

# Vsayhi



มีคลิปประกอบ



YouTube

สรุปเนื้อหา  
คณิตศาสตร์ ม.ต้น



เรียบเรียงโดย ณัชพล จินตเศรณี

## คำนำ

หนังสือ “สรุปเนื้อหาคณิตศาสตร์ ม.ต้น” เป็นหนังสือที่รวบรวมเนื้อหาเกี่ยวกับพื้นฐานในวิชาคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนชั้นม.ต้น ทุกคนจะต้องเจอในห้องเรียน รวมถึงในการทำข้อสอบเพื่อเข้าสู่ระดับชั้นม.ปลาย

หนังสือเล่มนี้ประกอบด้วยเนื้อหาคณิตศาสตร์ระดับชั้นม.ต้น จำนวน 27 บท โดยครอบคลุมเนื้อหาตั้งแต่ ม.1 ถึง ม.3 ซึ่งได้ถูกสรุปและเรียบเรียงให้เข้าใจได้ง่าย มีเทคนิคดี ๆ ที่ช่วยในการจำ นอกจากนี้ยังมีส่วนของตัวอย่างแบบฝึกหัดพร้อมเฉลยวิธีทำโดยละเอียดให้ทดลองทำและเรียนรู้ไปพร้อม ๆ กันได้

ผู้จัดทำมีความคาดหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะช่วยให้มุมมองที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่ว่ายากนั้นเปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดีขึ้นและหวังเป็นอย่างยิ่งว่าผู้ที่ได้อ่านหนังสือเล่มนี้ จะมีความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นไม่มากนัก

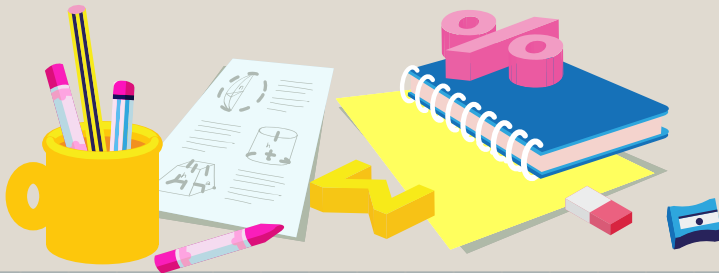
ขอให้นักเรียนทุกคนสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์ และรักคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่คณิตศาสตร์เป็น :)

Vsayhi  
กองบรรณาธิการ



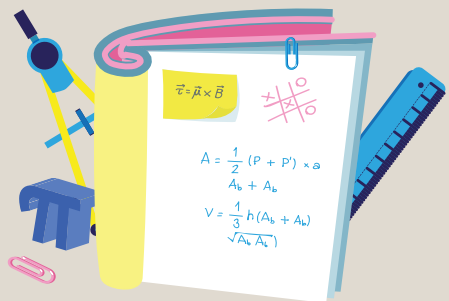
## สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทที่ 1 จำนวนเต็ม	6 - 14
บทที่ 2 การสร้างทางเรขาคณิต	15 - 24
บทที่ 3 เลขยกกำลัง	25 - 34
บทที่ 4 ทศนิยมและเศษส่วน	35 - 53
บทที่ 5 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	54 - 62
บทที่ 6 อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ	63 - 72
บทที่ 7 กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น	73 - 79
บทที่ 8 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	80 - 83
บทที่ 9 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง	84 - 92
บทที่ 10 การแปลงทางเรขาคณิต	93 - 99
บทที่ 11 พหุนาม	100 - 105
บทที่ 12 ความเท่ากันทุกประการ	106 - 113
บทที่ 13 เส้นขนาน	114 - 118



## สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทที่ 14 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	119 - 127
บทที่ 15 ความคล้าย	128 - 132
บทที่ 16 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	133 - 139
บทที่ 17 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	140 - 146
บทที่ 18 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง	147 - 150
บทที่ 19 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	151 - 155
บทที่ 20 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง	156 - 162
บทที่ 21 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	163 - 169
บทที่ 22 วงกลม	170 - 175
บทที่ 23 รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	176 - 178
บทที่ 24 ปริมาตรและพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติ	179 - 191
บทที่ 25 อัตราส่วนตรีโกณมิติ	192 - 201
บทที่ 26 สถิติ	202 - 223
บทที่ 27 ความน่าจะเป็น	224 - 232





