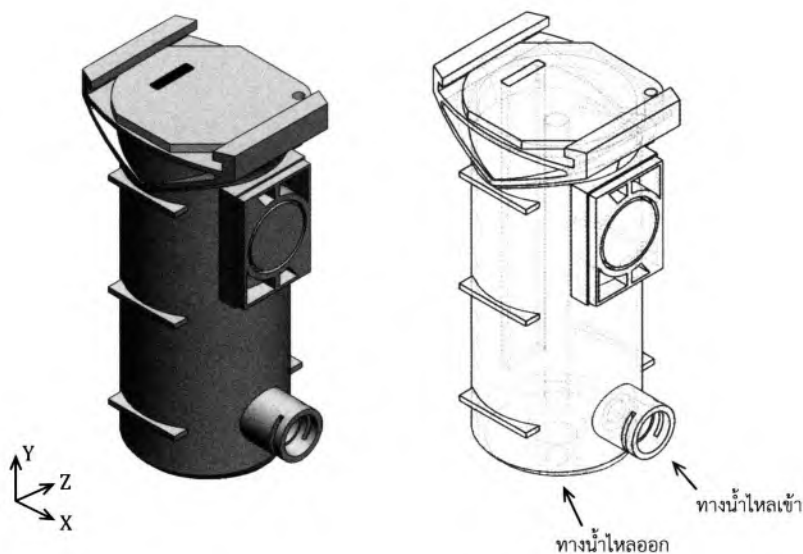
ตัวอย่างการแบ่งเซลล์เพื่อการวิเคราะห์การไหลภายในรางส่งน้ำของห้องปฏิบัติการที่มีทำนบ (Weir) รูปร่างสี่เหลี่ยมขวางการไหลและใช้เซลล์รูปทรงสี่เหลี่ยม (Hexagonal Cells) แสดงในรูปที่ 1.2ก รูปที่ 1.2ข ได้มีการเปลี่ยนทำนบเป็นทำนบรูปร่างสามเหลี่ยมขวางการไหลแต่ยังคงใช้เซลล์รูปทรงสี่เหลี่ยมเพื่อแบ่งโดเมนการไหล โครงสร้างเซลล์ของการวิเคราะห์การไหลในรางส่งน้ำจะสังเกตเห็นได้ว่าเป็นบริเวณช่องว่างภายในรางส่งน้ำของห้องปฏิบัติการซึ่งแสดงด้วยภาพถ่าย และมีการคาดการณ์ว่าจะมีของไหลไหลผ่าน เส้นประที่ล้อมรอบทำนบแสดงให้เห็นวิธีการแบ่งเซลล์ด้วย CFD ของวิธีปริมาตรจำกัดที่ไม่มีการแบ่งเซลล์ทำนบเนื่องจากทำนบทั้งสองแบบเป็นวัสดุตันที่ไม่มีน้ำไหลผ่านเข้าไปได้ โครงสร้างเซลล์บริเวณดังกล่าวจึงมีเพียงขอบผิวด้านบนของทำนบที่เป็นขอบเขตของโดเมนการไหลซึ่งเป็นขอบเขตแบบสิ่งกีดขวางการไหลเท่านั้น^{1,2}



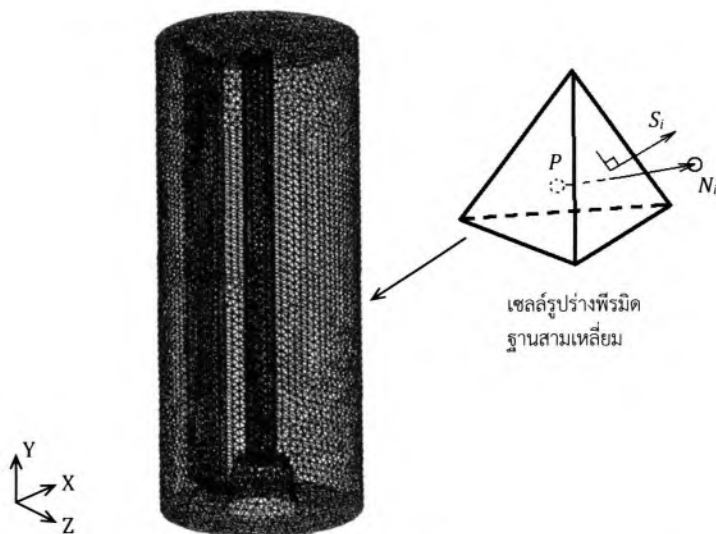
รูปที่ 1.2 โครงสร้างเซลล์ของรางส่งน้ำที่มีท่อนบ (ก) สี่เหลี่ยม และ (ข) สามเหลี่ยม
เปรียบเทียบกับรางส่งน้ำจริงของห้องปฏิบัติการ (ภาพโดย อาทิตย์ สนองเดช)

หม้อต้มน้ำของเครื่องทำน้ำอุ่นที่มีรูปร่างแสดงในรูปที่ 1.3 ประกอบด้วยทางน้ำไหลเข้า (Inlet) ด้านข้าง ทางน้ำไหลออก (Outlet) ด้านล่าง ที่มีลักษณะเป็นท่อยาวยื่นเข้าไปในหม้อต้ม ตัวทำความร้อน (Heater) ของหม้อต้มที่มีรูปร่างเป็นแท่งสี่เหลี่ยมถูกยึดติดกับฝาปิดของหม้อต้มน้ำ (Tank Cap) ดังนั้นโดเมนการไหลที่จะใช้วิเคราะห์การกระจายความร้อนจึงมีรูปร่างแสดงในรูปที่ 1.4 เซลล์รูปทรงสามมิติรูปทรงพีระมิดฐานสามเหลี่ยมได้ถูกใช้เพื่อแบ่งโดเมนสำหรับวิเคราะห์การกระจายของอุณหภูมิจากตัวทำความร้อนภายในหม้อต้มขณะมีน้ำไหลเข้าออก การกำหนดโดเมนการไหลของน้ำภายในหม้อต้มจะไม่ได้มีการนำผนังหรือส่วนประกอบของหม้อต้มน้ำมาทำการแบ่งเซลล์ ซึ่งโครงสร้างเซลล์ที่ได้สร้างขึ้นจะมีเพียงการแบ่งเซลล์ภายในโดเมนที่เป็นเพียงช่องทางการไหลผ่านของน้ำเข้าและออกจากหม้อต้มเท่านั้น³

ท่อน้ำไหลเข้าซึ่งมีลักษณะเป็นท่อรูปทรงกระบอกยื่นออกมาจากหม้อต้มน้ำก็ไม่ได้มีการนำมาสร้างเซลล์ร่วมกับโครงสร้างเซลล์ภายในหม้อต้มน้ำทั้งๆ ที่มีน้ำไหลผ่าน การทำเช่นนี้เนื่องมาจากอัตราการไหลเข้าของน้ำตลอดท่อน้ำไหลเข้ามีค่าคงที่ เพื่อลดเวลาในการคำนวณของวิธีปริมาตรจำกัดจึงได้ทำการตัดส่วนที่เป็นท่อน้ำไหลเข้าออกจากโครงสร้างเซลล์ของหม้อต้มน้ำ



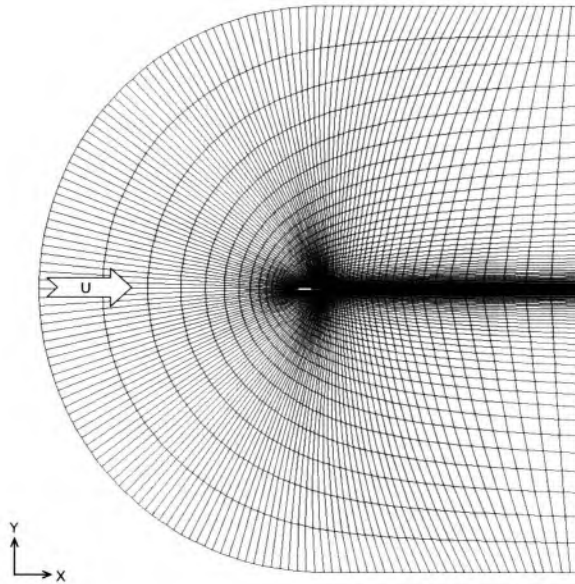
รูปที่ 1.3 แบบจำลอง 3 มิติ หม้อต้มน้ำของเครื่องทำน้ำอุ่น (ภาพโดย วิษุวัต มัชฌิมกะ)



รูปที่ 1.4 โครงสร้างเซลล์ของหม้อต้มน้ำของเครื่องทำน้ำอุ่น (ภาพโดย ชาคิต สุวรรณจำรัส)

โครงสร้างเซลล์ของรางส่งน้ำและหม้อต้มน้ำจะมีเซลล์บริเวณที่เป็นขอบเขตผิวหน้าของเซลล์ที่สัมผัสกับขอบ หรือผนังของวัตถุที่นำมาวิเคราะห์จะมีการกำหนดสถานะขอบเขตเป็นค่าคงที่ หรือฟังก์ชันการเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติการไหลที่สัมผัสกับผนังของวัตถุนั้นๆ เช่น ผนังของรางส่งน้ำด้านล่าง และผนังด้านในของหม้อต้มน้ำจะกำหนดให้มีความเร็วของการไหลของน้ำเป็นศูนย์ การไหลของน้ำออกจากรางส่งน้ำและหม้อต้มน้ำจะกำหนดให้มีค่าความดันเท่ากับค่าความดันบรรยากาศ เป็นต้น ส่วนบริเวณที่มีการไหลของน้ำเข้ารางส่งน้ำและหม้อต้มน้ำจะกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นเป็นค่าความเร็วของการไหลของน้ำเข้ารางส่งน้ำและหม้อต้มน้ำ ตามลำดับ

