

การวิจัยดำเนินงาน Operations Research

การวิเคราะห์เชิงปริมาณ
Quantitative Analysis

OR

Decision Science Management Science Quantitative Analysis

ศต.ดร.อัฐไชย ลีนาวงศ์

การวิจัยดำเนินงาน

Operations Research

รองศาสตราจารย์ ดร.ฉัฐไชย์ สีนาวงศ์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

จัญไชย สีนางค์, รองศาสตราจารย์ ดร.

การวิจัยดำเนินงาน Operations Research / จัญไชย สีนางค์

1. การบริหารธุรกิจ.
2. การบริหารงานโลจิสติกส์.
3. คณิตศาสตร์ - คณิตศาสตร์อุตสาหกรรม.
4. วิทยาการคอมพิวเตอร์ - ขั้นตอนวิธี.

การวิจัยดำเนินงาน Operations Research

ISBN: 978-616-7407-08-1

รองศาสตราจารย์ ดร.จัญไชย สีนางค์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

สิทธิในการผลิตและพิมพ์หนังสือเล่มนี้เป็นของ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร
ลาดกระบังแต่ผู้เดียว การผลิตและการลอกเลียนหนังสือเล่มนี้ไม่ว่ารูปแบบใดทั้งสิ้น ต้องได้รับ
อนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ราคา 300 บาท

คำนำ

การวิจัยดำเนินงาน (Operations Research) เป็นศาสตร์การคำนวณที่ผสมผสานศาสตร์อื่นๆ เช่น คณิตศาสตร์ สถิติ และวิทยาการคอมพิวเตอร์ เข้าด้วยกันเพื่อเสนอทางเลือกและช่วยสนับสนุนการตัดสินใจ เราสามารถนำการวิจัยดำเนินงานไปประยุกต์ใช้ได้ในทุกเรื่อง ตั้งแต่การตัดสินใจทั่วไปในชีวิตประจำวัน การตัดสินใจเชิงเทคนิค ไปจนถึงการตัดสินใจทางธุรกิจที่มีมูลค่าหลายล้านบาท

การวิจัยดำเนินงานจึงนับได้ว่าเป็นสหวิทยาการ (Interdisciplinary) ขนานแท้ เป็นวิชาที่เรียนกันทั้งในคณะวิทยาศาสตร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ คณะบริหารธุรกิจ คณะเศรษฐศาสตร์ และคณะอื่นๆ ที่เห็นประโยชน์ของการวิจัยดำเนินงาน

หนังสือการวิจัยดำเนินงานเล่มนี้ได้ถือกำเนิดขึ้น โดยมุ่งหวังจะอธิบายให้ผู้อ่านเข้าใจถึงเทคนิคการวิจัยดำเนินงานหลักด้วยภาษาง่ายๆ สามารถเรียนรู้ได้จากตัวอย่างจำนวนมาก ทั้งการคำนวณด้วยมือและด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ไปจนถึงการนำไปประยุกต์ใช้จริงกับงานด้านต่างๆ

ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์กับผู้อ่านทุกระดับ ไม่ว่าผู้อ่านจะมีพื้นฐานความรู้ด้านการคำนวณมากน้อยเพียงใด ยิ่งไปกว่านั้น ผู้เขียนยังหวังต่อไปว่าผู้อ่านจะมองเห็นสถานการณ์ ที่สามารถนำเทคนิคที่เรียนรู้จากหนังสือเล่มนี้ ไปใช้ประโยชน์ได้จริง ทั้งกับงานประจำที่ทำอยู่ หรือการตัดสินใจในเรื่องใดๆ ก็ตาม

รองศาสตราจารย์ ดร.ฉัฐไชย์ ลีนาวงศ์

Ph.D. (Operations Research),
CASE Western Reserve University, USA.
FB: Chartchai Leenawong

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
และ ศูนย์วิเคราะห์ข้อมูลอัจฉริยะพระจอมเกล้าลาดกระบัง (ศูนย์ K-DAI)

การวิจัยดำเนินงาน (Operations Research)

สารบัญ

บทที่ 1 แบบจำลองการตัดสินใจ	1
รูปแบบของปัญหาการวิจัยดำเนินงาน	3
ประวัติความเป็นมาของการวิจัยดำเนินงาน	3
วิธีการวิจัยดำเนินงาน	4
การใช้แบบจำลองการตัดสินใจและประโยชน์ที่ได้	13
ขั้นตอนการสร้างแบบจำลองการตัดสินใจ	14
การจำแนกแบบจำลองการตัดสินใจ	22
ตัวอย่างเพิ่มเติม	25
แบบฝึกหัด บทที่ 1	40
บทที่ 2 กำหนดการเชิงเส้น	45
คุณสมบัติของกำหนดการเชิงเส้น	46
การหาคำตอบด้วยวิธีกราฟ	47
วิธีเส้นวัตถุประสงค์	48
วิธีจุดมุมหรือวิธีจุดสุดขีด	52
กรณีพิเศษของปัญหากำหนดการเชิงเส้น	55
กรณีไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้	55
กรณีปัญหากำหนดการเชิงเส้นไม่มีขอบเขต	56
กรณีข้อจำกัดซ้ำซ้อน	58
กรณีมีคำตอบที่เหมาะสมที่สุดหลายคำตอบ	60
การหาคำตอบด้วยคอมพิวเตอร์	61

สารบัญ (ต่อ)

วิธีการติดตั้งโปรแกรม Solver ใน Microsoft Excel	62
ตัวอย่างการใช้โปรแกรม Solver	64
ตัวอย่างเพิ่มเติม	78
แบบฝึกหัด บทที่ 2	81
บทที่ 3 วิธีตารางซิมเพล็กซ์	87
วิธีตารางซิมเพล็กซ์สำหรับปัญหาค่าสูงสุด	88
การเปลี่ยนแบบจำลองเริ่มต้นให้อยู่ในรูปมาตรฐาน	88
การหาคำตอบที่เป็นไปได้พื้นฐานเริ่มต้น	89
ตารางซิมเพล็กซ์เริ่มต้น	90
การทดสอบคำตอบ	93
การหาตัวแปรเข้าและตัวแปรออก	93
การหาตารางซิมเพล็กซ์ตารางถัดไป	94
วิธีตารางซิมเพล็กซ์สำหรับปัญหาค่าต่ำสุด	99
กรณีพิเศษของปัญหากำหนดการเชิงเส้น	105
กรณีไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้	105
กรณีปัญหากำหนดการเชิงเส้นไม่มีขอบเขต	107
กรณีข้อจำกัดซ้ำซ้อน	110
กรณีมีคำตอบที่เหมาะสมที่สุดหลายคำตอบ	112
ตัวอย่างเพิ่มเติม	115
แบบฝึกหัด บทที่ 3	123

สารบัญ (ต่อ)

บทที่ 4 ปัญหาการขนส่งและการมอบหมายงาน	127
ปัญหาการขนส่ง	128
วิธีตารางการขนส่งสำหรับปัญหาการขนส่งแบบสมดุล	136
วิธีการหาคำตอบเบื้องต้นของปัญหาการขนส่ง	136
วิธีทิศตะวันตกเฉียงเหนือ	136
วิธีทิศตะวันออกเฉียงเหนือ	139
วิธีต้นทุนต่ำที่สุด	140
วิธีสุ่ม	144
วิธีการประมาณของโวลเกิล หรือวิธี VAM	146
การพัฒนาคำตอบไปสู่คำตอบที่เหมาะสมที่สุด	150
วิธีสเตปปีงสโตน	151
วิธีโมได	157
ปัญหาการขนส่งที่มีหลายคำตอบ	161
ปัญหาการขนส่งแบบไม่สมดุล	165
ปัญหาการมอบหมายงาน	170
วิธีฮังกาเรียนสำหรับปัญหาค่าต่ำสุดแบบสมดุล	175
ปัญหาการมอบหมายงานแบบไม่สมดุล	180
วิธีฮังกาเรียนสำหรับปัญหาค่าสูงสุด	182
ตัวอย่างเพิ่มเติม	183
แบบฝึกหัด บทที่ 4	193

สารบัญ (ต่อ)

บทที่ 5 กราฟและโครงข่าย	201
ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น	201
ปัญหาวิถีสั้นที่สุด	219
ขั้นตอนวิธีของไดจ์คสตรา	219
ปัญหาต้นไม้ทั่วถึงเล็กที่สุด	229
ขั้นตอนวิธีของครูสกอ	230
ตัวอย่างเพิ่มเติม	238
แบบฝึกหัด บทที่ 5	247
บทที่ 6 แบบจำลองสินค้าคงคลัง	255
ประเภทของสินค้าคงคลัง	255
ต้นทุนสินค้าคงคลัง	256
แบบจำลองปริมาณการสั่งซื้อที่ประหยัด หรือแบบจำลอง EOQ	258
แบบจำลองปริมาณการผลิตที่ประหยัด หรือแบบจำลอง ELS	267
แบบจำลอง EOQ ที่มีสินค้าขาดแคลน	273
แบบจำลอง EOQ ที่มีส่วนลดการซื้อ	280
ตัวอย่างเพิ่มเติม	284
แบบฝึกหัด บทที่ 6	290
เฉลยแบบฝึกหัด	297
บรรณานุกรม	351
ดัชนี	353

- ✚ Ph.D. (Operations Research), CASE Western Reserve Univ., USA [ทุนรัฐบาล]
- ✚ M.Sc. (Management Science/SCM), CASE, USA [ทุนรัฐบาล]
- ✚ M.B.A. (การจัดการการเงิน), สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ (NIDA)
- ✚ M.Sc. (Computer Science นานาชาติ), Asian Institute of Technology [ทุน AIT]
- ✚ บธ.บ. (การจัดการการตลาด), มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช
- ✚ วท.บ. (คณิตศาสตร์), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย [ทุน พสวท.]



