

1001 TESTS IN MATHS #3

1001 TESTS YOU
MUST DO
BEFORE EXAM





1001

TESTS IN
MATHS #3

1001 TESTS YOU
MUST DO
BEFORE EXAM



ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

1001 TEST IN MATHS #3

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

1001 Test in Maths 3. --กรุงเทพฯ : แม็คเ็ดดูเคชั่น, 2555.

620 หน้า.

1. คณิตศาสตร์--ข้อสอบและเฉลย. I. ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา.

II. ชื่อเรื่อง.

510.076

ISBN 978-616-274-117-3

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย

 MACEDUCATION

ผู้เขียน : ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

สงวนลิขสิทธิ์ : พฤษภาคม 2555

พิมพ์ครั้งที่ 2 : มีนาคม 2562

ราคาจำหน่าย : 260 บาท

การสั่งซื้อ : ส่งณณัติสั่งจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว 10310 ในนาม บริษัท แม็คเ็ดดูเคชั่น จำกัด
เลขที่ 9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว แขวงจันทระเกษม
เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

☎ : 0-2938-2022-7 FAX : 0-2938-2028

www.MACeducation.com

พิมพ์ที่ : บริษัท พิมพ์ดี จำกัด

(สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามลอกเลียน ไม่ว่าจะเป็นส่วนหนึ่งส่วนใดของหนังสือเล่มนี้นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร)

คำนำ

หนังสือคู่มือชุด 1001 TESTS IN MATHS จัดทำขึ้นสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่จะต้องสอบเก็บคะแนนและสอบประเมินผลประจำภาคเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งสอบ O-NET PAT 1 และวิชาคณิตศาสตร์ในระบบการสอบรับตรงเพื่อสอบเข้ามหาวิทยาลัยอีกด้วย ซึ่งเป็นหนังสือคู่มือที่มีแนวข้อสอบครอบคลุมเนื้อหาทั้งหมดอย่างครบถ้วนในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 มีการแบ่งแนวข้อสอบออกตามเนื้อหาของแต่ละเรื่อง โดยเรียงลำดับจากความง่ายไปยากนักเรียนจะได้ฝึกและเรียนรู้วิธีการคิดแก้ปัญหาและการคำนวณหาคำตอบในโจทย์คณิตศาสตร์ที่หลากหลาย อันจะทำให้เกิดทักษะและความชำนาญในการวิเคราะห์โจทย์ได้ด้วยตนเองอย่างคล่องแคล่วและรวดเร็ว อีกทั้งยังช่วยเพิ่มความเข้าใจให้มากขึ้นจากคำอธิบายในคำตอบอีกด้วย หนังสือคู่มือชุดนี้มีทั้งหมด 3 เล่ม ดังนี้

1. หนังสือคู่มือ 1001 TESTS IN MATHS 1 เป็นแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเซต ระบบจำนวนจริง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ความสัมพันธ์ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ภาคตัดกรวย ฟังก์ชัน ฟังก์ชันตรีโกณมิติ และสถิติ (1)

2. หนังสือคู่มือ 1001 TESTS IN MATHS 2 เป็นแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม ตรีโกณมิติและการประยุกต์ เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ กำหนดการเชิงเส้น เวกเตอร์ จำนวนเชิงซ้อน และสถิติ (2)

3. หนังสือคู่มือ 1001 TESTS IN MATHS 3 เป็นแนวข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลำดับและอนุกรม ลิมิตและความต่อเนื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน การอินทิเกรต วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น และสถิติ (3)

ทั้งนี้ **บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด** หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะอำนวยความสะดวกให้แก่ผู้อ่านได้เป็นอย่างดี และหากมีข้อสงสัยหรือข้อเสนอแนะเกี่ยวกับหนังสือคู่มือชุด 1001 TESTS IN MATHS นี้ กรุณาติดต่อได้ที่ บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด เพื่อเป็นประโยชน์สำหรับพัฒนาหนังสือคู่มือเล่มอื่นต่อไป

บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด

สารบัญ

1. ลำดับและอนุกรม	1
(ตรงตามมาตรฐาน ค 4.1 ตัวชี้วัดข้อ 4, 5 ค 4.2 ตัวชี้วัดข้อ 6 และ ค 6.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, 4)	
เฉลย	26
2. ลิมิตและความต่อเนื่อง	125
(ตรงตามมาตรฐาน ค 6.1 สาระเพิ่มเติม)	
เฉลย	147
3. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน	197
(ตรงตามมาตรฐาน ค 6.1 สาระเพิ่มเติม)	
เฉลย	225
4. การอินทิเกรต	335
(ตรงตามมาตรฐาน ค 6.1 สาระเพิ่มเติม)	
เฉลย	352
5. วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่	409
(ตรงตามมาตรฐาน ค 5.2 ตัวชี้วัดข้อ 2 และ ค 6.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, 2, 3, 4)	
เฉลย	429
6. ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น	481
(ตรงตามมาตรฐาน ค 5.2 ตัวชี้วัดข้อ 2 ค 5.3 ตัวชี้วัดข้อ 2 และ ค 6.1 ตัวชี้วัดข้อ 1, 3)	
เฉลย	509
7. สถิติ (3)	567
(ตรงตามมาตรฐาน ค 6.1 สาระเพิ่มเติม)	
เฉลย	582

1

ลำดับและอนุกรม

ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้อง

1. กำหนดลำดับ $a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{2^n}$ ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. $a_3 = \frac{7}{8}$

ข. $a_4 = \frac{17}{16}$

ค. $a_5 = \frac{33}{32}$

ง. $a_6 = \frac{65}{64}$

2. พจน์ทั่วไปของลำดับ $\sqrt{2}, \sqrt{6}, 3\sqrt{2}, \dots$ คือพจน์ใดต่อไปนี้

ก. $a_n = (2 \cdot 3^{n-1})^{\frac{1}{2}}$

ข. $a_n = (2 \cdot 3^{n+1})^{\frac{1}{2}}$

ค. $a_n = 2 \cdot 3^{\frac{n-1}{2}}$

ง. $a_n = 2 \cdot 3^{\frac{n+1}{2}}$

3. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นพจน์ทั่วไปของลำดับ 48, 79, 118, ...

ก. $a_n = (2n^2 + 3)^2 - n$

ข. $a_n = (5n^2 - 1)^2 - n$

ค. $a_n = (2n + 5)^2 - n$

ง. $a_n = (5n - 1)^2 - n$

4. พจน์ทั่วไปของลำดับ 1, $(1+a)$, $(1+a+a^2)$, ... คือพจน์ใดต่อไปนี้

ก. $a_n = \frac{a-1}{a^n-1}$

ข. $a_n = \frac{1+a}{1-a^n}$

ค. $a_n = \frac{a^n-1}{a-1}$

ง. $a_n = \frac{a^n-1}{a+1}$

5. กำหนดลำดับ $a_n = \frac{2}{9}(10^n - 1)$ ผลบวก 3 พจน์แรกของลำดับนี้มีค่าเท่าไร

ก. 242

ข. 244

ค. 246

ง. 248

6. กำหนดลำดับ $a_n = \frac{3}{2} - \frac{1}{2 \cdot 3^{n-1}}$ พจน์ที่สามของลำดับนี้มากกว่าพจน์ที่สองอยู่เท่าไร

ก. 1

ข. $\frac{1}{3}$

ค. $\frac{1}{9}$

ง. $\frac{1}{27}$

17. จำนวนที่หารด้วย 9 ลงตัว ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 500 และ 800 มีกี่จำนวน
 - ก. 30 จำนวน
 - ข. 32 จำนวน
 - ค. 33 จำนวน
 - ง. 34 จำนวน
 18. นายดำซื้อบ้านหลังหนึ่งแบบผ่อนส่ง โดยวางเงินดาวน์ 50,000 บาท ที่เหลือผ่อนเป็นรายเดือน เดือนแรกจ่าย 5,000 บาท และเดือนถัดไปจ่ายเพิ่มจากเดือนที่แล้วเดือนละ 100 บาท จนครบ 8 ปี นายดำจ่ายค่าบ้านงวดสุดท้ายเป็นเงินกี่บาท
 - ก. 14,500 บาท
 - ข. 14,900 บาท
 - ค. 15,400 บาท
 - ง. 15,500 บาท
 19. สมชัยมีรายได้ปี พ.ศ. 2542 เท่ากับ 60,000 บาท และมีรายได้เพิ่มขึ้นทุก ๆ ปี ปีละ 6,000 บาท ปี พ.ศ. 2552 เขาจะมีรายได้เป็นเงินเท่าไร
 - ก. 66,000 บาท
 - ข. 96,000 บาท
 - ค. 120,000 บาท
 - ง. 150,000 บาท
 20. เสากองหนึ่งวางเรียงซ้อนกันเป็นชั้น ๆ พบว่าเสานในแต่ละชั้นที่อยู่ติดกัน ชั้นล่างจะมีจำนวนเสามากกว่าชั้นบน 3 ต้นเสมอ ถ้าชั้นบนมีเสาก 61 ต้น และชั้นล่างมีเสาก 379 ต้น เสากองนี้วางเรียงกันทั้งหมดกี่ชั้น
 - ก. 105 ชั้น
 - ข. 106 ชั้น
 - ค. 107 ชั้น
 - ง. 108 ชั้น
 21. กำหนดลำดับเรขาคณิต 147, -21, 3, ... ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อถูกต้อง
 - ก. $a_4 = -\frac{1}{7}$
 - ข. $a_5 = \frac{1}{49}$
 - ค. $a_6 = -\frac{3}{343}$
 - ง. $a_7 = -\frac{3}{881}$
 22. ถ้าพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งเป็น 8 และมีอัตราส่วนร่วมเป็น $\frac{3}{2}$ แล้ว $\frac{729}{8}$ เป็นพจน์ที่เท่าไรของลำดับนี้
 - ก. พจน์ที่ 6
 - ข. พจน์ที่ 7
 - ค. พจน์ที่ 8
 - ง. พจน์ที่ 9
 23. ถ้า $x-1$, $x+1$, $2x+5$ เป็นสามพจน์เรียงกันในลำดับเรขาคณิต แล้วผลบวกค่าของ x สองค่าเท่ากับจำนวนใดต่อไปนี้
 - ก. -2
 - ข. -1
 - ค. 1
 - ง. 2
 24. ถ้าพจน์ที่ 1 พจน์ที่ 2 และพจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งเป็น a , b และ c ตามลำดับ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อถูกต้อง
 - ก. $n \log \frac{a}{b} = \log \frac{bc}{a^2}$
 - ข. $\log \frac{bc}{a^2} = \log \frac{b}{a}$
 - ค. $n \log \frac{b}{a} = \log \frac{bc}{a^2}$
 - ง. $n \log \frac{bc}{a^2} = \log \frac{a}{b}$

25. ถ้าพจน์ที่ 6 และพจน์ที่ 12 ของลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งเท่ากับ $\tan^3 \frac{\theta}{2}$ และ $\sin^3 \frac{\theta}{2}$ ตามลำดับ พจน์ที่ 2 ของลำดับนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- ก. $\frac{1}{4} \sec^3 \frac{\theta}{2} \tan^3 \frac{\theta}{2}$ ข. $\frac{1}{4} \sec^4 \frac{\theta}{2} \tan^3 \frac{\theta}{2}$
 ค. $\frac{1}{2} \sec^4 \frac{\theta}{2} \tan^3 \frac{\theta}{2}$ ง. $\sec^2 \frac{\theta}{2} \tan^3 \frac{\theta}{2}$
26. ถ้า 54, -18, 6 เป็น 3 พจน์เรียงกันในลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่ง จะอยู่ระหว่างสองพจน์ในข้อใดต่อไปนี้
- ก. -162 และ -2 ข. -162 และ $\frac{2}{3}$
 ค. 162 และ 2 ง. 162 และ $-\frac{2}{3}$
27. เดือนมกราคมปี พ.ศ. 2541 ชานนท์มีเงินเดือน 4,000 บาท ถ้าเงินเดือนของเขาเพิ่มขึ้นปีละ 5% ของเงินเดือน ปีที่ผ่านมาเสมอ เดือนมกราคมปี พ.ศ. 2552 เขาจะมีเงินเดือนประมาณเท่าไร (กำหนด $(1.05)^{11} = 1.7103$)
- ก. 6,395 บาท ข. 6,516 บาท
 ค. 6,734 บาท ง. 6,841 บาท
28. บุญส่งนำเงินไปฝากธนาคาร 5,000 บาท ธนาคารคิดดอกเบี้ยให้ร้อยละ 15 ต่อปี บุญส่งฝากไว้ครบ 5 ปี โดยไม่ถอนดอกเบี้ยเลย เมื่อสิ้นปีที่ 5 เขาจะได้รับเงินทั้งหมดเท่าไร
- ก. $5,000(1.15)^5$ บาท ข. $(5,000 \times 0.15)^5$ บาท
 ค. $5,000(115)^5$ บาท ง. $(5,000 \times 0.115)^5$ บาท
29. ถ้าผลบวก 3 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งเท่ากับ 7 และผลคูณของ 3 พจน์นี้เท่ากับ 8 แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
- ก. $a_4 = 32$ ข. $a_5 = \frac{1}{32}$
 ค. $a_6 = \frac{1}{16}$ ง. $a_7 = 64$
30. ลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งมี n พจน์ 3 พจน์สุดท้ายรวมกันเท่ากับ 1,024 เท่าของ 3 พจน์แรกรวมกัน ถ้าพจน์ที่ 5 เท่ากับ 20 แล้วพจน์สุดท้ายเท่ากับจำนวนใดต่อไปนี้
- ก. 4,096 ข. 5,120
 ค. 6,144 ง. 7,168
31. จำนวนห้าจำนวนเรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต ผลบวกของพจน์ที่ 1, 3 และ 5 เท่ากับ 273 ผลคูณของพจน์ที่ 2 และ 4 เท่ากับ 256 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้
- (1) ผลบวกของ 5 จำนวน เท่ากับ 341
 (2) ผลบวกของ 5 จำนวน เท่ากับ 205
- ข้อใดต่อไปนี้สรุปได้ถูกต้อง
- ก. (1) ถูกต้อง และ (2) ถูกต้อง ข. (1) ถูกต้อง และ (2) ผิด
 ค. (1) ผิด และ (2) ถูกต้อง ง. (1) ผิด และ (2) ผิด
32. ถ้า a, b, c เป็นสามพจน์เรียงกันในลำดับเรขาคณิต แล้ว $a^2b^2c^2(a^{-3}+b^{-3}+c^{-3})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- ก. $a+b+c$ ข. $a^2+b^2+c^2$
 ค. $a^3+b^3+c^3$ ง. $a^4+b^4+c^4$

33. ลิมิตของลำดับ $3, 3\sqrt{3}, 3\sqrt{3\sqrt{3}}, 3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}, \dots$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี

ก. 3

ข. $3\sqrt{3}$

ค. 9

ง. 0

34. ลำดับผลบวกย่อยของอนุกรมอนันต์ในข้อใดต่อไปนี้เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์

ก. $\sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi$

ข. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin (2n-1) \frac{\pi}{2}$

ค. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

ง. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$

35. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า a_n เป็นพจน์ที่ n ของลำดับซึ่งมีพจน์ $a_{n+1} > a_n$ สำหรับทุก ๆ n แล้วลำดับนี้เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์

(2) ให้ a_n เป็นลำดับซึ่งกำหนดโดย $a_n = 1$ เมื่อ n เป็นจำนวนคี่ และ $a_n = \frac{n+1}{n^2+3}$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่

แล้ว a_n เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. (1) จริง และ (2) จริง

ข. (1) ไม่จริง และ (2) ไม่จริง

ค. (1) จริง และ (2) ไม่จริง

ง. (1) ไม่จริง และ (2) จริง

36. ข้อความใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. อนุกรม $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

ข. ถ้า $a > 0$ แล้วอนุกรม $1 + \frac{a}{1+a} + \left(\frac{a}{1+a}\right)^2 + \left(\frac{a}{1+a}\right)^3 + \dots$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์ซึ่ง

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{1+a}\right)^n = 1+a$$

ค. $\ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \ln \frac{4}{5} + \dots$ เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

ง. ถ้า a_n เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ซึ่ง $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ แล้ว $0 \leq a_n \leq \frac{1}{n}$ สำหรับทุกค่าของ n

37. ถ้าสมการ $Ax^2+Bx+C = 0$ มี A, B, C เป็นลำดับเลขคณิต และผลคูณของรากทั้งสองเป็นสองเท่าของผลบวกของรากทั้งสอง แล้ว $AC+8B^2$ มีค่าเท่าไร