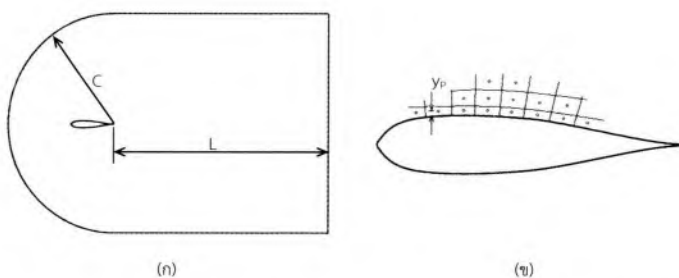
โครงสร้างเซลล์ที่นำมาใช้วิเคราะห์ลักษณะการไหลของของไหลล้อมรอบวัตถุ เช่น แพนอากาศ (Airfoil) ของปีกเครื่องบิน หรือใบกังหันลมจะมีการใช้เซลล์หรือกริดเข้ารูปเพื่อสร้างโดเมนการไหลซึ่งสามารถแสดงได้ในรูปที่ 1.5 อากาศความเร็ว U จะถูกกำหนดให้มีการไหลตามแนวแกน X ของโดเมน โดยอากาศไหลจากด้านซ้ายมือไปด้านขวามือ และอากาศจะปะทะกับแพนอากาศซึ่งมีลักษณะเป็นหยดน้ำวางตามแนวแกน X ภายในโดเมน ขนาดของโดเมน และขนาดของเซลล์ที่อยู่ชิดติดกับผิวของแพนอากาศจะมีผลกระทบต่อผลการจำลองการไหลของอากาศ (รูปที่ 1.6) ดังนั้นการวิเคราะห์การไหลในลักษณะนี้ จึงจำเป็นต้องมีการกำหนดขนาดของโดเมน และขนาดของเซลล์ที่อยู่ชิดติดกับผิวของแพนอากาศให้มีความเหมาะสมจึงจะทำให้ได้ผลลัพธ์ที่แม่นยำ^{4, 5}



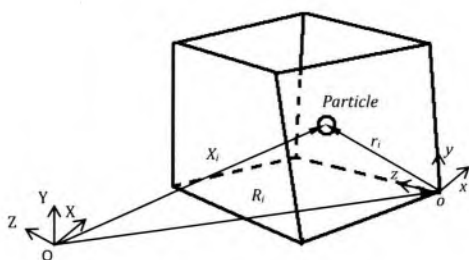
รูปที่ 1.5 โครงสร้างเซลล์ที่ถูกสร้างด้วยกริดเข้ารูป (ภาพโดย ชาคริต สุวรรณจำรัส)

การวิเคราะห์โดเมนของปัญหา CFD ที่มีการเคลื่อนที่ เช่น การวิเคราะห์การกระฉอก (Sloshing) ของน้ำมันในถังที่เคลื่อนที่ไปข้างหน้าและถอยหลัง การเลือกสมการควบคุมพฤติกรรมของไหลในลักษณะนี้ จำเป็นต้องเป็นสมการควบคุมการไหลที่โดเมนมีการเคลื่อนที่ หรือ เรียกว่าสมการไม่มีการอนุรักษ์ (Non-Conservative Equation) โดเมนของการวิเคราะห์ปัญหาลักษณะนี้จำเป็นต้องใช้การอ้างอิงระหว่างพิกัดของโดเมนกับพิกัดอยู่กับที่ (Fix Coordinate) ใดๆ โดยมีรูปแบบของการกำหนดพิกัด และระยะอ้างอิงแสดงได้ในรูปที่ 1.7 ภาชนะสี่เหลี่ยมจะแทนโดเมนของของไหลที่ต้องการวิเคราะห์ซึ่งมีพิกัดอ้างอิง (x,y,z) ที่มุมด้านล่างของภาชนะ ทั้งนี้เมื่อภาชนะมีการเคลื่อนที่ที่พิกัดของภาชนะจะอ้างอิงอยู่กับพิกัดอยู่กับที่ (X,Y,Z) โดยมีระยะห่างระหว่างพิกัดทั้งสองเท่ากับ R_i จุดวงกลมภายในภาชนะสี่เหลี่ยมจะแทนอนุภาคของของไหลที่มีการเคลื่อนที่เมื่อภาชนะเคลื่อนที่อนุภาคจะมีการเคลื่อนที่อ้างอิงกับพิกัดของภาชนะ และอ้างอิงกับพิกัดอยู่กับที่ไปพร้อมๆ กัน โดยมีระยะห่างจากพิกัดของภาชนะและพิกัดอยู่กับที่เท่ากับ r_i และ X_i ตามลำดับ⁶⁻⁹

การปฏิบัติงานในขั้นตอน Pre-Processing ที่ถูกต้อง และสอดคล้องกับสภาพปัญหาของของไหลที่ต้องการนำมาวิเคราะห์ จะทำให้ได้ผลเฉลยที่มีความถูกต้อง แม่นยำ และไม่เกิดการลู่ออก (Divergence) ของผลเฉลยซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่ไม่สามารถเชื่อถือได้



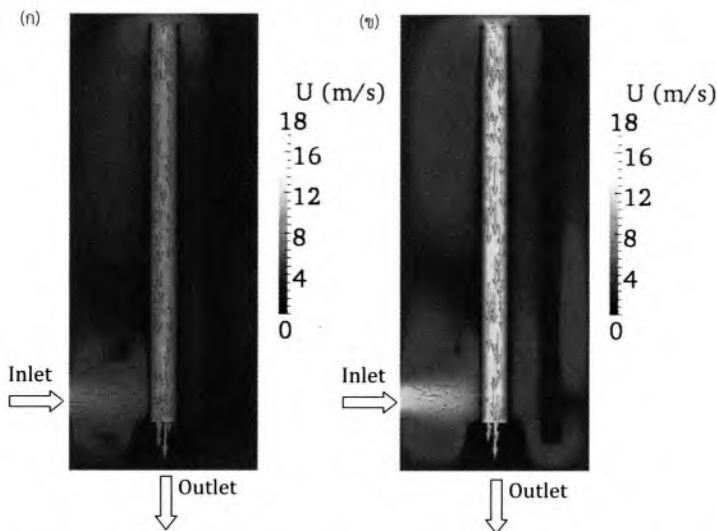
รูปที่ 1.6 (ก) ขนาดของโดเมน C และ L และ (ข) ระยะห่างระหว่างผิวบนอากาศถึงโหนดของเซลล์แรกติดกับผิวของแพนอากาศ y_p จะมีผลต่อความแม่นยำในการจำลองการไหล (ภาพโดย ชาคริต สุวรรณจรัส)



รูปที่ 1.7 ระบบการเคลื่อนที่ของโดเมนของไหล (ภาพโดย ชาคริต สุวรรณจรัส)

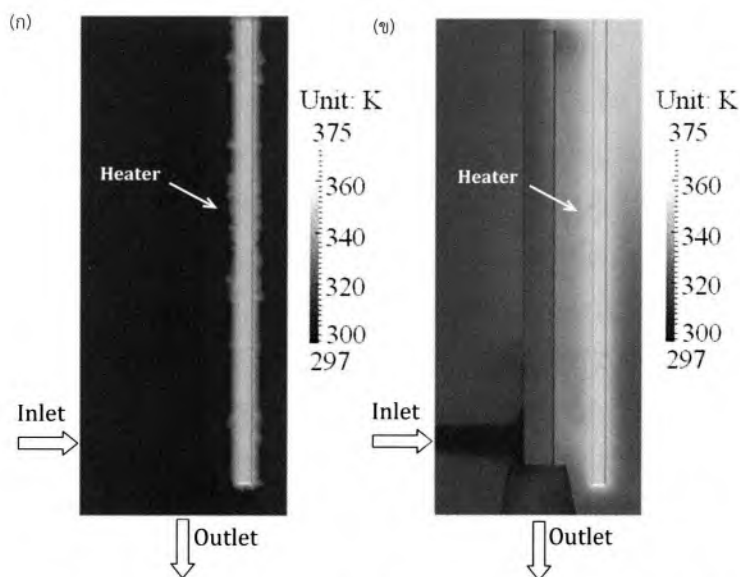
ข) Solving เป็นการแปลงสมการควบคุม เงื่อนไขเริ่มต้น สภาวะขอบเขตของปัญหาการไหลให้อยู่ในรูปแบบของพิกัด หรือการสร้างความไม่ต่อเนื่อง (Discretization) ในรูปแบบสมการพีชคณิต (Algebraic Equation) และการหาผลเฉลยของปัญหาการไหล วิธีปริมาตรจำกัดจะกำหนดสมการไม่ต่อเนื่องด้วยการใช้พิกัดที่สนใจ (P) และพิกัดข้างเคียง (N) ขึ้นกับมิติที่ทำการสร้างสมการ (1, 2 หรือ 3 มิติ) การหาผลเฉลยของสมการพีชคณิตที่ได้จากระเบียบวิธีปริมาตรจำกัดจะใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Methods) ซึ่งมีทั้งแบบตรง (Direct Methods) และแบบทำซ้ำ (Iterative Methods) แต่ที่นิยมจะเป็นแบบทำซ้ำมากกว่าแบบตรง เนื่องจากระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบทำซ้ำจะใช้หน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ในการคำนวณน้อยกว่าแบบตรง ตัวอย่างระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบตรง เช่น วิธีเมตริกซ์ผกผัน (Inverse Matrix) วิธี TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm) เป็นต้น ส่วนตัวอย่างระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบทำซ้ำ เช่น วิธียาโคบี (Jacobi) วิธีเกาส์-ซีเดล (Gauss-Seidel) เป็นต้น

