สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

เศรษฐมิติ ทางการเงินเบื้องต้น

พร้อมตัวอย่างการใช้โปรแกรม R

Introduction to

Financial Econometrics

ฉบับพิมพ์ครั้งที่ 2

ดร. เฉลิมพงษ์ คงเจริญ

สารบัญ

การพิจารณาเงื่อนไขความเป็นอนุกรมเวลาคงที่จากพหุนามออโตรีเกรสซีฟ

เราสามารถเขียนกระบวนการ *AR*(1) ในรูปของพหุนามออโตรีเกรสซีฟได้เป็น

$$y_t - \phi y_{t-1} = \varepsilon_t$$

$$(1 - \phi L)y_t = \varepsilon_t \qquad (3.13)$$

โดยที่เราสามารถเขียนสมการช่วย (auxiliary equation) สำหรับสมการ (3.13) ด้วยการแทนตัวดำเนินการด้วยตัวแปร m ได้เป็น

$$(1 - \phi m) = 0 \qquad (3.14)$$

โดยที่รากของพหุนามออโตรีเกรสซีฟจะเท่ากับ $m = 1/\phi$ และเราทราบว่าเงื่อนไขที่กระบวนการ *AR*(1) จะเป็นกระบวนการคงที่ $|\phi|$ จะต้องมีค่าน้อยกว่าหนึ่ง ดังนั้น**ค่าสัมบูรณ์ของรากของพหุนามออโตรีเกรสซีฟจะต้องมีค่ามากกว่าหนึ่ง** $[|m| = |1/\phi| > 1]$ ในขณะเดียวกันเราสามารถเขียนสมการลักษณะเฉพาะ (characteristic equation) สำหรับกระบวนการ *AR*(1) จาก $z^{-1}(z - \phi)$ $y_t = \varepsilon_t$ ได้เป็น

$$(z - \phi) = 0 \qquad (3.15)$$

จะเห็นได้ว่ารากของสมการลักษณะเฉพาะจะเท่ากับ ϕ $[z = \phi]$ ดังนั้นเราจะได้เงื่อนไขกระบวนการนิ่งว่า **ค่าสัมบูรณ์ของรากของสมการลักษณะเฉพาะจะต้องมีค่าน้อยกว่าหนึ่ง** $[|z| = |\phi| < 1]$

ตัวอย่างที่ 3.1 (กระบวนการคงที่) จงพิจารณาว่ากระบวนการต่อไปนี้เป็นกระบวนการคงที่หรือไม่ (1) $y_t - 0.9y_{t-1} = \varepsilon_t$, (2) $y_t - y_{t-1} = \varepsilon_t$, (3) $y_t + 1.2y_{t-1} = \varepsilon_t$

เราสามารถเขียนออโตรีเกรสซีฟอันดับหนึ่ง AR(1) ในรูปทั่วไปเช่นสมการที่ (3.4) หรือ (3.5) โดยที่ในกรณีสมการ (3.4)

$$y_t - \mu = \phi(y_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t$$

ถ้าเราต้องการหาค่าเฉลี่ยของออโตรีเกรสซีฟกรณีมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ เราสามารถทำได้โดยการใส่ค่าคาดหมายทั้งสองข้างของสมการข้างต้นและใช้ข้อสมมุติที่ว่า y_t เป็นอนุกรมเวลานิ่ง ส่งผลให้

ค่าเฉลี่ย ณ เวลาใดๆ มีค่าคงที่และเท่ากับมิว ($\mu = E(y_t) = E(y_{t-1})$) จะได้

$$E(y_t) - \mu = \phi \underbrace{E(y_{t-1})}_{=E(y_t)} - \phi\mu + \underbrace{E(\varepsilon_t)}_{=0}$$

$$E(y_t) - \mu = \phi E(y_t) - \phi\mu$$

$$E(y_t) = \frac{1-\phi}{1-\phi}\mu = \mu$$

ในกรณีสมการที่ (3.5)