ก. 0

ข. $2C$

ค. $A-C$

ง. $\frac{A+C}{2}$

38. ลำดับใดต่อไปนี้เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์

ก. $a_n = \frac{n^6 - 6n^5 + 5n}{(3n^2 + 2)(7n^2 - 2n + 10)^2}$

ข. $a_n = \frac{3n}{4n+1}$

ค. $a_n = \frac{n}{2n+1}$

ง. $a_n = \frac{n^2}{n+1}$

39. ลิมิตของลำดับ $a_n = \left(\frac{1}{n} + 1\right) \frac{(n-1)^2}{4n^2}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{2}$

ข. $\frac{1}{4}$

ค. $\frac{1}{8}$

ง. หาค่าไม่ได้

40. ลิมิตของลำดับ $a_n = \frac{\sqrt{n} + \sqrt[3]{n} + 1}{5 - \sqrt[4]{n} + 3\sqrt{2n}}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 0

ข. $\frac{1}{3\sqrt{2}}$

ค. $\frac{1}{5\sqrt{2}}$

ง. $\frac{1}{15\sqrt{2}}$

41. ลิมิตของลำดับ $a_n = \frac{2n^2 - 3n - 4}{\sqrt{n^4 + 1}}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 0

ข. $\frac{3}{2}$

ค. 2

ง. 5

42. ข้อความใดต่อไปนี้กล่าวเกี่ยวกับลำดับ $2, 2\sqrt{2}, 2\sqrt{2\sqrt{2}}, 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \dots$ ได้ถูกต้องที่สุด

ก. เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ เพราะ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 4$

ข. เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ เพราะ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 8$

ค. เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ เพราะ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2\sqrt{2}$

ง. เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์ เพราะลิมิตหาค่าไม่ได้

43. ลำดับ $s_0, s_1, s_2, \dots, s_n, \dots$ หาได้โดยสมการ $s_0 = 0$ และ $s_{m+1} = [s_m + (m+1)]k$ เมื่อ k เป็นค่าคงตัว จงพิจารณาข้อต่อไปนี้

$$(1) s_n = \frac{1}{k-1} \left[\frac{k^2(k^n-1)}{k-1} - nk \right]$$

$$(2) \sum_{i=1}^n s_i = \frac{1}{k-1} \left[\frac{k^2}{k-1} \left\{ \frac{k(k^n-1)}{k-1} - n \right\} - \frac{kn(n+1)}{2} \right]$$

ข้อใดต่อไปนี้สรุปได้ถูกต้อง

ก. (1) ถูกต้อง และ (2) ถูกต้อง

ข. (1) ผิด และ (2) ผิด

ค. (1) ถูกต้อง และ (2) ผิด

ง. (1) ผิด และ (2) ถูกต้อง

44. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

$$(1) a + 2a^2 + 3a^3 + \dots + na^n = \frac{a(1-a^n)}{(1-a)^2}$$

(2) ถ้า $m^a = n^b = (mn)^c$ แล้ว $a, b, 2c$ เป็นลำดับฮาร์โมนิก

ข้อใดต่อไปนี้สรุปได้ถูกต้อง

ก. (1) ถูกต้อง และ (2) ถูกต้อง

ข. (1) ผิด และ (2) ถูกต้อง

ค. (1) ถูกต้อง และ (2) ผิด

ง. (1) ผิด และ (2) ผิด

45. ให้ $a_1, a_2, a_3, \dots$ เป็นลำดับ โดยนิยาม $a_n = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่} \\ \frac{n}{1+n^2} & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่} \end{cases}$

ข้อความใดต่อไปนี้เป็นข้อถูกต้อง

- ก. เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ที่มีลิมิตเท่ากับ 0 และ 1
- ข. เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ที่มีลิมิตเท่ากับ 0
- ค. เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ที่มีลิมิตเท่ากับ 1
- ง. เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์

46. อนุกรมใดต่อไปนี้เป็นอนุกรมเลขคณิต

- ก. $\sqrt{2} + \sqrt{6} + 3\sqrt{2} + \dots$ ข. $3+0.3+0.03+\dots$
- ค. $1 + \frac{3}{2} + 2 + \frac{5}{2} + \dots$ ง. $1-1+1-1+\dots$

47. อนุกรมใดต่อไปนี้เป็นอนุกรมเรขาคณิต

- ก. $2+4+6+\dots$ ข. $3+1-1-3-5+\dots$
- ค. $5+10+15+20+\dots$ ง. $5+25+125+\dots$

48. ถ้าผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่งเป็น 465 และ 9 เท่าของผลบวกสามพจน์แรกของอนุกรมนี้เท่ากับ 4 เท่าของผลบวกหกพจน์แรก ข้อความใดต่อไปนี้เป็นข้อถูกต้อง

- ก. พจน์แรกเท่ากับ 33 ข. พจน์ที่สามเท่ากับ 39
- ค. พจน์ที่สิบเท่ากับ 60 ง. พจน์ที่ยี่สิบเท่ากับ 93

49. ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อถูกต้อง

- ก. ผลบวก 17 พจน์แรกของอนุกรม $3+8+13+\dots$ เท่ากับ 731
- ข. ผลบวก 25 พจน์แรกของอนุกรม $12+9+6+\dots$ เท่ากับ -600
- ค. ผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรม $39+33+27+\dots$ เท่ากับ -144
- ง. ผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรม $2-4+8-16+\dots$ เท่ากับ -682

50. จำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 100 และ 500 ที่ 9 หารลงตัว และมี 6 เป็นตัวประกอบ มีผลบวกเป็นเท่าไร

- ก. 5,346 ข. 6,534
- ค. 10,692 ง. 13,068

51. อนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่งมีพจน์ที่ n เป็น $2n-5$ ผลบวก 15 พจน์แรกของอนุกรมนี้เป็นเท่าไร

- ก. 165 ข. 170
- ค. 175 ง. 185

52. ผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรม $120+60+30+\dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. $\frac{255}{256}$ ข. $\frac{255}{16}$
- ค. $\frac{3825}{256}$ ง. $\frac{3825}{16}$

53. ถ้า $a_k = 6\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$ เป็นพจน์ที่ k ของลำดับเรขาคณิต แล้วผลบวก 100 พจน์แรกของอนุกรมนี้เป็นเท่าไร

ก. $12\left(1 - \frac{1}{2^{100}}\right)$

ข. $12\left(1 - \frac{1}{200}\right)$

ค. $6\left(1 - \frac{1}{2^{100}}\right)$

ง. $6\left(1 - \frac{1}{200}\right)$

54. ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม $\log a + \log ar + \log ar^2 + \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{2} n \log (a^2 r^{n-1})$

ข. $\frac{1}{2} n \log (a^2 r^{2n-1})$

ค. $\frac{1}{4} n \log (a^2 r^{2n-1})$

ง. $\frac{1}{4} n \log (2^n a^2 r^{2n-1})$

55. ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตซึ่งมีพจน์ที่สามเท่ากับ -24 และพจน์ที่หกเท่ากับ 3 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $S_n = -16\left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right]$

ข. $S_n = -32\left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right]$

ค. $S_n = -64\left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right]$

ง. $S_n = -128\left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right]$

56. ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม $\frac{1}{1+\sqrt{x}} + \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{n[2 + (n-3)\sqrt{x}]}{2(1-x)}$

ข. $\frac{n(2+x)}{2(1-x^2)}$

ค. $\frac{n-\sqrt{x}}{1-x}$

ง. $\frac{n}{1-x}$

57. ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม $1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 27 + \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{2} (2n-1) \cdot 3^n + 1$

ข. $\frac{1}{4} (2n-1) \cdot 3^n + 1$

ค. $\frac{(2n-1) \cdot 3^n + 1}{2}$

ง. $\frac{(2n-1) \cdot 3^n + 1}{4}$

58. ผลบวก n พจน์ของอนุกรม $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} + \dots$ เป็นเท่าไร

ก. $3 - \frac{2n+3}{2^n}$

ข. $3 + \frac{2n+3}{2^n}$

ค. $3 - \frac{2n+1}{2^n}$

ง. $3 + \frac{2n+1}{2^n}$

59. ผลบวก n พจน์ของอนุกรม $\frac{1}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}} + 2 + \frac{1}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} + \dots$ เป็นเท่าไร

ก. $\frac{n}{2} [2 + (n-1)\sqrt{3}]$

ข. $\frac{n}{2} [4 + (n-1)\sqrt{3}]$

ค. $\frac{n}{2} [4 + (n-3)\sqrt{3}]$

ง. $\frac{n}{2} [(4 - \sqrt{3}) + (n-1)\sqrt{3}]$

60. ผลบวก 33 พจน์แรกของอนุกรม $\frac{9}{10} + \frac{99}{100} + \frac{999}{1000} + \frac{9999}{10000} + \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

ก. $33 - \frac{1}{9} \left(1 + \frac{1}{10^{33}} \right)$ ข. $33 + \frac{1}{9} \left(1 - \frac{1}{10^{33}} \right)$

ค. $\frac{1}{9} \left(296 - \frac{1}{10^{33}} \right)$ ง. $\frac{1}{9} \left(296 + \frac{1}{10^{33}} \right)$

61. การวางกองเสาเรียงซ้อนกันเป็นชั้นๆ พบว่าเสาในแต่ละชั้นมีมากกว่าเสาในชั้นบนที่อยู่ติดกันเป็นจำนวน 3 ต้นเสมอ ถ้าชั้นบนสุดมีเสา 61 ต้น และชั้นล่างสุดมีเสา 379 ต้น เสากองนี้มีทั้งหมดกี่ต้น

ก. 23,100 ต้น ข. 23,450 ต้น

ค. 23,540 ต้น ง. 23,650 ต้น

62. ศตวรรษซื้อเครื่องคอมพิวเตอร์ราคา 60,000 บาท โดยผ่อนส่งเงินต้นให้กับบริษัทเดือนละ 2,000 บาท เท่ากันทุกเดือน และต้องชำระค่าดอกเบี้ยร้อยละหนึ่งต่อเดือนของยอดเงินที่ยังไม่ได้ชำระพร้อมกับเงินต้นด้วยทุกๆ เดือน การชำระเงินงวดแรกเริ่มต้นภายหลังหนึ่งเดือนของวันที่ได้ตกลงซื้อขายกันแล้ว ศตวรรษจะต้องจ่ายเงินค่าเครื่องคอมพิวเตอร์เป็นเงินทั้งหมดเท่าไร

ก. 68,700 บาท ข. 69,300 บาท

ค. 69,800 บาท ง. 70,800 บาท

63. ในการเข้าซื้ออาคารสงเคราะห์ ปีแรกเสียค่าเช่าเดือนละ 10,000 บาท ปีที่สองเสียค่าเช่าลดลง 10% ปีที่สามเสียค่าเช่าลดลงอีก 10% ของปีที่สอง กำหนดเวลา 10 ปี จะไม่ต้องเสียค่าเช่าซื้ออาคารสงเคราะห์หลังนั้นอีก ผู้เช่าซื้ออาคารสงเคราะห์หลังนั้นด้วยเงินเท่าไร กำหนด $(0.9)^{10} \approx 0.348678$ (ตอบเป็นจำนวนเต็มบาท)

ก. 781,586 บาท ข. 781,587 บาท

ค. 781,867 บาท ง. 781,868 บาท

64. ในการแข่งขันเดินทางไกลครั้งหนึ่ง ก เดินได้ชั่วโมงละ 4 กิโลเมตร เมื่อ ก ออกเดินทางไปแล้ว $2\frac{3}{4}$ ชั่วโมง ข ก็ออกเดินทางตาม ชั่วโมงแรก ข เดินได้ $4\frac{1}{2}$ กิโลเมตร ชั่วโมงที่สองเดินได้ $4\frac{3}{4}$ กิโลเมตร ชั่วโมงที่สามเดินได้ 5 กิโลเมตร ข จะเดินไปทัน ก เมื่อ ข เดินทางไปได้กี่ชั่วโมง

ก. 6 ชั่วโมง ข. $6\frac{1}{2}$ ชั่วโมง

ค. $7\frac{1}{2}$ ชั่วโมง ง. 8 ชั่วโมง

65. ก และ ข อยู่ห่างกัน 255 กิโลเมตร และตั้งใจจะเดินทางมาพบกัน โดยตั้งต้นเดินทางพร้อมๆ กัน ก เดินทางวันแรก 1 กิโลเมตร วันที่สอง 3 กิโลเมตร วันที่สาม 5 กิโลเมตร เช่นนี้เรื่อยๆ ไป ส่วน ข เดินทางวันแรก 20 กิโลเมตร วันที่สอง 19 กิโลเมตร วันที่สาม 18 กิโลเมตร เช่นนี้เรื่อยๆ ไป นานกี่วัน ทั้งสองคนจึงจะพบกัน

ก. 10 วัน ข. 12 วัน

ค. 13 วัน ง. 15 วัน

73. ผลบวก n พจน์แรกของลำดับเลขคณิตสองลำดับเป็น $7n+2 : n+4$ อัตราส่วนของพจน์ที่ 5 ของสองลำดับนี้เป็นเท่าไร

ก. $1 : 4$ ข. $1 : 5$
ค. $4 : 1$ ง. $5 : 1$

74. ผลบวก 10 พจน์ของอนุกรม $2 \cdot 3 + 5 \cdot 8 + 8 \cdot 13 + 11 \cdot 18 + \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 5,150 ข. 5,170
ค. 5,190 ง. 6,400

75. กำหนดอนุกรม $1 + \left(1 + \frac{1}{3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2}\right) + \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3}\right) + \dots$ ผลบวก n พจน์แรกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{3n}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4 \times 3^{n-1}}$ ข. $\frac{3n}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4 \times 3^{n-1}}$
ค. $\frac{3n}{4} - \frac{1}{4 \times 3^{n-1}}$ ง. $\frac{3n}{4} + \frac{1}{16 \times 3^{n-1}}$

76. กำหนดลำดับ $(1, 2), (3, 4, 5, 6), (7, 8, 9, 10, 11, 12), \dots$ ผลบวกของพจน์ในวงเล็บที่ n ของลำดับเป็นเท่าไร

ก. $n(2n^2 - 1)$ ข. $n(2n^2 + 1)$
ค. $n(2n^2 - n + 1)$ ง. $n(2n^2 + n + 1)$

77. ถ้า $A_1 = a, A_2 = a+b, n$ เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 2, $A_n = 2A_{n-1} - A_{n-2}$ แล้ว $A_n^2 - aA_{2n-1}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $(n-1)^2 b^2$ ข. $2a^2 + (n-1)^2 b^2$
ค. $2a^2 + 2(n-1)ab + (n-1)^2 b^2$ ง. $2a^2 + 2(n-1)ab + 2(n-1)^2 b^2$

78. ถ้า $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ เป็น 3 พจน์เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต และ a, c, b เป็นสามพจน์เรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต แล้วลำดับในข้อใดต่อไปนี้เป็นลำดับเลขคณิต

ก. a, c, b ข. c, a, b
ค. c, b, a ง. b, a, c

79. ข้อความใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. ถ้า a, b, c เป็นลำดับฮาร์โมนิก แล้ว $a(b+c), b(c+a), c(a+b)$ เป็นลำดับเลขคณิต
ข. ถ้า a^2, b^2, c^2 เป็นลำดับเลขคณิต แล้ว $b+c, c+a, a+b$ เป็นลำดับฮาร์โมนิก
ค. ถ้า a, b, c เป็นลำดับฮาร์โมนิก แล้ว $a+c, a+b, a-2b+c$ เป็นลำดับเรขาคณิต
ง. ถ้า a, b, c เป็นลำดับเรขาคณิต แล้ว $\log_e a, \log_e b, \log_e c$ เป็นลำดับเลขคณิต

80. กำหนดพจน์ของลำดับเป็นวงเล็บดังนี้ $(a_1); (a_2, a_3); (a_4, a_5, a_6); \dots$ มี k พจน์ในวงเล็บที่ k สำหรับแต่ละ k ผลบวกของพจน์ในวงเล็บที่ n เป็นเท่าไร เมื่อ $a_n = 3n-2$

ก. $\frac{3(n^2-1)}{2}$ ข. $\frac{3n(n-1)}{2}$
ค. $\frac{n(n^2-1)}{2}$ ง. $\frac{n(3n^2-1)}{2}$