ค) Post-Processing เป็นการวิเคราะห์ผลของการคำนวณ และการแสดงผล การคำนวณของวิธีปริมาตรจำกัดด้วยกราฟฟิก (Graphic) หรือภาพ การแสดงผลของการคำนวณด้วยกราฟฟิกจะทำให้ผู้วิเคราะห์ผล CFD เข้าใจปรากฏการณ์การไหลของของไหลได้ดียิ่งขึ้น การเลือกชนิดของภาพกราฟฟิกจึงมีผลต่อความเข้าใจดังกล่าว ผลการวิเคราะห์ที่เป็นค่าของความเร็วและทิศทางการไหลจะนิยมใช้การแสดงผลด้วยเฉดสี (Color Contour) ซึ่งอาจจะเป็นเฉดสีเทา (Grey Contour) ก็เป็นได้ บริเวณส่วนไหนที่ของไหลมีการไหลด้วยความเร็วสูงกว่าบริเวณอื่นๆ ในโดเมนการไหลจะมีสีแดงหรือสีขาว ส่วนทิศทางการไหลจะนิยมใช้เวกเตอร์หรือภาพลูกศรชี้ไปในทิศการไหลของของไหล และเพื่อให้เห็นลักษณะของการไหลได้ดีมักนิยมแสดงโดเมนการไหลเป็นภาพตัด (Section View) ในบริเวณที่สนใจ การแสดงผลของการไหลน้ำภายในหม้อต้มของเครื่องทำน้ำอุ่นในรูปที่ 1.8 เป็นตัวอย่างการแสดงผลความเร็วด้วยภาพตัด หากมีการเพิ่มความเร็วจากอัตราการไหล 2 l/min ในรูปที่ 1.8ก เป็นอัตราการไหล 5 l/min ในรูปที่ 1.8ข จะสังเกตเห็นการเปลี่ยนแปลงความเร็วของน้ำไหลออกจากหม้อต้มมีค่าเพิ่มขึ้น แสดงได้ด้วยบริเวณสีขาวที่เพิ่มขึ้นภายในท่อน้ำออกนั่นเอง ส่วนทิศทางการไหลสังเกตได้จากภาพลูกศรที่มีหัวลูกศรชี้เข้าภายในหม้อต้มที่บริเวณทางเข้า และมีลูกศรชี้ลงในท่อน้ำออก ซึ่งจะทำให้สามารถทราบถึงทิศทางการไหลของน้ำภายในหม้อต้มได้เป็นอย่างดี

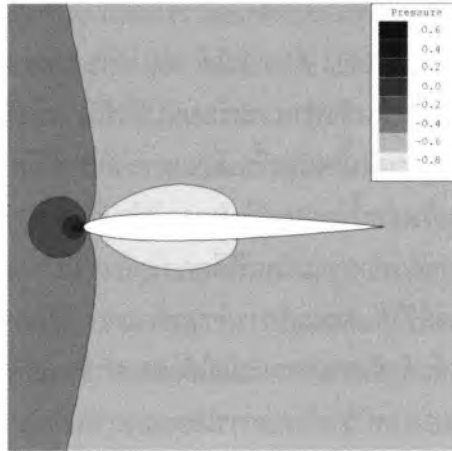


รูปที่ 1.8 ความเร็วและทิศทางการไหลของน้ำภายในหม้อต้มน้ำของเครื่องทำน้ำอุ่น
(ภาพโดย วิษุวัต มัชฌิมกะ)

การใช้เฉดสีนอกจากจะใช้แสดงผลของการไหลที่เป็นความเร็วแล้วยังสามารถใช้แสดงปริมาณอื่นๆ ของการใช้ CFD คำนวณได้ เช่น การกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดจากการถ่ายเทความร้อนระหว่างตัวทำความร้อนกับน้ำที่มีการไหลเข้าออกในหม้อต้มซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 1.9 อุณหภูมิของน้ำจะสูงขึ้นเมื่อเวลาของการให้ความร้อนนานขึ้น ดังนั้นจึงจะสังเกตเห็นเฉดสีภายในท่อน้ำออกเปลี่ยนจากสีดำเป็นสีเทาซึ่งมีค่าอุณหภูมิ 313 K เมื่อมีการให้ความร้อนด้วยตัวทำความร้อนมีที่อุณหภูมิ 375 K และมีอัตราการไหลน้ำเข้าหม้อต้ม 2 l/min เฉดสีที่ใช้แสดงผลการคำนวณ CFD ด้วย FVM นอกจากแสดงค่าความเร็วและความร้อนได้แล้วยังสามารถนำมาใช้แสดงค่าความดันที่เกิดจากการไหลของของไหลได้อีกด้วย แพนอากาศที่วางขวางการไหลของอากาศความเร็ว U จะมีความดันเกิดขึ้นบริเวณขอบของแพนอากาศด้านที่ปะทะลมโดยตรง ค่าความดันที่เกิดขึ้นสามารถแสดงเป็นเฉดสีได้ในรูปที่ 1.10 โดยค่าความดันจะมีค่าสูงสุดบริเวณผิวของแพนอากาศและแสดงด้วยสีดำ ค่าความดันที่เกิดจากการปะทะระหว่างลมและแพนอากาศจะมีค่าลดลงตามระยะที่ห่างจากขอบของแพนอากาศออกไป และแสดงเป็นชั้นสีเทาต่างๆ

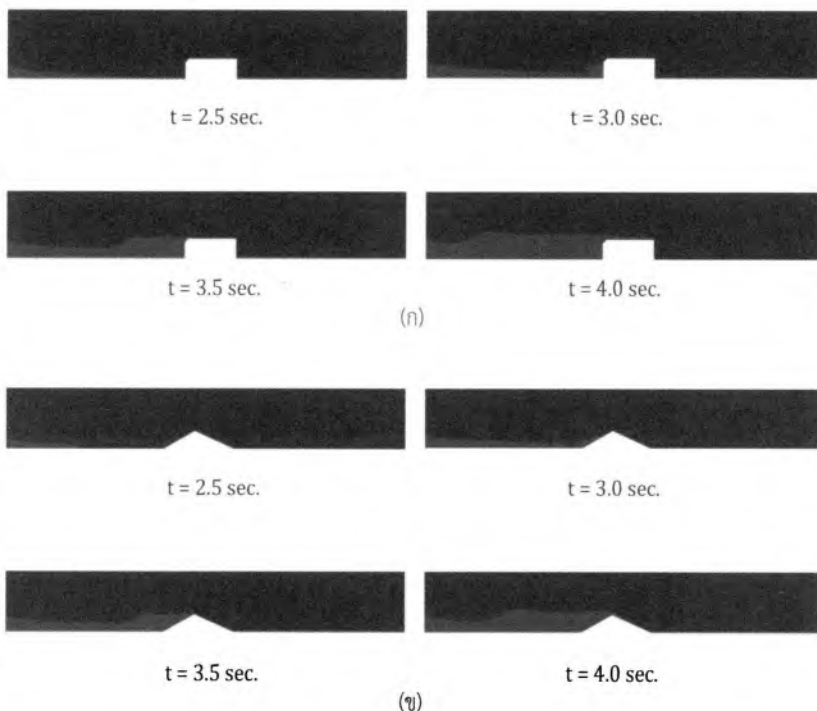


รูปที่ 1.9 การกระจายตัวของอุณหภูมิในน้ำที่ไหลภายในหม้อต้มของเครื่องทำน้ำอุ่น ณ เวลา (ก) 0 วินาที และ (ข) 120 วินาที (ภาพโดย วิษุวัต มัชฌิมกะ)



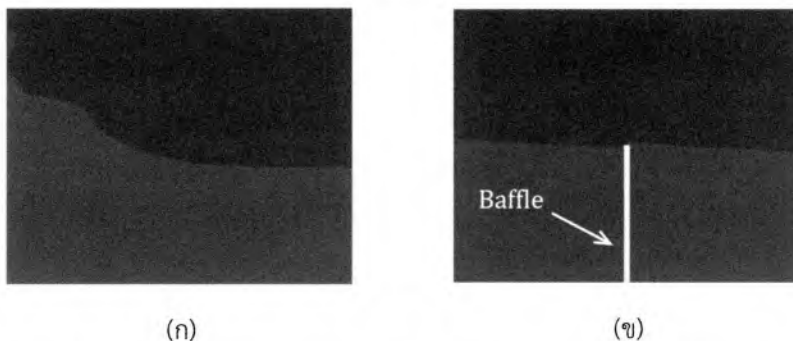
รูปที่ 1.10 การกระจายตัวของความดันที่เกิดจากการไหลของอากาศความเร็ว U เข้าปะทะแผ่นอากาศ (ภาพโดย ชาคริต สุวรรณจรัส)