- ✓ อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) ตั้งแต่ปี 2534 และศูนย์วิเคราะห์ข้อมูลอัจฉริยะ พระจอมเกล้าลาดกระบัง (ศูนย์ K-DAI) สจล. ตั้งแต่ปี 2562
- ✓ กรรมการบริหาร สมาคมวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ตั้งแต่ปี 2561
- ✓ กรรมการบริหาร สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ตั้งแต่ปี 2559
- ✓ รางวัลอาจารย์ผู้สอนดีเด่น จากคณะวิทยาศาสตร์ สจล. โดยอธิการบดี สจล. รศ.ดร.คมสัน มาลีสี ปี 2566
- ✓ รางวัลบุคลากรดีเด่น ด้านบริการสังคม จากนายกสภา สจล. ศ.พิเศษ ดร.กิตติพงษ์ กิตยารักษ์ ปี 2565
- ✓ รางวัลบุคลากรผู้ทำคุณประโยชน์และสร้างชื่อเสียงให้ สจล. จาก ขพนฯ พลเอก สุรยุทธ์ จุลานนท์ สิงหาคม ปี 2555
- ✓ หัวหน้ากองบรรณาธิการ วารสารคณิตศาสตร์ MJ-MATH โดย สมาคมคณิตศาสตร์ฯ ม.ค. 2559 – เม.ย. 2561 (ผู้นำวารสารเข้าสู่ฐานข้อมูล TCI กลุ่ม 1) ปัจจุบัน เป็นกองบก. ผู้ทรงคุณวุฒิ
- ✓ ประธานสาขา Math Stat & Computer Science งาน วทท. The International Congress on Science, Technology and Technology-based Innovation (STT) ตั้งแต่ปี 2561
- ✓ ผ่านการอบรมหลักสูตรการบริหารการรักษาสงบเรียบร้อยของสังคมภาครัฐร่วมเอกชน (บรอ.) รุ่นที่ 9 โดยวิทยาลัยการตำรวจ กองบัญชาการศึกษา สำนักงานตำรวจแห่งชาติ ปี 2565
- ✓ รองประธาน/กรรมการ โครงการประกวดรางวัลนวัตกรรมแห่งประเทศไทย (TIA) ปี 2560-2564
- ✓ ที่ปรึกษาผ่านศูนย์ K-DAI ทุนฝึกอบรมนวัตกรรมดิจิทัล (Digital Innovation Buddy) สำนักงาน ก.พ. ตั้งแต่ปี 2563
- ✓ เจ้าของตำรา “การวิเคราะห์ข้อมูลด้วย Excel เพื่อการจัดการซัพพลายเชนและโลจิสติกส์” “โลจิสติกส์อัจฉริยะและการพยากรณ์ด้วย Excel 365 (LIFE365)” “Operations Research การวิจัยดำเนินงาน” และ “ตรรกะ...แห่งการพิสูจน์”
- ✓ คอลัมน์ “Happy Econ เศรษฐสุข” “ดอกเตอร์ เดอะซีรี่ส์” “กระตุกคิด สะกิดสังคม” ในนิตยสาร “กุลสตรี” 2553-2558
- ✓ คอลัมน์ “East Meets West บูรพาปะทะประจิม” ในนิตยสาร “New Silk Road ทางสายใหม่ใหม่” ปี 2559-2560
- ✓ เขียนพ็อกเก็ตบุ๊ก “จับเข่าคุย ตะลุยกอเมริกา” และนิยายเส้นทางสู่การเป็นดอกเตอร์ “จากปลายนา สู่ฟ้าพญาอินทรี”
- ✓ ได้รับคัดเลือกเป็น “Dr. Hero ดร.ฮีโร่” หนึ่งในสุดยอดบัณฑิต พสวท. (โครงการพัฒนาและส่งเสริมผู้มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี) ออกอากาศช่อง 9 อสมท. ปี 2555
- ✓ รางวัล Endeavour Fellowship Award จากรัฐบาลประเทศออสเตรเลีย ไปเป็น Visiting Academic ที่ University of Technology Sydney (UTS) ปี 2551 และทุน International Centre of Excellence for Education in Mathematics (ICE-EM) จากประเทศออสเตรเลีย ไปฝึกอบรม Optimization ที่ University of Queensland ปี 2549
- ✓ จัดรายการวิทยุ “ร้อยหนัง เรียงเพลง บรรเลงโลก” ทางสถานีวิทยุบ้านเลขที่ 1 มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา โดยมีแขกรับเชิญ อาทิ ขพนฯ อภิสิทธิ์ เวชชาชีวะ “เจ้าหญิงไอที” ซี ฉัตรปวีณ์ ตรีชวัลวงศ์ ปี 2558-2559
- ✓ หัวหน้ากองบรรณาธิการรับเชิญ วารสารคณิตศาสตร์ ของสมาคมคณิตศาสตร์ฯ ฉบับเฉลิมพระเกียรติ “Math in Action: คณิต คิด ทำ” “Math in Action II: คณิต ศิลป์ ธาร” และ “MIT: Math in Technology คณิต คิด เทคโนโลยี” ปี 2554–2558
- ✓ กรรมการวิชาการ เครือข่ายการวิจัยดำเนินงาน (OR-Net) NIDA ตั้งแต่ปี 2554
- ✓ ทุนแพทย์ชนบท จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปี 2530 (สละสิทธิ์)
- ✓ อาจารย์ วิทยากร ผู้ทรงคุณวุฒิ และที่ปรึกษา ด้าน Logistics & Supply Chain, Data Science, MS Office: Excel & Word, บริหารธุรกิจ-การเงิน, คณิตศาสตร์-สถิติ ฯลฯ ให้กับมหาวิทยาลัย หน่วยงาน บริษัท และองค์กรต่าง ๆ

1

แบบจำลองการตัดสินใจ (Decision Models)

การวิจัยดำเนินงาน (Operations Research)

หรือ การวิเคราะห์เชิงปริมาณ (Quantitative Analysis) ซึ่งบางครั้ง ก็อาจเรียกเป็น ศาสตร์แห่งการบริหาร (Management Science) หรือ ศาสตร์แห่งการตัดสินใจ (Decision Science) เป็นการใช้ความรู้เชิงคณิตศาสตร์ สถิติ และคอมพิวเตอร์มาช่วยในการตัดสินใจ แก้ไขปัญหาทั้งทางด้านธุรกิจอุตสาหกรรม และปัญหาในชีวิตประจำวันบางประเภทให้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

สำหรับบางปัญหา ประสิทธิภาพที่มีในอดีตอาจเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา แต่ในโลกปัจจุบัน มีหลากหลายปัญหาที่ไม่อาจแก้ได้โดยอาศัยประสิทธิภาพในอดีตเพียงอย่างเดียว การพิจารณาคำตอบต่างๆ ที่อาจเป็นไปได้เริ่มซับซ้อนขึ้นและใช้เวลามากขึ้น ซึ่งส่วนหนึ่งอาจเกิดจากการที่มีช่องทางในการแก้ปัญหา (Alternatives) อยู่มากมายจนไม่อาจพิจารณาได้ครบทั้งหมด ดังตัวอย่างแรกต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1.1 ตัวอย่างปัญหาการวิจัยดำเนินงาน – ปัญหาการลงทุน

ปัญญานี้เป็นนักวิเคราะห์การเงินของบริษัทแห่งหนึ่งในตลาดหลักทรัพย์ บริษัทมีระบบสวัสดิการเพื่อช่วยเหลือพนักงานหลังเกษียณอายุ โดยจะหักเงินจากลูกจ้างแต่ละคนเท่ากับ 5% ของรายได้ และบริษัทจะจ่ายสมทบอีกเป็นจำนวนที่เท่ากัน เงินก้อนนี้จะ