81. ถ้าพจน์ที่ n ของอนุกรมหนึ่งเป็น n^2+2^n ผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเป็นเท่าไร
 ก. 1,234 ข. 2,341
 ค. 2,431 ง. 2,542
82. พจน์ที่ n ของอนุกรมหนึ่งเป็น $3^n+n(n+1)$ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเป็นเท่าไร
 ก. $\frac{3^{n+1}-1}{2} + \frac{n}{6}(n+1)(n+2)$ ข. $\frac{3^{n+1}-3}{2} + \frac{n}{6}(n+1)(n+2)$
 ค. $\frac{3^{n+1}}{2} - 1 + \frac{n}{3}(n+1)(n+2)$ ง. $\frac{3^{n+1}}{2} - \frac{3}{2} + \frac{n}{3}(n+1)(n+2)$
83. อนุกรมหนึ่งมีพจน์ที่ n เป็น $An+B^{2n}$ ถ้าพจน์แรกเป็น 5 พจน์ที่ 2 เป็น 18 ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมนี้เป็นเท่าไร
 ก. $\frac{n}{2}(n+1) + \frac{4}{3}(4^n-1)$ ข. $\frac{n}{2}(n+1) + 2(2^{2n}-1)$
 ค. $\frac{n}{2}(n+1) + \frac{2}{3}(4^n-1)$ ง. $\frac{n}{2}(n+1) + \frac{1}{3}(2^{2n}-1)$
84. ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม $7+77+777+7,777+\dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
 ก. $\frac{7}{9}(10^n-1)$ ข. $\frac{70}{81}(10^n-1)$
 ค. $\frac{70}{81}(10^n-1) - \frac{7}{9}n$ ง. $\frac{70}{81}(10^n-1) - \frac{70}{81}n$
85. ผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรม $1^2+3^2+5^2+7^2+9^2+\dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
 ก. 1,320 ข. 1,330
 ค. 1,340 ง. 1,360
86. ผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรม $2^3+5^3+8^3+11^3+\dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
 ก. 71,765 ข. 71,775
 ค. 71,785 ง. 71,795
87. ผลบวก n พจน์ของ $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
 ก. $\frac{1}{6} - \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)}$ ข. $\frac{1}{6} - \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$
 ค. $\frac{1}{18} - \frac{1}{3(n+1)(n+2)(n+3)}$ ง. $\frac{1}{18} - \frac{1}{3n(n+1)(n+2)(n+3)}$
88. ผลบวก n พจน์ของอนุกรม $\frac{3}{1^2 \times 2^2} + \frac{5}{2^2 \times 3^2} + \frac{7}{3^2 \times 4^2} + \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
 ก. $1 - \frac{1}{(n+1)^2}$ ข. $1 - \frac{1}{n^2(n+1)^2}$
 ค. $1 + \frac{1}{(n+1)^2}$ ง. $1 + \frac{1}{n^2(n+1)^2}$
89. กำหนดให้ $f(x) = \log(1+x)$ สำหรับ $x \in \mathbb{R}$ ค่าของ $f(1)+f\left(\frac{1}{2}\right)+\dots+f\left(\frac{1}{n}\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
 ก. $f(n+1)$ ข. $f(n)$
 ค. $f\left(\frac{1}{n}\right)$ ง. $f\left(\frac{1}{n+1}\right)$

90. ถ้าอนุกรม $1 + \frac{2^x}{1+2^x} + \frac{2^{2x}}{(1+2^x)^2} + \frac{2^{3x}}{(1+2^x)^3} + \dots$ มีผลบวกเท่ากับ 9 แล้วอนุกรม $\log_2 x - (\log_2 x)^2 + (\log_2 x)^3 - (\log_2 x)^4 + \dots$ เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

ก. มีผลบวกเท่ากับ $\frac{1}{1 + \log_2 3}$

ข. มีผลบวกเท่ากับ $\frac{\log_2 3}{1 - \log_2 3}$

ค. มีผลบวกเท่ากับ $\frac{\log_2 3}{1 + \log_2 3}$

ง. เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

91. สำหรับแต่ละจำนวนเต็ม $n \geq 4$ กำหนดให้ $a_n = \frac{n^4 + 1}{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}$ ลำดับ a_n เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

ก. มีลิมิตเป็น 1

ข. มีลิมิตเป็น 2

ค. มีลิมิตเป็น 4

ง. เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์

92. กำหนดให้ $a_n = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } n = 1, 2 \\ a_{n-2} + 2 & \text{เมื่อ } n = 3, 5, 7, \dots \\ 2a_{n-2} & \text{เมื่อ } n = 4, 6, 8, \dots \end{cases}$

$\sum_{i=1}^{101} a_i$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $(50)(51) + 2^{50} + 1$

ข. $(50)(51) + 2^{49} - 1$

ค. $(51)^2 + 2^{50} - 1$

ง. $(51)^2 + 2^{49} - 1$

93. ข้อใดต่อไปนี้ มีค่าต่างไปจากข้ออื่น

ก. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{2n^5 - n^2 + 4}}{n^2 + 1}$

ข. $\lim_{n \rightarrow \infty} [\ln(n+1) - \ln n]$

ค. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{3^n - 5}$

ง. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 5}{\sqrt{4n^4 + n}}$

94. กำหนดลำดับ $a_n = \frac{(n+1)\ln n - n \ln(n+1)}{\ln n}$ ลิมิตของลำดับ a_n เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 0

ข. 1

ค. -1

ง. หาค่าไม่ได้

95. ผลบวกของอนุกรมอนันต์ $\frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(n+3)(n+4)} + \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 1

ข. $\frac{1}{2}$

ค. $\frac{1}{4}$

ง. $\frac{1}{12}$

96. ผลบวกอนันต์ของอนุกรม $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{2 \cdot 6} + \frac{1}{3 \cdot 7} + \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{4}$

ข. $\frac{25}{48}$

ค. $\frac{25}{16}$

ง. $\frac{25}{12}$

97. ข้อใดต่อไปนี้มีผลบวกของอนุกรมต่างจากข้ออื่น

ก. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(4n-3)(4n+1)}$

ข. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$

ค. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$

ง. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}}$

98. ให้ a_n เป็นพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต โดยมี r เป็นอัตราส่วนร่วม

ถ้า $\frac{a_1}{a_1 + a_2} + \frac{a_2}{a_2 + a_3} + \dots + \frac{a_n}{a_n + a_{n+1}} = 2n$ แล้ว r มีค่าเท่าไร

ก. -2

ข. $-\frac{1}{2}$

ค. $\frac{1}{2}$

ง. 2

99. ถ้า $\log_a(ax) + 2 \log_a(a^2x) + 3 \log_a(a^3x) + \dots + 10 \log_a(a^{10}x) = 110$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. a^{-10}

ข. a^{-5}

ค. $a^{-\frac{5}{2}}$

ง. $a^{-\frac{5}{4}}$

100. ค่าขอบเขตบนน้อยที่สุดของเซต $\left\{ -\frac{(1+2+\dots+n)}{n^2} \mid n \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก} \right\}$ ใน $\mathbb{R}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. -1

ข. $-\frac{1}{2}$

ค. $-\frac{1}{4}$

ง. 0

101. ค่าของ x ทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการ $[\log_3 x - \log_{3^2} x + \log_{3^3} x - \log_{3^4} x + \dots] < 1$ คือข้อใดต่อไปนี้

ก. $0 < x < \sqrt{3}$

ข. $x > \sqrt{3}$

ค. $0 < x < 3\sqrt{3}$

ง. $x > 3\sqrt{3}$

102. เซตคำตอบของสมการ $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_9 x} + \frac{1}{\log_{10} x} \leq 1$ คือเซตใดต่อไปนี้

ก. $(0, 1)$

ข. $[10!, \infty)$

ค. $(0, 1) \cup [10!, \infty)$

ง. $(0, 1) \cup (1, \infty)$

103. ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งทำให้ $1 + \log_{\sqrt{2}} 2 + \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + \dots + \log_{\sqrt[n]{2}} 2 = n^2 - 21$ แล้ว $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 63

ข. 127

ค. 255

ง. 511

104. จำนวนเต็มบวก m ที่มากที่สุดที่ทำให้อนุกรม $\frac{1}{2^m} - \frac{1}{2^{m+1}} + \frac{1}{2^{m+2}} - \frac{1}{2^{m+3}} + \dots$ มีผลบวกมากกว่า 0.01 เป็น

สมาชิกของเซตใดต่อไปนี้

ก. $\{1, 2, 3\}$

ข. $\{4, 5, 6\}$

ค. $\{7, 8, 9\}$

ง. $\{10, 11, 12\}$

105. ให้ $a_1, a_2, a_3, \dots$ เป็นลำดับของจำนวนจริง และ $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ทุกจำนวนนับ n ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. ถ้า $a_n = 2^{n-1}$ ทุกจำนวนนับ n แล้ว $S_n = 2^n - 1$ ทุกจำนวนนับ n

ข. ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ หาค่าได้ แล้ว $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

ค. ถ้า $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ทุกจำนวนนับ n แล้ว $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{2}{3}$

ง. ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ แล้ว $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์

106. ให้ R เป็นเซตของจำนวนจริง และ $A = \{a \in R \mid a > 0 \text{ และ } a \neq 1\}$ สำหรับทุก $a \in A$

นิยาม $f_a : R \rightarrow R$ โดย $f_a(x) = a^{x+1}$ อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} f_a(\log_a n)$ มีสมบัติตามข้อใดต่อไปนี้

ก. คอนเวอร์เจนต์ทุก $a \in A$

ข. ไดเวอร์เจนต์ทุก $a \in A$

ค. คอนเวอร์เจนต์ทุก $a \in A$ ซึ่ง $0 < a < 1$ และไดเวอร์เจนต์ทุก $a \in A$ ซึ่ง $a > 1$

ง. ไดเวอร์เจนต์ทุก $a \in A$ ซึ่ง $0 < a < 1$ และคอนเวอร์เจนต์ทุก $a \in A$ ซึ่ง $a > 1$

107. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

$$(1) 3+3 \cdot 4+3 \cdot 4^2+\dots+3 \cdot 4^{19} = 4^{20}-1$$

$$(2) 1 \cdot 2+2 \cdot 3+3 \cdot 4+\dots+19 \cdot 20 = 2,660$$

ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. (1) ถูกต้อง และ (2) ถูกต้อง

ข. (1) ผิด และ (2) ผิด

ค. (1) ถูกต้อง และ (2) ผิด

ง. (1) ผิด และ (2) ถูกต้อง

108. จาก $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ดังนั้นอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{5}{2^n} - \frac{3}{n(n+1)} \right]$ มีผลบวกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 0

ข. 2

ค. 4

ง. 5

109. กำหนดให้ A คือเมทริกซ์ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ถ้า $a_n = \det\left(\frac{1}{2}A\right)^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก แล้วอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

ก. เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

ข. มีผลบวกเป็น 0

ค. มีผลบวกเป็น 1

ง. มีผลบวกเป็น 2

110. ค่าของ $(5 \times 41) + (8 \times 39) + (11 \times 37) + \dots + (32 \times 23)$ เท่ากับจำนวนในข้อใดต่อไปนี้

ก. 4,689

ข. 5,425

ค. 5,435

ง. 6,160

111. ค่าของ $\ln 5 + \ln 10 + \ln 20 + \dots + \ln 1280 + \ln 2560$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $10 + 40 \ln 2$

ข. $\ln 5 + 45 \ln 2$

ค. $9 \ln 5 + 45 \ln 2$

ง. $10 \ln 5 + 45 \ln 2$

119. ให้ $a_n = e^{\frac{1}{2} \ln(3^{-n})}$ และ $b_n = \log_{\frac{1}{3}}(a_n)$ ทุก $n \in \mathbb{N}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

ก. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ และ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์

ข. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์ แต่ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

ค. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์ แต่ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์

ง. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ และ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

120. ให้ $a_0 = 1$ และสำหรับแต่ละ $n \in \mathbb{N}$ ให้ $a_n = 3^{2n-1} \cdot a_{n-1}$ ถ้า $\log_{\frac{1}{3}} a_0 + \log_{\frac{1}{3}} a_1 + \dots + \log_{\frac{1}{3}} a_n = -91$

แล้ว n มีค่าอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

ก. $[1, 7)$

ข. $[7, 12)$

ค. $[12, 13)$

ง. $[13, 14)$

121. ผลบวกของจำนวนคี่ตั้งแต่ 1 ถึง 207 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 10,816

ข. 12,602

ค. 15,908

ง. 20,046

122. ผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่งเท่ากับ 430 ถ้าพจน์ที่ 10 ของอนุกรมนี้คือ 79 แล้วผลบวก 3 พจน์แรกมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 44

ข. 45

ค. 46

ง. 47

123. ให้ $\mathbb{R}$ เป็นเซตของจำนวนจริง และ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ นิยามโดย $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} & \text{ถ้า } x \geq 0 \\ x & \text{ถ้า } x < 0 \end{cases}$ อนุกรมในข้อใด

ต่อไปนี้หาผลบวกได้

ก. $\sum_{n=1}^{\infty} (f \circ f)(-n)$

ข. $\sum_{n=1}^{\infty} (f+f)(n)$

ค. $\sum_{n=1}^{\infty} (f \cdot f)(-n)$

ง. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{f}\right)(n)$

124. ให้ b และ c เป็นจำนวนจริงคงที่สองจำนวน

นิยาม ลำดับ a_n โดยให้ $a_1 = 1$ และสำหรับจำนวนเต็มบวก n ใดๆ $a_{n+1} = a_n + cb^n$

ถ้าลำดับ a_n มีลิมิตเท่ากับ 2 และ $a_3 = \frac{3}{2}$ แล้ว $|c-2b|$ มีค่าเท่าไร

ก. 1

ข. $\sqrt{2}$

ค. 2

ง. $\sqrt{2} + 2$

125. กำหนดให้ $f_1(x) = \sqrt{x}$ และ $f_n(x) = (f_1 \circ f_{n-1})(x), n \geq 2$ ถ้า $a_n = f_1(2) \cdot f_2(2) \cdot f_3(2) \cdot \dots \cdot f_n(2)$ และ $b_n = \ln a_n$ แล้วลำดับ b_n มีลิมิตเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\ln 2$

ข. $(\ln 2)^2$

ค. $\frac{1}{2} \ln 2$

ง. หาค่าไม่ได้ เพราะเป็นลำดับไดเวอร์เจนต์

126. ถ้า a เป็นผลรวมของอนุกรม $\log_{\frac{1}{2}}(2) + \log_{\frac{1}{4}}(2) + \log_{\frac{1}{8}}(2) + \log_{\frac{1}{16}}(2) + \dots$ และ b เป็นผลบวกของอนุกรม $2^{-\log_2 2} + 2^{-\log_2 4} + 2^{-\log_2 8} + 2^{-\log_2 16} + \dots$ แล้ว $a+b$ มีค่าเท่าไร

ก. -2

ข. 0

ค. 1

ง. 2

127. $\ln(\log_2 3) - \ln(\log_4 3) - \ln(\log_8 4) - \dots - \ln(\log_n(n-1)) = (10^{-\log 2})(\ln 36)$ แล้ว n มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 12

ข. 36

ค. 64

ง. 128

128. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ลำดับซึ่งมีพจน์ที่ n เท่ากับ $\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n+1}}$ เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์

(2) ลำดับซึ่งมีพจน์ที่ n เท่ากับ $\frac{1-r^n}{1-r}$ เมื่อ $r > 1$ เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์

(3) $-\frac{1}{10} + \frac{1}{100} - \frac{1}{1000} + \dots + \left(-\frac{1}{10}\right)^n + \dots$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ถูกเฉพาะข้อ (1) และ (2)

ข. ถูกเฉพาะข้อ (1) และ (3)

ค. ถูกเฉพาะข้อ (2) และ (3)

ง. ถูกทั้งข้อ (1), (2) และ (3)

129. $\sum_{n=1}^7 (n^2 - 4n + 1)$ มากกว่า $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n \cos n\pi}{3(-1)^{n+2}} \right]^n$ อยู่เท่าไร

ก. 31

ข. 33

ค. 35

ง. 37

130. ลำดับในข้อใดต่อไปนี้ เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์

ก. $a_n = \sin^2 \frac{1}{n} + \cos^2 \frac{1}{n}$

ข. $1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{7}, \dots$

ค. $a_n = (-1)^{n+1} \left(\frac{n-1}{n} \right)$

ง. $a_n = \left(-\frac{1}{2} \right)^n$

131. กำหนดอนุกรม $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ โดย $a_n \in \mathbb{R}; n = 1, 2, 3, \dots$ ให้ $S_n =$ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ถ้า $a_{2n-1} = 2$ และ $a_{2n} = -2; n = 1, 2, 3, \dots$ แล้วอนุกรมนี้เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์ และมีผลบวกเท่ากับ 0

ข. ถ้า $a_n = \frac{1}{(n+3)(n+4)}$ แล้วอนุกรมนี้เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์ และมีผลบวกเท่ากับ $\frac{1}{4}$

