

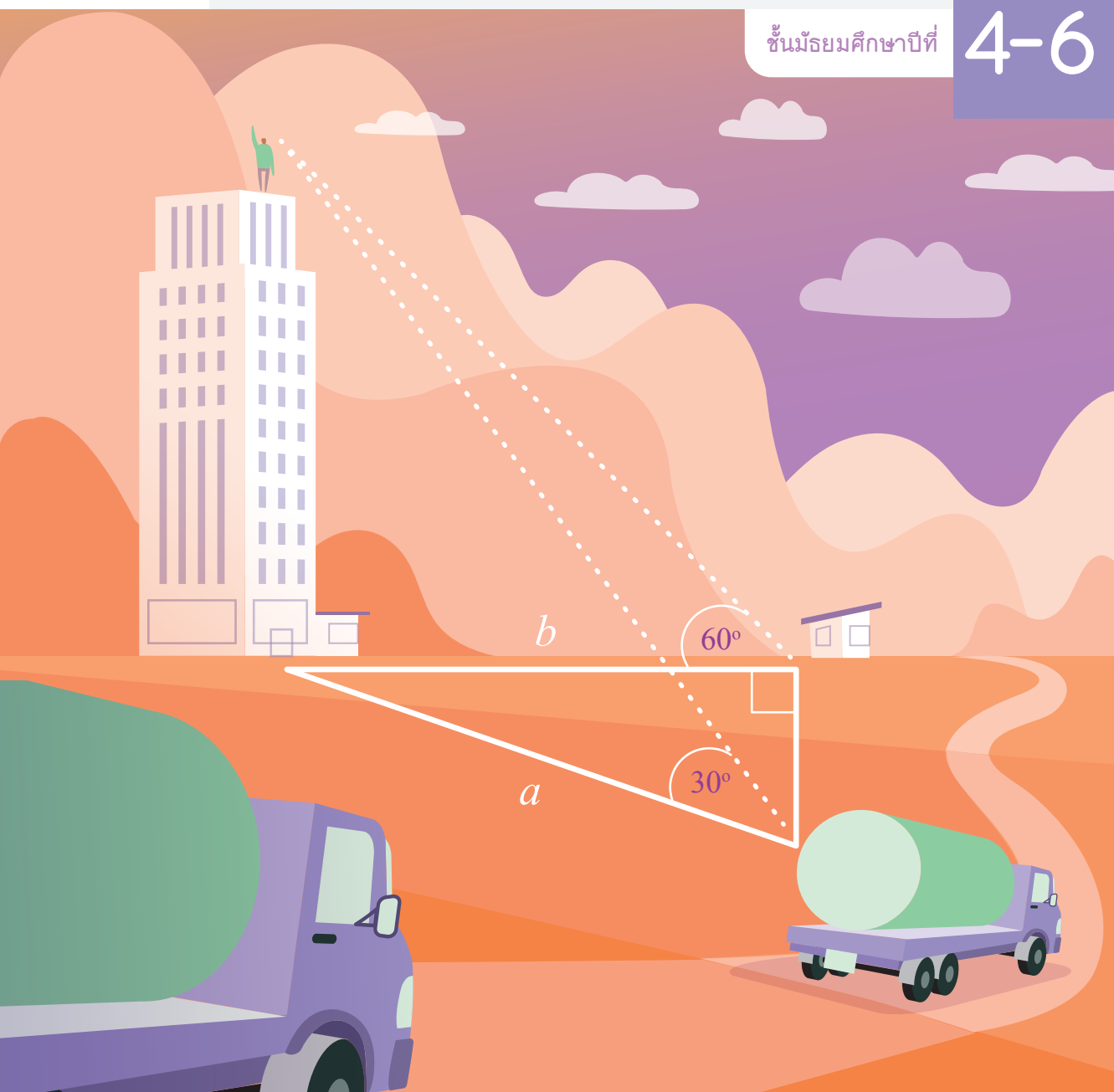


แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์

ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่

4-6





แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6

ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ตามผลการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

จัดทำโดย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

กระทรวงศึกษาธิการ

จัดทำเป็นฉบับ e-book ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2567

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฉบับ e-book นี้ขึ้น โดยสอดคล้องกับเนื้อหาในหนังสือเรียน รายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่ม 1 ของ สสวท. เพื่อให้ นักเรียน ครู ผู้ปกครอง นักวิชาการ และผู้สนใจทั่วไป เข้าถึงได้ง่ายและสะดวก รวดเร็ว รวมทั้งสามารถเลือกใช้ตามความเหมาะสมกับจุดประสงค์ต่าง ๆ ทั้งนี้ สสวท. ขอสงวนสิทธิ์ในแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฉบับ e-book นี้ ตามกฎหมายลิขสิทธิ์ ห้ามผู้ใดทำซ้ำ คัดลอก ดัดแปลง เลียนแบบ จำหน่ายหรือ เผยแพร่ โดยมีได้รับอนุญาต

สามารถเข้าถึงสื่อดิจิทัลต่าง ๆ ของ สสวท. ได้ที่ <https://www.ipst.ac.th/ebook-resource/>

ข้อมูลหนังสือ

ชื่อหนังสือ : แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6
เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ

จัดทำโดย : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

จำนวน : 88 หน้า

ราคา : 60 บาท (จัดจำหน่ายในรูปแบบ e-book)

ISBN (e-book) : 978-616-576-431-5

คำนำ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) มีพันธกิจในการศึกษา ค้นคว้า วิจัยและพัฒนาหลักสูตร วิธีการเรียนรู้ วิธีสอนและการประเมินผลการจัดการเรียนรู้ รวมทั้งจัดทำหนังสือเรียน คู่มือครู แบบฝึกทักษะ กิจกรรม และสื่อการเรียนรู้ เพื่อใช้ประกอบการจัดการศึกษาขั้นพื้นฐานด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี

แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ นี้ จัดทำขึ้นตามพันธกิจและพัฒนาให้สอดคล้องกับเนื้อหาในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่ม 1 ของ สสวท. ที่จัดทำตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยมุ่งหวังให้ครู นักเรียน ผู้ปกครอง หรือผู้ที่สนใจ นำไปใช้เป็นแนวทางในการส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะการคิดวิเคราะห์ การให้เหตุผล และการแก้ปัญหา โดยแบบฝึกทักษะแต่ละข้อประกอบด้วยสถานการณ์หรือปัญหา และเฉลยพร้อมแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

สสวท. หวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์เล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้ และเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาคุณภาพและมาตรฐานการศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ขอขอบคุณผู้ทรงคุณวุฒิ บุคลากรทางการศึกษา และหน่วยงานต่าง ๆ ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดทำไว้ ณ โอกาสนี้



(รองศาสตราจารย์ธีระเดช เจียรสุขสกุล)

ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สารบัญ

สรุปเนื้อหาสาระ.....	1
แบบฝึกทักษะ เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ.....	13
เฉลยแบบฝึกทักษะพร้อมแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....	47
บรรณานุกรม.....	78
คณะผู้จัดทำ.....	79



สรุปเนื้อหาสาระ

1. การกำหนดค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ทำได้โดยใช้วงกลมรัศมียาว 1 หน่วย ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดเป็นหลักในการกำหนดค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ และจะเรียกวงกลมดังกล่าวว่า **วงกลมหนึ่งหน่วย** วงกลมนี้เป็นกราฟของความสัมพันธ์

$$\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

เมื่อกำหนดจำนวนจริง θ จากจุด $(1, 0)$ วัดระยะไปตามส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยให้ยาว $|\theta|$ หน่วย จะถึงจุด (x, y) ซึ่งอยู่บนวงกลมหนึ่งหน่วย โดยมีข้อตกลงสำหรับทิศทางของการวัดดังนี้

เมื่อ $\theta > 0$ จะวัดส่วนโค้งจากจุด $(1, 0)$ ไปในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

เมื่อ $\theta < 0$ จะวัดส่วนโค้งจากจุด $(1, 0)$ ไปในทิศทางตามเข็มนาฬิกา

เมื่อ $\theta = 0$ จุดปลายส่วนโค้งคือจุด $(1, 0)$

2. กำหนดฟังก์ชัน $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ และ $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ สำหรับแต่ละจำนวนจริง θ ใด ๆ

$$f(\theta) = x$$

$$g(\theta) = y$$

เมื่อ (x, y) เป็นจุดปลายส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยที่วัดจากจุด $(1, 0)$ ยาว $|\theta|$ หน่วย ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาหรือตามเข็มนาฬิกา

เรียกฟังก์ชัน g และ f ดังกล่าวนี้อ่า **ฟังก์ชันไซน์** และ **ฟังก์ชันโคไซน์** ตามลำดับ และจะเขียนแทน g ด้วย $\sin$ และเขียนแทน f ด้วย $\cos$ ดังนี้

$$y = \sin \theta$$

$$x = \cos \theta$$

3. วงกลมหนึ่งหน่วยซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด เป็นกราฟของความสัมพันธ์ $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$ จะเห็นว่า $-1 \leq y \leq 1$ และ $-1 \leq x \leq 1$ ดังนั้น ค่าของฟังก์ชันไซน์และฟังก์ชันโคไซน์เป็นจำนวนจริงตั้งแต่ -1 ถึง 1 นั่นคือ เรนจ์ของฟังก์ชันไซน์และฟังก์ชันโคไซน์ คือ เซตของจำนวนจริงตั้งแต่ -1 ถึง 1 และโดเมนของฟังก์ชันทั้งสอง คือ เซตของจำนวนจริง

4. จากสมการ $x^2 + y^2 = 1$, $y = \sin \theta$ และ $x = \cos \theta$ จะได้ความสัมพันธ์ของ $\sin \theta$ และ $\cos \theta$ คือ $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ เมื่อ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ

5. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

6. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ n เป็นจำนวนเต็ม จะได้

$$\sin(2n\pi + \theta) = \sin \theta$$

$$\cos(2n\pi + \theta) = \cos \theta$$

$$\sin(\theta - 2n\pi) = \sin \theta$$

$$\cos(\theta - 2n\pi) = \cos \theta$$

7. การหาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง 2π มีข้อสรุปดังนี้

ให้ α เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha$$