การแสดงผลด้วยเจดสีนอกจากที่ได้กล่าวมาแล้วยังสามารถใช้แสดงปริมาณของเหลวที่มีการไหลเข้าไปในบริเวณต่างๆ ได้อีกด้วย เช่น การไหลของน้ำในรางส่งน้ำ ซึ่งแสดงในรูปที่ 1.11 จะเห็นได้ว่าการแสดงบริเวณที่มีน้ำไหลในรางส่งน้ำด้วยสีเทาและบริเวณที่ไม่มีน้ำไหล หรือบริเวณที่มีเพียงแต่อากาศแสดงด้วยสีดำ การแสดงปริมาณการไหลของน้ำในเซลล์ด้วยวิธีนี้จะต้องกำหนดสมการการไหลเป็นแบบการไหลสองสถานะ (Two-Phase Flow) จึงจะสามารถคำนวณปริมาณของไหลในเซลล์ใดๆ ได้ ผลการคำนวณถูกแสดงเป็นปริมาณการไหลของน้ำผ่านทำนบ ทำให้สามารถเห็นรูปแบบการไหลที่มีการปะทะทำนบ และมีการไหลย้อนกลับบริเวณผิวบนของน้ำได้อย่างชัดเจน ความรุนแรงของการปะทะทำนบที่มีรูปร่างต่างจากการไหลของน้ำมีค่าแตกต่างกันโดยจะสังเกตได้จากระยะทางของยอดคลื่นของผิวน้ำที่สะท้อนกลับ ซึ่งยอดคลื่นของการไหลของน้ำที่ปะทะทำนบสี่เหลี่ยมจะมีการเคลื่อนที่ออกจากทำนบหลังจากปะทะไปทางด้านทางเข้าได้ไกลกว่ายอดคลื่นของการไหลของน้ำที่ปะทะทำนบสามเหลี่ยม ดังนั้นความรุนแรงของการไหลที่ปะทะทำนบสี่เหลี่ยมจึงมีค่ามากกว่าทำนบสามเหลี่ยมอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้



รูปที่ 1.11 การไหลของน้ำผ่านทำนบรูปร่าง (ก) สี่เหลี่ยม และ (ข) สามเหลี่ยม ภายในรางส่งน้ำ ที่เวลา 2.5, 3.0, 3.5 และ 4.0 วินาที ตามลำดับ (ภาพโดย อาทิตย์ สอนงเดช)

ฝิวน้ำที่มีการเคลื่อนที่ยังสามารถนำไปใช้วิเคราะห์ค่าความรุนแรงที่เกิดจากการเคลื่อนที่ภาชนะบรรจุของเหลว รูปที่ 1.12 ได้แสดงฝิวน้ำที่เคลื่อนที่ที่อยู่ภายในภาชนะที่บรรจุน้ำไว้เป็นความสูงครึ่งหนึ่งของภาชนะ ภาชนะใบซ้าย (รูปที่ 1.12ก) เป็นภาชนะที่ไม่มีผนังกั้นและมีการเคลื่อนที่ไปทางด้านขวาทำให้น้ำในภาชนะเกิดการกระฉอกด้วยความรุนแรง ซึ่งสังเกตได้จากความสูงของฝิวน้ำบนผนังด้านซ้ายมีความสูงกว่าความสูงเดิม และสามารถตั้งข้อสังเกตได้ว่าแรงดันที่กระทำต่อผนังภาชนะด้านนี้หากมีค่ามากจะส่งผลให้ภาชนะเสียสมดุลจากการเคลื่อนที่ การนำแผ่นกั้น (Baffle) ที่มีความสูงเท่ากับฝิวน้ำขณะภาชนะไม่มีการเคลื่อนที่มาติดตั้งไว้ภายในที่ตำแหน่งกึ่งกลางภาชนะเมื่อภาชนะมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากับภาชนะที่ไม่มีแผ่นกั้นจะสังเกตเห็นฝิวน้ำไม่มีการเคลื่อนที่สูงขึ้นที่ผนังของภาชนะ (รูปที่ 1.12ข) ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าแผ่นกั้นที่ถูกติดตั้งสามารถยับยั้งความรุนแรงของการกระฉอกของน้ำได้ โดยจะสังเกตจากความสูงของน้ำที่เกิดขึ้นที่ผนังของภาชนะ วิธีการวิเคราะห์ CFD ในกรณีนี้สามารถนำไปใช้ในการออกแบบรูปร่างของแผ่นกั้นเพื่อลดความรุนแรงของการกระฉอกของของเหลวภายในภาชนะบรรจุที่มีการเคลื่อนที่ได้ต่อไป



รูปที่ 1.12 การกระผกของน้ำภายในภาชนะเคลื่อนที่ (ก) ไม่มีแผ่นกั้น และ (ข) มีแผ่นกั้น
(ภาพโดย กฤษณ์ ตรีภพนากุล)

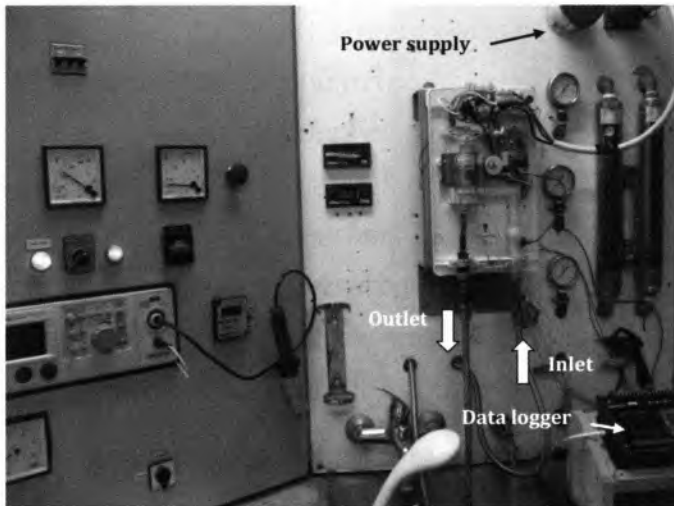
1.2 การตรวจสอบความถูกต้องของซอฟต์แวร์ CFD

ขั้นตอนการใช้ CFD จำลองการไหลแบบต่างๆ ที่ได้กล่าวมาสามารถนำไปใช้วิเคราะห์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการไหลนั้นๆ ได้ แต่หากไม่มีการประเมินความถูกต้องของผลลัพธ์จะทำให้การใช้ CFD ไม่มีประสิทธิภาพ และอาจเกิดความเสียหายขึ้นได้ การจำลองการไหลใดๆ ด้วย CFD จำเป็นต้องมีการประเมินค่าคลาดเคลื่อนของผลการจำลองนั้นๆ วิธีการประเมินที่น่าเชื่อถือมักนิยมใช้การทดลองและใช้เครื่องมือวัดหาค่าการเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติของไหลขณะมีการไหล การวัดอุณหภูมิบริเวณใกล้ผนังด้านในและท่อทางออกของหม้อต้มในเครื่องทำน้ำอุ่นโดยใช้เทอร์โมคัปเปิล (Thermocouple) ซึ่งเป็นอุปกรณ์วัดอุณหภูมิชนิดหนึ่งที่สามารถใช้วัดอุณหภูมิได้ตลอดเวลาของการทดลอง ด้วยการเสียบเทอร์โมคัปเปิลทะลุเข้าไปในหม้อต้มแล้วใช้ซิลิโคนปิดรูที่ถูกเจาะไว้เพื่อป้องกันการรั่วซึม (รูปที่ 1.13) สัญญาณที่ได้จากเทอร์โมคัปเปิลจะถูกบันทึกด้วยเครื่องบันทึกข้อมูล (Data logger) ทำให้ได้ข้อมูลที่ถูกบันทึกและสามารถนำมาใช้เปรียบเทียบกับผลการคำนวณอุณหภูมิของ CFD ได้ รูปที่ 1.14 เป็นการจัดอุปกรณ์ทดลองเพื่อวัดอุณหภูมิภายในหม้อต้มของเครื่องทำน้ำอุ่น หม้อต้มที่มีเทอร์โมคัปเปิลจะถูกนำไปติดตั้งเข้ากับชุดทดลองซึ่งมีการเชื่อมสายไฟฟ้าจากแหล่งจ่ายไฟฟ้า (Power Supply) และมีการควบคุมการจ่ายกระแสไฟฟ้าเข้าตัวทำความร้อน ท่อน้ำเข้าซึ่งถูกต่อจากท่อที่มีมิเตอร์วัดการไหล (Flow Meter) เข้าสู่หม้อต้ม ท่อน้ำออกถูกปล่อยทิ้ง และสายเทอร์โมคัปเปิลถูกเชื่อมต่อเข้ากับเครื่องบันทึกข้อมูลขณะทำการทดลอง การทดลองจะดำเนินการประมาณ 5 วินาที จึงหยุดทำการทดลองและนำตัวอย่างผลการวัดอุณหภูมิที่ทางออกของหม้อต้มมาแสดงเปรียบเทียบกับผลการคำนวณ CFD ที่ตำแหน่งเดียวกัน