ค. ถ้า $\frac{a_{n-1}}{a_n} = r$ (r เป็นค่าคงตัว); $n = 2, 3, 4, \dots$ และ $|r| > 1$ แล้วอนุกรมนี้เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

ง. ถ้าอนุกรมที่กำหนดให้สมบัติว่า $S_{n+1} > S_n$ สำหรับทุก ๆ n จะได้ว่าอนุกรมนี้เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

132. อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมีพจน์ที่ 2 เท่ากับ 4 และมีผลบวกของอนุกรมเท่ากับ 16 ผลบวก 3 พจน์แรกของอนุกรมนี้เท่ากับค่าในข้อใดต่อไปนี้

ก. ผลต่างร่วมของอนุกรม $1+17+33+49+65+\dots$ ข. $\sum_{k=1}^5 (k-1)$

ค. $\sum_{k=1}^4 (k^2-4)$

ง. ข้อ ก ข และ ค ไม่มีข้อใดถูกต้อง

133. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ถ้า $a_1+a_2+a_3+\dots$ เป็นอนุกรมเรขาคณิต และ $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ แล้ว $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ หาค่าได้เสมอ

ข. ถ้า a_n เป็นพจน์ที่ n ของลำดับซึ่งมีพจน์ $a_{n+1} > a_n$ สำหรับทุก ๆ n แล้วลำดับนี้เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์

ค. ให้ a_n เป็นลำดับซึ่งกำหนดโดย $a_n = 1$ เมื่อ n เป็นจำนวนคี่ และ $a_n = \frac{n+1}{n^2+3}$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่ แล้ว a_n เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์

ง. $1 + \frac{5}{3} + \frac{12}{3^2} + \frac{22}{3^3} + \frac{35}{3^4} + \dots = \frac{45}{8}$

134. กำหนดให้ A เป็นอนุกรม $1+m+m^2+m^3+\dots$ และ B เป็นอนุกรม $1+m^2+m^4+m^6+\dots$ ถ้าอนุกรม A และ B ต่างก็เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์ทั้งคู่ และผลบวกของอนุกรม A เป็นสองเท่าของผลบวกของอนุกรม B แล้ว m มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. -1

ข. $-1 < m < 1$

ค. 1

ง. หาค่าไม่ได้

135. นายออมทรัพย์นำเงินไปฝากธนาคารออมสินเดือนแรก 1,000 บาท เดือนถัดๆ ไป เขาฝากเพิ่มขึ้นเดือนละ 1,000 บาททุกๆ เดือน ธนาคารออมสินคิดดอกเบี้ยไม่ทบต้นให้อัตราร้อยละ 0.20 บาทต่อเดือน เมื่อครบปีนายออมทรัพย์จะมีเงินรวมเท่าไร

ก. 15,272 บาท

ข. 78,728 บาท

ค. 81,272 บาท

ง. 94,360 บาท

136. กำหนดให้ a_n เป็นพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต ซึ่ง $a_n > 0$ ข้อความใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. $\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \frac{1}{\sqrt{a_3} + \sqrt{a_4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}} = \frac{n-1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_n}}$

ข. อนุกรม $\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}} + \dots$ เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

ค. ถ้า $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n$ แล้ว $\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}} = \frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_1}}$

ง. ถ้า $a_n = n$, $n = 1, 2, 3, \dots, 9$ แล้ว $1 - \frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} - \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} - \dots - \frac{1}{\sqrt{a_8} + \sqrt{a_9}} = -1$

137. ข้อความใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. อนุกรม $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ เป็นอนุกรมไควเวอร์เจนต์

ข. ถ้า $a > 0$ แล้วอนุกรม $1 + \frac{a}{1+a} + \left(\frac{a}{1+a}\right)^2 + \left(\frac{a}{1+a}\right)^3 + \dots$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์ซึ่ง

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{1+a}\right)^n = 1+a$$

ค. $\ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \ln \frac{4}{5} + \dots$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์

ง. ถ้า a_n เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ซึ่ง $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ แล้ว $0 \leq a_n \leq \frac{1}{n}$ สำหรับทุกค่าของ n

138. ค่าของ $\log_3 3 + \log_{\sqrt{3}} 3 + \log_{\sqrt[3]{3}} 3 + \log_{\sqrt[4]{3}} 3 + \dots + \log_{\sqrt[n]{3}} 3$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{2}(n+1)\log 3$

ข. $\frac{n}{2}(n+1)\log 3$

ค. $\frac{1}{2}(n+1)$

ง. $\frac{n}{2}(n+1)$

139. ลูกบิงปองตกจากโต๊ะสูง 4 ฟุต ถ้าทุกครั้งที่ลูกบิงปองตกกระทบพื้น จะกระดอนขึ้นเป็นระยะทาง $\frac{3}{4}$ ของ

ความสูงที่ตกลงมา ระยะทางทั้งหมดที่ลูกบิงปองเคลื่อนที่ในแนวดิ่งเป็นกี่ฟุต

ก. 16 ฟุต

ข. 24 ฟุต

ค. 28 ฟุต

ง. 32 ฟุต

140. ลิมิตของลำดับ $3, \frac{15}{4}, \frac{35}{9}, \frac{63}{16}, \frac{99}{25}, \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 4

ข. 5

ค. 8

ง. หาค่าไม่ได้

141. ผลบวก n พจน์แรกของลำดับ 12, 40, 90, 168, 280, 432, ... เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{n}{12}(n+1)(3n^2+23n+46)$

ข. $\frac{n}{6}(n+1)(3n^2+23n+46)$

ค. $\frac{n}{12}(n+1)(3n^2+20n+36)$

ง. $\frac{n}{6}(n+1)(3n^2+20n+36)$

142. ผลบวกของ 18 พจน์แรกของอนุกรม $1+9+25+49+81+\dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 7,734

ข. 7,751

ค. 7,753

ง. 7,770

143. ข้อความใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. อนุกรมที่ได้จากลำดับไควเวอร์เจนต์ย่อมเป็นอนุกรมไควเวอร์เจนต์และอนุกรมที่ได้จากลำดับคอนเวอร์เจนต์ย่อมเป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์

ข. ถ้า a_n เป็นพจน์ที่ n ของลำดับไควเวอร์เจนต์ จะต้องได้ว่า $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ หาค่าไม่ได้

ค. ถ้า a_n เป็นพจน์ที่ n ของลำดับคอนเวอร์เจนต์ จะได้ว่า $|a_1|, |a_2|, |a_3|, \dots$ เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ด้วย

ง. ถ้า a_n เป็นพจน์ที่ n ของลำดับซึ่งมี $a_{n+1} > a_n$ สำหรับทุก n จะได้ว่าลำดับนี้เป็นลำดับไควเวอร์เจนต์

144. ค่าของ $9\left(\frac{1}{1^2-2^2} + \frac{1}{2^2-4^2} + \frac{1}{4^2-8^2} + \dots + \frac{1}{2^{2n-2}-2^{2n}}\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $2^{2-2n} - 4$

ข. $2^{-2n} - 4$

ค. $4 - 2^{2-2n}$

ง. $4 - 2^{-2n}$

145. $3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{33\dots3}_{n \text{ ตัว}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{3}(10^{n+1} - 10 - 3n)$

ข. $\frac{1}{3}(10^{n+1} - 10 - 9n)$

ค. $\frac{1}{9}(10^{n+1} - 10 - 9n)$

ง. $\frac{1}{27}(10^{n+1} - 10 - 9n)$

146. ให้ a_n และ b_n เป็นลำดับที่กำหนดโดย

$$a_n = \cos n\pi$$

$$b_n = \sin\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)$$

อนุกรมใดต่อไปนี้เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์

ก. $(a_1 - b_1) + (a_2 - b_2) + (a_3 - b_3) + \dots$

ข. $\left(\frac{a_1}{b_1}\right) + \left(\frac{a_2}{b_2}\right) + \left(\frac{a_3}{b_3}\right) + \dots$

ค. $(a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + (a_3 + b_3) + \dots$

ง. $a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + \dots$

147. กำหนดลำดับ $\frac{1}{1}, \frac{3}{2}, \frac{7}{2}, \frac{17}{12}, \dots, \frac{p_n}{q_n}, \dots$

เมื่อ $p_n = p_{n-1} + 2q_{n-1}$

$q_n = p_{n-1} + q_{n-1}$ สำหรับทุก $n \geq 2$

ลิมิตของลำดับนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 1

ข. $\sqrt{2}$

ค. $\sqrt{3}$

ง. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

148. ถ้าพจน์ที่ n ของอนุกรมหนึ่งเป็น $\frac{n}{2}(n+1)$ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{n}{6}(n+1)(n-2)$

ข. $\frac{n}{6}(n+1)(n+2)$

ค. $\frac{n}{2}(n+1)(2n+1)$

ง. $\frac{n}{2}(n+1)(2n-1)$

149. กำหนดให้ $a_n = 1 + \left(\frac{1}{2i}\right)^n$ และ $b_n = 1 + \left(\frac{-1}{2i}\right)^n$ เมื่อ $i^2 = -1$ ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{b_n} \right| = 0$

ข. $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n b_n| = 1$

ค. $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} |b_n|$

ง. $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n + b_n| = 2$

150. ให้ a_n เป็นลำดับที่กำหนดโดย

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 2$$

และ $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$ สำหรับ $n > 2$

ผลบวก n พจน์แรกของลำดับนี้มีค่าเท่าไร

ก. 2^n

ข. $2^n - 1$

ค. $2^{n-1} - 1$

ง. $2^{n+1} - 1$

151. ผลบวกอนุกรมอนันต์ $0.3 + 0.033 + 0.00333 + 0.0003333 + \dots$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี

ก. $\frac{10}{27}$

ข. $\frac{100}{297}$

ค. $\frac{1000}{2997}$

ง. $\frac{10000}{29997}$

152. ถ้า $a_n = \frac{n^2 + n + 1}{3n^2 + 1}$ และ $b_n = \frac{2^n - 5^n}{5^n + 3^n}$ แล้วลิมิตของลำดับที่มีพจน์ที่ n เป็น $a_n - b_n + a_n b_n$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี

ก. -1

ข. $-\frac{1}{3}$

ค. 0

ง. 1

153. ให้ a_1, a_2, a_3, a_4 เป็นพจน์ 4 พจน์เรียงกันในลำดับเรขาคณิต โดยที่ a_1 เป็นพจน์แรก ถ้า $a_2 + a_3 = 6$ และ $a_3 + a_4 = -12$ แล้วค่าสัมบูรณ์ของพจน์ที่ 5 ของลำดับนี้เป็นเท่าไร

ก. 24

ข. 48

ค. 56

ง. 60

154. ให้ $a+3, a, a-2$ เป็น 3 พจน์เรียงกันของลำดับเรขาคณิตที่มีอัตราส่วนร่วมเป็น r แล้ว $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี

ก. 8

ข. 9

ค. 16

ง. 18

155. พจน์ที่เป็นจำนวนเต็มลบพจน์แรกของลำดับเลขคณิต $200, 182, 164, 146, \dots$ มีค่าต่างจากพจน์ที่ 10 เท่ากับข้อใดต่อไปนี

ก. 54

ข. 38

ค. 22

ง. 20

156. ค่าของ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n(n+1)}}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

ก. $-\frac{1}{2}$

ข. -1

ค. $\frac{1}{2}$

ง. 1

157. กำหนดลำดับ 2 ลำดับ

$$A : \log a, \log a^2, \log a^3, \dots$$

$$B : x+y, \sqrt{xy} + \sqrt{yz}, y+z, \dots$$

โดยที่ $\frac{x}{y} = \frac{y}{z}$ และ x, y, z เป็นจำนวนเต็มบวก ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- ก. A เป็นลำดับเลขคณิต และ B เป็นลำดับเรขาคณิต
 ข. A เป็นลำดับเรขาคณิต และ B เป็นลำดับเลขคณิต
 ค. A และ B เป็นลำดับเลขคณิตทั้งคู่
 ง. A และ B เป็นลำดับเรขาคณิตทั้งคู่
158. กำหนดจำนวน 4 จำนวนเรียงกันดังนี้
 $\cos^2 0^\circ, \cos^2 30^\circ, \cos^2 45^\circ, \cos^2 60^\circ$
 ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริงเกี่ยวกับจำนวนข้างต้นได้ถูกต้อง
- ก. จำนวนทั้ง 4 เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต
 ข. จำนวนทั้ง 4 เรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต
 ค. พจน์ที่ n ของลำดับคือ $\frac{1}{4} \left(n + \frac{3}{4} \right)$
 ง. พจน์ที่ n ของลำดับคือ $\frac{1}{4} \left(\frac{3}{4} \right)^n$
159. กำหนดให้ m และ g เป็นตัวกลางเลขคณิตและตัวกลางเรขาคณิตของ x และ y ตามลำดับ แล้ว $x^2 + y^2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- ก. $4m^2 - g^2$
 ข. $2m^2 - g^2$
 ค. $4m^2 - 2g^2$
 ง. $2m^2 - 2g^2$
160. ผลบวกของ 3 พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่งเท่ากับ 24 และผลบวกของ 5 พจน์แรกของอนุกรมนี้เท่ากับ 55 ผลบวกของ 10 พจน์แรกของอนุกรมนี้เป็นเท่าไร
- ก. 175
 ข. 185
 ค. 190
 ง. 200
161. ผลบวก 5 พจน์แรกของอนุกรม $\log 4 + \log 12 + \log 36 + \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- ก. $5 \log 36$
 ข. $5(\log 2 + \log 9)$
 ค. $20(\log 2 + \log 3)$
 ง. $4 \times 12 \times 36 \times 108 \times 324$
162. ผลบวกของจำนวนเต็มบวกระหว่าง 0 และ 200 ที่หารด้วย 4 แล้วเหลือเศษ 1 เท่ากับจำนวนใดต่อไปนี้
- ก. 4,802
 ข. 4,851
 ค. 4,945
 ง. 4,950
163. กำหนดลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, ... ผลคูณของ n พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- ก. $2^{n(n-1)}$
 ข. $2^{n(n+1)}$
 ค. $2^{\frac{n}{2}(n-1)}$
 ง. $2^{\frac{n}{2}(n+1)}$
164. กำหนดอนุกรม $1 + 3 + 9 + 27 + \dots$ ถ้าผลบวกของอนุกรมนี้มีค่ามากกว่า 1,000 แล้วอนุกรมนี้จะมีอย่างน้อยกี่พจน์
- ก. 6 พจน์
 ข. 7 พจน์
 ค. 8 พจน์
 ง. 9 พจน์
165. ค่าของ $\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}\dots}}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- ก. 5
 ข. $5\sqrt{5}$
 ค. 25
 ง. $25\sqrt{5}$

166. เขียนทศนิยม 0.28 ในรูปเศษส่วนได้ดังข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{36}{125}$

ข. $\frac{28}{99}$

ค. $\frac{13}{45}$

ง. $\frac{14}{45}$

167. อนุกรมอนันต์อนุกรมหนึ่งมีพจน์ที่สองเท่ากับ 10 และผลบวกอนันต์เท่ากับ -9 อัตราส่วนร่วมระหว่างพจน์ที่ $n+1$ ต่อพจน์ที่ n เป็นเท่าไร

ก. $-\frac{2}{3}$

ข. $\frac{5}{3}$

ค. $\frac{2}{3}$

ง. $-\frac{2}{3}$ หรือ $\frac{5}{3}$

168. ถ้า $U_1 = a$, $U_2 = a+b$, n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 2 และ $U_n = 2U_{n-1} - U_{n-2}$ แล้ว $U_n^2 - aU_{2n-1}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $(n-1)^2 b^2$

ข. $(n+1)^2 b^2$

ค. $(n-1)^2 ab$

ง. $(n+1)^2 (a+b)^2$

169. ลูกบอลตกจากที่สูง 8 เมตร เมื่อกระทบพื้นจะกระดอนขึ้นเป็นระยะทาง $\frac{3}{5}$ ของความสูงที่ตกลงมา เช่นนี้เรื่อยไป พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ระยะทางทั้งหมดที่ลูกบอลกระทบพื้นก่อนครั้งที่ 5 ประมาณ 28.9 เมตร

(2) ระยะทางทั้งหมดที่ลูกบอลกระทบพื้นก่อนหยุดนิ่งบนพื้นเท่ากับ 32 เมตร

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. (1) ถูกต้อง และ (2) ถูกต้อง

ข. (1) ถูกต้อง แต่ (2) ผิด

ค. (1) ผิด แต่ (2) ถูกต้อง

ง. (1) ผิด และ (2) ผิด

170. กำหนดลำดับเรขาคณิต 2, 6, 18, ... พจน์ที่มีค่าน้อยที่สุดและมากกว่า 1,000 มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 729