นำไปลงทุนในสองกองทุนคือ กองทุนหุ้นและกองทุนพันธบัตร ปัญญาจะต้องทำการตัดสินใจว่าเขาควรจะลงทุนเงินจำนวนนั้นในกองทุนทั้งสองเป็นสัดส่วนเท่าไรดี จึงจะทำให้อัตราผลตอบแทนเฉลี่ยสูงสุด ซึ่งหลังจากที่ได้ทำการวิเคราะห์ผลประโยชน์ที่ผ่าน มาของกองทุนทั้งสอง เขาพบว่า กองทุนหุ้นมีอัตราผลตอบแทนเฉลี่ยเท่ากับ 10% ต่อปี ขณะที่กองทุนพันธบัตรมีอัตราผลตอบแทนเฉลี่ยเพียง 6% ต่อปีเท่านั้น และเพื่อเป็นการกระจายความเสี่ยง ปัญญาได้กำหนดกรอบแนวทางการลงทุนของเขาไว้ดังต่อไปนี้

1. ไม่ลงทุนในแต่ละกองทุนเกิน 75% ของเงินลงทุนทั้งหมด
2. จะไม่ลงทุนในกองทุนหุ้นเกิน 2 เท่าของการลงทุนในกองทุนพันธบัตร

สำหรับปัญหานี้ อาจมีแผนการลงทุนที่เป็นไปได้หลายแบบ เช่น

- ลงทุนในแต่ละกองทุน 50% ซึ่งจะทำให้ได้ผลตอบแทนกลับมาจากทั้งสอง กองทุนเท่ากับ $(0.5)(10\%) + (0.5)(6\%) = 8\%$ ต่อปี
- ลงทุน 60% ในกองทุนหุ้น และ 40% ในกองทุนพันธบัตร ทางเลือกนี้จะให้ ผลตอบแทนรวมต่อปีเท่ากับ 8.4%
- ลงทุน 70% ในกองทุนหุ้น และ 30% ในกองทุนพันธบัตร ทางเลือกนี้แม้จะ ให้ผลตอบแทนถึง 8.8% แต่ก็ยังขัดกับแนวทางการลงทุนในข้อที่ 2 ข้างต้น เนื่องจาก 70% ที่ลงทุนในกองทุนหุ้น มีมูลค่าเกิน 2 เท่าของการลงทุนใน กองทุนพันธบัตร (2 เท่าของ 30% เท่ากับ 60%)

จากตัวอย่างข้างต้น หากปัญญาต้องการเลือกแผนการลงทุนที่ดีที่สุดด้วยวิธีแจกแจงแผนการลงทุนทุกแบบที่เป็นไปได้ออกมา เขาจะไม่สามารถทำได้ เนื่องจากมีทางเลือกแบบต่างๆ มากเกินไป ซึ่งในที่นี้ การวิจัยดำเนินงานหรือวิธีเชิงปริมาณจะมี ส่วนเข้ามาช่วยในการศึกษาแผนการลงทุนทางเลือกแบบต่าง ๆ และนำไปสู่แผนการ ลงทุนที่ดีที่สุด การศึกษาถึงวิธีการต่างๆ ที่จะส่งผลต่อกระบวนการตัดสินใจที่ถูกต้อง นับเป็นหัวใจสำคัญของวิชาการวิจัยดำเนินงาน

รูปแบบของปัญหาการวิจัยดำเนินงาน

ปัญหาการวิจัยดำเนินงานสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. ปัญหาเชิงกำหนด (Deterministic Problems) หรือปัญหาคำหนดการเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming) ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในปัญหาประเภทนี้将有ความแน่นอน เช่น ตัวอย่างปัญหาการลงทุนข้างต้น เนื่องจากเราทราบอัตราผลตอบแทนเฉลี่ยของแต่ละกองทุนอย่างแน่นอน
2. ปัญหาสโตแคสติก (Stochastic Problems) หรือปัญหาเชิงความน่าจะเป็น (Probabilistic Problems) บางข้อมูลของปัญหาประเภทนี้将有ความไม่แน่นอน เช่น ในตัวอย่างปัญหาข้างต้น หากวัตถุประสงค์ใหม่ของปัญญาคือ “ต้องการให้มีโอกาสสูงสุดที่จะได้อัตราผลตอบแทนขั้นต่ำที่ 8%” วัตถุประสงค์ใหม่นี้จะขึ้นอยู่กับความน่าจะเป็นของอัตราผลตอบแทนที่ได้จากกองทุนทั้งสอง ซึ่งมีลักษณะที่ไม่คงที่ในแต่ละปี

การแก้ปัญหาเชิงกำหนดจะคล้ายๆ กับการเลือกซื้อตัวเครื่องบินเพื่อบินจากกรุงเทพไปยังเมืองลอสแอนเจลิสในวันนี้ เนื่องจากเราสามารถค้นหาเพื่อทราบราคาที่เหมาะสมของแต่ละสายการบินได้ ในอีกด้านหนึ่ง หากเราต้องการวางแผนการเดินทางแบบเดียวกันนี้สำหรับอีกหนึ่งปีข้างหน้า การตัดสินใจว่าควรซื้อตัวที่ราคาถูกที่สุดในวันนี้ หรือควรรอไว้ซื้อในวันหน้าจะดีกว่า จะเป็นปัญหาสโตแคสติก เนื่องจากเรายังไม่ทราบราคาตัวในอนาคตที่แน่นอน ซึ่งปัญหาเชิงกำหนดและปัญหาสโตแคสติกนี้จะมีกระบวนการหาคำตอบที่แตกต่างกัน

ประวัติความเป็นมาของการวิจัยดำเนินงาน

การวิจัยดำเนินงานเกิดขึ้นในสมัยสงครามโลกครั้งที่ 2 ซึ่งเป็นช่วงที่เกิดการขาดแคลนทรัพยากรด้านต่างๆ อย่างมาก จึงจำเป็นต้องหาเทคนิควิธีที่จะบริหารจัดการทรัพยากรเหล่านั้นให้เกิดประโยชน์สูงสุด กองทัพอากาศของประเทศอังกฤษเป็นกลุ่มแรกที่ทำการศึกษา โดยนำวิธีเชิงปริมาณมาช่วยแก้ปัญหาการปฏิบัติการทางทหารในเรื่องต่างๆ ซึ่งรวมถึงงานขนส่งบำรุงกำลังหรือโลจิสติกส์ (Logistics) และตั้งชื่อกลุ่มว่า

กลุ่มการวิจัยดำเนินงาน (*Operations Research* หรือ *Operational Research – O.R.*) โดยประกอบไปด้วยนักวิทยาศาสตร์และนักวิศวกรด้านต่างๆ ซึ่งต่อมาภายหลังมี 5 คนในกลุ่มนี้ได้รับรางวัลโนเบล

ความพยายามของนักวิจัยกลุ่มนี้ โดยเฉพาะการค้นคว้าเพื่อตรวจจับเครื่องบินเข้าศึกด้วยสัญญาณเรดาร์ ถือได้ว่าเป็นปัจจัยสำคัญอย่างหนึ่งต่อชัยชนะของอังกฤษในสมรภูมिसังครามกลางเวหา ซึ่งต่อมาภายหลัง กองทัพอเมริกันก็ได้ทำการรวมกลุ่มคนในลักษณะเดียวกันนี้ขึ้นมาเช่นกัน