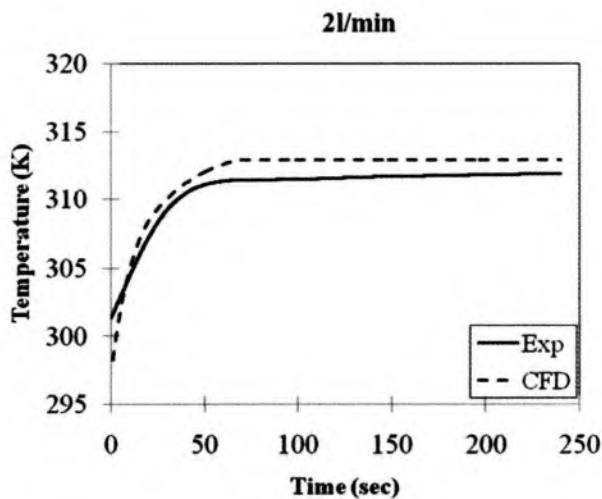
ด้วยกราฟของอุณหภูมิกับเวลาแสดงในรูปที่ 1.15 ผลการเปรียบเทียบกับกราฟได้มาจากการวัดตำแหน่งอุณหภูมิที่ทางออกหม้อต้มที่มีการจ่ายไฟฟ้ากำลัง 2.0 kW โดยกำหนดอัตราการไหลของน้ำเข้าหม้อต้ม 2 l/min จะสังเกตเห็นว่าผลการทดลอง (Exp) และผลการคำนวณด้วย CFD มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิตั้งแต่เริ่มต้นจนกระทั่งสิ้นสุดการบันทึกผลมีแนวโน้มของเส้นกราฟคล้ายคลึงกันเพียงแต่ค่าอุณหภูมิในสภาวะคงตัว (Steady State) ของ CFD จะมีค่าสูงกว่าการทดลองเพียงเล็กน้อย (3 K) หากนำค่าการคำนวณด้วย CFD ที่สภาวะคงตัวมาหาค่าความคลาดเคลื่อน ค่าอุณหภูมิของวิธี CFD จะมีค่าความคลาดเคลื่อน 0.96 % เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง



รูปที่ 1.13 ลักษณะการติดตั้งเทอร์โมคัปเปิลที่ผนังหม้อต้มของเครื่องทำน้ำอุ่น
(ภาพโดย วิษุวัต มัชฌิมกะ)



รูปที่ 1.14 ชุดทดลองศึกษาการกระจายความร้อนในหม้อต้มของเครื่องทำน้ำอุ่น
(ภาพโดย ชาศริต สุวรรณจำรัส)



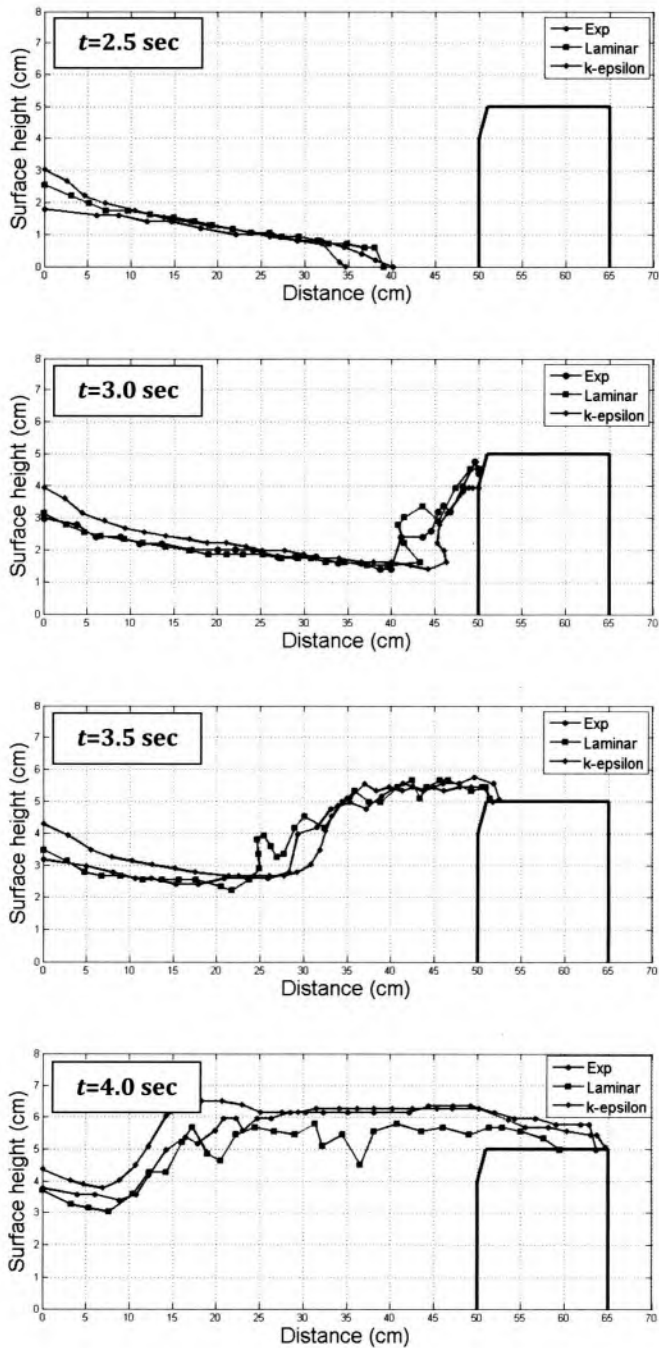
รูปที่ 1.15 กราฟเปรียบเทียบอุณหภูมิที่ตำแหน่งทางน้ำออกจากหม้อต้มของเครื่องทำน้ำอุ่น
ของการทดลอง (Exp) และผลของ CFD (ภาพโดย วิษุวัต มัชฌิมกะ)

การทดลองเพื่อวัดผลของการไหลลักษณะอื่นๆ เช่น การวัดความสูงผิวหน้า
ในรางส่งน้ำขณะที่มีการไหล หรือการเคลื่อนที่ของผิวหน้าภายในภาชนะที่มีการเคลื่อนที่
ไปข้างหน้าและถอยหลัง ผิวหน้าของการไหลในโดเมนดังกล่าวจะมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง

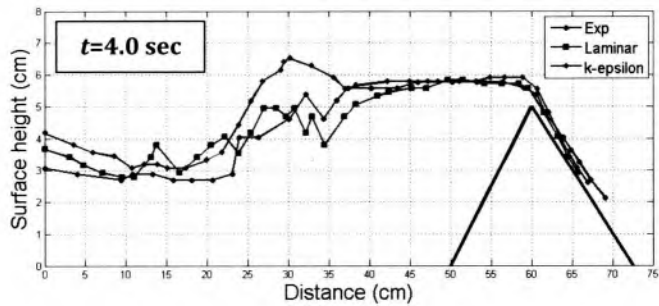
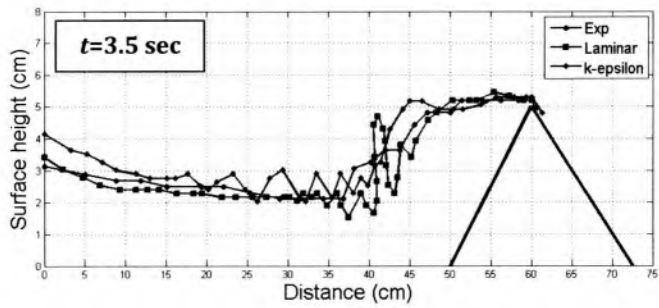
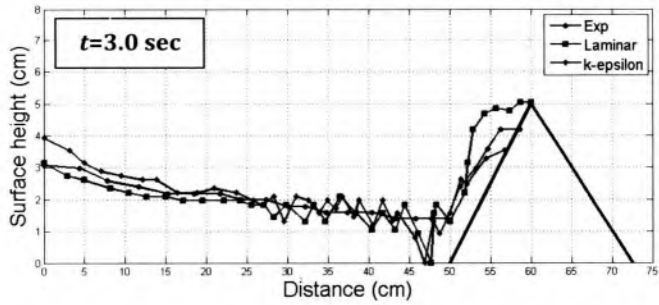
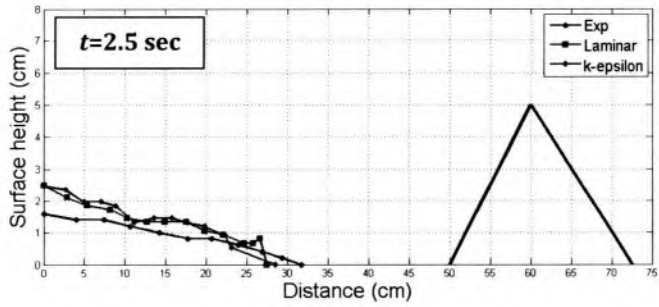
ขณะไหลหรือขณะโดเมนเคลื่อนที่ตลอดเวลาทำให้ไม่สามารถทำการวัดความสูงของผิวน้ำด้วยเครื่องมือวัดได้โดยตรง การวัดความสูงของผิวน้ำที่มีการเคลื่อนที่จึงต้องใช้วิธีการถ่ายภาพการไหลของน้ำ และใช้ซอฟต์แวร์แสดงพิกัดของผิวน้ำจึงจะทำให้ได้พิกัดของผิวน้ำที่ต้องการ ณ เวลาต่างๆ ได้