ข. 1,458

ค. 2,187

ง. 4,374

171. ผลบวกของจำนวนคู่ระหว่าง 1 และ 1,001 ที่หารด้วย 3 และ 7 ลงตัวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 83,166

ข. 35,784

ค. 11,592

ง. 10,442

172. ในลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่ง ผลบวกของพจน์ที่ n กับพจน์ที่ $2n$ เท่ากับ ℓ และผลบวกของพจน์ที่ $2n$ กับพจน์ที่ $3n$ เท่ากับ m อัตราส่วนร่วมของลำดับนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\sqrt[n]{\frac{\ell}{m}}$

ข. $\sqrt[n]{\frac{m}{\ell}}$

ค. $\frac{\sqrt[n]{m}}{\ell}$

ง. $\frac{\sqrt[n]{\ell}}{m}$

173. กำหนดให้ $S_n = 3 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + \dots + n \cdot 3^n$ ดังนั้น $S_n - 3S_n$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{4}[1 - (1-2n) \cdot 3^n]$

ข. $\frac{1}{4}[1 - (1+2n) \cdot 3^n]$

ค. $\frac{3}{2}[1 - (1-2n) \cdot 3^n]$

ง. $\frac{3}{2}[(1-2n) \cdot 3^n - 1]$

- [illegible]



เฉลย 1. ลำดับและอนุกรม

1. ค	2. ก	3. ค	4. ค	5. ค	6. ค	7. ค	8. ง	9. ค	10. ข
11. ก	12. ข	13. ง	14. ง	15. ง	16. ง	17. ค	18. ก	19. ค	20. ค
21. ค	22. ข	23. ข	24. ค	25. ง	26. ก	27. ง	28. ก	29. ง	30. ข
31. ก	32. ค	33. ค	34. ง	35. ข	36. ค	37. ก	38. ง	39. ข	40. ข
41. ค	42. ก	43. ก	44. ง	45. ก	46. ค	47. ง	48. ง	49. ค	50. ข
51. ก	52. ง	53. ก	54. ก	55. ค	56. ก	57. ง	58. ก	59. ค	60. ง
61. ค	62. ข	63. ก	64. ง	65. ก	66. ข	67. ข	68. ง	69. ค	70. ง
71. ก	72. ก	73. ง	74. ค	75. ก	76. ข	77. ก	78. ง	79. ค	80. ง
81. ค	82. ง	83. ก	84. ค	85. ข	86. ก	87. ค	88. ก	89. ข	90. ง
91. ค	92. ค	93. ง	94. ข	95. ค	96. ข	97. ง	98. ข	99. ข	100. ข
101. ค	102. ค	103. ค	104. ข	105. ง	106. ข	107. ก	108. ข	109. ค	110. ข
111. ง	112. ค	113. ง	114. ค	115. ก	116. ข	117. ข	118. ค	119. ข	120. ก
121. ก	122. ข	123. ข	124. ก	125. ก	126. ข	127. ค	128. ค	129. ข	130. ค
131. ข	132. ค	133. ง	134. ง	135. ข	136. ค	137. ค	138. ง	139. ค	140. ก
141. ก	142. ง	143. ค	144. ก	145. ง	146. ค	147. ข	148. ข	149. ก	150. ข
151. ข	152. ง	153. ข	154. ง	155. ก	156. ง	157. ก	158. ก	159. ค	160. ข
161. ก	162. ง	163. ค	164. ข	165. ก	166. ค	167. ก	168. ก	169. ก	170. ข
171. ค	172. ข	173. ง	174. ก	175. ง	176. ง	177. ค	178. ง	179. ข	180. ง

เฉลยพร้อมวิธีทำ

1. ตอบข้อ ค

$$\text{ก. } a_3 = 1 + \frac{(-1)^3}{2^3} = 1 + \left(\frac{-1}{8}\right) = \frac{7}{8}$$

$$\text{ข. } a_4 = 1 + \frac{(-1)^4}{2^4} = 1 + \frac{1}{16} = \frac{17}{16}$$

$$\text{ค. } a_5 = 1 + \frac{(-1)^5}{2^5} = 1 + \left(\frac{-1}{32}\right) = \frac{31}{32}$$

$$\text{ง. } a_6 = 1 + \frac{(-1)^6}{2^6} = 1 + \frac{1}{64} = \frac{65}{64}$$

2. ตอบข้อ ก

จากลำดับ $\sqrt{2}, \sqrt{6}, 3\sqrt{2}, \dots$ จะเห็นว่าแต่ละพจน์มี $\sqrt{2}$ เป็นตัวประกอบ ซึ่งเขียนใหม่จะได้ $\sqrt{2}, \sqrt{3}\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต มีอัตราส่วนร่วมเป็น $\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}\text{พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตคือ } a_n &= a_1 r^{n-1} \\ \text{ดังนั้น } a_n &= \sqrt{2}(\sqrt{3})^{n-1} \\ &= \sqrt{2}(3^{\frac{1}{2}})^{n-1} \\ &= 2^{\frac{1}{2}}(3)^{\frac{n-1}{2}} \\ &= (2 \cdot 3^{n-1})^{\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

3. ตอบข้อ ค

วิธีที่ 1 เมื่อตัวเลือกเป็นพจน์ทั่วไปทุกข้อ ให้ใช้วิธีแทนค่า $n = 1, 2, 3, \dots$ ในพจน์ทั่วไป

$$\text{จาก ก. เมื่อ } n = 1, a_1 = (2 \cdot 1^2 + 3)^2 - 1 = 25 - 1 = 24 (\neq 48)$$

$$\text{จาก ข. เมื่อ } n = 1, a_1 = (5 \cdot 1^2 - 1)^2 - 1 = 16 - 1 = 15 (\neq 48)$$

$$\text{จาก ค. เมื่อ } n = 1, a_1 = (2 \cdot 1 + 5)^2 - 1 = 49 - 1 = 48$$

$$n = 2, a_2 = (2 \cdot 2 + 5)^2 - 2 = 81 - 2 = 79$$

$$n = 3, a_3 = (2 \cdot 3 + 5)^2 - 3 = 121 - 3 = 118$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 48, 79, 118, ... คือ $(2n+5)^2 - n$

วิธีที่ 2 จะเห็นว่าพจน์ทั่วไปในตัวเลือกจะอยู่ในรูปจำนวนเต็มยกกำลังสองแล้วลบด้วย n ซึ่งจะพิจารณาจากพจน์ที่ 1

$$\begin{aligned}48 &= 49 - 1 \\ &= 7^2 - 1 \\ &= (2 \cdot 1 + 5)^2 - 1\end{aligned}$$

จะมีพจน์ที่ n เป็น $(2n+5)^2 - n$ แล้วลองแทนค่า n ด้วย 2 และ 3

4. ตอบข้อ ค

จะเห็นว่า พจน์ที่ 1 คือ 1

พจน์ที่ 2 คือ $1+a$

พจน์ที่ 3 คือ $1+a+a^2$

ดังนั้น พจน์ที่ n คือ $1+a+a^2+a^3+\dots+a^{n-1}$ ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิต มีพจน์ที่ 1 เป็น 1

อัตราส่วนร่วมเท่ากับ a หาพจน์ทั่วไปโดยใช้สูตร $a_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$ จะได้ $a_n = \frac{1(a^n-1)}{a-1} = \frac{a^n-1}{a-1}$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 1, $1+a$, $1+a+a^2$, ... คือ $\frac{a^n-1}{a-1}$

5. ตอบข้อ ค

$$\begin{aligned}\text{จาก } a_n &= \frac{2}{9}(10^n-1) \\ a_1 &= \frac{2}{9}(10-1) = 2\end{aligned}$$

$$a_2 = \frac{2}{9}(10^2-1) = 22$$

$$a_3 = \frac{2}{9}(10^3-1) = 222$$

ดังนั้น ผลบวก 3 พจน์แรกเท่ากับ $2+22+222 = 246$

6. ตอบข้อ ค

$$\text{จาก } a_n = \frac{3}{2} - \frac{1}{2 \cdot 3^{n-1}}$$

$$a_2 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2 \cdot 3^{2-1}} = \frac{3}{2} - \frac{1}{6} = \frac{9}{6} - \frac{1}{6} = \frac{8}{6}$$

$$a_3 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2 \cdot 3^{3-1}} = \frac{3}{2} - \frac{1}{18} = \frac{27}{18} - \frac{1}{18} = \frac{26}{18}$$

$$a_3 - a_2 = \frac{26}{18} - \frac{8}{6} = \frac{26-24}{18} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

7. ตอบข้อ ค

จากลำดับ 5, 18, 67, 260, 1029 จะหาพจน์ทั่วไปของลำดับจากตัวเลือก วิธีที่ง่ายที่สุดคือใช้วิธีแทนค่า

$$\text{จาก ก. เมื่อ } x = 1, y = 2^1 + 1 = 3 (\neq 5)$$

$$\text{จาก ข. เมื่อ } x = 1, y = 2^{2 \cdot 1} + 2 = 6 (\neq 5)$$

$$\text{จาก ค. เมื่อ } x = 1, y = 2^{2 \cdot 1} + 1 = 5$$

$$x = 2, y = 2^{2 \cdot 2} + 2 = 18$$

$$x = 3, y = 2^{2 \cdot 3} + 3 = 67$$

ดังนั้น 5, 18, 67, 260, 1029 เป็น 5 พจน์แรกของลำดับในฟังก์ชัน $\{(x, y) \mid y = 2^{2x} + x, x \in \mathbb{N}^+\}$

8. ตอบข้อ ง

$$\text{จากลำดับเลขคณิต } -1\frac{1}{2}, 1, 3\frac{1}{2}, 6, \dots$$

$$\text{มีพจน์แรก } (a_1) \text{ เท่ากับ } -1\frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{ผลต่างร่วม } (d) \text{ เท่ากับ } 1 - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{2}$$

$$\text{พจน์ที่ } n \text{ ของลำดับเลขคณิต คือ } a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\text{จาก ก. } a_5 = a_1 + 4d = -\frac{3}{2} + 4\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{17}{2} = 8\frac{1}{2} \text{ ถูกต้อง}$$

$$\text{จาก ข. } a_6 = a_1 + 5d = -\frac{3}{2} + 5\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{22}{2} = 11 \text{ ถูกต้อง}$$

$$\text{จาก ค. } a_7 = a_1 + 6d = -\frac{3}{2} + 6\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2} \text{ ถูกต้อง}$$

$$\text{จาก ง. } a_8 = a_1 + 7d = -\frac{3}{2} + 7\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{32}{2} = 16 \text{ ไม่ถูกต้อง}$$

9. ตอบข้อ ค

จากลำดับเลขคณิต 12, 6, 0, ...

มีพจน์แรกเป็น 12 ผลต่างร่วมเท่ากับ $6-12 = -6$

พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิตคือ $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$\text{จาก ก. } a_{25} = a_1 + 24d = 12 + 24(-6) = 12 - 144 = -132$$

$$\text{จาก ข. } a_{75} = a_1 + 74d = 12 + 74(-6) = 12 - 444 = -432$$

$$\text{จาก ค. } a_{100} = a_1 + 99d = 12 + 99(-6) = 12 - 594 = -582$$

$$\text{จาก ง. } a_{200} = a_1 + 199d = 12 + 199(-6) = 12 - 1,194 = -1,182$$

10. ตอบข้อ ข

$$\text{จากโจทย์} \quad a_3 = a_1 + 2d = 6$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 18$$

$$a_9 - a_3 = 6d = 12$$

$$d = 2$$

$$\text{จาก} \quad a_3 = a_1 + 2d$$

$$6 = a_1 + 2(2)$$

$$6 = a_1 + 4$$

$$a_1 = 6 - 4$$

$$= 2$$

$$\text{ดังนั้น} \quad (a_1, 2d) = (2, 4) = 2 + 4i$$

11. ตอบข้อ ก

$$\text{จากโจทย์กำหนด} \quad a_1 = 2$$

$$a_n = 35$$

$$\text{และ } d = 3$$

$$\text{จาก} \quad a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$35 = 2 + (n-1)(3)$$

$$35 = 2 + 3n - 3$$

$$35 = 3n - 1$$

$$3n = 36$$

$$n = 12$$

$$\text{ดังนั้น} \quad n^2 - n = 12^2 - 12 = 144 - 12 = 132$$

12. ตอบข้อ ข

การตรวจสอบว่าลำดับใดเป็นลำดับเลขคณิต จะต้องหาผลต่างร่วมระหว่างพจน์ที่ $n+1$ ลบด้วยพจน์ที่ n ดังนี้

$$\text{ก.} \quad 0 - 3x = 3 - 0$$

$$-3x = 3$$

$$x = -1$$

$$\begin{aligned}
 \text{ข. } x-(x-2) &= (x^2-4)-x \\
 2 &= x^2-4-x \\
 0 &= x^2-x-6 \\
 0 &= (x-3)(x+2)
 \end{aligned}$$

ดังนั้น $x = 3, -2$

ข้ออื่น ใช้วิธีตรวจสอบโดยหาผลต่างร่วมเช่นเดียวกัน

13. ตอบข้อ ง

จากลำดับเลขคณิต $-\frac{1}{2x}, \frac{1}{3}, -x$

จะได้ $\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2x}\right) = -x - \frac{1}{3}$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2x} = -x - \frac{1}{3}$$

นำ $6x$ คูณตลอด จะได้

$$2x+3 = -6x^2-2x$$

$$6x^2+4x+3 = 0$$

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(6)(3)}}{2(6)} \\
 &= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 72}}{12} \\
 &= \frac{-4 \pm \sqrt{-56}}{12}
 \end{aligned}$$

14. ตอบข้อ ง

จากโจทย์กำหนด $a_1 = -3(\log x) + 2$

$$a_n = a_1 + 6d$$

$$3(\log x) - 4 = -3(\log x) + 2 + 6d$$

$$6d = 6(\log x) - 6$$

$$d = (\log x) - 1$$

ก. ถูกต้อง

$$a_2 = a_1 + d$$

$$= [-3(\log x) + 2] + [(\log x) - 1]$$

$$= -3(\log x) + 2 + (\log x) - 1$$

$$= -2(\log x) + 1$$

ข. ถูกต้อง

$$a_3 = a_1 + 2d$$

$$= [-3(\log x) + 2] + 2[(\log x) - 1]$$

$$= -3(\log x) + 2 + 2(\log x) - 2$$

$$= -\log x$$

ค. ถูกต้อง

$$\begin{aligned}
 a_4 &= a_1 + 3d \\
 &= [-3(\log x) + 2] + 3[(\log x) - 1] \\
 &= -3(\log x) + 2 + 3(\log x) - 3 \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

ง. ไม่ถูกต้อง

$$\begin{aligned}
 a_5 &= a_1 + 4d \\
 &= [-3(\log x) + 2] + 4[(\log x) - 1] \\
 &= -3(\log x) + 2 + 4(\log x) - 4 \\
 &= (\log x) - 2
 \end{aligned}$$

15. ตอบข้อ ง

จากโจทย์กำหนด

$$\begin{aligned}
 a_8 &= 2a_{13} \\
 a_1 + 7d &= 2(a_1 + 12d) \\
 a_1 + 7d &= 2a_1 + 24d \\
 7d - 24d &= 2a_1 - a_1 \\
 -17d &= a_1
 \end{aligned}$$

$$\text{หรือ } a_1 = -17d$$

ก. ไม่ถูกต้อง

$$\begin{aligned}
 a_5 &= 2a_2 \\
 a_1 + 4d &= 2(a_1 + d) \\
 a_1 + 4d &= 2a_1 + 2d \\
 4d - 2d &= 2a_1 - a_1 \\
 2d &= a_1
 \end{aligned}$$

$$\text{หรือ } a_1 = 2d$$

ข. ไม่ถูกต้อง

$$\begin{aligned}
 a_4 &= 2a_6 \\
 a_1 + 3d &= 2(a_1 + 5d) \\
 a_1 + 3d &= 2a_1 + 10d \\
 3d - 10d &= 2a_1 - a_1 \\
 -7d &= a_1
 \end{aligned}$$

$$\text{หรือ } a_1 = -7d$$

ค. ไม่ถูกต้อง

$$\begin{aligned}
 a_3 &= 2a_8 \\
 a_1 + 2d &= 2(a_1 + 7d) \\
 a_1 + 2d &= 2a_1 + 14d \\
 2d - 14d &= 2a_1 - a_1 \\
 -12d &= a_1
 \end{aligned}$$

$$\text{หรือ } a_1 = -12d$$

$$\begin{aligned}
 \text{ง. ถูกต้อง} \quad a_2 &= 2a_{10} \\
 a_1 + d &= 2(a_1 + 9d) \\
 a_1 + d &= 2a_1 + 18d \\
 d - 18d &= 2a_1 - a_1 \\
 -17d &= a_1 \\
 \text{หรือ } a_1 &= -17d
 \end{aligned}$$

