

WORKBOOK

ตรีโกณมิติ

ฝึกคิด ลองทำ
พื้นฐานแน่น

เนื้อหาประกอบด้วย

- อัตราส่วนของตรีโกณมิติ
- ฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- ตรีโกณมิติและการประยุกต์

กวียา เขาวงพระทัย

ชื่อหนังสือ WORKBOOK ตรีโกณมิติ
เรียบเรียงโดย กวิยา เนาวประทีป
ISBN (E-book) 2024-0104-00290
จัดจำหน่ายอีบุ๊ก มกราคม 2567
ราคา 149 บาท

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ (ฉบับเพิ่มเติม) พ.ศ. 2558
เนื้อหา รูปเล่ม และภาพประกอบในหนังสือเล่มนี้เป็นลิขสิทธิ์ของสำนักพิมพ์ฟิสส์เซ็นเตอร์
ห้ามคัดลอก ยกเว้นได้รับอนุญาต

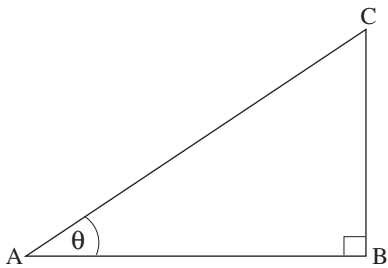
บรรณาธิการ กวิยา เนาวประทีป
ปก/รูปเล่ม ฝ่ายศิลปกรรม

จัดทำโดย
สำนักพิมพ์ฟิสส์เซ็นเตอร์
45, 47 ซอยจรัญสนิทวงศ์ 40 ถนนจรัญสนิทวงศ์ แขวงบางยี่ขัน
เขตบางพลัด กรุงเทพฯ 10700
โทร. 0-2433-7755-7, 086-330-6425

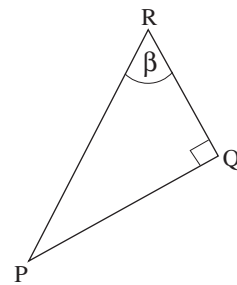
จัดจำหน่ายในรูปแบบสิ่งพิมพ์อิเล็กทรอนิกส์โดย
บริษัท เกรท มีเดีย เอเจนซี จำกัด
85 ซอยบรมราชชนนี 75 แขวงบางระมาด เขตตลิ่งชัน กรุงเทพฯ 10170
โทร. 0-2433-7755-7, 086-330-6425

แบบฝึกหัดที่ 1.1

1. จงหาอัตราส่วนของความยาวของด้าน ซึ่งเป็นค่า sine, cosine และ tangent ของมุม θ และ β ในรูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้

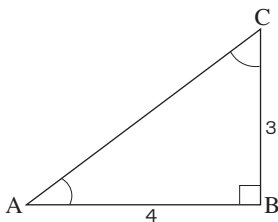


$$\begin{aligned}\sin \theta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \cos \theta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \tan \theta &= \underline{\hspace{2cm}}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\sin \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \cos \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \tan \beta &= \underline{\hspace{2cm}}\end{aligned}$$

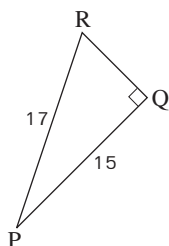
2.



จากรูป จงหา

$$\begin{aligned}\sin A &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \cos A &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \tan A &= \underline{\hspace{2cm}}\end{aligned}$$

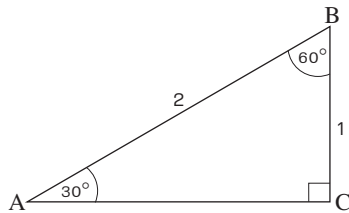
3.



จากรูป จงหา

$$\begin{aligned}\sin P &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \cos R &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \tan P &= \underline{\hspace{2cm}}\end{aligned}$$

4. จากรูป $\triangle ABC$ มี $\hat{A} = 30^\circ$ และ $\hat{B} = 60^\circ$ และ $AB = 2$ หน่วย, $BC = 1$ หน่วย จงหา



$$\sin 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$$

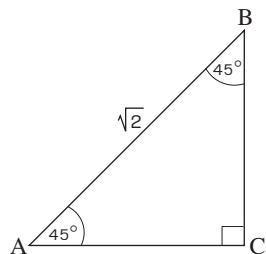
$$\tan 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$$

5. จากรูป $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ มุมฉาก มี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก และ $\hat{A} = \hat{B} = 45^\circ$ และ $AB = \sqrt{2}$ หน่วย จงหา



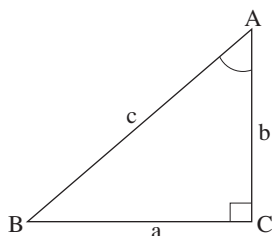
$$\sin 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$$

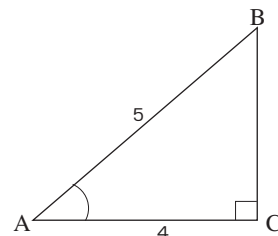
$$\tan 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$$