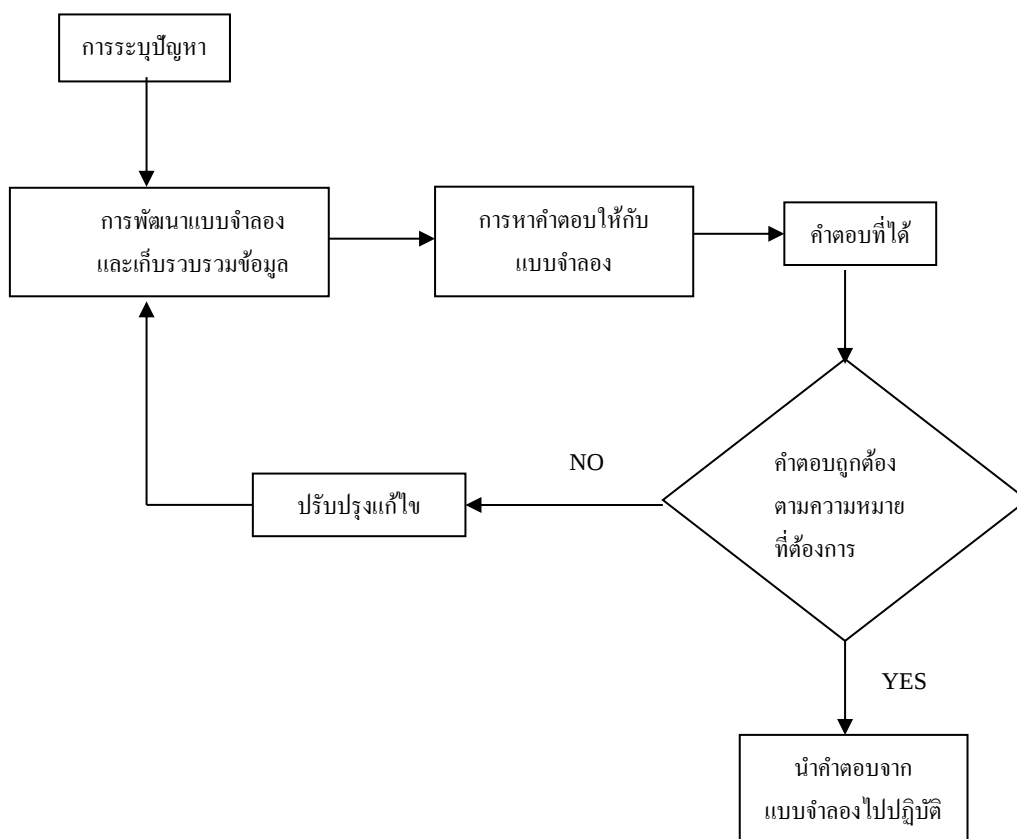
หลังจากสงครามโลกครั้งที่ 2 จบลง กลุ่มธุรกิจอุตสาหกรรมได้มองเห็นคุณค่าของการประยุกต์ใช้เทคนิคการวิจัยดำเนินงาน โดยในช่วงต้น ได้มีการพัฒนาแบบจำลองและกระบวนการที่เหมาะสมสำหรับแก้ปัญหาต่างๆ เช่น การจัดตารางเวลาของโรงงาน น้ำมันปิโตรเลียม การวางแผนการกระจายสินค้า การวางแผนการผลิต การวิจัยตลาด และการวางแผนการลงทุน ซึ่งในปัจจุบัน ด้วยประสิทธิภาพที่สูงของคอมพิวเตอร์ ทำให้กระบวนการหาคำตอบของปัญหาเหล่านี้เป็นไปด้วยความถูกต้องและรวดเร็วมากยิ่งขึ้น

วิธีการวิจัยดำเนินงาน

การใช้วิธีการวิจัยดำเนินงานเพื่อแก้ปัญหา มักจะเกี่ยวข้องกับผู้คนจำนวนมากในองค์กร โดยแต่ละคนในทีมงานอาจต้องจัดเตรียมข้อมูลที่อยู่ในความดูแลและสัมพันธ์กับปัญหาในขั้นตอนต่างๆ กระบวนการประยุกต์ใช้วิธีการวิจัยดำเนินงานมีทั้งสิ้น 5 ขั้นตอน ได้แก่

1. การระบุปัญหา
 2. การพัฒนาแบบจำลองการตัดสินใจและการเก็บรวบรวมข้อมูล
 3. การหาคำตอบ
 4. การตรวจสอบคำตอบและการเฝ้าระวัง
 5. การปรับปรุงแก้ไขแบบจำลอง
-

เมื่อนำขั้นตอนวิธีการวิจัยดำเนินงานทั้ง 5 มาแสดงเป็นภาพ เพื่อให้เข้าใจถึงกระบวนการทำงานได้ดียิ่งขึ้น ก็จะได้ดังในแผนภาพต่อไปนี้



1. การระบุปัญหา

ขั้นตอนแรกสุดที่ต้องทำก็คือ เราต้องสามารถระบุปัญหา เข้าใจ และอธิบาย ปัญหาที่องค์กรกำลังประสบอยู่ได้อย่างถูกต้องแม่นยำ บางครั้งการบ่งบอกปัญหาอาจจะง่ายและชัดเจน ดังเช่นปัญหาการลงทุนข้างต้นที่ทราบถึงเป้าหมายหรือวัตถุประสงค์ที่ต้องการอย่างเด่นชัด รวมไปถึงเงื่อนไขหรือข้อจำกัดของปัญหาที่ชัดเจนด้วย ซึ่งเราจะต้องใช้ข้อจำกัดเหล่านี้ เพื่อประกอบการตัดสินใจให้ได้ตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการ นอกจากนี้ เรายังทราบถึงผลตอบแทนเฉลี่ยที่ได้จากทั้งสองกองทุนอีกด้วย

ในบางสถานการณ์ เราก็อาจมองเห็นปัญหาได้ไม่ชัดเจน โดยเฉพาะถ้าเราไม่ได้เป็นผู้คลุกคลีอยู่กับปัญหา ดังนั้น การพูดคุยทำความเข้าใจกับทุกคนทุกฝ่ายที่เกี่ยวข้องจึงเป็นเรื่องจำเป็น ไม่เช่นนั้นอาจก่อให้เกิดความขัดแย้งกันเองในตัวปัญหาได้ เช่น บางฝ่ายอาจต้องการให้ลูกค้ามีความพึงพอใจสูงสุด แต่ในขณะที่บางฝ่ายอาจต้องการให้ต้นทุนการดำเนินงานรวมต่ำที่สุด ซึ่งในทางปฏิบัติ ทั้งสองเป้าหมายค่อนข้างจะไปด้วยกันได้ยาก ทางแก้หนึ่งก็คือ เราจะต้องยึดวัตถุประสงค์โดยรวมขององค์กรเป็นหลัก

การเปลี่ยนปัญหาซึ่งโดยส่วนใหญ่จะเป็นปัญหาเชิงคุณภาพ (Qualitative) ให้ไปเป็นปัญหาเชิงปริมาณ (Quantitative) นับเป็นเรื่องที่ทำหายอย่างยิ่ง ซึ่งจะส่งผลต่อการพัฒนาแบบจำลองการตัดสินใจในขั้นตอนถัดไปด้วย

2. การพัฒนาแบบจำลองการตัดสินใจและการเก็บรวบรวมข้อมูล

หลังจากที่ได้ทำการระบุปัญหาให้เป็นที่ถูกต้องและเข้าใจตรงกันกับทุกฝ่ายแล้ว ขั้นตอนต่อไปก็คือการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งต่อไปนี้จะเรียกว่าแบบจำลองการวิจัยดำเนินงาน หรือ แบบจำลองการตัดสินใจ (O.R. หรือ *Decision Model*) ซึ่งเมื่อได้แบบจำลองการตัดสินใจขึ้นมาแล้ว เราก็จะสามารถบ่งบอกต่อไปได้ว่าควรจะใช้กระบวนการใดเพื่อหาคำตอบให้กับแบบจำลองนั้น

ในที่นี้จะขอเสนอตัวอย่างในการสร้างแบบจำลองการตัดสินใจของปัญหาการลงทุนที่ได้กล่าวมาข้างต้น การแปลงปัญหานี้ให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ จะเริ่มจากการระบุตัวแปรการตัดสินใจ (*Decision Variables*) ซึ่งเป็นตัวแปรที่กำหนดขึ้นมาเพื่อช่วยในการตัดสินใจ บางครั้ง เราอาจเรียกตัวแปรการตัดสินใจนี้แบบย่อว่า ตัวแปร โดยในตัวอย่างนี้จะมี 2 ตัวแปร ดังต่อไปนี้

ให้ S = สัดส่วนการลงทุนในกองทุนหุ้น ในรูปตัวเลขทศนิยมตั้งแต่ 0 ถึง 1
(เช่น 0.60 หมายถึง ลงทุน 60 % ในกองทุนหุ้น)

B = สัดส่วนการลงทุนในกองทุนพันธบัตร ในรูปตัวเลขทศนิยมตั้งแต่ 0 ถึง 1

ตัวแปรการตัดสินใจนับว่าเป็นสิ่งที่ควบคุมได้ เนื่องจากเราสามารถจะเลือกหรือกำหนดค่าตัวแปรเหล่านี้ให้เป็นตามที่ต้องการ นั่นคือ เราควบคุมค่าของตัวแปรได้สำหรับปัญหานี้ เราต้องการจะเลือกค่าของตัวแปรที่

1. ทำให้ผลตอบแทนรวมต่อปีสูงสุด
2. เป็นไปตามกรอบแนวทางการลงทุนที่กำหนด

เราสามารถเขียนผลตอบแทนเฉลี่ยต่อปีของตัวอย่างนี้ได้ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพราะเราทราบว่า กองทุนหุ้นให้ผลตอบแทน 0.10 บาทต่อจำนวนเงิน 1 บาทที่ลงทุน ในขณะที่กองทุนพันธบัตรจะให้ผลตอบแทน 0.06 บาท ดังนั้นผลตอบแทนของสัดส่วน S ของเงิน 1 บาทที่ลงทุนในหุ้นจะเท่ากับ $0.10S$ และผลตอบแทนจากของสัดส่วน B ที่ลงทุนในพันธบัตรจะเท่ากับ $0.06B$ ดังนั้น จึงได้ว่า ผลตอบแทนรวมต่อปีจะเท่ากับผลรวมของผลตอบแทนจากแต่ละกองทุน ซึ่งเท่ากับ $0.10S + 0.06B$ นั่นเอง