16. ตอบข้อ ง

$$\text{จากโจทย์กำหนด} \quad a_m = a_1 + (m-1)d = m^3 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ} \quad a_n = a_1 + (n-1)d = n^3 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(1)-(2); \quad (m-n)d = m^3 - n^3$$

$$(m-n)d = (m-n)(m^2 + mn + n^2)$$

$$\text{นำ } m-n \neq 0 \text{ หารตลอด;} \quad d = m^2 + mn + n^2$$

$$a_m = a_1 + (m-1)d$$

$$m^3 = a_1 + (m-1)(m^2 + mn + n^2)$$

$$m^3 = a_1 + m^3 + m^2n + mn^2 - m^2 - mn - n^2$$

$$\text{เพราะฉะนั้น} \quad a_1 = m^2 - m^2n + mn - mn^2 + n^2$$

$$\begin{aligned}
 \text{พจน์ที่ } m+n; \quad a_{m+n} &= a_1 + (m+n-1)d \\
 &= (m^2 - m^2n + mn - mn^2 + n^2) + (m+n-1)(m^2 + mn + n^2) \\
 &= m^2 - m^2n + mn - mn^2 + n^2 + m^3 + m^2n + mn^2 + m^2n + \\
 &\quad mn^2 + n^3 - m^2 - mn - n^2 \\
 &= (m^3 + n^3) + (m^2n + mn^2) \\
 &= (m+n)(m^2 - mn + n^2) + (m+n)mn \\
 &= (m+n)(m^2 - mn + n^2 + mn) \\
 &= (m+n)(m^2 + n^2)
 \end{aligned}$$

17. ตอบข้อ ค

จำนวนที่หารด้วย 9 ลงตัว ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 500 และ 800 ได้แก่ 504, 513, 522, ..., 792
 ต้องหาว่ามีกี่พจน์เมื่อทราบพจน์ที่ 1 และพจน์ที่ n

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร} \quad a_n &= a_1 + (n-1)d \\
 792 &= 504 + (n-1)(9) \\
 792 - 504 &= 9(n-1) \\
 288 &= 9(n-1) \\
 n-1 &= 32 \\
 n &= 33
 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนที่หารด้วย 9 ลงตัวและมีค่าอยู่ระหว่าง 500 ถึง 800 มี 33 จำนวน

18. ตอบข้อ ก

ลำดับของเงินที่ส่งกลับบ้านคือ 5,000, 5,100, 5,200, ... จนถึง 96 งวด

ต้องการหาว่างวดที่ 96 จะต้องส่งเงินเท่าไร

$$\begin{aligned}\text{จาก} \quad a_n &= a_1 + (n-1)d \\ a_{96} &= a_1 + 95d \\ &= 5,000 + 95(100) \\ &= 14,500\end{aligned}$$

ดังนั้น นายดำจ่ายเงินกลับบ้านงวดสุดท้ายเป็นเงิน 14,500 บาท

19. ตอบข้อ ค

ลำดับรายได้ของสมชัยตั้งแต่ปี พ.ศ. 2542 จนถึงปี พ.ศ. 2552 เป็นดังนี้ 60,000, 66,000, 72,000, ... จนถึงพจน์ที่ 11

$$\begin{aligned}\text{จาก} \quad a_n &= a_1 + (n-1)d \\ a_{11} &= a_1 + 10d \\ &= 60,000 + 10(6,000) \\ &= 120,000\end{aligned}$$

ดังนั้น ปี พ.ศ. 2552 สมชัยจะมีรายได้ 120,000 บาท

20. ตอบข้อ ค

ลำดับของการเรียงเสาจากชั้นบนสุดไปชั้นล่างสุดเป็นดังนี้ 61, 64, 67, ..., 379

$$\begin{aligned}\text{จากสูตร} \quad a_n &= a_1 + (n-1)d \\ 379 &= 61 + (n-1)(3) \\ 379 - 61 &= 3(n-1) \\ 318 &= 3(n-1) \\ 106 &= n-1 \\ n &= 106+1 \\ &= 107\end{aligned}$$

ดังนั้น เสากองนี้วางเรียงกันทั้งหมด 107 ชั้น

21. ตอบข้อ ค

จากลำดับ 147, -21, 3, ...

$$\text{จะได้ } a_1 = 147, r = \frac{-21}{147} = -\frac{1}{7}$$

$$\text{จากสูตร} \quad a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\begin{aligned}\text{ก. ไม่ถูกต้อง} \quad a_4 &= a_1 r^{4-1} \\ &= 147 \left(-\frac{1}{7} \right)^3 \\ &= 147 \left(-\frac{1}{343} \right) \\ &= -\frac{3}{7}\end{aligned}$$

ข. ไม่ถูกต้อง $a_5 = a_1 r^{5-1}$

$$= 147 \left(-\frac{1}{7} \right)^4$$

$$= 147 \left(\frac{1}{2401} \right)$$

$$= \frac{3}{49}$$

ค. ถูกต้อง $a_6 = a_1 r^{6-1}$

$$= 147 \left(-\frac{1}{7} \right)^5$$

$$= 147 \left(-\frac{1}{16807} \right)$$

$$= -\frac{3}{343}$$

ง. ไม่ถูกต้อง $a_7 = a_1 r^{7-1}$

$$= 147 \left(-\frac{1}{7} \right)^6$$

$$= 147 \left(\frac{1}{117649} \right)$$

$$= \frac{3}{2401}$$

22. ตอบข้อ ข

จากสูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$

แทนค่า ; $\frac{729}{8} = 8 \left(\frac{3}{2} \right)^{n-1}$

$$\frac{729}{64} = \left(\frac{3}{2} \right)^{n-1}$$

$$\left(\frac{3}{2} \right)^6 = \left(\frac{3}{2} \right)^{n-1}$$

เพราะฉะนั้น $n-1 = 6$

$$n = 7$$

ดังนั้น $\frac{729}{8}$ เป็นพจน์ที่ 7 ของลำดับดังกล่าว

23. ตอบข้อ ข

จากลำดับเรขาคณิต $x-1$, $x+1$, $2x+5$

อัตราส่วนร่วมคือ $\frac{x+1}{x-1} = \frac{2x+5}{x+1}$

$$(x+1)(x+1) = (x-1)(2x+5)$$

$$x^2+2x+1 = 2x^2+3x-5$$

$$x^2+x-6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0$$

$$x = -3, 2$$

ดังนั้น ผลบวกค่าของ x สองค่าเท่ากับ $(-3)+2 = -1$

24. ตอบข้อ ค

จากลำดับเรขาคณิตที่กำหนด $a, b, \dots, c$

$$a_1 = a, a_2 = b, a_n = c$$

จะได้
$$r = \frac{b}{a}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$c = a \left(\frac{b}{a} \right)^{n-1}$$

$$\frac{c}{a} = \left(\frac{b}{a} \right)^{n-1}$$

$$\log \frac{c}{a} = (n-1) \log \frac{b}{a} \text{ (ใส่ } \log \text{ ทั้งสองข้าง)}$$

$$\log c - \log a = (n-1)(\log b - \log a)$$

$$\log c - \log a = n \log b - n \log a - \log b + \log a$$

$$\log b + \log c - 2 \log a = n(\log b - \log a)$$

ดังนั้น
$$\log \frac{bc}{a^2} = n \log \frac{b}{a}$$

25. ตอบข้อ ง

จากกำหนด
$$a_6 = a_1 r^5 = \tan^3 \frac{\theta}{2} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$a_{12} = a_1 r^{11} = \sin^3 \frac{\theta}{2} \quad \dots\dots\dots(2)$$

(2) ÷ (1);
$$r^6 = \frac{\sin^3 \frac{\theta}{2}}{\tan^3 \frac{\theta}{2}}$$

$$= \cos^3 \frac{\theta}{2}$$

$$r = \pm \sqrt[3]{\cos \frac{\theta}{2}}$$

แทนค่า r ใน (1);
$$a_1 \left(\pm \sqrt[3]{\cos \frac{\theta}{2}} \right)^5 = \tan^3 \frac{\theta}{2}$$

$$a_1 = \frac{\tan^3 \frac{\theta}{2}}{\left(\pm \sqrt[3]{\cos \frac{\theta}{2}} \right)^5}$$

พจน์ที่ 2 ;

$$a_2 = a_1 r$$

$$= \frac{\tan^3 \frac{\theta}{2} \left(\pm \sqrt{\cos \frac{\theta}{2}} \right)}{\left(\pm \sqrt{\cos \frac{\theta}{2}} \right)^5}$$

$$= \frac{\tan^3 \frac{\theta}{2}}{\left(\pm \sqrt{\cos \frac{\theta}{2}} \right)^4}$$

$$= \frac{\tan^3 \frac{\theta}{2}}{\cos^2 \frac{\theta}{2}}$$

$$= \sec^2 \frac{\theta}{2} \tan^3 \frac{\theta}{2}$$

26. ตอบข้อ ก

จากกำหนดให้ เขียนเป็นลำดับเรขาคณิตได้ดังนี้

$$a_1, 54, -18, 6, a_5$$

โดยมี $a_2 = 54$, $a_3 = -18$, $a_4 = 6$ และมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ $\frac{-18}{54} = -\frac{1}{3}$

$$a_2 = a_1 r = 54$$

$$a_1 \left(-\frac{1}{3} \right) = 54$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } a_1 = 54(-3) = -162$$

$$\text{และ } a_5 = a_1 r^4 = -162 \left(-\frac{1}{3} \right)^4 = -2$$

ดังนั้น 54, -18, 6 เป็น 3 พจน์เรียงกันระหว่าง -162 และ -2

27. ตอบข้อ ง

เดือนมกราคม ปี พ.ศ. 2541 เงินเดือน 4,000 บาท

เดือนมกราคม ปี พ.ศ. 2542 เงินเดือน $4,000 \left(\frac{105}{100} \right)$ บาทเดือนมกราคม ปี พ.ศ. 2543 เงินเดือน $4,000 \left(\frac{105}{100} \right)^2$ บาท

⋮

เดือนมกราคม ปี พ.ศ. 2552 เงินเดือน $4,000 \left(\frac{105}{100} \right)^{11}$ บาทดังนั้น ขนานที่จะมีเงินเดือนในปี พ.ศ. 2552 เป็น $4,000 \left(\frac{105}{100} \right)^{11}$ บาทหรือประมาณ $4,000 \times 1.7103 \approx 6,841$ บาท

28. ตอบข้อ ก

สิ้นปีที่ 1 ได้รับเงินทั้งหมด $5,000\left(\frac{115}{100}\right)$ บาท

สิ้นปีที่ 2 ได้รับเงินทั้งหมด $5,000\left(\frac{115}{100}\right)^2$ บาท

⋮

สิ้นปีที่ 5 ได้รับเงินทั้งหมด $5,000\left(\frac{115}{100}\right)^5$ บาท หรือ $5,000(1.15)^5$ บาท

29. ตอบข้อ ง

ให้ a_1 , a_1r และ a_1r^2 เป็นพจน์ที่ 1 พจน์ที่ 2 และพจน์ที่ 3 ตามลำดับ

จากโจทย์กำหนด จะได้ $a_1 + a_1r + a_1r^2 = 7$

$$a_1(1+r+r^2) = 7 \quad \text{.....(1)}$$

และ $(a_1)(a_1r)(a_1r^2) = 8$

$$(a_1r)^3 = 8$$

เพราะฉะนั้น

$$a_1r = 2 \quad \text{.....(2)}$$

$$(1) \div (2); \quad \frac{1+r+r^2}{r} = \frac{7}{2}$$

$$2+2r+2r^2 = 7r$$

$$2r^2-5r+2 = 0$$

$$(2r-1)(r-2) = 0$$

$$r = \frac{1}{2}, 2$$

จาก (2); เมื่อ $r = \frac{1}{2}$ จะได้ $a_1 = 4$

เมื่อ $r = 2$ จะได้ $a_1 = 1$

ก. ไม่ถูกต้อง $r = \frac{1}{2}$ และ $a_1 = 4$; $a_4 = a_1r^3$

$$= 4\left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$r = 2 \text{ และ } a_1 = 1; a_4 = a_1r^3$$

$$= 1(2)^3$$

$$= 8$$

ข. ไม่ถูกต้อง $r = \frac{1}{2}$ และ $a_1 = 4$; $a_5 = a_1 r^4$

$$= 4\left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$= \frac{1}{4}$$

$r = 2$ และ $a_1 = 1$; $a_5 = a_1 r^4$

$$= 1(2)^4$$

$$= 16$$

ค. ไม่ถูกต้อง $r = \frac{1}{2}$ และ $a_1 = 4$; $a_6 = a_1 r^5$

$$= 4\left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$= \frac{1}{8}$$

$r = 2$ และ $a_1 = 1$; $a_6 = a_1 r^5$

$$= 1(2)^5$$

$$= 32$$

ง. ถูกต้อง $r = \frac{1}{2}$ และ $a_1 = 4$; $a_7 = a_1 r^6$

$$= 4\left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$= \frac{1}{16}$$

$r = 2$ และ $a_1 = 1$; $a_7 = a_1 r^6$

$$= 1(2)^6$$

$$= 64$$

30. ตอบข้อ ข

ให้ลำดับเรขาคณิตนี้คือ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$

จากโจทย์ จะได้ $a_{n-2} + a_{n-1} + a_n = 1,024(a_1 + a_2 + a_3)$

$$a_1 r^{n-3} + a_1 r^{n-2} + a_1 r^{n-1} = 1,024(a_1 + a_1 r + a_1 r^2)$$

$$a_1 \left(\frac{r^n}{r^3} + \frac{r^n}{r^2} + \frac{r^n}{r} \right) = 1,024a_1(1 + r + r^2)$$

$$r^n \left(\frac{1 + r + r^2}{r^3} \right) = 1,024(1 + r + r^2)$$

$$\frac{r^n}{r^3} = 1,024$$

$$r^{n-3} = 2^{10}$$

$$n-3 = 10$$

$$n = 13 \text{ และ } r = 2$$

$$\text{และ } a_5 = a_1 r^4 = 20$$

$$a_1(2)^4 = 20$$

$$a_1 = \frac{20}{2^4}$$

$$\begin{aligned} \text{พจน์สุดท้ายคือพจน์ที่ 13 ซึ่ง } a_{13} &= a_1 r^{12} \\ &= \frac{20}{2^4} (2)^{12} \\ &= 20 \times 2^8 \\ &= 20 \times 256 \\ &= 5,120 \end{aligned}$$

31. ตอบข้อ ก

ให้ 5 จำนวนนั้นคือ a, ar, ar^2, ar^3, ar^4 เป็นลำดับเรขาคณิต

จากโจทย์

$$a + ar^2 + ar^4 = 273$$

$$a(1 + r^2 + r^4) = 273 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ } (ar)(ar^3) = 256$$

$$a^2 r^4 = 256$$

$$ar^2 = 16$$

$$r^2 = \frac{16}{a} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{แทนค่า } r^2 \text{ ใน (1); } a \left(1 + \frac{16}{a} + \frac{256}{a^2} \right) = 273$$

$$\text{นำ } a \text{ คูณตลอด; } a^2 + 16a + 256 = 273a$$

$$a^2 - 257a + 256 = 0$$

$$(a - 256)(a - 1) = 0$$

$$a = 256, 1$$

$$\text{จาก (2) ถ้า } a = 1 \text{ จะได้ } r^2 = 16$$

$$r = 4, -4$$

$$\text{จาก (2) ถ้า } a = 256 \text{ จะได้ } r^2 = \frac{1}{16}$$

$$r = \frac{1}{4}, -\frac{1}{4}$$

$$\text{ถ้า } a = 1 \text{ และ } r = 4 \text{ จะได้ } 1, 4, 16, 64, 256$$

$$\text{ถ้า } a = 1 \text{ และ } r = -4 \text{ จะได้ } 1, -4, 16, -64, 256$$

$$\text{ถ้า } a = 256 \text{ และ } r = \frac{1}{4} \text{ จะได้ } 256, 64, 16, 4, 1$$

$$\text{ถ้า } a = 256 \text{ และ } r = -\frac{1}{4} \text{ จะได้ } 256, -64, 16, -4, 1$$

$$\text{ผลบวกของ 5 จำนวน คือ } 1 + 4 + 16 + 64 + 256 = 341$$

$$\text{หรือ } 1 - 4 + 16 - 64 + 256 = 205$$

32. ตอบข้อ ค

a, b, c เป็นลำดับเรขาคณิต

จะได้ อัตราส่วนร่วมเท่ากับ $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$

$$b^2 = ac \quad \text{หรือ} \quad a = \frac{b^2}{c} \quad \text{หรือ} \quad c = \frac{b^2}{a}$$

$$\begin{aligned} a^2 b^2 c^2 (a^{-3} + b^{-3} + c^{-3}) &= a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) \\ &= \frac{b^2 c^2}{a} + \frac{a^2 c^2}{b} + \frac{a^2 b^2}{c} \\ &= \frac{b^2 c^2}{\frac{b^2}{c}} + \frac{(b^2)^2}{b} + \frac{a^2 b^2}{\frac{b^2}{a}} \\ &= c^3 + b^3 + a^3 \\ &= a^3 + b^3 + c^3 \end{aligned}$$