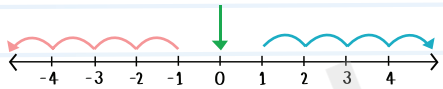
# บทที่ 1 จำนวนเต็ม

## 1.1) จำนวนเต็ม

คือ จำนวนซึ่งไม่มีเศษส่วนหรือทศนิยมเป็นองค์ประกอบ โดยสามารถแบ่ง

จำนวนเต็มออกได้เป็น 3 ส่วน

คือ จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และจำนวนเต็มศูนย์



**จำนวนเต็มบวก**

ได้แก่ 1, 2, 3, ...

**จำนวนเต็มลบ**

ได้แก่ -1, -2, -3, ...

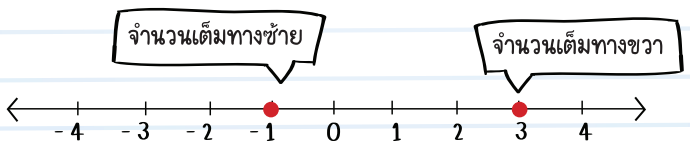
**จำนวนเต็มศูนย์**

มีเฉพาะ 0 เท่านั้น

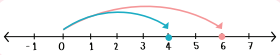
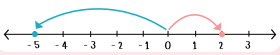
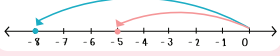


### การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม

บนเส้นจำนวน จำนวนเต็มที่อยู่ทางขวาจะมีค่า**มากกว่า**จำนวนเต็มที่อยู่ทางซ้ายเสมอ

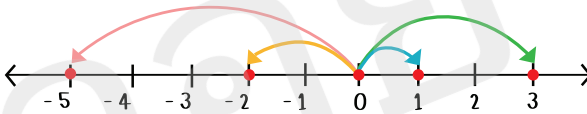


## ตัวอย่างที่ 1 การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม 2 จำนวน

จำนวนเต็ม	แสดงในเส้นจำนวน	สรุป
4 และ 6		6 มากกว่า 4 $\rightarrow 6 > 4$ 4 น้อยกว่า 6 $\rightarrow 4 < 6$
-5 และ 2		2 มากกว่า -5 $\rightarrow 2 > -5$ -5 น้อยกว่า 2 $\rightarrow -5 < 2$
-8 และ -5		-5 มากกว่า -8 $\rightarrow -5 > -8$ -8 น้อยกว่า -5 $\rightarrow -8 < -5$

## ตัวอย่างที่ 2 การเปรียบเทียบจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 2 จำนวน จำนวนเต็มต่อไปนี้เรียงลำดับจากน้อยไปมากได้อย่างไร -2, -5, 1, 0, 3

**วิธีทำ** ขั้นตอนที่ 1 : เขียนเส้นจำนวน



ขั้นตอนที่ 2 : สรุปผล

จากเส้นจำนวนด้านบน จะเห็นว่า  $-2 > -5$ ,  $0 > -2$ ,  $1 > 0$  และ  $3 > 1$   
ดังนั้นจึงเรียงลำดับจำนวนดังกล่าวจากน้อยไปมากได้ เป็น -5, -2, 0, 1, 3

**ตอบ** -5, -2, 0, 1, 3

## 1.2) การบวกจำนวนเต็ม

### คำสัมบูรณ์



คำสัมบูรณ์ของจำนวนเต็ม คือ ระยะที่จำนวนเต็มอยู่ห่างจากศูนย์บนเส้นจำนวน (เขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์  $| \quad |$ )

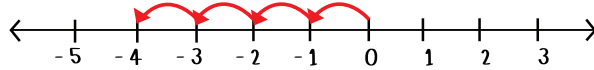
ดังตัวอย่างต่อไปนี้

- คำสัมบูรณ์ของ 4 ( $|4|$ ) แสดงได้ดังเส้นจำนวนด้านล่าง



จะได้ว่า 4 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 4 หน่วย คำสัมบูรณ์ของ 4 จึงเท่ากับ 4

