ตะลุยโจทย์คณิตศาสตร์

ลำดับอนันต์ และอนุกรมอนันต์

ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย

ประกอบด้วย

- สรุปเนื้อหาตามบทเรียน พร้อมตัวอย่างและแนวคิด
- เหมาะสำหรับใช้เป็นคู่มือเตรียมสอบ และสอบเข้ามหาวิทยาลัยทุกแห่ง ทั้งระบบรับตรงและระบบกลาง (ADMISSIONS)

เรียบเรียงโดย กวิยา เนาวประทีป

โครงการตำราเรียน
สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์

ชื่อหนังสือ	ตะลุยโจทย์คณิตศาสตร์ : ลำดับอนันต์ และอนุกรมอนันต์
เรียบเรียงโดย	กวิยา เนาวประทีป
ราคา	79 บาท
ISBN	978-616-306-054-9
จัดพิมพ์จำหน่ายเมื่อ	มีนาคม 2556

ติดต่อสั่งซื้อได้ที่ **สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์**
45, 47 ซอยจรัญสนิทวงศ์ 40 ถนนจรัญสนิทวงศ์ แขวงบางยี่ขัน
เขตบางพลัด กรุงเทพฯ 10700
โทร. 0-2433-7755-7, 0-2433-7704-6 แฟ็กซ์. 0-2433-7703

ธนาณัติสั่งจ่าย ปณ. พระปิ่นเกล้า ในนาม หจก. สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์

บรรณาธิการ พรทิพย์ แฟงสุด

ปก/รูปเล่ม ฝ่ายศิลปกรรม

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์
เนื้อหา รูปเล่ม และภาพประกอบในหนังสือเล่มนี้เป็นลิขสิทธิ์ของสำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์
ห้ามคัดลอก ยกเว้นได้รับอนุญาต

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของหอสมุดแห่งชาติ
กวิยา เนาวประทีป
ตะลุยโจทย์คณิตศาสตร์ : ลำดับอนันต์ และอนุกรมอนันต์.
- - กรุงเทพฯ : ฟิสิกส์เซ็นเตอร์, 2556.
49 หน้า.
1. คณิตศาสตร์ (ลำดับอนันต์ และอนุกรมอนันต์). I. ชื่อเรื่อง.
510
ISBN 978-616-306-054-9

website : www.physicscenter.com
e-mail : sales@physicscenter.com

คำนำ

หนังสือ **ตะลุยโจทย์คณิตศาสตร์ : ลำดับอนันต์ และอนุกรมอนันต์** เล่มนี้เป็นฉบับปรับปรุงใหม่ล่าสุดที่ผู้เขียนได้ทำการรวบรวมและปรับปรุงเนื้อหาให้ตรงตามมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม โดยมีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนและผู้ที่สนใจที่จะสมัครสอบเข้าศึกษาต่อในสถาบันอุดมศึกษา ในระบบกลาง (แอดมิสชั่นส์ : ADMISSIONS) ได้ใช้ศึกษาทบทวนความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่สรุปย่อด้วยภาษาที่อ่านเข้าใจง่าย รวมทั้งนำเสนอเทคนิคการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและตัวอย่างข้อสอบอย่างเป็นระบบ ซึ่งจะช่วยให้ผู้อ่านสามารถทำความเข้าใจได้ในเวลาที่ไม่มากนัก

ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะอำนวยประโยชน์ให้แก่ผู้ใช้ได้เป็นอย่างดีอีกเล่มหนึ่ง

ด้วยความปรารถนาดี
กวิยา เนาวประทีป

คำนำสำนักพิมพ์

การสอบเข้ามหาวิทยาลัยเป็นจุดหมายของนักเรียน นักศึกษา ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายแทบทุกคน และปลายทางของความมุ่งมั่นนั้น คือ การสอบได้ แต่หนทางที่จะก้าวเดินไปนั้นมีการสอบหลายวิชาเพื่อเป็นเครื่องทดสอบความรู้ความสามารถของนักเรียน ซึ่งในปัจจุบันมีการสอบในระบบกลาง (แอดมิสชั่นส์ : ADMISSIONS) คณิตศาสตร์ ก็เป็นอีกวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญในการตัดสินความใฝ่ฝันของนักเรียน นักศึกษาได้ สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์ได้เล็งเห็นความสำคัญของการสอบในระบบนี้จึงได้จัดทำหนังสือ **ตะลุยโจทย์คณิตศาสตร์** ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ลำดับ-อนันต์ และอนุกรมอนันต์ เล่มนี้ขึ้นมา เพื่อให้นักเรียน นักศึกษา ได้นำไปใช้เป็นแนวทางในการทำข้อสอบเข้าศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยได้สะดวกยิ่งขึ้น

สำนักพิมพ์ฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้คงจะอำนวยประโยชน์อย่างมากแก่นักเรียน นักศึกษาทุกคนที่มีโอกาสได้ใช้เพื่อการสอบเข้าศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยต่อไป

ฝ่ายวิชาการ
สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์

สารบัญ

ลำดับอนันต์ และอนุกรมอนันต์

1. ลำดับ **6**

1.1 ความหมายของลำดับ 6

1.2 ลำดับเลขคณิต (Arithmetic Sequence) 6

1.3 ลำดับเรขาคณิต (Geometric Sequence) 7

1.4 ลำดับฮาร์โมนิค (Harmonic Sequence) 7

1.5 ลำดับอนันต์ 8

2. อนุกรม **9**

2.1 อนุกรมจำกัด 9

2.2 อนุกรมเลขคณิต (Arithmetic Series) 9

2.3 อนุกรมเรขาคณิต (Geometric Series) 9

2.4 อนุกรมอนันต์ 9

2.5 ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรม 9

2.6 ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ (S) 10

2.7 ผลบวกของอนุกรมที่ควรทราบ 10

ตะลุยโจทย์ ลำดับอนันต์ และอนุกรมอนันต์ **10**

ลำดับอนันต์ และอนุกรมอนันต์

1. ลำดับ (Sequence)

1.1 ความหมายของลำดับ

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นจำนวนเต็มบวก เรียก $f(1), f(2), f(3), ..., f(n)$ ว่า "ลำดับจำกัด" และเรียก $f(1), f(2), f(3), ..., f(n), ...$ ว่า "ลำดับอนันต์" หรือเขียนแทนลำดับจำกัดด้วย $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ และเขียนแทนลำดับอนันต์ด้วย $a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...$ เมื่อ a_n คือพจน์ที่ n ของลำดับ และ $n \in I^+$

1.2 ลำดับเลขคณิต (Arithmetic Sequence)

ถ้า $a_1, a_2, a_3, ..., a_n, a_{n+1}$ เป็นจำนวนจริงที่เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิตแล้ว จะมีสมบัติว่า $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = ... = a_{n+1} - a_n = d$ เมื่อ d เป็นค่าคงตัว เรียก d ว่า "ผลต่างร่วม" (Common Difference)

รูปทั่วไปของลำดับเลขคณิต

ถ้า a_1 แทนพจน์แรกของลำดับ

และ d เป็นผลต่างร่วม

เขียนแทนรูปทั่วไปของลำดับเลขคณิตได้เป็น

$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, ..., a_1 + (n-1)d$

พจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

พจน์กลาง 1 พจน์ของลำดับเลขคณิต

ถ้า a, A, b เป็นจำนวนจริงที่เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิตแล้ว จะได้