เทคนิคการประมวลผลภาพ (Image Processing) สามารถนำมาใช้ในการบันทึกผลการทดลองของการไหลของผิวน้ำได้ ผู้เขียนได้พัฒนาเครื่องมือวัดตำแหน่งผิวน้ำด้วยการใช้อัลกอริทึม (Algorithm) ของการหาขอบของภาพด้วยวิธีการประมวลผลภาพ นำมาพัฒนาเป็นซอฟต์แวร์สำเร็จรูปเพื่อใช้ในการเปลี่ยนแปลงขอบของภาพที่ได้จากการถ่ายบันทึกให้เป็นพิกัด (X, Y) ใดๆ ได้อย่างแม่นยำด้วยภาษา C++ .Net¹⁰ พิกัด (X, Y) ของผิวน้ำที่ถูกแปลงเป็นตัวเลขสามารถนำไปพล็อตเป็นกราฟเปรียบเทียบกับผลการคำนวณด้วย CFD ได้ต่อไป

การทดลองเพื่อศึกษาปริมาณการไหลของน้ำผ่านท่อบังคับได้ใช้วิธีการบันทึกภาพเคลื่อนที่ไหวของผิวน้ำภายในรางส่งน้ำเพื่อทำให้เห็นรูปแบบการไหลของน้ำที่มีการปะทะท่อบังคับและมีการไหลย้อนกลับบริเวณผิวน้ำของน้ำได้อย่างชัดเจน เมื่อใช้ซอฟต์แวร์ของผู้เขียนแสดงพิกัดของผิวน้ำจึงสามารถนำพิกัดของผิวน้ำที่ได้จากการถ่ายภาพเคลื่อนที่ไหวของน้ำที่วินาทีเดียวกันกับการประมวลผลด้วย CFD มาทำการเปรียบเทียบ และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนของ CFD ได้ รูปที่ 1.16 เป็นกราฟแสดงพิกัดของผิวน้ำที่ไหลที่เวลาต่างๆ ภายในรางส่งน้ำที่มีท่อบังคับสี่เหลี่ยมผืนผ้าขวางการไหล และรูปที่ 1.17 เป็นกราฟแสดงพิกัดของผิวน้ำที่ไหลภายในรางส่งน้ำที่มีท่อบังคับสามเหลี่ยมผืนผ้าขวางการไหล พิกัดผิวน้ำของการทดลองจะมีลักษณะคล้ายคลึงกับพิกัดผิวน้ำของการคำนวณด้วยแบบจำลองราบเรียบ (Laminar Model) และแบบจำลองปั่นป่วน (Turbulence Model) ชนิด k- ϵ เมื่อนำพิกัดความสูงของผิวน้ำที่ตำแหน่งต่างๆ ตามระยะทางความยาวของรางส่งน้ำมาหาค่าความคลาดเคลื่อน พบว่า แบบจำลองราบเรียบ และแบบจำลองปั่นป่วน ชนิด k- ϵ มีค่าคลาดเคลื่อนจากการทดลอง 12.66 % และ 14.88 % ตามลำดับ แบบจำลองราบเรียบและแบบจำลองปั่นป่วนที่ใช้ในการจำลองการไหลจะได้มีการอธิบายรายละเอียดในบทต่อไป

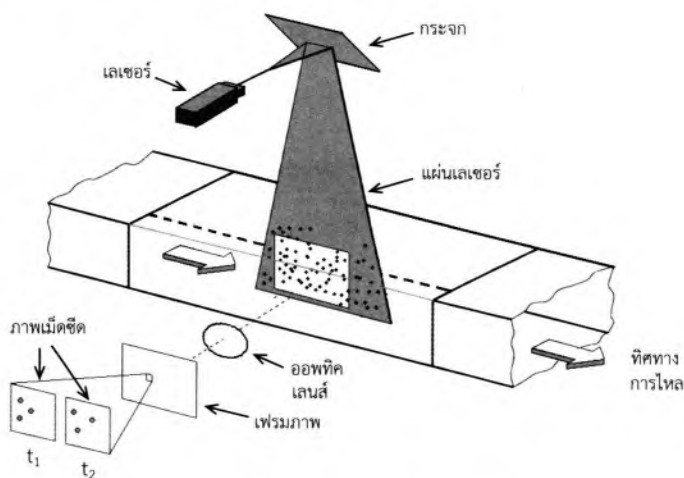


รูปที่ 1.16 กราฟเปรียบเทียบฟลักซ์ของผิวน้ำที่มีการไหลภายในรางส่งน้ำที่มีทำนบสี่เหลี่ยมของการทดลอง และวิธี CFD ด้วยการใช้แบบจำลองราบเรียบ และแบบจำลองปั่นป่วน ชนิด k- ϵ ที่เวลา 2.5, 3.0, 3.5 และ 4.0 วินาที ตามลำดับ (ภาพโดย อาทิตย์ สมองเดช)

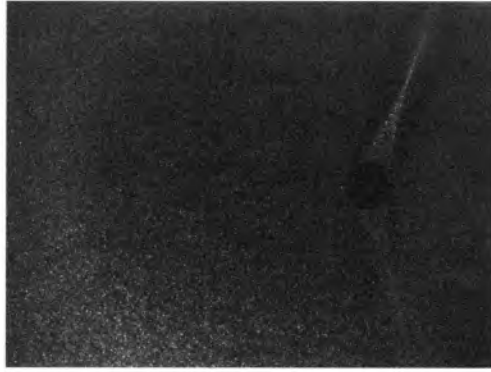


รูปที่ 1.17 กราฟเปรียบเทียบพิกัดของผิวน้ำที่มีการไหลภายในรางส่งน้ำที่มีทำนบสามเหลี่ยมของการทดลอง และวิธี CFD ด้วยการใช้แบบจำลองราบเรียบ และแบบจำลองปั่นป่วน ชนิด k-ε ที่เวลา 2.5, 3.0, 3.5 และ 4.0 วินาที ตามลำดับ (ภาพโดย อาทิตย์ สอนงเดช)

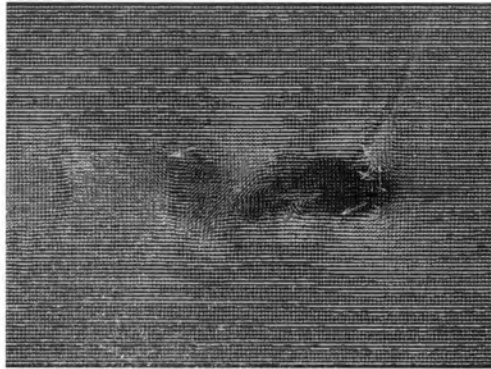
ซอฟต์แวร์ที่ใช้กับภาพถ่ายสามารถพัฒนาเพื่อใช้ในการวัดความเร็วของของไหล โดยวิธีการ PIV (Particle Image Velocimetry) แสดงในรูปที่ 1.18 วิธี PIV ใช้เทคนิคการถ่ายภาพการเคลื่อนที่ของอนุภาค (Particle) หรือเม็ดซีด (Seed) จำนวนมากที่ถูกปล่อยให้เคลื่อนที่พร้อมกับการไหลของของไหล อัตราการบันทึกภาพจะเท่ากับความถี่ของการฉายแสงเลเซอร์ให้เป็นแผ่น (Sheet) ทำให้ได้ภาพถ่ายเคลื่อนไหวของเม็ดซีดที่คมชัด ภาพถ่ายของเม็ดซีดสามารถนำไปแยกเป็นเฟรม (Frame) ของภาพนิ่ง และในแต่ละเฟรมจะใช้ซอฟต์แวร์ของการประมวลผลภาพโดยการหาจุดของเม็ดซีดเดียวกันที่ถ่ายได้บนเฟรมต่างๆ ตำแหน่งของจุดบนเฟรมแต่ละเฟรมทำให้สามารถคำนวณระยะและทิศทางการเคลื่อนที่ของจุดได้ ส่วนเวลาของการบันทึกภาพแต่ละเฟรมก็คือเวลาที่จุดเม็ดซีดเคลื่อนที่ ดังนั้นระยะทางและเวลาที่สอดคล้องกันทำให้สามารถคำนวณความเร็วของเม็ดซีดนั้นๆ ได้ ผลการคำนวณสามารถนำไปสร้างภาพกราฟฟิกของเวกเตอร์ความเร็ว ทำให้สามารถแสดงขนาดและทิศทางของความเร็วที่บริเวณที่มีการไหลของของไหลได้ ¹¹ ทั้งนี้ตัวอย่างของการใช้ PIV บันทึกการไหลของของไหลผ่านวัตถุรูปร่างวงกลมแสดงในรูปที่ 1.19 รูปบน (รูปที่ 1.19ก) จะแสดงภาพถ่ายของเม็ดซีดเล็กสีขาวที่ถูกผสมกับของไหล บริเวณที่เป็นวัตถุวงกลมจะไม่มีเม็ดซีดไหลทะลุผ่านได้ ส่วนรูปล่าง (รูปที่ 1.19ข) จะแสดงเวกเตอร์ความเร็วที่ได้จากการประมวลผลภาพและการคำนวณ ซึ่งแสดงเป็นลูกศรทำให้เห็นลักษณะการไหลของของไหลด้านหลังวัตถุรูปร่างวงกลมจะไม่ขนานไปกับการไหลในแนวนอนจากด้านขวามาทางด้านซ้ายของภาพ



รูปที่ 1.18 การจัดอุปกรณ์บันทึกภาพการไหลเพื่อการวัดความเร็วของการไหลด้วยวิธี PIV
(ภาพโดย ชاکริต สุวรรณจรัส)