เป้าหมายหลักหรือวัตถุประสงค์ของปัญหานี้คือ ต้องการให้ค่าผลตอบแทนรวมต่อปีมีค่าสูงที่สุด ซึ่งเราจะเขียนวัตถุประสงค์ในรูปแบบมาตรฐานได้เป็น

$$\text{Maximize } 0.10S + 0.06B$$

ในทางคณิตศาสตร์ ปริมาณ $0.10S + 0.06B$ นี้ จะเปรียบเหมือนกับฟังก์ชันของ 2 ตัวแปร ได้แก่ ตัวแปร S และ B ดังนั้นเราจึงเรียกปริมาณ $0.10S + 0.06B$ นี้ว่า ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function) ซึ่งเป็นเสมือนเป้าหมายหลักของการตัดสินใจแก้ปัญหา โดยอยู่ในรูปของข้อมูลที่เป็นตัวเลขและตัวแปรการตัดสินใจ ในกรณีที่ปัญหามีเพียงแค่ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ไม่มีเงื่อนไขหรือข้อจำกัดอื่นใด เราก็จะสามารถกำหนดให้ตัวแปรทั้งสองเป็นค่าใดๆ ที่ต้องการได้

แต่ในความเป็นจริง เนื่องจากเราจะต้องปฏิบัติตามกรอบแนวทางการลงทุนที่กำหนดไว้ จึงทำให้เราไม่สามารถกำหนดค่าที่ต้องการให้แก่ตัวแปรได้ แนวทางการลงทุนแต่ละข้อจะกลายเป็นเงื่อนไข หรือ ข้อจำกัด (Conditions หรือ Constraints) ของปัญหา ซึ่งจะต้องทำการเปลี่ยนให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์เช่นกัน

ในที่นี้ แนวทางการลงทุนข้อแรกที่ว่า สัดส่วนของ S และ B จะต้องไม่เกิน 0.75 ของเงินลงทุนทั้งหมด จะถูกแปลงให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เป็น

$$S \leq 0.75 \quad (\text{ขอบเขตบนของการลงทุนในหุ้น})$$

$$B \leq 0.75 \quad (\text{ขอบเขตบนของการลงทุนในพันธบัตร})$$

สำหรับแนวทางข้อ 2 ที่ระบุว่าจะต้องไม่ลงทุนในหุ้นเกิน 2 เท่าของการลงทุนในพันธบัตรนั้น สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เป็น

$$S \leq 2B$$

$$\text{หรือ } S - 2B \leq 0$$

เงื่อนไขหรือข้อจำกัดอีกประการหนึ่งที่อาจถูกมองข้าม เนื่องจากเป็นสิ่งที่ไม่ได้เป็นเงื่อนไขโดยตรงจากตัวปัญหา ได้แก่ ข้อจำกัดเชิงตรรกะ (Logical Constraints) ซึ่งเป็นข้อจำกัดที่ระบุค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรการตัดสินใจ เช่นในที่นี้ สัดส่วนของเงินลงทุนในกองทุนทั้งสองจะไม่สามารถเป็นลบได้ นั่นคือ

$$S, B \geq 0$$

และเมื่อรวมทุกส่วนที่เขียนไว้ข้างต้นเข้าด้วยกัน เราก็จะได้แบบจำลองการตัดสินใจดังต่อไปนี้

ทำการเลือกค่าของตัวแปร S และ B เพื่อ

Maximize $0.10S + 0.06B$ (ต้องการทำให้ $0.10S + 0.06B$ มีค่าสูงสุด)

s.t. (subject to = โดยขึ้นอยู่กับข้อจำกัดต่อไปนี้)

ข้อจำกัด

$$S \leq 0.75$$

$$B \leq 0.75$$

$$S - 2B \leq 0$$

$$S, B \geq 0$$

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์และข้อจำกัด จะอยู่ในรูปของตัวแปรการตัดสินใจและข้อมูลอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง ในตัวอย่างนี้ ข้อมูลที่เกี่ยวข้องและทราบค่าแน่นอน ได้แก่อัตราผลตอบแทนเฉลี่ยต่อปีของทั้งสองกองทุน และค่าขอบเขตบน-ล่างของสัดส่วนการลงทุน ข้อมูลเหล่านี้เป็นสิ่งที่ได้จากการเก็บข้อมูลจริง จากการดำเนินงานจริง เป็นสิ่งที่เราควบคุมไม่ได้ ซึ่งแตกต่างกับลักษณะของตัวแปรการตัดสินใจ

ในตัวอย่างปัญหาการลงทุนนี้ เรามีข้อมูลทั้งหมดที่ต้องการพร้อมมูล แต่ในความเป็นจริง ปัญหาส่วนใหญ่จะไม่เป็นเช่นนั้น ในระหว่างขั้นตอนการระบุปัญหา เราอาจจะได้ข้อมูลบางส่วนที่ต้องการมาแล้ว และเมื่อเรากำลังพัฒนาแบบจำลอง เราอาจต้องการข้อมูลบางอย่างเพิ่มเติม ซึ่งบางครั้งเราอาจต้องใช้การประมาณค่า เนื่องจากข้อมูลบางส่วนอาจยังไม่ได้มีการรวบรวมเอาไว้ การได้มาซึ่งข้อมูลต่างๆ เหล่านี้อาจใช้เวลามากกว่าเวลาที่ใช้ในการพัฒนาแบบจำลองเสียอีก คำตอบจากแบบจำลองจะดีหรือไม่เพียงใด ส่วนหนึ่งก็ขึ้นอยู่กับความถูกต้องแม่นยำของบรรดาข้อมูลที่รวบรวมได้นี้

3. การหาคำตอบ

หลังจากได้แบบจำลองการตัดสินใจแล้ว ขั้นตอนต่อไปก็คือ การหาคำตอบให้กับแบบจำลอง โดยจะต้องได้ค่าของตัวแปรการตัดสินใจที่ทำให้ได้ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ดีที่สุด สำหรับตัวอย่างเรื่องการลงทุนนี้จะหมายถึง ค่าของ S และ B ที่ให้ผลตอบแทนรวมต่อปีสูงที่สุด ซึ่งวิธีการหาคำตอบนี้จะขึ้นอยู่กับรูปแบบหรือประเภทของแบบจำลอง ดังนั้น เราจะต้องทราบว่าแบบจำลองของเรานั้นเป็นเรื่องอะไร ควรจะใช้เทคนิควิธีการแก้ปัญหาใดจึงจะเหมาะสม วิธีการแก้ปัญหการวิจัยดำเนินงานอาจแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่มใหญ่ๆ ได้แก่

1. วิธีคำตอบที่ดีที่สุด (Optimal Methods) วิธีนี้จะทำการหาค่าให้กับตัวแปรการตัดสินใจ ภายใต้ข้อจำกัดต่างๆ ที่มีในแบบจำลอง เพื่อให้ได้ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ *ที่ดีที่สุด*
2. วิธีฮิวริสติก (Heuristic Methods) จะหาค่าให้กับตัวแปรการตัดสินใจ ซึ่งเป็นค่าที่ผ่านเกณฑ์ข้อจำกัดต่างๆ ของแบบจำลอง แต่อาจไม่ได้นำไปสู่ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ดีที่สุด แต่ก็ก็เป็นค่าที่ดีระดับหนึ่ง

วิธีอิวิริสติกเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีคำตอบที่ดีที่สุด เพราะให้คำตอบได้เร็วกว่าโดยเฉพาะกับปัญหามหาศาล แต่ที่เสียไปก็คือ คำตอบที่ได้จากวิธีอิวิริสติกอาจไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุด

แบบจำลองการตัดสินใจที่สร้างขึ้นมา จะมีความสัมพันธ์แนบแน่นกับขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหา ในปัจจุบัน ขั้นตอนวิธีส่วนใหญ่เหล่านี้ได้รับการพัฒนาขึ้นเป็นซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์สำเร็จรูป จึงทำให้สะดวกมากขึ้น อย่างไรก็ตาม เรายังจำเป็นต้องเรียนรู้ขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหการวิจัยดำเนินงานต่างๆ เหล่านั้น เพื่อให้สามารถปรับปรุงและพัฒนาซอฟต์แวร์ใหม่ๆ ที่มีประสิทธิภาพสูงมากขึ้นต่อไปได้ในอนาคต และการเรียนรู้ขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหานี้ ยังช่วยให้เราเข้าใจการทำงานของซอฟต์แวร์สำเร็จรูป และสามารถแปลผลที่ได้กลับไปสู่เนื้อความของปัญหาแรกเริ่มได้อย่างถูกต้อง ซึ่งเราจะต้องทำการพิจารณาคำตอบที่ได้ทุกครั้งว่าตรงตามที่ต้องการจริงหรือไม่