- ค่าสัมบูรณ์ของ  $-4$  ( $|-4|$ ) แสดงได้ตั้งเส้นจำนวนด้านล่าง



จะเห็นว่า  $-4$  อยู่ห่างจาก  $0$  เป็นระยะ  $4$  หน่วย ค่าสัมบูรณ์ของ  $-4$  จึงเท่ากับ  $4$



### ข้อควรรู้

1. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบ จะมีค่าเป็นจำนวนเต็มบวกเสมอ เช่น  $|3| = 3$  และ  $|-3| = 3$
2. ค่าสัมบูรณ์ของศูนย์ จะมีค่าเป็นศูนย์ เช่น  $|0| = 0$

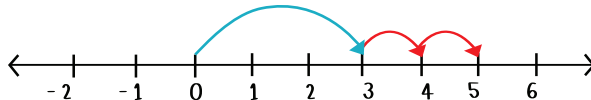


### การบวกจำนวนเต็มบวก ด้วยจำนวนเต็มบวก



การบวกจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก คือ การนำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นเครื่องหมายบวก

ตัวอย่างที่ 3 ผลบวก  $3 + 2$  มีค่าเท่าไร



วิธีทำ จากเส้นจำนวนด้านบน เริ่มต้นนับจาก 3 แล้วนับต่อไปทางขวาอีก 2 หน่วย ซึ่งจะสิ้นสุดที่ 5 ดังนั้น  $3 + 2 = 5$

หรือคิดโดยนำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นเครื่องหมายบวก

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } 3 + 2 &= (|3| + |2|) \\ &= +(3+2) \\ &= +5 \end{aligned}$$

ตอบ 5

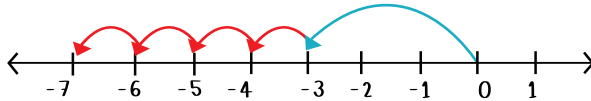
## การบวกจำนวนเต็มลบ ด้วยจำนวนเต็มลบ



การบวกจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ

คือ การนำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นเครื่องหมายลบ

**ตัวอย่างที่ 4** ผลบวก  $(-3) + (-4)$  มีค่าเท่าไร



**วิธีทำ** จากเส้นจำนวนด้านบน เริ่มต้นนับจาก -3 แล้วนับต่อไปทางซ้ายอีก 4 หน่วย

ซึ่งจะสิ้นสุดที่ -7 ดังนั้น  $(-3) + (-4) = -7$

หรือคิดโดยนำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นเครื่องหมายลบ

จะได้  $(-3) + (-4) = -(|-3| + |-4|)$

$$= -(3+4)$$

$$= -7$$

**ตอบ**

-7

## การบวกกันของจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ

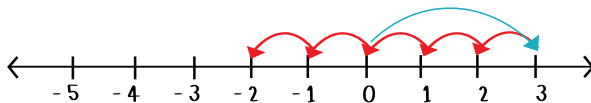


การบวกกันของจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบ คือ การนำค่าสัมบูรณ์

ที่มากกว่าลบค่าสัมบูรณ์ที่น้อยกว่า แล้วตอบเป็นเครื่องหมายเหมือน

จำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

**ตัวอย่างที่ 5** ผลบวก  $3 + (-5)$  มีค่าเท่าไร



**วิธีทำ** จากเส้นจำนวนด้านบน เริ่มต้นนับจาก 3 แล้วนับต่อไปทางซ้ายอีก 5 หน่วย

ซึ่งจะสิ้นสุดที่ -2 ดังนั้น  $3 + (-5) = -2$

หรือคิดโดยนำค่าสัมบูรณ์ที่มากกว่าลบค่าสัมบูรณ์ที่น้อยกว่า แล้วตอบเป็น

เครื่องหมายเหมือนจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

จะได้  $3 + (-5) = -(|-5| - |3|)$

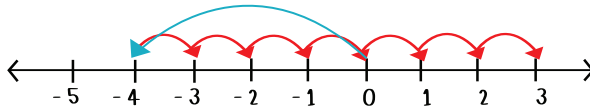
$$= -(5-3)$$

$$= -2$$

**ตอบ**

-2

### ตัวอย่างที่ 6 ผลบวก $(-4) + 7$ เท่ากับเท่าไร



**วิธีทำ** จากเส้นจำนวนด้านบน เริ่มต้นนับจาก  $-4$  แล้วนับต่อไปทางขวาอีก 7 หน่วย ซึ่งจะสิ้นสุดที่ 3 ดังนั้น  $(-4) + 7 = 3$