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

ถ้าเราต้องการหา $E(y_t)$ เราสามารถทำได้โดยการใส่ค่าคาดหมายทั้งสองข้างและใช้ข้อสมมุติที่ว่า y_t เป็นอนุกรมเวลาคงที่ ($E(y_t) = E(y_{t-1})$) จะได้

$$E(y_t) = \phi_0 + \phi_1 \underbrace{E(y_{t-1})}_{=E(y_t)} + \underbrace{E(\varepsilon_t)}_{=0}$$

$$(1-\phi_1)E(y_t) = \phi_0$$

$$E(y_t) = \frac{\phi_0}{1-\phi_1}$$

ดังนั้นเราจะได้ว่า $\mu = \frac{\phi_0}{1-\phi_1}$ นอกจากนี้เราสามารถขยายการวิเคราะห์ดังกล่าวไปยัง *AR*(*p*)

3.1.2 แบบจำลองออโตรีเกรสซีฟอันดับสอง

แบบจำลองออโตรีเกรสซีฟอันดับที่สอง (*AR*(2)) สามารถเขียนอธิบายได้ด้วยสมการ

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t \tag{3.16}$$

เงื่อนไขการเป็นกระบวนการคงที่

เราสามารถพิจารณาความเป็นกระบวนการคงที่ได้โดยการหารากของพหุนามออโตรีเกรสซีฟซึ่งอยู่ในรูป $(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2)y_t = \varepsilon_t$ สามารถเขียนได้เป็น

$$\phi(m) = 1 - \phi_1 m - \phi_2 m^2$$

โดยแทนค่าเครื่องหมายล่าด้วยตัวแปร m และพิจารณาสมการช่วย

$$\phi(m) = 1 - \phi_1 m - \phi_2 m^2 = 0 \tag{3.17}$$

โดยที่รากของสมการพหุนามออโตรีเกรสซีฟที่อยู่ในรูปสมการกำลังสอง (quadratic) จะมีด้วยกันสองจำนวน (m_1, m_2) เท่ากับ $\frac{\phi_1 \pm \sqrt{\phi_1^2 + 4\phi_2}}{-2\phi_2}$ ซึ่งรากดังกล่าวสามารถเป็นจำนวนเชิงซ้อนได้ เงื่อนไขที่กระบวนการออโตรีเกรสซีฟอันดับที่สอง (AR(2)) จะเป็นกระบวนการคงที่คือ รากของสมการพหุนามออโตรีเกรสซีฟจะต้องมากกว่าหนึ่ง (หรือมอดุลัส (modulus) มากกว่าหนึ่งในกรณีจำนวนเชิงซ้อน) ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อ

$$\phi_1 + \phi_2 < 1,\ \phi_2 - \phi_1 < 1,\ |\phi_2| < 1$$

ตัวอย่างที่ 3.2 (เงื่อนไขอนุกรมเวลานิ่งกรณีออโตรีเกรสซีฟ) กำหนดให้ $y_t = 0.5y_{t-1} - 0.8y_{t-2} + \varepsilon_t$ เราสามารถพิจารณาสมการพหุนามออโตรีเกรสซีฟ

$$(1 - 0.5m + 0.8m^2) = 0$$

จะเห็นได้ว่า $\phi_1 = 0.5$ และ $\phi_2 = -0.8$ เป็นไปตามเงื่อนไข $\phi_1 + \phi_2 < 1, \phi_2 - \phi_1 < 1, |\phi_2| < 1$ ดังนั้นกระบวนการ y_t เป็นกระบวนการนิ่ง นอกจากนี้เราสามารถพิจารณารากของสมการพหุนามออโตรีเกรสซีฟ โดยเราจะเห็นได้ว่า

$$m_1, m_2 = \frac{\phi_1 \pm \sqrt{\phi_1^2 + 4\phi_2}}{-2\phi_2} = \frac{0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + 4(-0.8)}}{-2(-0.8)} = \frac{0.5}{1.6} \pm \frac{\sqrt{-2.95}}{1.6}$$

$$= \frac{0.5}{1.6} \pm \frac{\sqrt{2.95}\sqrt{-1}}{1.6} = 0.3125 \pm 1.073473i$$