สมมติว่า เราได้คำตอบของแบบจำลองปัญหาการลงทุนข้างต้นเป็น

$$S = 0.75$$

$$B = 0.75$$

ซึ่งทำให้ได้ผลตอบแทนรวมต่อปีเท่ากับ

$$0.10S + 0.06B = (0.10 \times 0.75) + (0.06 \times 0.75) = 0.12$$

นั่นคือ สำหรับเงินแต่ละบาทที่ลงทุนไป เราจะได้ผลตอบแทนกลับมาเท่ากับ 0.12 บาท

4. การตรวจสอบคำตอบ

หลังจากได้คำตอบของแบบจำลองการตัดสินใจแล้ว เราจะต้องทำการตรวจสอบคำตอบที่ได้ทุกครั้ง เพื่อให้มั่นใจว่าค่าที่เราได้นั้นถูกต้อง และสามารถนำไปตอบปัญหาตั้งต้นที่ต้องการได้จริง เราจำเป็นต้องทำขั้นตอนนี้เนื่องจาก

- แบบจำลองการตัดสินใจอาจไม่สามารถครอบคลุมทุกขอบเขตของปัญหาจริง
- เพื่อให้สามารถสร้างแบบจำลองซึ่งเป็นวิธีเชิงปริมาณได้ เราอาจต้องละบางแง่มุมของปัญหา หรือทำให้ปัญหาซับซ้อนน้อยลง
- ข้อมูลอาจมีความผิดพลาดได้ ทั้งนี้ อาจเนื่องมาจากการประมาณค่า หรือจากการบันทึกข้อมูลลงคอมพิวเตอร์

ตัวอย่างการตรวจคำตอบ

เมื่อพิจารณาคำตอบที่ได้จากแบบจำลองคือ $S = 0.75$ และ $B = 0.75$ และตีความกลับไปปัญหาตั้งต้น จะพบว่าคำตอบนี้เป็นคำตอบที่เป็นไปไม่ได้ (Infeasible Solution) เนื่องจากเราไม่สามารถลงทุนในกองทุนหุ้นและกองทุนพันธบัตรเป็นสัดส่วน 75% พร้อมๆ กันได้ เพราะจะทำให้ผลรวมเกิน 100% แสดงว่าแบบจำลองที่สร้างขึ้นมานั้นมีบางสิ่งไม่ถูกต้อง หรือขาดตกบกพร่องเงื่อนไขบางอย่างไป

โดยทั่วไปถ้าคำตอบที่ได้จากแบบจำลองไม่สามารถนำไปปฏิบัติได้จริง เราต้องทำการตรวจสอบและปรับเปลี่ยนแบบจำลองเสียใหม่ให้ถูกต้อง ส่วนในกรณีที่เรากำลังจะเงื่อนไขบางอย่างของปัญหา เพื่อให้ปัญหาซับซ้อนน้อยลง และสามารถสร้างแบบจำลองได้ เราก็อาจต้องใช้ประสบการณ์และวิจารณญาณในการปรับเปลี่ยนคำตอบที่ได้จากแบบจำลองให้สอดคล้องกับปัญหาจริงที่ซับซ้อนกว่าได้

ในบางครั้ง แม้ว่าแบบจำลองและคำตอบที่ได้จะถูกต้องดีแล้ว แต่เราก็อาจจะยังไม่สามารถนำคำตอบนั้นไปปฏิบัติได้จริง เนื่องจากเหตุผลอื่นที่ไม่ได้เป็นเงื่อนไขอยู่ในแบบจำลอง เช่น ปัจจัยทางการเมือง หรือ ปัจจัยด้านพฤติกรรมขององค์กร ตัวอย่างเช่น สมมติให้คำตอบที่ได้จากแบบจำลองหนึ่งแนะนำว่า เพื่อให้ได้ต้นทุนการดำเนินงานรวมที่ต่ำที่สุด องค์กรจะต้องทำการย้ายคนงานบางส่วนจากกะกลางวันไปเป็นกะกลางคืน ซึ่งการเปลี่ยนแปลงเช่นนี้ อาจทำให้เกิดการต่อต้านจากกลุ่มคนงานที่ถูกกระทบได้

5. การปรับปรุงแก้ไขแบบจำลอง

หลังการตรวจสอบคำตอบและพบว่าไม่สามารถนำไปปฏิบัติได้จริง เราจะต้องหาสาเหตุที่ทำให้เป็นเช่นนั้นและกลับไปแก้ไขแบบจำลอง ซึ่งในปัญหาการลงทุนนี้ เงื่อนไขที่ขาดไปก็คือ การที่สัดส่วนการลงทุนรวมในทั้งสองกองทุนจะต้องเท่ากับ 100% ดังนั้นเราต้องเพิ่มข้อจำกัด

$$S + B = 1.0$$

นี้เข้าไปในแบบจำลอง จึงจะทำให้แบบจำลองถูกต้องและครอบคลุมเงื่อนไขของปัญหาได้ครบถ้วน ซึ่งจะทำให้ได้แบบจำลองใหม่ที่สมบูรณ์เป็นดังนี้

$$\text{Maximize } 0.10S + 0.06B$$

s.t.

$$S \leq 0.75$$

$$B \leq 0.75$$

$$S - 2B \leq 0$$

$$S + B = 1$$

$$S, B \geq 0$$

โดยคำตอบที่ได้จากแบบจำลองที่ปรับปรุงใหม่แล้วนี้คือ

$$S = 2/3$$

$$B = 1/3$$

ดังนั้น แผนการลงทุนที่ดีที่สุดได้แก่ การลงทุนในกองทุนหุ้นเป็นสัดส่วน 2/3 และกองทุนพันธบัตรเป็นสัดส่วน 1/3 ของเงินทั้งหมด โดยจะได้

$$\text{ผลตอบแทนรวม} = 0.10S + 0.06B$$

$$= (0.10) \cdot (2/3) + (0.06) \cdot (1/3)$$

$$= 0.08667 \text{ บาท}$$

นั่นคือ สำหรับเงินลงทุนแต่ละบาท เราคาดว่าจะได้รับผลตอบแทนกลับมาเท่ากับ 0.08667 บาท



เราอาจต้องทำการปรับปรุงแก้ไขแบบจำลองและการหาคำตอบใหม่นี้ซ้ำหลายครั้ง จนกว่าจะได้พบคำตอบที่ถูกต้องและนำไปปฏิบัติได้จริง

การใช้แบบจำลองการตัดสินใจและประโยชน์ที่ได้

เราได้เห็นแล้วว่า เราสามารถนำแบบจำลองการตัดสินใจมาช่วยแก้ปัญหาการลงทุนได้ โดยทั่วไปแล้ว องค์กรมักใช้แบบจำลองการตัดสินใจเพื่อช่วยในการทำงานอยู่สองระดับ ได้แก่ การตัดสินใจเชิงกลยุทธ์และการตัดสินใจเชิงปฏิบัติการ (Strategic and Operational Decisions)

การตัดสินใจเชิงกลยุทธ์เป็นการตัดสินใจเชิงนโยบาย ที่อาจส่งผลกระทบต่อทั้งองค์กรเป็นระยะเวลายาวนาน ในขณะที่การตัดสินใจเชิงปฏิบัติการเป็นการตัดสินใจที่เกี่ยวข้องกับการวางแผนระยะสั้น มักจะต้องมีการตัดสินใจซ้ำๆ ในลักษณะคล้ายเดิมอยู่เป็นประจำ

โดยสรุป แบบจำลองการตัดสินใจมีประโยชน์ ดังนี้

1. ช่วยหาแนวทางการตัดสินใจที่ดีที่สุด ภายใต้สภาวะการณ์บางอย่าง
2. ช่วยวิเคราะห์และประเมินผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลง โดยไม่ต้องลงมือปฏิบัติจริง ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายและเวลาในการทำงาน
3. ช่วยใน การวิเคราะห์ความไว (Sensitivity Analysis) ของคำตอบที่ดีที่สุด ซึ่งหมายถึง การพิจารณาว่าคำตอบที่ได้จากแบบจำลองจะเปลี่ยนไปอย่างไร ถ้าข้อมูลบางอย่างในปัญหามีการเปลี่ยนแปลง โดยมักจะมาจากการตั้งคำถามในรูป *จะเกิดอะไรขึ้นถ้า....? (What if...?)* ตัวอย่างเช่น จะเกิดอะไรขึ้นกับแผนการลงทุนที่ดีที่สุด ถ้ากองทุนหุ้นให้ผลตอบแทนเพียง 8% (จากเดิม 10%)?
4. เป็นกระบวนการที่ช่วยให้บรรลุวัตถุประสงค์โดยรวมขององค์กร เพราะแบบจำลองการตัดสินใจสามารถรวบรวมความต้องการและเงื่อนไขที่แตกต่างกันหลายๆ ฝ่ายในองค์กรเข้าไปในแบบจำลอง