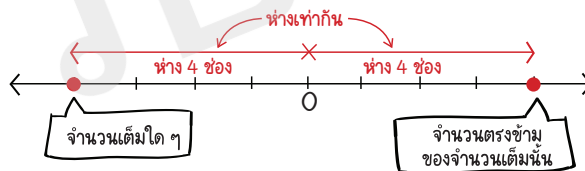
หรือคิดโดยนำค่าสัมบูรณ์ที่มากกว่าลบค่าสัมบูรณ์ที่น้อยกว่า แล้วตอบเป็นเครื่องหมายเหมือนจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } (-4) + 7 &= +(|7| - |-4|) \\ &= +(7 - 4) \\ &= 3 \end{aligned}$$

**ตอบ** 3

### 1.3) การลบจำนวนเต็ม

จำนวนตรงข้าม คือ คู่ของจำนวนเต็มซึ่งมีระยะห่างจากศูนย์บนเส้นจำนวนเท่ากัน นั่นคือมี ค่าสัมบูรณ์เท่ากัน นั่นเอง



#### ข้อควรรู้



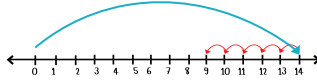
- ✓ เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ จำนวนตรงข้ามของ  $x$  เขียนแทนด้วย  $-x$  เช่น จำนวนตรงข้ามของ 3 คือ  $-3$ , จำนวนตรงข้ามของ  $-4$  คือ  $-(-4) = 4$
- ✓ เมื่อนำจำนวนเต็มใด ๆ บวกกับจำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มนั้น จะมีค่าเท่ากับ 0 เสมอ เช่น  $5 + (-5) = 0$ ,  $-2 + 2 = 0$
- ✓ จำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มใด ๆ มีได้เพียงจำนวนเดียวเท่านั้น เช่น ถ้า  $-4$  เป็นจำนวนตรงข้ามของ 4 แล้วจะไม่มีจำนวนใดเป็นจำนวนตรงข้ามของ 4 อีก
- ✓ จำนวนตรงข้ามของ 0 คือ 0



การลบจำนวนเต็ม คือ การนำตัวตั้งบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบ  
 $ตัวตั้ง - ตัวลบ = ตัวตั้ง + จำนวนตรงข้ามของตัวลบ$   
 $a - b = a + (-b)$

**ตัวอย่างที่ 7** ผลลบ  $14 - 5$  มีค่าเท่าไร

**วิธีทำ** ใช้หลักการเดียวกับการบวกจำนวนเต็ม ในกรณีการบวกกันของจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบ

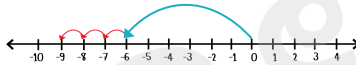


ดังนั้น  $14 - 5 = 14 + (-5) = 9$

**ตอบ** 9

**ตัวอย่างที่ 8** ผลลบ  $(-6) - 3$  มีค่าเท่าไร

**วิธีทำ** ใช้หลักการเดียวกับการบวกจำนวนเต็ม ในกรณีการบวกจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ



ดังนั้น  $(-6) - 3 = (-6) + (-3)$   
 $= -(|-6| + |-3|)$   
 $= -(6+3)$   
 $= -9$

**ตอบ** -9

#### 1.4) การคูณจำนวนเต็ม



จำนวนเต็มที่มีเครื่องหมายเหมือนกันคูณกัน  
 ผลลัพธ์จะเป็นค่าบวกเสมอ

$$+ \times + \rightarrow +$$

$$- \times - \rightarrow +$$

**ตัวอย่างที่ 9** ผลคูณ  $3 \times 4$  เท่ากับเท่าไร

**วิธีทำ** เนื่องจาก 3 และ 4 มีเครื่องหมายเป็นบวกเหมือนกัน ผลการคูณจะมีค่าเป็นบวก ดังนั้น  $3 \times 4 = +(3 \times 4)$   
 $= +12$