โดยที่รากดังกล่าวสามารถคำนวณด้วย R โดยใช้คำสั่ง polyroot(c(1,-0.5,0.8)) ค่ามอดุลัสของจำนวนเชิงซ้อน $m_1 = a + bi$ จะเท่ากับ $\sqrt{a^2 + b^2}$ ซึ่งในกรณีนี้เท่ากับ 1.118034 ซึ่งมีค่ามากกว่าหนึ่ง เราสามารถคำนวณมอดุลัสได้โดยใช้คำสั่ง Mod(arg) โดยที่ arg คือจำนวนเชิงซ้อน

คุณลักษณะของกระบวนการออโตรีเกรสซีฟอันดับสอง

เราสามารถพิจารณาค่าเฉลี่ยของกระบวนการในสมการ (3.16) และพบว่ามีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ สำหรับฟังก์ชันความแปรปรวนร่วมเราสามารถพิจารณาได้โดยคูณสมการ (3.16) ทั้งสองข้างด้วย y_{t-k} แล้วใส่ค่าคาดหมายทั้งสองข้างของสมการจะได้

6
แบบจำลองอนุกรมเวลาเชิงพหุ

เนื่องจากตลาดการเงินของโลกมีความเชื่อมโยงกันมากขึ้น การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในตลาดการเงินหนึ่งสามารถส่งผ่านต่อไปยังตลาดอื่นได้ง่าย ดังนั้นบางครั้งเราจำเป็นต้องพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของอนุกรมเวลาทางเงินไปพร้อมๆ กัน โดยเราเรียกแบบจำลองที่พิจารณาอนุกรมเวลาหลายๆ อนุกรมพร้อมกันว่า แบบจำลองอนุกรมเวลาเชิงพหุ (multivariate time series) และสามารถเขียนอนุกรมเวลาเชิงพหุในรูปของเวกเตอร์ $\boldsymbol{Y}_t = (y_{1t}, y_{2t}, ..., y_{nt})'$ โดยที่ y_{it} แทนอนุกรมเวลา i และ n คือจำนวนอนุกรมเวลาที่เราพิจารณาร่วมกัน[1] เช่น $y_{1t}, y_{2t}, ... y_{nt}$ แทนผลได้ตอบแทนในรูปล็อกของหุ้นในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย

เนื้อหาในบทนี้จะเริ่มต้นด้วยเครื่องมือทางสถิติที่ใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรหลายตัวแปรที่เราสนใจ หัวข้อที่ 6.2 นำเสนอแบบจำลองเวกเตอร์ออโตรีเกรสซีฟซึ่งเป็นแบบจำลองที่นิยมใช้ในการอธิบายอนุกรมเวลาเชิงพหุ เราจะนำเสนอวิธีการประมาณค่าในหัวข้อที่ 6.3 หัวข้อที่ 6.4 นำเสนอการพยากรณ์จากแบบจำลองเวกเตอร์ออโตรีเกรสซีฟ และหัวข้อ 6.5 อธิบายผลเชิงพลวัตจากแบบจำลองเวกเตอร์ออโตรีเกรสซีฟ

6.1 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอนุกรมเวลาเชิงพหุ

ในหัวข้อย่อยนี้เราจะพิจารณาเครื่องมือที่ใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอนุกรมเวลาเชิงพหุทั้งความสัมพันธ์ในช่วงเวลาเดียวกันและต่างช่วงเวลา