ขั้นตอนการสร้างแบบจำลองการตัดสินใจ

ในหัวข้อนี้จะอธิบายถึงขั้นตอนและเทคนิคทั่วไปในการสร้างแบบจำลองการตัดสินใจ พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1.2 ปัญหาการวางแผนการผลิต

โรงงานเคมีแห่งหนึ่งผลิตสาร 2 ชนิด คือ A_1 และ A_2 ในกระบวนการผลิต สารแต่ละชนิดจะต้องผ่านแผนกการผสมและแผนกการทำสารให้บริสุทธิ์ โรงงานแห่งนี้เปิดทำงาน 40 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ โดยแผนกการผสมมีพนักงานประจำ 5 คน และมีพนักงานชั่วคราว อีก 2 คน ที่ทำงานเพียง 15 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ ผลผลิตสุทธิที่ได้จากการผสมจะต้องนำไปสกัดในแผนกการทำสารให้บริสุทธิ์ ซึ่งแผนกนี้มีพนักงานประจำ 6 คน และพนักงานชั่วคราวอีก 1 คน ซึ่งทำงานเพียง 10 ชั่วโมงต่อสัปดาห์

สมมติให้มีวัตถุดิบที่ใช้ในการผลิตสารทั้งสองนี้อย่างไม่จำกัด และให้สามารถขายสาร A_1 ได้อย่างไม่จำกัดเช่นกัน ในขณะที่ A_2 มียอดจำหน่ายสูงสุดไม่เกิน 120,000 แกลลอนต่อสัปดาห์ และผลกำไรของ A_1 และ A_2 เท่ากับ 0.30 และ 0.50 บาทต่อแกลลอน ตามลำดับ จงวางแผนการผลิตสารทั้งสองต่อสัปดาห์ เพื่อให้ได้กำไรรวมสูงสุด

กระบวนการแปลงปัญหาที่พบไปเป็นแบบจำลองการตัดสินใจ (Problem Formulation) มี 4 ขั้นตอนสำคัญ คือ

1. การระบุตัวแปร
2. การระบุข้อมูลของปัญหา
3. การระบุฟังก์ชันวัตถุประสงค์
4. การระบุข้อจำกัด

ซึ่งแต่ละขั้นตอนมีวิธีการทำงานโดยละเอียดดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การระบุตัวแปร (Identifying the Decision Variables)

ขั้นตอนแรกในการแปลงปัญหา คือ การระบุตัวแปรการตัดสินใจ โดยในตอนท้ายค่าของตัวแปรเหล่านี้จะเป็นคำตอบที่ต้องการของปัญหา ในข้อนี้ ข้อมูลที่จำเป็นต่อการผลิตในทั้งสองแผนก็คือ จำนวนของสาร A_1 และ A_2 ที่ต้องผลิตในแต่ละสัปดาห์

เนื่องจากเรายังไม่ทราบค่าของจำนวนสารที่จะผลิต จึงต้องกำหนดเป็นตัวแปรซึ่งจะอยู่ในรูปสัญลักษณ์อะไรก็ได้ แต่ก็ควรจะมีส่วนช่วยให้เราจำได้ว่า ตัวแปรนั้นแทนสิ่งใดในปัญหา สำหรับตัวอย่างนี้ เราจะกำหนดให้

A_1 = จำนวนของ A_1 ที่ผลิตในแต่ละสัปดาห์ ในหน่วยพันแกลลอน

A_2 = จำนวนของ A_2 ที่ผลิตในแต่ละสัปดาห์ ในหน่วยพันแกลลอน

สังเกตว่า หน่วยของตัวแปรการตัดสินใจแต่ละตัวจะต้องชัดเจน เช่น ในที่นี้คือ พันแกลลอน ไม่ใช่แกลลอน และก็ไม่ใช่ลิตร หากเรานิยามหน่วยตัวแปรไม่ดีพอ อาจทำให้แปลความหมายผิดไปได้ การระบุตัวแปรจะต้องถูกต้องตามความต้องการของปัญหาที่เราวิเคราะห์ อย่างไรก็ตาม ไม่มีกฎเกณฑ์ตายตัวในการกำหนดตัวแปร สำหรับปัญหาข้อเดียวกัน ผู้สร้างแบบจำลองแต่ละคนอาจกำหนดตัวแปรให้แตกต่างกันได้

ขั้นที่ 2 การระบุข้อมูลของปัญหา (Identifying the Problem Data)

เป้าหมายหลักของการแก้ปัญหาคือ การหาค่าที่ดีที่สุดให้กับตัวแปรการตัดสินใจ ดังนั้นเราต้องทราบข้อมูลที่เกี่ยวข้องของปัญหา เพื่อใช้ในการหาค่าตัวแปรนี้ เช่น ในโจทย์ปัญหาคือ เราต้องมีข้อมูลเกี่ยวกับ

- จำนวนชั่วโมงการทำงานในแผนการผสมและแผนการทำสารให้บริสุทธิ์
- ผลกำไรต่อหน่วยของสารแต่ละชนิด

ซึ่งเราสามารถคำนวณหาค่าต่างๆ เหล่านี้ได้ ดังต่อไปนี้

1. เนื่องจากแผนการผสมมีพนักงานประจำ 5 คน ทำงานคนละ 40 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ และพนักงานชั่วคราว 2 คน ทำงานคนละ 15 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ รวม

แล้วแผนการผสมจะมีเวลาทำงานทั้งสิ้นเท่ากับ $5(40) + 2(15) = 230$ ชั่วโมงต่อสัปดาห์

2. แผนกการทำสารให้บริสุทธิ์มีพนักงานประจำ 6 คน และพนักงานชั่วคราวซึ่งทำงานเพียง 10 ชั่วโมงต่อสัปดาห์อีก 1 คน รวมแล้วจะมีเวลาทำงานทั้งสิ้นในแผนกนี้เท่ากับ $6(40) + 1(10) = 250$ ชั่วโมงต่อสัปดาห์
3. แผนกบัญชีคำนวณผลกำไรของ A_1 ได้เท่ากับ 0.30 บาทต่อแกลลอน และของ A_2 ได้เท่ากับ 0.50 บาทต่อแกลลอน

ข้อมูลข้างต้นเหล่านี้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นจริง ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลการดำเนินงานจริง เราไม่สามารถควบคุมได้โดยตรง จะเป็นข้อมูลเข้าของแบบจำลองการตัดสินใจที่จะสร้างขึ้น

ขั้นที่ 3 การระบุฟังก์ชันวัตถุประสงค์

(Identifying the Objective Function)

ขั้นตอนต่อไปคือ การสร้างฟังก์ชันวัตถุประสงค์ให้อยู่ในรูปของตัวแปรการตัดสินใจและข้อมูลที่เกี่ยวข้อง โดยทั่วไปมี 3 ขั้นตอนย่อย คือ

1. ระบุวัตถุประสงค์ที่ต้องการให้ชัดเจน เช่นในตัวอย่างนี้ วัตถุประสงค์คือต้องการให้ผลกำไรรวมในแต่ละสัปดาห์จากการผลิตสาร A_1 และ A_2 มีค่ามากที่สุด
2. แยกวัตถุประสงค์รวมออกเป็น ผลรวม ผลต่าง หรือ ผลคูณของสิ่งที่เกี่ยวข้อง ในตัวอย่างนี้ ผลกำไรรวมมาจากการรวมผลกำไรจาก A_1 และ A_2 นั่นคือ

$$\text{ผลกำไรรวม} = \text{ผลกำไรของ } A_1 + \text{ผลกำไรของ } A_2$$

3. เขียนวัตถุประสงค์ในรูปฟังก์ชันของตัวแปรการตัดสินใจที่เกี่ยวข้อง รวมถึงข้อมูลอื่นๆ ของปัญหา

ในการทำขั้นตอนย่อยนี้ เราอาจต้องสมมติค่าให้แก่ตัวแปรเพื่อพิจารณาว่าควรจะคำนวณฟังก์ชันวัตถุประสงค์อย่างไร เช่น สมมติให้ค่าของ A_1 เท่ากับ 10,000