(ก)

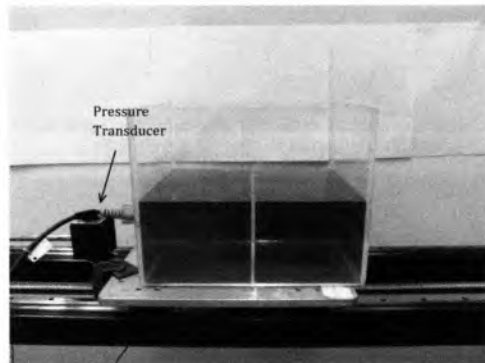


(ข)

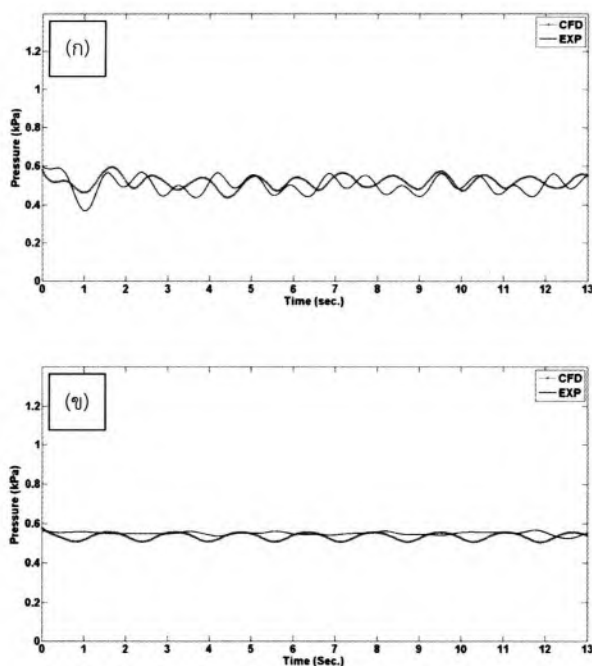
รูปที่ 1.19 ภาพการไหลของของไหลเมื่อใช้การวัดความเร็วด้วยวิธี PIV (ก) ภาพการเคลื่อนที่ของเม็ดสีดพร้อมของไหล (ข) ภาพเวกเตอร์ความเร็วของการไหล (ภาพโดย ชวกริต สุวรรณจำรัส)

นอกจากการวัดอุณหภูมิ พิกัดของผิวน้ำ และความเร็วของการไหลแล้ว แรงดันที่เกิดจากการเคลื่อนตัวของของเหลวภายในภาชนะที่เคลื่อนที่ยังสามารถทำการวัดค่าเพื่อนำมาเปรียบเทียบกับผลการคำนวณด้วย CFD ได้ ทรานสดิวเซอร์ความดัน (Pressure Transducer) ถูกนำมาวัดค่าความดันของของไหลที่เกิดขึ้นบนผนังภาชนะขณะมีการเคลื่อนที่ รูปที่ 1.20 แสดงการติดตั้งทรานสดิวเซอร์ความดันกับผนังภาชนะเพื่อทำการวัดความดันที่เกิดขึ้นบนผนังด้านซ้ายของภาชนะขณะที่ภาชนะมีการเคลื่อนที่ไปข้างหน้าและถอยหลัง ผลการวัดความดันจากการทดลองและค่าความดันที่คำนวณได้ด้วยวิธี CFD ที่ตำแหน่งเดียวกันจะนำมาเปรียบเทียบเพื่อกำหนดความแม่นยำของวิธี CFD โดยการแสดงด้วยกราฟในรูปที่ 1.21 ซึ่งจะสังเกตเห็นได้ว่าลักษณะการเกิดความดันของผลการวัดด้วยทรานสดิวเซอร์ความดันมีค่าใกล้เคียงกับค่าความดันที่คำนวณได้จาก CFD โดยที่ความดันบนผนังของภาชนะที่มีแผ่นกั้นจะมีลักษณะราบเรียบกว่าภาชนะที่ไม่มีแผ่นกั้น

ค่าความดันที่ได้บันทึกก็นำมาหาค่าเฉลี่ยกำลังสอง (Root Mean Square) เพื่อนำมาหาค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างการทดลองและวิธี CFD ทำให้ทราบได้ว่าวิธี CFD มีค่าคลาดเคลื่อนจากการทดลอง 3.71 % และ 3.20 % สำหรับภาชนะที่ไม่มีแผ่นกั้น และมีแผ่นกั้นตามลำดับ



รูปที่ 1.20 การติดตั้งทรานสดิวเซอร์ความดันที่ผนังภาชนะบรรจุของเหลว (ภาพโดย กฤษณ์ ตรีภวนาถกุล)



รูปที่ 1.21 กราฟเปรียบเทียบแรงดันบนผนังของภาชนะ (ก) ไม่มีแผ่นกั้น และ (ข) มีแผ่นกั้นซึ่งมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเดียวกัน (ภาพโดย กฤษณ์ ตรีภวนาถกุล)

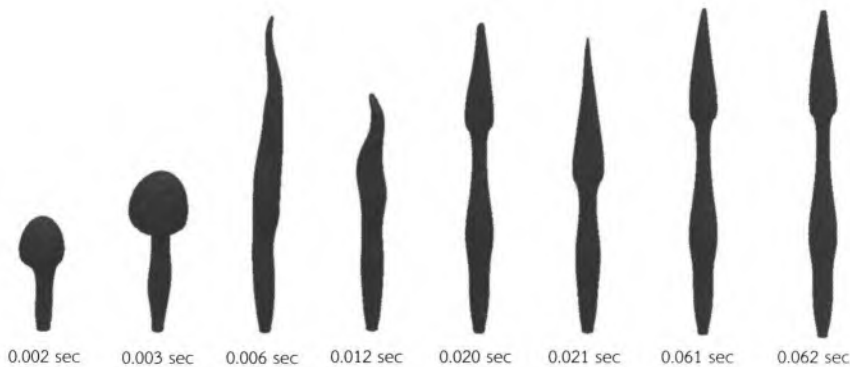
1.3 การประยุกต์ใช้งาน CFD

หัวข้อการจำลองการไหลด้วย CFD ข้างต้นได้อธิบายขั้นตอนการเตรียมการเพื่อจำลองการไหล การวิเคราะห์ผลการจำลองการไหล และการตรวจสอบความถูกต้องของการใช้ CFD ซึ่งจะเห็นได้ว่าการอธิบายข้างต้นได้มีการหยิบยกตัวอย่างของการประยุกต์ใช้งาน CFD มาพร้อมกับการอธิบายรายละเอียดไว้ด้วย ทั้งนี้การประยุกต์ใช้งาน CFD ที่ได้กล่าวไว้แล้วประกอบด้วย

- ก) การใช้ CFD เพื่อวิเคราะห์ความเร็วการไหลของน้ำในเครื่องทำน้ำอุ่น
- ข) การวิเคราะห์การกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดจากการพาความร้อนที่ไหลเข้าเครื่องทำน้ำอุ่นและตัวทำความร้อน
- ค) การวิเคราะห์การไหล และความดันที่กระทำต่อแพนอากาศ
- ง) การวิเคราะห์ความสูงของผิวน้ำที่ไหลผ่านท่อบนรางส่งน้ำ และ
- จ) การวิเคราะห์ความรุนแรงของน้ำที่เคลื่อนที่ภายในภาชนะบรรจุ เช่น ถังบรรจุของเหลว

การประยุกต์ใช้งาน CFD มีความหลากหลายมาก นอกจากที่ได้กล่าวไปแล้ว ยังมีการประยุกต์ใช้งาน CFD เพื่อวิเคราะห์การเผาไหม้ เช่น การศึกษารูปร่างของเปลวไฟที่ได้จากการเผาไหม้ด้วยการฉีดก๊าซเชื้อเพลิงผ่านรูเล็กๆ ของหัวเผา (Burner) ผลการจำลองการเผาไหม้ของเปลวไฟแบบพ่น (Jet Flame) สามารถนำมาแสดงเป็นภาพ 3 มิติได้ในรูปที่ 1.22 ความสูงของเปลวไฟที่ได้จากการจำลองด้วย CFD สามารถนำไปใช้พัฒนาหัวเผาได้ หรือนำไปใช้ในการปรับปรุงตำแหน่งการวางภาชนะ หรืออุปกรณ์ที่ต้องการรับความร้อนจากรูปร่างของเปลวไฟได้¹²⁻¹⁷

การใช้งาน CFD ในอุตสาหกรรมการผลิตชิ้นส่วนยานยนต์ที่มีการผลิตด้วยกระบวนการหล่อแม่พิมพ์แรงดันสูง (High Pressure Die Casting) ทำได้โดยการนำ CFD ไปใช้วิเคราะห์การไหลของน้ำโลหะเหลว (อลูมิเนียม) ซึ่งไหลเข้าสู่ภายในเบ้า (Cavity) ของแม่พิมพ์ (Mold) การออกแบบทางเข้าแม่พิมพ์ และรูระบาย (Vent) ที่ดีจะทำให้การไหลของน้ำโลหะเป็นระนาบและไหลเข้าไปขับไล่อากาศภายในเบ้าแม่พิมพ์ได้^{18, 19} ชิ้นงานที่ผลิตจากแม่พิมพ์ที่ดีวิเคราะห์การไหลของน้ำโลหะจะไม่เกิดรูพรุน (Porosity) ที่ผิวและภายในชิ้นงานซึ่งเป็นชิ้นส่วนยานยนต์ที่มีคุณภาพดี ตัวอย่างการจำลองการไหลของน้ำโลหะเหลวเข้าสู่โพรงซึ่งใช้ผลิตฝาถังน้ำมันเชื้อเพลิงรถจักรยานยนต์แสดงลำดับการไหลของน้ำโลหะเข้าสู่โพรงที่เวลาต่างๆ ได้ในรูปที่ 1.23 นอกจากการใช้ CFD เพื่อลดปัญหาการรูพรุนของชิ้นส่วนยานยนต์ได้แล้ว การใช้ CFD วิเคราะห์การไหลของน้ำโลหะ