33. ตอบข้อ ค

จากลำดับ $3, 3\sqrt{3}, 3\sqrt{3\sqrt{3}}, 3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}, \dots$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad a_n &= 3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3} \dots \sqrt{n}}} \\ &= 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{8}} \cdot \dots \cdot 3^{\frac{1}{2^{n-1}}} \\ &= 3^{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}} \end{aligned}$$

จะได้ $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$ เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 1$ และ $r = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a_1}{1-r} \\ &= \frac{1}{1-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= 3^{\frac{1}{1-\frac{1}{2}}} \\ &= 3^{\frac{1}{\frac{1}{2}}} \\ &= 3^2 \\ &= 9 \end{aligned}$$

34. ตอบข้อ ง

$$\text{ก.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi = (-1) + 1 + (-1) + 1 + (-1) + 1 + \dots \text{ มีลำดับผลบวกย่อยคือ } -1, 0, -1, 0, \dots$$

เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์

ข. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(2n-1) \frac{\pi}{2} = 1 + (-1) + 1 + (-1) + \dots$ มีลำดับผลบวกย่อยคือ 1, 0, 1, 0, ... เป็น

ลำดับไดเวอร์เจนต์

ค. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n = (-1) + 1 + (-1) + 1 + \dots$ มีลำดับผลบวกย่อยคือ -1, 0, -1, 0, ... เป็น

ลำดับไดเวอร์เจนต์

ง. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$ มีลำดับผลบวกย่อยคือ $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \dots, \left(1 - \frac{1}{2^n}\right), \dots$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1$$

เนื่องจาก $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$ เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = \frac{1}{2}$ และ $r = \frac{1}{2}$

ซึ่ง $|r| = \left|\frac{1}{2}\right| < 1$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์

ดังนั้น ลำดับผลบวกย่อยเป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์

35. ตอบข้อ ข

(1) ไม่จริง เพราะว่าถ้าให้ $a_n = \frac{n}{n+1}$ ซึ่ง $a_{n+1} > a_n$ สำหรับทุกค่าของ n

เช่น ลำดับ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots, \frac{n}{n+1}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$$

(2) ไม่จริง เพราะว่า $a_n = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่} \\ \frac{n+1}{n^2+3} & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่} \end{cases}$

จะเห็นว่า $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ไม่เข้าใกล้ค่าใดค่าหนึ่ง จึงเป็นลำดับไดเวอร์เจนต์

36. ตอบข้อ ค

ก. ไม่จริง เพราะว่า $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ เป็นอนุกรมเรขาคณิต

$$\text{มีอัตราส่วนร่วม } (r) = \frac{1}{2} \text{ โดยที่ } \left|\frac{1}{2}\right| < 1$$

ดังนั้น อนุกรมนี้จึงเป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์

ข. ไม่จริง เพราะว่า $1 + \frac{a}{1+a} + \left(\frac{a}{1+a}\right)^2 + \left(\frac{a}{1+a}\right)^3 + \dots$ เป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $a_1 = 1$

$$\text{และ } r = \frac{a}{1+a} \text{ ผลบวกอนันต์เท่ากับ } \frac{1}{1 - \frac{a}{1+a}} = 1+a$$

$$\begin{aligned}\text{แต่} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{1+a} \right)^n &= \frac{a}{1+a} + \left(\frac{a}{1+a} \right)^2 + \left(\frac{a}{1+a} \right)^3 + \dots \\ &= \frac{\frac{a}{1+a}}{1 - \frac{a}{1+a}} = a\end{aligned}$$

ดังนั้น ข้อ ข จึงไม่จริง

$$\begin{aligned}\text{ค. เป็นจริง เนื่องจาก} \quad \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \ln \frac{4}{5} + \dots \\ &= \ln \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \right) \\ \text{ให้ } S_n &= \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \ln \frac{4}{5} + \dots + \ln \frac{n}{n+1} \\ &= \ln \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{n}{n+1} \right) \\ &= \ln \left(\frac{1}{n+1} \right) \\ &= \ln 1 - \ln(n+1) \\ &= -\ln(n+1) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} S_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} -\ln(n+1) \text{ หาค่าไม่ได้}\end{aligned}$$

ดังนั้น อนุกรมนี้จึงเป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

$$\begin{aligned}\text{ง. ไม่จริง เช่น ให้ } a_n &= \frac{3}{n} \text{ เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์} \\ \text{และ } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} = 0 \\ \text{แต่มี } a_n &> \frac{1}{n} \text{ เช่น } \frac{3}{2} > \frac{1}{2} \\ \text{ดังนั้น } 0 &\leq a_n < \frac{1}{n} \text{ สำหรับทุกค่าของ } n \text{ ไม่จริง}\end{aligned}$$

37. ตอบข้อ ก

ให้ α และ β เป็นรากของสมการ $Ax^2+Bx+C=0$

$$\text{ดังนั้นจะได้} \quad \alpha + \beta = -\frac{B}{A}$$

$$\text{และ} \quad \alpha\beta = \frac{C}{A}$$

$$\text{จากโจทย์} \quad \alpha\beta = 2(\alpha + \beta)$$

$$\frac{C}{A} = 2\left(-\frac{B}{A}\right)$$

$$C = -2B$$

เนื่องจาก A, B, C เป็นลำดับเลขคณิต

$$\text{จะได้ว่า} \quad B-A = C-B$$

$$2B = A+C$$

$$2B = A-2B$$

$$4B = A$$

$$4BC = AC \text{ (นำ C คูณทั้งสองข้าง)}$$

$$4B(-2B) = AC$$

$$-8B^2 = AC$$

$$\text{ดังนั้น} \quad AC+8B^2 = 0$$

38. ตอบข้อ ง

ถ้าต้องการตรวจสอบว่าลำดับใดเป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ สามารถทำได้โดยหา $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$

ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ หาค่าได้ ลำดับนั้นจะเป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์

ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ หาค่าไม่ได้ ลำดับนั้นจะเป็นลำดับไดเวอร์เจนต์

$$\begin{aligned} \text{ก. เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ เนื่องจาก} \quad a_n &= \frac{n^6 - 6n^5 + 5n}{(3n^2 + 2)(7n^2 - 2n + 10)^2} \\ &= \frac{\frac{n^6 - 6n^5 + 5n}{n^6}}{\frac{(3n^2 + 2)}{n^2} \cdot \frac{(7n^2 - 2n + 10)^2}{n^4}} \\ &= \frac{1 - \frac{6}{n} + \frac{5}{n^5}}{\left(\frac{3n^2 + 2}{n^2}\right) \left(\frac{7n^2 - 2n + 10}{n^2}\right)^2} \\ &= \frac{1 - \frac{6}{n} + \frac{5}{n^5}}{\left(3 + \frac{2}{n^2}\right) \left(7 - \frac{2}{n} + \frac{10}{n^2}\right)^2} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{6}{n} + \frac{5}{n^5}}{\left(3 + \frac{2}{n^2}\right) \left(7 - \frac{2}{n} + \frac{10}{n^2}\right)^2} \\ &= \frac{1 - 0 + 0}{(3 + 0)(7 - 0 + 0)^2} \\ &= \frac{1}{147} \end{aligned}$$

ข. เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ เนื่องจาก $a_n = \frac{3n}{4n+1}$

$$= \frac{\frac{3n}{n}}{\frac{4n}{n} + \frac{1}{n}}$$

$$= \frac{3}{4 + \frac{1}{n}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{4 + \frac{1}{n}}$$

$$= \frac{3}{4 + 0}$$

$$= \frac{3}{4}$$

ค. เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ เนื่องจาก $a_n = \frac{n}{2n+1}$

$$= \frac{\frac{n}{n}}{\frac{2n}{n} + \frac{1}{n}}$$

$$= \frac{1}{2 + \frac{1}{n}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2 + \frac{1}{n}}$$

$$= \frac{1}{2 + 0}$$

$$= \frac{1}{2}$$

ง. เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์ เนื่องจาก $a_n = \frac{n^2}{n+1}$

$$= \frac{\frac{n^2}{n^2}}{\frac{n}{n^2} + \frac{1}{n^2}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}$$

$$= \frac{1}{0 + 0} \quad (\text{หาค่าไม่ได้})$$

39. ตอบข้อ ข

$$\begin{aligned}
 \text{จากลำดับ} \quad a_n &= \left(\frac{1}{n} + 1\right) \frac{(n-1)^2}{4n^2} \\
 &= \left(\frac{1}{n} + 1\right) \frac{(n^2 - 2n + 1)^2}{4n^2} \\
 &= \left(\frac{1}{n} + 1\right) \left(\frac{n^2}{4n^2} - \frac{2n}{4n^2} + \frac{1}{4n^2}\right) \\
 &= \left(\frac{1}{n} + 1\right) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2n} + \frac{1}{4n^2}\right) \\
 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{1}{n} + 1\right) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2n} + \frac{1}{4n^2}\right) \right] \\
 &= (0+1) \left(\frac{1}{4} - 0 + 0\right) \\
 &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

40. ตอบข้อ ข

$$\begin{aligned}
 \text{จากลำดับ} \quad a_n &= \frac{\sqrt{n} + \sqrt[3]{n} + 1}{5 - \sqrt[4]{n} + 3\sqrt{2n}} \\
 &= \frac{n^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{3}} + 1}{5 - n^{\frac{1}{4}} + 3\sqrt{2} n^{\frac{1}{2}}} \\
 &= \frac{1 + \frac{1}{n^{\frac{1}{6}}} + \frac{1}{n^{\frac{1}{2}}}}{\frac{5}{n^2} - \frac{1}{n^4} + 3\sqrt{2}} \quad (\text{หารทั้งเศษและส่วนด้วย } n^{\frac{1}{2}}) \\
 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \frac{1 + \frac{1}{n^{\frac{1}{6}}} + \frac{1}{n^{\frac{1}{2}}}}{\frac{5}{n^2} - \frac{1}{n^4} + 3\sqrt{2}} \\
 &= \frac{1 + 0 + 0}{0 - 0 + 3\sqrt{2}} \\
 &= \frac{1}{3\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

41. ตอบข้อ ค

$$\begin{aligned}
 \text{จากลำดับ} \quad a_n &= \frac{2n^2 - 3n - 4}{\sqrt{n^4 + 1}} \\
 &= \frac{\frac{2n^2 - 3n - 4}{n^2}}{\frac{\sqrt{n^4 + 1}}{n^2}} \\
 &= \frac{2 - \frac{3}{n} - \frac{4}{n^2}}{\sqrt{\frac{n^4}{n^4} + \frac{1}{n^4}}} \\
 &= \frac{2 - \frac{3}{n} - \frac{4}{n^2}}{\sqrt{1 + \frac{1}{n^4}}} \\
 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{n} - \frac{4}{n^2}}{\sqrt{1 + \frac{1}{n^4}}} \\
 &= \frac{2 - 0 - 0}{\sqrt{1 + 0}} \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

42. ตอบข้อ ก

$$\begin{aligned}
 \text{ให้ } x &= 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2} \dots}} \\
 \text{ยกกำลังสองทั้งสองข้าง จะได้} \\
 x^2 &= 4(2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2} \dots}}) \\
 x^2 &= 4x \\
 \text{เมื่อ } x > 0 \text{ จะได้ } x &= 4 \\
 \text{ดังนั้น} \quad a_n &= 4 \\
 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} 4 \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ลำดับนี้เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์

43. ตอบข้อ ก

$$\begin{aligned}
 (1) \quad s_0 &= 0 \text{ และ } s_{m+1} = [s_m + (m+1)]k \\
 m = 0; s_1 &= k \\
 m = 1; s_2 &= k^2 + 2k \\
 m = 2; s_3 &= k^3 + 2k^2 + 3k \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

$$s_n = k^n + 2k^{n-1} + 3k^{n-2} + \dots + nk \quad \dots(1)$$

$$ks_n = k^{n+1} + 2k^n + 3k^{n-1} + \dots + (n-1)k^3 + nk^2 \quad \dots(2)$$

$$ks_n - s_n = k^{n+1} + k^n + k^{n-1} + \dots + k^2 - nk$$

$$(2)-(1); (k-1)s_n = (k^2 + k^3 + \dots + k^{n-1} + k^n + k^{n+1}) - nk$$

$$= \frac{k^2(k^n - 1)}{k - 1} - nk$$

$$s_n = \frac{1}{k-1} \left[\frac{k^2(k^n - 1)}{k-1} - nk \right]$$

ดังนั้น ข้อ (1) ถูกต้อง

$$\begin{aligned} (2) \quad \sum_{i=1}^n s_i &= \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^n \left[\frac{k^2(k^i - 1)}{k-1} - ik \right] \\ &= \frac{1}{k-1} \left[\frac{k^2}{k-1} \left(\sum_{i=1}^n k^i - n \right) - k \sum_{i=1}^n i \right] \\ &= \frac{1}{k-1} \left[\frac{k^2}{k-1} \left\{ \frac{k(k^n - 1)}{k-1} - n \right\} - \frac{kn(n+1)}{2} \right] \end{aligned}$$

ดังนั้น ข้อ (2) ถูกต้อง

44. ตอบข้อ ง

$$(1) \quad S_n = a + 2a^2 + 3a^3 + \dots + na^n \quad \dots(1)$$

$$aS_n = a^2 + 2a^3 + \dots + (n-1)a^n + na^{n+1} \quad \dots(2)$$

$$(1)-(2); S_n - aS_n = a + a^2 + a^3 + \dots + a^n - na^{n+1}$$

$$(1-a)S_n = \frac{a(1-a^n)}{1-a} - na^{n+1}$$

$$S_n = \frac{1}{1-a} \left(\frac{a(1-a^n)}{1-a} - na^{n+1} \right)$$

ดังนั้น ข้อ (1) ไม่ถูกต้อง

$$(2) \text{ จาก } m^a = n^b = (mn)^c$$

$$a \log m = b \log n = c \log m + c \log n$$

$$\text{จาก } a \log m = c \log m + c \log n$$

$$a \log m - c \log m = c \log n$$

$$(a-c) \log m = c \log n \quad \dots(1)$$

$$\text{จาก } b \log n = c \log m + c \log n$$

$$b \log n - c \log n = c \log m$$

$$(b-c) \log n = c \log m \quad \dots(2)$$

$$(1) \times (2); \quad (a-c)(b-c) \log m \log n = c^2 \log m \log n$$

$$(a-c)(b-c) = c^2$$

$$ab - ac - cb + c^2 = c^2$$

$$ab - ac - cb = 0$$

$$ab = c(a+b)$$

$$\frac{1}{c} = \frac{a+b}{ab}$$

$$c = \frac{ab}{a+b}$$

$$2c = \frac{2ab}{a+b}$$

จากลำดับ $a, 2c, b$ หรือ $a, \frac{2ab}{a+b}, b$ จะเป็นลำดับฮาร์มอนิกเมื่อลำดับ $\frac{1}{a}, \frac{a+b}{2ab}, \frac{1}{b}$ เป็น

ลำดับเลขคณิต

พิจารณาลำดับ $\frac{1}{a}, \frac{a+b}{2ab}, \frac{1}{b}$

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{2ab} - \frac{1}{a} &= \frac{a+b-2b}{2ab} \\ &= \frac{a-b}{2ab} \end{aligned} \quad \text{.....(1)}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{b} - \frac{a+b}{2ab} &= \frac{2a-a-b}{2ab} \\ &= \frac{a-b}{2ab} \end{aligned} \quad \text{.....(2)}$$

จะเห็นว่า (1) = (2) ดังนั้น ลำดับ $a, 2c, b$ เป็นลำดับฮาร์มอนิก

ดังนั้น ข้อ (2) ไม่ถูกต้อง

45. ตอบข้อ ก

$$\text{จากนิยาม} \quad a_n = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่} \\ \frac{n}{1+n^2} & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่} \end{cases}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1 \text{ เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่}$$

$$\text{จาก} \quad a_n = \frac{n}{1+n^2} = \frac{\frac{n}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{n^2}{2}} = \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{2} + 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{2} + 1}$$

$$= \frac{0}{0+1}$$

$$= 0 \text{ (เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่)}$$

ดังนั้น ลำดับนี้เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ที่มีลิมิตเท่ากับ $\begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่} \\ 0 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่} \end{cases}$