6. จงหาอัตราส่วนของความยาวของด้านซึ่งเป็นค่าไซน์ (sine), โคไซน์ (cosine) และแทนเจนต์ (tangent) ของมุมแหลมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้

1)



2)



$$\sin A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$$

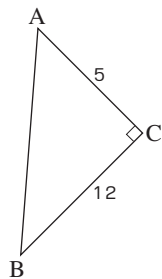
$$\tan A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan B = \underline{\hspace{2cm}}$$

3)



$$\sin A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$$

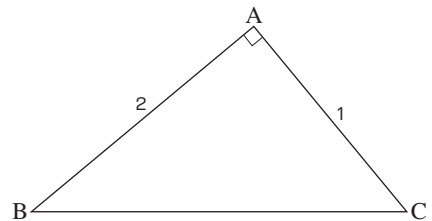
$$\tan A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan B = \underline{\hspace{2cm}}$$

4)



$$\sin B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos B = \underline{\hspace{2cm}}$$

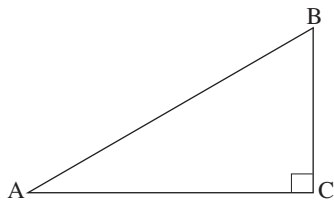
$$\tan B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos C = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan C = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin C = \underline{\hspace{2cm}}$$

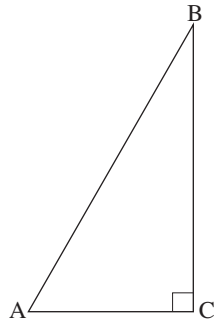
7.



จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี $\hat{C}$

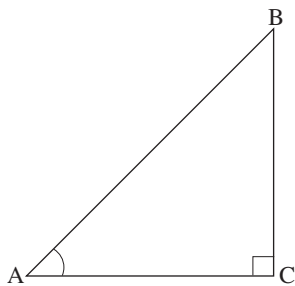
เป็นมุมฉาก และถ้า $\sin A = \frac{1}{2}$ จงหา $\tan A$

8.



จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก และถ้า $\cos A = \frac{1}{2}$ จงหา $\tan A$

9.



จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก และถ้า $\tan A = 1$ จงหา $\sin A$ และ $\cos B$

แบบฝึกหัดที่ 1.2

1. จงหาค่าของ

1) $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ + \tan 45^\circ$

2) $\sin 45^\circ - \cos 45^\circ + \tan 60^\circ$

3) $\sin 60^\circ - \cos 30^\circ + \tan 45^\circ$

4) $\tan^2 30^\circ + \sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ$

5) $3\tan^2 45^\circ + 4\sin^2 30^\circ - \tan^2 60^\circ$

6) $\sin 45^\circ \cos 45^\circ \cos 60^\circ$

7) $\frac{1}{3} \tan^2 60^\circ + \sin 60^\circ \tan 30^\circ - \frac{1}{2} \tan 45^\circ$

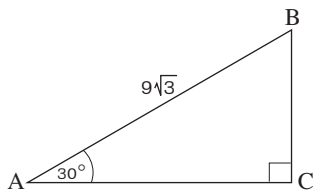
8) $2\sin 30^\circ \tan 45^\circ - \cos 30^\circ \tan 30^\circ + \frac{1}{6} \tan^2 60^\circ$

2. ถ้า $x \sin 30^\circ \cos 45^\circ = \tan 45^\circ \sin 45^\circ$ จงหา x

3. ถ้า $\tan^2 45^\circ - \cos^2 60^\circ = x \sin 45^\circ \cos 45^\circ \tan^2 60^\circ$ จงหา x

แบบฝึกหัดที่ 1.3

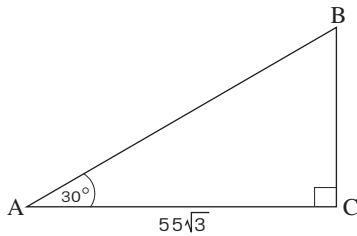
1.



จากรูป ABC เป็น Δ มี $\hat{C} = 90^\circ$, $\hat{A} = 30^\circ$

และ $AB = 9\sqrt{3}$ จงหา BC , AC และ $\hat{B}$

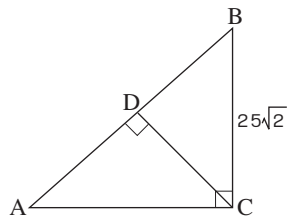
2.



จากรูป ABC เป็น Δ มี $\hat{C} = 90^\circ$, $\hat{A} = 30^\circ$

และ $AC = 55\sqrt{3}$ จงหา AB และ BC

3.

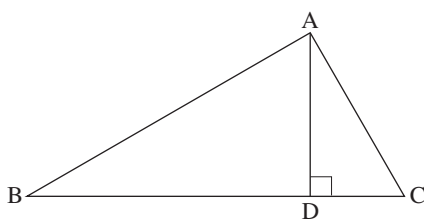


จากรูป ABC เป็น Δ ที่มี $\hat{C} = 90^\circ$,

$AB = 50$ และ $BC = 25\sqrt{2}$ ลาก $CD \perp AB$

ที่ D จงหา $\hat{A}$, AC และ CD

4.