**ตอบ** 12

**ตัวอย่างที่ 10** ผลคูณ  $(-12) \times (-4)$  เท่ากับเท่าไร

**วิธีทำ** เนื่องจาก -12 และ -4 มีเครื่องหมายเป็นลบเหมือนกัน ผลการคูณจะมีค่าเป็นบวก ดังนั้น  $(-12) \times (-4) = +(12 \times 4)$

**ตอบ** 48



ผลลัพธ์จากการคูณกันของจำนวนเต็มที่มีเครื่องหมายต่างกัน จะมีค่าเป็นลบเสมอ

$$\begin{array}{l} + \times - \rightarrow - \\ - \times + \rightarrow - \end{array}$$

**ตัวอย่างที่ 11** ผลคูณ  $2 \times (-3)$  มีค่าเท่ากับเท่าไร

**วิธีทำ** เนื่องจาก 2 และ -3 มีเครื่องหมายต่างกัน ผลการคูณจะมีค่าเป็นลบ  
ดังนั้น  $2 \times (-3) = -(2 \times 3)$   
 $= -6$

**ตอบ** -6

**ตัวอย่างที่ 12** ผลคูณ  $(-5) \times 3$  มีค่าเท่ากับเท่าไร

**วิธีทำ** เนื่องจาก -5 และ 3 มีเครื่องหมายต่างกัน ผลการคูณจะมีค่าเป็นลบ  
ดังนั้น  $(-5) \times 3 = -(5 \times 3)$   
 $= -15$

**ตอบ** -15



#### ข้อควรรู้

- จำนวนเต็มใด ๆ คูณกับ 0 จะได้ผลลัพธ์เป็น 0 เช่น  $4 \times 0 = 0$
- จำนวนเต็มใด ๆ คูณกับ 1 จะได้ผลลัพธ์เท่ากับจำนวนเต็มเดิม เช่น  $4 \times 1 = 4$

### 1.5) การหารจำนวนเต็ม



ผลลัพธ์จากการหารกันของจำนวนเต็มที่มีเครื่องหมายเหมือนกันจะมีค่าเป็นบวกเสมอ

$$\begin{array}{l} + \div + \rightarrow + \\ - \div - \rightarrow + \end{array}$$

**ตัวอย่างที่ 13** จงหาผลหาร  $15 \div 3$

**วิธีทำ** เนื่องจาก 15 และ 3 มีเครื่องหมายเป็นบวกเหมือนกัน ผลการหารจะมีค่าเป็นบวก  
ดังนั้น  $15 \div 3 = +(15 \div 3)$

**ตอบ** 5 = +5

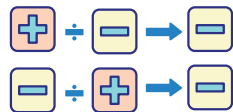
**ตัวอย่างที่ 14** จงหาผลหาร  $(-21) \div (-7)$

**วิธีทำ** เนื่องจาก -21 และ -7 มีเครื่องหมายเป็นลบเหมือนกัน ผลการหารจะมีค่าเป็นบวก  
ดังนั้น  $(-21) \div (-7) = (21 \div 7)$   
 $= +3$

**ตอบ** 3



ผลลัพธ์จากการหารกันของจำนวนเต็มที่มีเครื่องหมายต่างกันจะมีค่าเป็นลบเสมอ



**ตัวอย่างที่ 14** จงหาผลหาร  $12 \div (-4)$

**วิธีทำ** เนื่องจาก 12 และ -4 มีเครื่องหมายต่างกัน ผลการหารจะมีค่าเป็นลบ  
ดังนั้น  $12 \div (-4) = -(12 \div 4)$   
 $= -3$

**ตอบ** -3

**ตัวอย่างที่ 15** จงหาผลหาร  $(-25) \div 5$

**วิธีทำ** เนื่องจาก -25 และ 5 มีเครื่องหมายต่างกัน ผลการหารจะมีค่าเป็นลบ  
ดังนั้น  $(-25) \div 5 = -(25 \div 5)$   
 $= -5$

**ตอบ** -5



**ข้อควรรู้**

1. ในทางคณิตศาสตร์ จะไม่นิยามการหารจำนวนเต็มใด ๆ ด้วย 0
2. จำนวนเต็มใด ๆ หารด้วย 1 จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มเต็ม