46. ตอบข้อ ค

การตรวจสอบว่าอนุกรมใดเป็นอนุกรมเลขคณิต ใช้วิธีหาผลต่างร่วมระหว่างพจน์ที่ $n+1$ ลบด้วย

พจน์ที่ n จะเห็นว่าข้อ ค เป็นอนุกรมเลขคณิต เพราะว่า $\frac{3}{2} - 1 = 2 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$

ดังนั้น $1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต

47. ตอบข้อ ง

การตรวจสอบว่าอนุกรมใดเป็นอนุกรมเรขาคณิต ใช้วิธีหาอัตราส่วนร่วมของพจน์ที่ $n+1$ หารด้วย

พจน์ที่ n จะเห็นว่าข้อ ง เป็นอนุกรมเรขาคณิต เพราะอัตราส่วนร่วมเท่ากับ $\frac{25}{5} = \frac{125}{25} = 5$

ดังนั้น $5, 25, 125, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต

48. ตอบข้อ ง

$$\text{จากสูตร} \quad S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$\text{จากกำหนด} \quad S_{10} = \frac{10}{2}[2a_1 + (10-1)d]$$

$$465 = 5(2a_1 + 9d)$$

$$2a_1 + 9d = 93$$

.....(1)

$$\text{และ } 9S_3 = 4S_6$$

$$\text{ดังนั้น} \quad 9 \cdot \frac{3}{2}[2a_1 + 2d] = 4 \cdot \frac{6}{2}[2a_1 + 5d]$$

$$27(a_1 + d) = 12(2a_1 + 5d)$$

$$27a_1 + 27d = 24a_1 + 60d$$

$$3a_1 = 33d$$

$$a_1 = 11d$$

.....(2)

$$\text{แทนค่า } a_1 \text{ ใน (1) : } 2(11d) + 9d = 93$$

$$22d + 9d = 93$$

$$31d = 93$$

$$d = \frac{93}{31}$$

$$= 3$$

$$\text{จาก (2) จะได้ } a_1 = 11 \times 3 = 33$$

$$\text{ก. ถูกต้อง} \quad a_1 = 33$$

$$\text{ข. ถูกต้อง} \quad a_3 = a_1 + 2d = 33 + 6 = 39$$

$$\text{ค. ถูกต้อง} \quad a_{10} = a_1 + 9d = 33 + 27 = 60$$

$$\text{ง. ไม่ถูกต้อง} \quad a_{20} = a_1 + 19d = 33 + 57 = 90$$

49. ตอบข้อ ค

ก. ถูกต้อง จากอนุกรม $3+8+13+ \dots$ เป็นอนุกรมเลขคณิตที่มี $a_1 = 3$ และ $d = 5$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1+(n-1)d]$$

$$\begin{aligned} S_{17} &= \frac{17}{2}[2(3)+(17-1)(5)] \\ &= 731 \end{aligned}$$

ข. ถูกต้อง จากอนุกรม $12+9+6+ \dots$ เป็นอนุกรมเลขคณิตที่มี $a_1 = 12$ และ $d = -3$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1+(n-1)d]$$

$$\begin{aligned} S_{25} &= \frac{25}{2}[2(12)+(25-1)(-3)] \\ &= -600 \end{aligned}$$

ค. ไม่ถูกต้อง จากอนุกรม $39+33+27+ \dots$ เป็นอนุกรมเลขคณิตที่มี $a_1 = 39$ และ $d = -6$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1+(n-1)d]$$

$$\begin{aligned} S_8 &= \frac{8}{2}[2(39)+(8-1)(-6)] \\ &= 144 \end{aligned}$$

ง. ถูกต้อง จากอนุกรม $2-4+8-16+ \dots$ เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 2$ และ $r = -2$

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{2[(-2)^{10} - 1]}{-2 - 1} \\ &= -682 \end{aligned}$$

50. ตอบข้อ ข

จำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 100 และ 500 ที่ 9 หารลงตัว ได้แก่ 108, 117, 126, 135, 144, 153, 162, 171, 180, ..., 477, 486, 495 จากจำนวนดังกล่าวที่ 6 หารลงตัว ได้แก่ 108, 126, 144, 162, 180, ..., 468, 486 เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่งมีพจน์แรกเป็น 108 พจน์สุดท้ายเป็น 486

$$\text{ผลต่างร่วมเท่ากับ } 126-108 = 144-126 = \dots = 18$$

$$\text{จากสูตร พจน์ทั่วไป } a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$486 = 108 + (n-1)(18)$$

$$378 = 18(n-1)$$

$$n-1 = 21$$

$$n = 22$$

$$\text{ต้องการหาผลบวก 22 พจน์แรก จากสูตร } S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$\begin{aligned} S_{22} &= \frac{22}{2}(108+486) \\ &= 11(594) \\ &= 6,534 \end{aligned}$$

51. ตอบข้อ ก

จากโจทย์

$$a_n = 2n - 5$$

$$a_1 = 2(1) - 5 = -3$$

$$a_2 = 2(2) - 5 = -1$$

$$a_3 = 2(3) - 5 = 1$$

อนุกรมนี้คือ $(-3) + (-1) + 1 + \dots$ ซึ่งมี $a_1 = -3$ และ $d = 2$

วิธีที่ 1

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}[2(-3) + (15-1)(2)]$$

$$= 165$$

วิธีที่ 2

$$S_n = \Sigma a_n$$

$$= \Sigma(2n - 5)$$

$$= 2\Sigma n - \Sigma 5$$

$$= \frac{2(n)(n+1)}{2} - 5n$$

$$= n(n+1) - 5n$$

$$S_{15} = 15(15+1) - 5(15)$$

$$= 165$$

52. ตอบข้อ ง

จากอนุกรม $120 + 60 + 30 + \dots$ เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 120$ และ $r = \frac{1}{2}$

จากสูตร

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$S_8 = \frac{120 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^8 \right]}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{120 \left(1 - \frac{1}{256} \right)}{\frac{1}{2}}$$

$$= 240 \left(\frac{255}{256} \right)$$

$$= \frac{3825}{16}$$

53. ตอบข้อ ก

จากกำหนด $a_k = 6\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$

$$a_1 = 6\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 6(1)$$

$$a_2 = 6\left(\frac{1}{2}\right)^1 = 6\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$a_3 = 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6\left(\frac{1}{4}\right)$$

อนุกรมนี้คือ $6(1) + 6\left(\frac{1}{2}\right) + 6\left(\frac{1}{4}\right) \dots = 6\left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots\right]$ เป็นอนุกรมเรขาคณิต

หาผลบวก 100 พจน์แรกของอนุกรมนี้จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

$$\begin{aligned} S_{100} &= 6\left[\frac{1\left(1-\frac{1}{2^{100}}\right)}{1-\frac{1}{2}}\right] \\ &= 6 \times 2\left(1-\frac{1}{2^{100}}\right) \\ &= 12\left(1-\frac{1}{2^{100}}\right) \end{aligned}$$

54. ตอบข้อ ก

จากอนุกรม $\log a + \log ar + \log ar^2 + \dots$

หรือ $\log a + (\log a + \log r) + (\log a + 2 \log r) + \dots$ เป็นอนุกรมเลขคณิต

มีพจน์แรกเป็น $\log a$ ผลต่างร่วมเท่ากับ $\log r$

สูตรผลบวก n พจน์แรกของลำดับเลขคณิตคือ $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

$$S_n = \frac{n}{2}[2 \log a + (n-1) \log r]$$

$$= \frac{n}{2}[\log a^2 + \log r^{n-1}]$$

$$= \frac{n}{2}(\log a^2 r^{n-1})$$

ดังนั้น $S_n = \frac{1}{2}n \log (a^2 r^{n-1})$

55. ตอบข้อ ค

จากสูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ (พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต)

จากกำหนด $a_3 = a_1 r^2 = -24$ (1)

$a_6 = a_1 r^5 = 3$ (2)

$$(2) \div (1); \quad r^3 = -\frac{1}{8} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

$$r = -\frac{1}{2}$$

$$\text{แทนค่า } r \text{ ใน (1); } a_1 \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = -24$$

$$\frac{1}{4}a_1 = -24$$

$$a_1 = -96$$

$$\text{สูตรผลบวก } n \text{ พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตคือ } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_n = \frac{-96 \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^n - 1 \right]}{-\frac{1}{2} - 1}$$

$$= 64 \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^n - 1 \right]$$

$$= -64 \left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n \right]$$

56. ตอบข้อ ก

$$\text{จากอนุกรม } \frac{1}{1+\sqrt{x}} + \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \dots$$

$$\begin{aligned} \text{หรือ } \frac{1}{1+\sqrt{x}} \cdot \frac{1-\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \cdot \frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} + \dots &= \frac{1-\sqrt{x}}{1-x} + \frac{1}{1-x} + \frac{1+\sqrt{x}}{1-x} + \dots \\ &= \frac{1}{1-x} [(1-\sqrt{x}) + 1 + (1+\sqrt{x}) + \dots] \end{aligned}$$

ซึ่งเป็นอนุกรมเลขคณิตมีพจน์แรกเป็น $1-\sqrt{x}$ มีผลต่างร่วมเท่ากับ $1-(1-\sqrt{x}) = \sqrt{x}$

จากสูตร ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตคือ

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \\ &= \frac{n}{2}[2(1-\sqrt{x}) + (n-1)\sqrt{x}] \\ &= \frac{n}{2}[2 - 2\sqrt{x} + n\sqrt{x} - \sqrt{x}] \\ &= \frac{n}{2}[2 + (n-3)\sqrt{x}] \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น ผลบวก } n \text{ พจน์แรกของอนุกรม } \frac{1}{1+\sqrt{x}} + \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \dots \text{ เท่ากับ } \frac{n[2 + (n-3)\sqrt{x}]}{2(1-x)}$$

57. ตอบข้อ ง

จากอนุกรม $1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 27 + \dots + n \cdot 3^{n-1}$

$$\text{ให้} \quad S = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 27 + \dots + n \cdot 3^{n-1} \quad \dots(1)$$

$$3S = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 27 + \dots + (n-1) \cdot 3^{n-1} + n \cdot 3^n \quad \dots(2)$$

$$(1)-(2); \quad S-3S = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 9 + 1 \cdot 27 + \dots + 1 \cdot 3^{n-1} - n \cdot 3^n$$

$$-2S = 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^{n-1} - n \cdot 3^n$$

$$-2S = \frac{1(3^n - 1)}{3 - 1} - n \cdot 3^n$$

$$-2S = \frac{3^n - 1}{2} - n \cdot 3^n$$

$$-2S = \frac{3^n - 1 - 2n \cdot 3^n}{2}$$

$$-2S = \frac{-[(2n-1) \cdot 3^n + 1]}{2}$$

$$S = \frac{(2n-1) \cdot 3^n + 1}{4}$$

58. ตอบข้อ ก

จากกำหนด $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} + \dots$

พิจารณา 1, 3, 5, 7 ... เป็นลำดับเลขคณิต

$$\text{มีพจน์ที่ } n = 1 + (n-1)(2) = 2n-1$$

2, 4, 8, 16, ... เป็นลำดับเรขาคณิต

$$\text{มีพจน์ที่ } n = 2(2^{n-1}) = 2^n$$

$$\text{ดังนั้น} \quad S_n = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} + \dots + \frac{(2n-3)}{2^{n-1}} + \frac{(2n-1)}{2^n} \quad \dots(1)$$

$$\frac{1}{2} S_n = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{5}{16} + \dots + \frac{(2n-3)}{2^n} + \frac{(2n-1)}{2^{n+1}} \quad \dots(2)$$

$$(1)-(2); \quad \frac{1}{2} S_n = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{2}{8} + \frac{2}{16} + \dots + \frac{2}{2^n} - \frac{(2n-1)}{2^{n+1}}$$

$$= \frac{1}{2} + 2 \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} \right) - \frac{1}{2} \right] - \frac{(2n-1)}{2^{n+1}}$$

$$= \frac{1}{2} + 2 \left[\frac{\frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right)}{1 - \frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \right] - \frac{(2n-1)}{2^{n+1}}$$

$$= \frac{1}{2} + 2 \left[1 - \frac{1}{2^n} - \frac{1}{2} \right] - \frac{(2n-1)}{2^{n+1}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} + 2 \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2^n} \right] - \frac{(2n-1)}{2^{n+1}} \\
&= \frac{1}{2} + 1 - \frac{2}{2^n} - \frac{(2n-1)}{2^{n+1}} \\
&= \frac{3}{2} - \frac{4}{2^{n+1}} - \frac{(2n-1)}{2^{n+1}} \\
&= \frac{3}{2} + \frac{(-4-2n+1)}{2^{n+1}} \\
&= \frac{3}{2} + \frac{(-3-2n)}{2^{n+1}} \\
S_n &= 2 \left[\frac{3}{2} + \frac{(-3-2n)}{2^{n+1}} \right] \\
&= 3 + \frac{(-3-2n)}{2^n} \\
&= 3 - \frac{(2n+3)}{2^n}
\end{aligned}$$

59. ตอบข้อ ค

$$\begin{aligned}
\text{จากอนุกรม } & \frac{1}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}} + 2 + \frac{1}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} + \dots \\
&= \frac{1}{\sqrt{4+3+4\sqrt{3}}} + 2 + \frac{1}{\sqrt{4+3-4\sqrt{3}}} + \dots \\
&= \frac{1}{\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}} + 2 + \frac{1}{\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}} + \dots \\
&= \frac{1}{2+\sqrt{3}} + 2 + \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \dots \\
&= \frac{1}{2+\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} + 2 + \frac{1}{2-\sqrt{3}} \cdot \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \\
&= \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} + 2 + \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} + \dots \\
&= (2-\sqrt{3}) + 2 + (2+\sqrt{3}) + \dots
\end{aligned}$$

ซึ่งเป็นอนุกรมเลขคณิตที่มี $a_1 = 2-\sqrt{3}$ และ $d = \sqrt{3}$

$$\text{จากสูตร } S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$\begin{aligned}
\text{ดังนั้น } S_n &= \frac{n}{2}[2(2-\sqrt{3}) + (n-1)\sqrt{3}] \\
&= \frac{n}{2}[4 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3}n - \sqrt{3}] \\
&= \frac{n}{2}[4 + \sqrt{3}n - 3\sqrt{3}] \\
&= \frac{n}{2}[4 + (n-3)\sqrt{3}]
\end{aligned}$$

60. ตอบข้อ ง

$$\begin{aligned}
\text{ให้ } S_n &= \frac{9}{10} + \frac{99}{100} + \frac{999}{1000} + \dots \text{ ถึง } n \text{ พจน์} \\
&= \frac{10-1}{10} + \frac{100-1}{100} + \frac{1000-1}{1000} + \frac{10000-1}{10000} + \dots \text{ ถึง } n \text{ พจน์} \\
&= 1 - \frac{1}{10} + 1 - \frac{1}{100} + 1 - \frac{1}{1000} + 1 - \frac{1}{10000} + \dots \text{ ถึง } n \text{ พจน์} \\
&= \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{n \text{ พจน์}} - \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{10000} + \dots \text{ ถึง } n \text{ พจน์} \right) \\
&= n - \frac{1}{10} \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{10} \right)^n}{1 - \frac{1}{10}} \right] \\
&= n - \frac{1}{9} \left(1 - \frac{1}{10^n} \right) \\
S_{33} &= 33 - \frac{1}{9} \left(1 - \frac{1}{10^{33}} \right) \\
&= \frac{297}{9} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9 \cdot 10^{33}} \\
&= \frac{296}{9} + \frac{1}{9 \cdot 10^{33}} \\
&= \frac{1}{9} \left(296 + \frac{1}{10^{33}} \right)
\end{aligned}$$

61. ตอบข้อ ค

จากโจทย์ เสาชั้นบนสุดมี 61 ต้น เสาชั้นล่างสุดมี 379 ต้น และชั้นที่ติดกันมีเสาต่างกัน 3 ต้น
ลำดับของจำนวนเสาในแต่ละชั้นคือ 61, 64, 67, ..., 379

$$\begin{aligned}
\text{ต้องการหาว่าเสาของนี้มีกี่ชั้นจากสูตร} \quad a_n &= a_1 + (n-1)d \\
379 &= 61 + (n-1)(3) \\
379 &= 61 + 3n - 3 \\
3n &= 321 \\
n &= 107
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{หาจำนวนเสาในกองนี้จากสูตร} \quad S_n &= \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\
S_{107} &= \frac{107}{2}(61 + 379) \\
&= 23,540
\end{aligned}$$

ดังนั้น เสาของนี้มี 23,540 ต้น