---

[1] สัญลักษณ์ $'$ แทน transpose ของเมทริกซ์

6.1.1 ความแปรปรวนร่วมไขว้ และสหสัมพันธ์ร่วมไขว้

ในหัวข้อนี้เราจะใช้เครื่องมือทางสถิติอย่างง่ายในการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอนุกรมเวลาเชิงพหุ n ตัวแปร ได้แก่ $y_{1t}, ..., y_{nt}$ ซึ่งสามารถเขียนเป็นเวกเตอร์ของตัวแปรดังนี้ $\boldsymbol{Y}_t = (y_{1t}, y_{2t}, ..., y_{nt})'$ เราจะสมมุติให้ตัวแปรทั้งหมดเป็นอนุกรมเวลาคงที่ (stationary) ซึ่งหมายความว่าค่าเฉลี่ยและเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมไม่ขึ้นอยู่กับเวลา (time-invariant) ซึ่งในที่นี้เราจะต้องพิจารณาเวกเตอร์ของค่าเฉลี่ย (mean vector) $\boldsymbol{\mu} = E(\boldsymbol{Y}_t)$ โดยที่ $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, ..., \mu_n)'$

เราสามารถพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรในช่วงเวลาเดียวกันด้วยเมทริกซ์ของความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) ใช้สัญลักษณ์ $\boldsymbol{\Gamma}_0$ สามารถคำนวณได้โดย

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\Gamma}_0 &= E[(Y_t-\mu)(Y_t-\mu)'] \\
&= \begin{pmatrix} E(y_{1t}-\mu_1)^2 & E(y_{1t}-\mu_1)(y_{2t}-\mu_2) & \dots & E(y_{1t}-\mu_1)(y_{nt}-\mu_n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ E(y_{nt}-\mu_n)(y_{1t}-\mu_1) & E(y_{nt}-\mu_n)(y_{2t}-\mu_2) & \dots & E(y_{nt}-\mu_n)^2 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} Var(y_{1t}) & Cov(y_{1t},y_{2t}) & \dots & Cov(y_{1t},y_{nt}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Cov(y_{nt},y_{1t}) & Cov(y_{nt},y_{2t}) & \dots & Var(y_{nt}) \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่าพจน์ในแนวทแยงมุมจะเป็นค่าความแปรปรวนของแต่ละอนุกรมเวลา ในขณะที่พจน์ที่ (i, j) จะเป็นสหสัมพันธ์ระหว่าง y_{it} และ y_{jt} ในคาบเวลาเดียวกัน

ค่าความแปรปรวนในเมทริกซ์ดังกล่าวมีปัญหาเรื่องหน่วยวัดเช่นเดียวกับความแปรปรวนของตัวแปรเดี่ยว ดังนั้นเราจะพิจารณาสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หากกำหนดให้ $\boldsymbol{D}$ เป็นเมทริกซ์ $n \times n$ ที่ประกอบด้วยค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) ของ y_{it} ในพจน์ทแยงมุม โดยที่ $\Gamma_{ii}(0) = Var(y_{it})$ ดังนั้นเราสามารถเขียนเมทริกซ์ $\boldsymbol{D}$ ได้ดังนี้

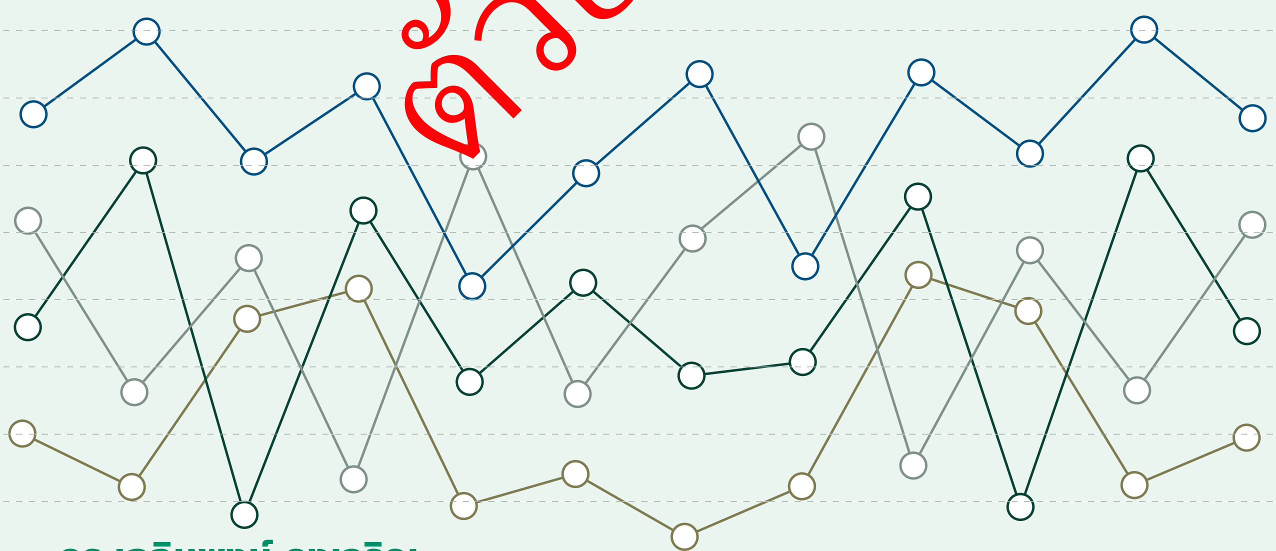
$$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} \sqrt{\Gamma_{11}(0)} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sqrt{\Gamma_{nn}(0)} \end{pmatrix}$$

