แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์

เรขาคณิตวิเคราะห์

(ภาคตัดกรวย)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6

แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6

เรขาคณิตวิเคราะห์

(ภาคตัดกรวย)

ตามผลการเรียนรู้
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

จัดทำโดย
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

จัดทำเป็นฉบับ e-book ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2567

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ (ภาคตัดกรวย) ฉบับ e-book นี้ขึ้น โดยสอดคล้องกับเนื้อหาในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 ของ สสวท. เพื่อให้นักเรียน ครู ผู้ปกครอง นักวิชาการ และผู้สนใจทั่วไป เข้าถึงได้ง่ายและสะดวกรวดเร็ว รวมทั้งสามารถเลือกใช้ตามความเหมาะสมกับจุดประสงค์ต่าง ๆ ทั้งนี้ สสวท. ขอสงวนสิทธิ์ในแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ (ภาคตัดกรวย) ฉบับ e-book นี้ ตามกฎหมายลิขสิทธิ์ ห้ามผู้ใดทำซ้ำ คัดลอก ดัดแปลง เลียนแบบ จำหน่ายหรือ เผยแพร่ โดยมิได้รับอนุญาต

สามารถเข้าถึงสื่อดิจิทัลต่าง ๆ ของ สสวท. ได้ที่ https://www.ipst.ac.th/ebook-resource/

ข้อมูลหนังสือ

ชื่อหนังสือ : แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ (ภาคตัดกรวย)

จัดทำโดย : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

จำนวน : 104 หน้า

ราคา : 65 บาท (จัดจำหน่ายในรูปแบบ e-book)

ISBN (e-book) : 978-616-576-436-0

คำนำ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) มีพันธกิจในการศึกษา ค้นคว้า วิจัยและพัฒนาหลักสูตร วิธีการเรียนรู้ วิธีสอนและการประเมินผลการจัดการเรียนรู้ รวมทั้งจัดทำหนังสือเรียน คู่มือครู แบบฝึกทักษะ กิจกรรม และสื่อการเรียนรู้ เพื่อใช้ประกอบการจัดการศึกษาขั้นพื้นฐานด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี

แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ (ภาคตัดกรวย) นี้ จัดทำขึ้นตามพันธกิจและพัฒนาให้สอดคล้องกับเนื้อหาในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 ของ สสวท. ที่จัดทำตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยมุ่งหวังให้ครู นักเรียน ผู้ปกครอง หรือผู้ที่สนใจนำไปใช้เป็นแนวทางในการส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะการคิดวิเคราะห์ การให้เหตุผล และการแก้ปัญหา โดยแบบฝึกทักษะแต่ละข้อประกอบด้วยสถานการณ์หรือปัญหา และเฉลยพร้อมแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

สสวท. หวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์เล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้ และเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาคุณภาพและมาตรฐานการศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ขอขอบคุณผู้ทรงคุณวุฒิ บุคลากรทางการศึกษา และหน่วยงานต่าง ๆ ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดทำไว้ ณ โอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ธีระเดช เจียรสุขสกุล)
ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สารบัญ

สรุปเนื้อหาสาระ..... 1

แบบฝึกทักษะ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ (ภาคตัดกรวย)..... 7

เฉลยแบบฝึกทักษะพร้อมแสดงวิธีทำอย่างละเอียด..... 51

บรรณานุกรม..... 93

คณะผู้จัดทำ..... 94

สรุปเนื้อหาสาระ

1. **ทฤษฎีบท 1**

   ให้ $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ เป็นจุดในระนาบ

   $$P_1P_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

2. **ทฤษฎีบท 2**

   กำหนดจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ ถ้าจุด $P(x, y)$ เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง P_1P_2 แล้ว $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ และ $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$

3. **บทนิยาม 1**

   ให้ ℓ เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ โดยที่ $x_1 \neq x_2$

   ความชันของเส้นตรง ℓ คือ $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

4. **ทฤษฎีบท 3**

   เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน Y จะขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากัน

5. ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีความชันเท่ากันและมีจุดร่วมกัน แล้วเส้นตรงทั้งสองจะเป็นเส้นตรงเดียวกัน

6. **ทฤษฎีบท 4**

   เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน Y จะตั้งฉากกัน ก็ต่อเมื่อ ผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากับ -1

7. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X คือ $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = b\}$ เมื่อ b เป็นค่าคงตัว

8. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y คือ $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = a\}$ เมื่อ a เป็นค่าคงตัว

9. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีความชัน m และผ่านจุด (x_1, y_1) คือ $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y - y_1 = m(x - x_1)\}$
10. สมการ $y = mx + c$ เป็นสมการที่มีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีความชัน m และตัดแกน Y ที่จุด $(0, c)$
11. กราฟของสมการ $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงตัว โดยที่ A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน จะเป็นเส้นตรง และเรียกสมการในรูปนี้ว่า **รูปทั่วไปของสมการเส้นตรง**
12. ถ้าเส้นตรงตัดแกน X ที่จุด $(a, 0)$ จะเรียก a ว่า **ระยะตัดแกน** X และถ้าเส้นตรงตัดแกน Y ที่จุด $(0, b)$ จะเรียก b ว่า **ระยะตัดแกน** Y
13. **ทฤษฎีบท 5**