รูปที่ 1.22 ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของรูปร่างเปลวไฟแบบพ่นจากการจำลอง CFD ที่เวลาต่างๆ (ภาพโดย พนิต คำมา)



รูปที่ 1.23 การจำลอง CFD ของการไหลน้ำโลหะเข้าสู่เบ้ารูปร่างผาดังน้ำมันเชื้อเพลิงของแม่พิมพ์ ที่เวลาต่างๆ (ภาพโดย ปิยะนุช มีธรรม)

เหลวเข้าสู่เบ้าแม่พิมพ์ยังสามารถนำไปใช้วิเคราะห์การเกิดรอยการไหลบนผิวของแม่พิมพ์ได้ ซึ่งรอยการไหลจะเกิดขึ้นบนผิวชิ้นงานเนื่องจากอุณหภูมิของน้ำโลหะที่มีการไหลมีค่าแตกต่างจากอุณหภูมิน้ำโลหะข้างเคียงมาก จึงทำให้มีการเกิดเกรนขนาดต่างกันขณะน้ำโลหะเย็นตัว จนเกิดเป็นรอยการไหลขึ้นบนผิวของชิ้นงานในที่สุด²⁰

อุตสาหกรรมถลุงมีอย่างมีกระบวนการผลิตที่จำเป็นต้องใช้ CFD ในขั้นตอนการอบแม่พิมพ์รูปร่างมือด้วยลมร้อน เตาอบลมร้อนที่มีประสิทธิภาพจึงมีความจำเป็นต่ออุตสาหกรรมชนิดนี้เป็นอย่างมาก การจำลองการไหลของอากาศเย็นผ่านขดลวดร้อนหรือท่อน้ำมันร้อน (Hot Oil Tube) เพื่อควบคุมลมร้อนที่ไหลกระจายภายในเตาอบจึงเป็นปัญหาการไหลที่มีการนำ CFD ไปใช้วิเคราะห์ เพื่อพัฒนาเตาอบถลุงมีอย่างให้มีประสิทธิภาพสูงสุดได้ต่อไป²¹

อุตสาหกรรมการผลิตกระป๋องพลาสติกได้มีการนำ CFD ไปใช้ในการออกแบบรูปร่างกระป๋องพลาสติกให้มีความทนทานต่อการทดสอบปล่อยตก (Drop Testing) ภายหลังจากออกแบบและผลิตกระป๋องพลาสติกจำเป็นจะต้องมีการทดสอบกระป๋อง โดยการบรรจุน้ำเข้าไปภายในกระป๋อง แล้วจึงนำกระป๋องไปปล่อยให้ตกอิสระลงบนพื้นแข็งจากความสูงที่ได้กำหนด หากกระป๋องพลาสติกที่ถูกปล่อยให้ตกจากความสูงตามข้อกำหนดเกิดการแตก หรือฉีกขาด กระป๋องที่ถูกผลิตและออกแบบเหล่านี้จะต้องถูกนำไปปรับปรุง โดยการออกแบบและทำการผลิตใหม่อีกจนกระทั่งนำมาทดสอบปล่อยตกแล้วกระป๋องไม่แตก ผลเสียของการไม่ผ่านการทดสอบปล่อยตกที่โรงงานผลิตกระป๋องพลาสติกได้รับ ได้แก่ การสูญเสียต้นทุนการผลิตที่เกิดจากการจ้างออกแบบ การผลิตแม่พิมพ์ และการทดลองผลิตกระป๋องพลาสติกต้นแบบ นอกจากนี้การออกแบบและการทดลองผลิตซ้ำๆ ยังทำให้สูญเสียเวลา ซึ่งจะทำให้เกิดความไม่น่าเชื่อถือแก่ลูกค้า และอาจจะนำมาซึ่งการยกเลิกจ้างผลิตกระป๋องพลาสติกในที่สุด วิธีการ CFD ที่ได้นำมาใช้ในการออกแบบกระป๋องพลาสติกจะเริ่มต้นจากการนำกระป๋องที่ได้ถูกออกแบบจนมีรูปร่างสวยงามดีแล้วมากำหนดให้เป็นขอบเขตการไหลของของไหลภายในกระป๋อง จากนั้นจะกำหนดให้โดเมนของไหลซึ่งก็คือกระป๋องพลาสติกมีการเคลื่อนที่เพื่อไปปะทะลงบนพื้นแข็ง เมื่อกระป๋องพลาสติกปะทะกับพื้นแข็ง ของไหลภายในกระป๋องก็จะมีไหลปะทะกับผนังของกระป๋องด้วย หากความดันหรือแรงที่กระทำต่อผนังของกระป๋องมีค่ามากกว่าความทนทานต่อแรงกระทำของวัสดุพลาสติกที่นำมาใช้ผลิตเป็นกระป๋องก็จะทำให้ผนังของกระป๋องพลาสติกเกิดการฉีกขาด ทั้งนี้การยืดหรือบิดเบี้ยวของผนังกระป๋องพลาสติกสามารถใช้ FVM ในการวิเคราะห์ความเค้น (Stress) ความเครียด (Strain) รวมถึงข้อจำกัดความทนทานต่อแรงกระทำของวัสดุได้²² วิธีการวิเคราะห์การกระทำซึ่งกันและกันระหว่างผนังกระป๋องพลาสติกกับของไหลซึ่งถูกบรรจุภายในกระป๋องในลักษณะนี้เราเรียกว่า “การปฏิสัมพันธ์ระหว่างของไหลกับของโครงสร้าง” (Fluid-Structure Interaction) ตัวอย่างของผลการจำลองการทดสอบปล่อยตกกระป๋องพลาสติกที่มีการบรรจุน้ำภายในได้ถูกนำมาแสดงในรูปที่ 1.24 ผลการจำลองทำให้เราสามารถสังเกตเห็นการบิดเบี้ยวเกิดขึ้นมากบริเวณก้นของกระป๋องพลาสติกขณะมีการกระแทกลงบนพื้นแข็ง²³⁻²⁷

การจำลองการทดสอบปล่อยตกกระป๋องพลาสติกด้วยวิธี CFD สามารถทำได้โดยการใช้คอมพิวเตอร์ ซึ่งการจำลองทั้งหมดจะกระทำจนกระทั่งได้รับผลของรูปร่างของกระป๋องที่ผ่านการทดสอบ โดยการดำเนินการทั้งหมดนี้ไม่มีการสูญเสียค่าใช้จ่ายในการเริ่มต้นทดลองผลิตกระป๋องพลาสติกแต่อย่างใด



รูปที่ 1.24 การจำลองการปล่อยตกระบบป้องกันพลาสติกขนาดความจุ 500 ml จากระดับความสูง 1.0 m
(ภาพโดย ชาคิต สุวรรณจรัส)

การนำ CFD ไปประยุกต์ใช้ในงานวิศวกรรมที่ผู้เขียนได้ยกตัวอย่างมาทั้งหมดนี้เป็นงานซึ่งเกิดขึ้นจริงและถูกนำไปใช้แก้ปัญหาในอุตสาหกรรมต่างๆ ของประเทศแล้ว ดังนั้นผู้อ่านที่มีความสนใจในการวิเคราะห์ปัญหาการไหล หากได้มีการศึกษาจนมีความรู้และความเข้าใจในวิธีการ CFD เป็นอย่างดีแล้วนั้น ผู้อ่านก็จะมี khả năngที่จะนำความรู้ในวิธีการ CFD ไปประยุกต์ใช้ในงานวิศวกรรมด้านต่างๆ ได้ต่อไป

บรรณานุกรม

1. อาทิตย์ สอนเดช และ ชาคิต สุวรรณจรัส. โค้ดพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณในสถานะส่งถ่ายเพื่อการศึกษาการไหลในรางน้ำ. การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 26; 24-27 ตุลาคม 2555; จังหวัดเชียงราย.
2. Chaichanasiri E, Suvanjumrat C. The k- ϵ turbulence model to simulate two-phase flows of fluids in flumes using C++ open source code computational fluid dynamic software. Kasetsart J. (Nat. Sci.) 2013;47(3):460-477.
3. Matchika W, Suvanjumrat C. Implementation and validation of k- ϵ turbulence model using C++ open source codes software for thermal dispersion in domestic water heater. Kasetsart J. (Nat. Sci.) 2014;48(3):498-514.
4. Kekina P, Suvanjumrat C. A comparative study on turbulence models for simulation of flow past NACA 0015 airfoil using OpenFOAM. Proceeding of 2016 5th International Conference on Engineering and Innovation Materials (ICEIM 2016); 2016 Sep 10-12; Kuala Lumpur, Malaysia.