เราสามารถนิยามเมทริกซ์สหสัมพันธ์ไขว้ (cross-correlation) ที่คาบเวลาเดียวกัน (concurrent) ได้ด้วย

$$\boldsymbol{\rho}_0 = [\rho_{ij}(0)] = \boldsymbol{D}^{-1}\boldsymbol{\Gamma}_0\boldsymbol{D}^{-1}$$

หนังสือเล่มนี้เป็นตำราเพื่อใช้ประกอบการเรียนวิชาเศรษฐมิติทางการเงินเบื้องต้น (Introduction to Financial Econometrics) สำหรับนักศึกษาปริญญาตรีชั้นปีสูง วิชาดังกล่าวของคณะเศรษฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ มีเนื้อหาเน้นหนักไปยังเครื่องมืออนุกรมเวลาทางการเงิน ดังนั้น หนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อนักศึกษาชั้นปริญญาตรี และบัณฑิตศึกษา ตลอดจนบุคคลทั่วไปที่ต้องการศึกษาและประยุกต์ใช้เครื่องมือเศรษฐมิติอนุกรมเวลาในการวิเคราะห์ข้อมูล สร้างแบบจำลองอธิบายตัวแปรทางการเงิน ตลอดจนการพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลา ตำรานี้นำเสนอแบบจำลองสำหรับอนุกรมเวลาตัวแปรเดียวและหลายตัวแปร แบบจำลองอธิบายความผันผวน และข้อมูลที่มีลักษณะไม่คงที่

นอกจากนี้ หนังสือนี้ได้นำเสนอตัวอย่างการประยุกต์ใช้แบบจำลองต่าง ๆ ด้วยข้อมูลทางการเงินของไทย พร้อมชุดคำสั่งที่ใช้ประมวลผลด้วยโปรแกรมอาร์ (R) เพื่อให้ผู้อ่านสามารถทดลองประยุกต์แบบจำลองกับข้อมูลจริง อันช่วยเสริมสร้างความเข้าใจต่อเครื่องมือเศรษฐมิติทางการเงิน



ดร.เฉลิมพงษ์ คงเจริญ
เศรษฐศาสตรบัณฑิต (เกียรตินิยมอันดับหนึ่ง) มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
เศรษฐศาสตรมหาบัณฑิต (ศึกษาเป็นภาษาอังกฤษ) มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
มหาบัณฑิตและดุษฎีบัณฑิต (เศรษฐศาสตร์) มหาวิทยาลัยมิชิแกนสเตท
ปัจจุบันเป็นผู้ช่วยศาสตราจารย์ประจำคณะเศรษฐศาสตร์
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

ISBN 978-616-602-105-9
9 786166 021059
ราคา 330 บาท
หมวดเศรษฐศาสตร์
http://thammasatpress.tu.ac.th