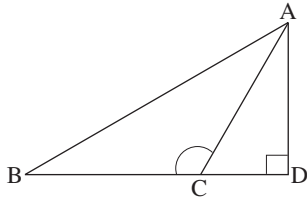


จากรูป ABC เป็น Δ ที่มี $\hat{B} = 30^\circ$,

$\hat{C} = 60^\circ$ ลาก $AD \perp BC$ และ $BD = 15$

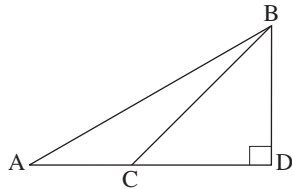
นี้ จงหา AB และ AC

5.



จากรูป ABC เป็น Δ ที่มี $\hat{B} = 30^\circ$, $\hat{C} = 120^\circ$
และ $BC = 10$ ฟุต ลาก AD ตั้งฉากกับ BC ที่
ต่อออกไปที่ D จงหา AD และ AB

6.



จากรูป ABC เป็น Δ ที่มี $\hat{A} = 30^\circ$, $\hat{C} = 135^\circ$
และ $AC = 100$ ฟุต ลาก BD ตั้งฉากกับ AC
ที่ต่อออกไปที่ D จงหา AD

7. ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนพื้นดิน ณ จุด ๆ หนึ่ง มองดูยอดเสาธงเป็นมุมยกขึ้น 60° องศา ถ้าชาย
คนนี้ยืนอยู่ห่างจากเสาธงเป็นระยะ 100 เมตร จงหาความสูงของเสาธง

8. ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนหน้าผาสูง 100 เมตร มองเห็นกองหินบนพื้นดินเบื้องล่างในแนวเดียวกับเชิงผาเป็นมุมกวดลง 30 องศา จงหาว่ากองหินนั้นอยู่ห่างจากเชิงผากี่เมตร

9. ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนพื้นดิน ณ จุด ๆ หนึ่ง มองดูยอดเสาธงเป็นมุมเงย 30 องศา เมื่อเขาเดินเข้าไปใกล้เสาธงเป็นระยะ 100 เมตร เขาจะเห็นมุมเงยของยอดเสาธงเป็น 60 องศา จงหาความสูงของเสาธง

10. ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนหน้าผาสูง 100 ฟุต เห็นกองหินสองกองบนพื้นดินเบื้องล่างในแนวเดียวกันกับเชิงผา ถ้ามุมกดลงของกองหินทั้งสองเป็น 60° และ 45° ตามลำดับ จงหาว่ากองหินสองกองนั้นอยู่ห่างกันเท่าไร

แบบฝึกหัดที่ 1.4

จงหาค่าของ

1. $\cot^2 45^\circ \operatorname{cosec} 60^\circ \cot 30^\circ \sec^2 45^\circ$

2. $\frac{1}{2} \operatorname{cosec}^2 60^\circ - \sec^2 45^\circ - 2 \cot^2 60^\circ$

3. $\tan^2 60^\circ + 4\cos^2 45^\circ + 3\sec^2 30^\circ$

4. $\sin^3 60^\circ \cot 30^\circ - 2\sec^2 45^\circ + 3\cos 60^\circ \tan 45^\circ$

5. $3\tan^2 45^\circ - \sin^2 60^\circ - \frac{1}{2} \cot^2 30^\circ + \frac{1}{8} \sec^2 45^\circ$

6. $\sin^2 45^\circ \cos^2 30^\circ \tan^2 60^\circ + \cot 30^\circ \sin 60^\circ \sin 30^\circ + \cos^2 45^\circ \tan 60^\circ \sec 30^\circ$

7. $2\cos^2 45^\circ + 4\sin^2 45^\circ + 3\operatorname{cosec}^2 60^\circ$

8. $\cot^2 30^\circ - 2\cos^2 60^\circ - \frac{3}{4} \sec^2 45^\circ - 4\sin^2 30^\circ$

9. $3\tan^2 30^\circ - \frac{1}{3} \sin^2 60^\circ - \frac{1}{2} \operatorname{cosec}^2 45^\circ + \frac{4}{3} \cos^2 30^\circ$

10. $\sin 30^\circ \sec 60^\circ + \tan 60^\circ \operatorname{cosec} 60^\circ + \operatorname{cosec} 45^\circ \sec 45^\circ$

แบบฝึกหัดที่ 1.5

1. กำหนด $\sin A = \frac{5}{13}$ จงหา $\cos A$, $\tan A$

2. กำหนด $\cos A = \frac{8}{17}$ จงหา $\sin A$, $\cot A$

3. กำหนด $\sin A = 0.8$ จงหา $\sec A$, $\cot A$

4. กำหนด $a \cot A = \sqrt{b^2 - a^2}$ จงหา $\sin A$