    ระยะห่างระหว่างเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ กับจุด (x_1, y_1) เมื่อ A, B และ C เป็นค่าคงตัวที่ A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน คือ $d = \dfrac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$
14. **ทฤษฎีบท 6**

    ระยะห่างระหว่างเส้นตรง $Ax + By + C_1 = 0$ กับเส้นตรง $Ax + By + C_2 = 0$ เมื่อ A, B, C_1 และ C_2 เป็นค่าคงตัวที่ A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน คือ

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

15. ภาคตัดกรวย คือ รูปในระนาบที่เกิดจากการตัดกันของระนาบกับกรวย
16. **บทนิยาม 2**

    วงกลม คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุด ๆ หนึ่งที่ตรึงอยู่กับที่เป็นระยะทางคงตัว จุดที่ตรึงอยู่กับที่นี้เรียกว่า **จุดศูนย์กลาง**ของวงกลม และส่วนของเส้นตรงที่มีจุดศูนย์กลางและจุดบนวงกลมเป็นจุดปลายเรียกว่า **รัศมี**ของวงกลม

17. **บทนิยาม 3**

วงรี คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ ในเซตนั้นไปยังจุดที่ตรึงอยู่กับที่สองจุดมีค่าคงตัว โดยค่าคงตัวนี้ต้องมากกว่าระยะห่างระหว่างจุดที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสองจุด เรียกจุดที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสองจุดนี้ว่า **โฟกัส**ของวงรี

18. **บทนิยาม 4**

สำหรับวงรี $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ หรือ $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ เมื่อ $a>b>0$

ความเยื้องศูนย์กลางของวงรี แทนด้วย e คือ อัตราส่วนของ c ต่อ a

เมื่อ $c=\sqrt{a^2-b^2}$ นั่นคือ $e=\frac{c}{a}$ โดยที่ $0<e<1$

19. ถ้า e มีค่าใกล้ 1 หรือ c มีค่าเกือบจะเท่ากับ a แล้ววงรีมีความรีมาก (มีรูปร่างเรียวยาว) แต่ถ้า e มีค่าใกล้ 0 แล้ววงรีมีความรีน้อย (รูปร่างใกล้เคียงกับวงกลม)

20. **บทนิยาม 5**

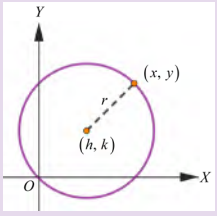
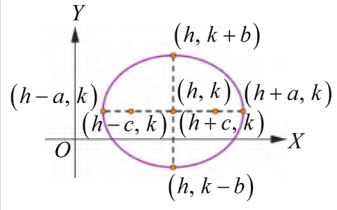
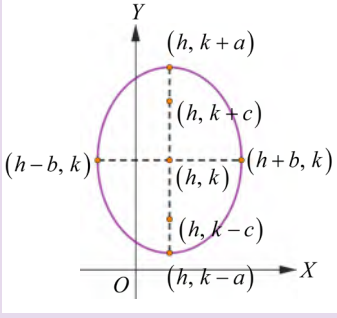
พาราโบลา คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งห่างจากจุดที่ตรึงอยู่กับที่จุดหนึ่งและเส้นตรงที่ตรึงอยู่กับที่เส้นหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน จุดที่ตรึงอยู่กับที่นี้ เรียกว่า **โฟกัส**ของพาราโบลา และเส้นตรงที่ตรึงอยู่กับที่นี้ เรียกว่า **เส้นบังคับ** หรือ **ไดเรกตริกซ์**ของพาราโบลา

21. **เลตัสเรกตัม** คือ คอร์ดที่ตั้งฉากกับแกนของพาราโบลาและผ่านโฟกัสของพาราโบลา (ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายอยู่บนพาราโบลา เรียกว่า **คอร์ด**ของพาราโบลา)

22. **บทนิยาม 6**

ไฮเพอร์โบลา คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลต่างของระยะทางจากจุดใด ๆ ไปยังจุดที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสองจุดมีค่าคงตัว โดยค่าคงตัวนี้ต้องน้อยกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสองจุด เรียกจุดที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสองจุดนี้ว่า **โฟกัส**ของไฮเพอร์โบลา

23. สรุปเกี่ยวกับกราฟและสมการของภาคตัดกรวยแต่ละชนิดได้ดังนี้

ภาคตัดกรวย	สมการรูปแบบมาตรฐาน และรายละเอียดที่ควรทราบ
วงกลม	
	สมการ $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ จุดศูนย์กลาง (h,k) รัศมียาว r หน่วย
วงรี	
	สมการ $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$, $a>b>0$ แกนเอกอยู่ในแนวนอน จุดศูนย์กลาง (h,k) จุดยอด $(h-a,k),(h+a,k)$ โฟกัส $(h-c,k),(h+c,k)$; $c^2=a^2-b^2$ แกนเอกยาว $2a$ หน่วย แกนโทยาว $2b$ หน่วย
	สมการ $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$, $a>b>0$ แกนเอกอยู่ในแนวตั้ง จุดศูนย์กลาง (h,k) จุดยอด $(h,k-a),(h,k+a)$ โฟกัส $(h,k-c),(h,k+c)$; $c^2=a^2-b^2$ แกนเอกยาว $2a$ หน่วย แกนโทยาว $2b$ หน่วย