**1.6) สมบัติของการบวกและการคูณจำนวนเต็ม**

ลำดับที่	ชื่อสมบัติ	ลักษณะ	ตัวอย่าง
1	สมบัติการสลับที่การบวก	$A + B = B + A$	$2 + 3 = 3 + 2 = 5$
2	สมบัติการสลับที่การคูณ	$A \times B = B \times A = AB$	$4 \times (-3) = (-3) \times 4 = -12$
3	สมบัติการเปลี่ยนหมู่การบวก	$A + (B + C) = (A + B) + C$	$5 + (4 + 3) = (5 + 4) + 3 = 12$
4	สมบัติการเปลี่ยนหมู่การคูณ	$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$	$3 \times (4 \times (-2)) = (3 \times 4) \times (-2) = -24$
5	สมบัติการแจกแจง	$A \times (B + C) = (A \times B) + (A \times C)$	$3 \times (4 + 2) = (3 \times 4) + (3 \times 2) = 18$



## สมบัติของศูนย์

1. จำนวนใด ๆ บวกกับ 0 จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มเดิม จึงเรียก 0 ว่าเป็น "เอกลักษณ์การบวก"
2. จำนวนเต็มใด ๆ คูณกับ 0 จะได้ผลลัพธ์เป็น 0 เสมอ
3. เมื่อนำ 0 หารด้วยจำนวนเต็มใด ๆ จะได้ผลลัพธ์เป็น 0 เสมอ
4. ถ้า  $A \times B = 0$  จะสามารถสรุปได้ว่า  $A = 0$  และ/หรือ  $B = 0$

## สมบัติของหนึ่ง

1. จำนวนเต็มใด ๆ คูณกับ 1 จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มเดิม จึงเรียก 1 ว่าเป็น "เอกลักษณ์การคูณ"
2. จำนวนเต็มใด ๆ หารด้วย 1 จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มเดิมนั้น



# สรุปเนื้อหาคณิตศาสตร์ ม.ต้น

ผู้เขียนตั้งใจจะทำให้หนังสือเล่มนี้เหมาะสำหรับผู้อ่านทุก ๆ คน จึงออกแบบเนื้อหาโดยเน้นคำอธิบายอย่างละเอียด ชี้จุดที่น่าสนใจ เสมือนว่าได้เรียนรู้เรื่องต่าง ๆ จากผู้เขียนแบบตัวต่อตัว พร้อมกับมีภาพประกอบเพื่อให้ผู้อ่านสามารถติดตามเนื้อหาได้อย่างต่อเนื่อง จึงทำให้หนังสือเล่มนี้สามารถพกไว้อ่านในเวลาว่าง ที่ผู้อ่านต้องการเสริมความรู้ให้ตัวเอง หรือจะใช้เป็นหนังสือเล่มหลักไว้สำหรับอ่านเตรียมตัวสอบก็ได้ หวังว่าผู้อ่านทุกท่านจะมีความสุขกับการอ่านนะครับ

ชวน  
ผู้เขียน



Vsayhi (วี เซ ไฮ) ถูกก่อตั้งขึ้นมาด้วยแนวคิดที่ต้องการจะจัดความเหลื่อมล้ำในสังคมให้หมดไป โดยการผลิตสื่อที่หลากหลายและเปิดโอกาสให้ทุกคนสามารถเข้าถึงความรู้ได้อย่างอิสระทั้งด้านเวลาและสถานที่

คำว่า Vsayhi (We say hi) คือการที่เราจะจับมือนักเรียนไทย ฝ่าฟันทุกวิกฤตทางการศึกษา แล้วออกไปทักทายสังคมโลกได้อย่างมีศักยภาพ เพราะ Vsayhi ยึดมั่นในความเสมอภาคของทุกคน ติดตามคลิปวิดีโอการสอนและอัปเดตเรื่องราวใหม่ๆ ได้ทุกช่องทาง ที่ @Vsayhiofficial

## CONTACT US



@Vsayhiofficial



@Vsayhiofficial



Vsayhiofficial



Vsayhiofficial

ISBN 978-616-612-063-9



9 786166 120639

ราคา 269 บาท