แกลลอน และค่าของ A_2 เท่ากับ 20,000 แกลลอน (นั่นคือ $A_1 = 10$, $A_2 = 20$ ในหน่วย พันแกลลอน) และจากการที่เราทราบว่า A_1 ให้ผลกำไร 0.3 บาทต่อแกลลอน และ A_2 ให้ผลกำไร 0.5 บาทต่อแกลลอน (ซึ่งเท่ากับ 300 บาท และ 500 บาทต่อพันแกลลอน ตามลำดับ) ดังนั้น เราจะคำนวณหาผลกำไรรวมได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\text{ผลกำไรจาก } A_1 &= 300(10) = 3,000 \\ + \text{ผลกำไรจาก } A_2 &= 500(20) = \underline{10,000} \\ \text{ผลกำไรรวม} &= \underline{13,000}\end{aligned}$$

อย่างไรก็ตาม จุดประสงค์ของการใช้ค่าเฉพาะของตัวแปรไม่ได้เพื่อต้องการทราบผลกำไรรวมของค่าเหล่านั้น หากแต่เพื่อช่วยพิจารณาว่า จะเขียนฟังก์ชันวัตถุประสงค์ออกมาในรูปของตัวแปรที่ไม่ทราบค่าได้อย่างไร จากตัวอย่างค่าของตัวแปรข้างต้น ทำให้เราสามารถเขียนผลกำไรรวมได้เป็นดังนี้

$$\begin{aligned}\text{ผลกำไรรวม} &= \text{ผลกำไรจาก } A_1 + \text{ผลกำไรจาก } A_2 \\ &= 300 A_1 + 500 A_2\end{aligned}$$

ซึ่งเราต้องการให้มียุทธศาสตร์ที่ดีที่สุด ดังนั้น จะได้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของปัญหาข้อนี้เป็น

$$\text{Maximize } 300 A_1 + 500 A_2$$

ขั้นที่ 4 การระบุข้อจำกัด (Identifying the Constrains)

เมื่อพิจารณาฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ได้จากขั้นที่ผ่านมา จะพบว่า ถ้าปัญหาไม่มีเงื่อนไขหรือข้อจำกัดใดๆ เลย ค่าของตัวแปรทั้งสองสามารถมีค่ามากเท่าไรก็ได้ ซึ่งก็จะทำให้ได้กำไรรวมมากมายมหาศาลตามขึ้นไปด้วย แต่ในความเป็นจริง ปัญหาส่วนใหญ่จะมีข้อจำกัดซึ่งจะเป็นตัวขัดขวางไม่ให้เราได้เป้าหมายที่ต้องการนั้น ข้อจำกัดหนึ่งที่เราได้ชี้ให้เห็นตัวอย่างนี้ก็คือ จำนวนชั่วโมงการทำงานของทั้งสองแผนกที่มีจำกัด จึงทำให้ค่าของตัวแปรทั้งสองต้องถูกจำกัดตามไปด้วย

โดยสรุป **ข้อจำกัด (Constraints)** หมายถึง เงื่อนไขของปัญหาที่เป็นตัวจำกัดและกำหนดค่าของตัวแปรการตัดสินใจ เป็นสิ่งที่ใช้เพื่อพิจารณาว่าค่าของตัวแปรเหล่านั้นเป็นคำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible Solution) ของปัญหาหรือไม่ ข้อจำกัดอาจแบ่งออกได้เป็น

1. ข้อจำกัดด้านกายภาพ (Physical Constraints) ตัวอย่างเช่น จำนวนชั่วโมงการทำงานในแผนการผลิตและแผนการทำให้สารบริสุทธิ์
2. ข้อจำกัดด้านการจัดการ (Managerial Constraints) เช่น ผู้บริหารอาจทำสัญญาปริมาณการผลิตที่แน่นอนตามความต้องการของลูกค้าไว้แล้ว
3. ข้อจำกัดจากภายนอก (External Constraints) เช่น เราจะไม่สามารถขาย A_2 ได้มากกว่า 120 พันแกลลอนต่อสัปดาห์ ดังนั้น เราจึงไม่มีความจำเป็นที่ต้องผลิตมากกว่านี้
4. ข้อจำกัดความสัมพันธ์แฝงระหว่างตัวแปร (Correlation Constraints) เช่น ในตัวอย่างปัญหาการลงทุนของปัญญา สัดส่วนของเงินลงทุนทั้งหมดจะต้องเท่ากับ 1
5. ข้อจำกัดเชิงตรรกะ (Logical Constraints) ของแต่ละตัวแปร เช่น จำนวนรถที่ผลิตจะต้องอยู่ในรูปจำนวนเต็ม หรือในตัวอย่างปัญหาข้อนี้ เราจะไม่สามารถผลิตสารแต่ละชนิดเป็นจำนวนลบได้

ข้อจำกัดด้านเวลาของแผนการผลิต (ข้อจำกัดด้านกายภาพ)

ข้อจำกัดในรูปทั่วไป

จำนวนชั่วโมงทั้งหมดที่ใช้ในการผลิตต้องไม่เกิน 230

การแยกส่วนข้อจำกัด (Decomposition)

จำนวนชั่วโมงที่ใช้สำหรับ A_1 + จำนวนชั่วโมงที่ใช้สำหรับ A_2 ต้องไม่เกิน 230

การเปลี่ยนให้อยู่ในรูปแบบคณิตศาสตร์ (Mathematical Formulation)

วิธีหนึ่งในการช่วยเขียนข้อจำกัดให้อยู่ในรูปแบบคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น ได้แก่ การใช้ตัวอย่างเชิงตัวเลข (Numerical Example) เข้ามาช่วย เช่น ถ้าสมมติให้ $A_1 = 15$ พันแกลลอน และ $A_2 = 10$ พันแกลลอน เราจะคิดหาจำนวนชั่วโมงทั้งสิ้นที่ใช้ในแผนการผสมได้อย่างไร

เพื่อที่จะตอบคำถามข้างต้น เราต้องทราบข้อมูลบางอย่างเพิ่มเติมคือ จำนวนชั่วโมงต่อพันแกลลอนที่ A_1 และ A_2 จะต้องใช้ในแผนการผสม ซึ่งตัวเลขที่จำเป็นเหล่านี้เป็นสิ่งที่ต้องหามาให้ได้ ในที่นี้ จะสมมติให้จำนวนชั่วโมงต่อพันแกลลอนที่ A_1 และ A_2 จะต้องใช้ในแผนการผสมและแผนการทำให้บริสุทธิ์ เป็นดังตารางต่อไปนี้

แผนงาน	A_1	A_2
การผสม	2	1
การทำให้บริสุทธิ์	1	2

ตารางแสดงจำนวนชั่วโมงที่ใช้ในแต่ละแผนงานต่อสารหนึ่งพันแกลลอน

ซึ่งเมื่อทำการคำนวณจำนวนชั่วโมงที่ใช้ในแผนการผสมจากค่าของ $A_1 = 15$ และ $A_2 = 10$ จะได้ว่า

จำนวนชั่วโมงสำหรับ 15 พันแกลลอน ของ $A_1 = 2(15) = 30$

และจำนวนชั่วโมงสำหรับ 10 พันแกลลอน ของ $A_2 = 1(10) = 10$

ดังนั้น จำนวนชั่วโมงทั้งหมดที่ใช้ในแผนการผสม $= 2(15) + 1(10)$
 $= 30 + 10 = 40$

การใช้ตัวอย่างเชิงตัวเลขจะช่วยให้เข้าใจว่า ควรเขียนข้อจำกัดในรูปทั่วไปเมื่อไม่ทราบค่าตัวแปร (เช่น A_1 และ A_2 ในตัวอย่างนี้) ได้อย่างไร จากการทดสอบด้วยตัวอย่างเชิงตัวเลขข้างต้น ทำให้เราแปลงข้อจำกัดนี้เป็นรูปแบบคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$2 A_1 + 1 A_2 \leq 230$$

ข้อจำกัดด้านเวลาของแผนการทำสารให้บริสุทธิ์ (ข้อจำกัดด้านกายภาพ)

ข้อจำกัดในรูปทั่วไป

จำนวนชั่วโมงทั้งหมดในการทำให้สารบริสุทธิ์ต้องไม่เกิน 250

การแยกส่วนข้อจำกัด

จำนวนชั่วโมงที่ใช้สำหรับ A_1 + จำนวนชั่วโมงที่ใช้สำหรับ A_2 ต้องไม่เกิน 250

การเปลี่ยนให้อยู่ในรูปแบบคณิตศาสตร์

$$1 A_1 + 2 A_2 \leq 250$$

ข้อจำกัดขอบเขต (ข้อจำกัดจากภายนอก)

A_2 มียอดจำหน่ายสูงสุดไม่เกิน 120,000 แกลลอน นั่นคือ $A_2 \leq 120$

ข้อจำกัดที่ไม่เป็นลบ (ข้อจำกัดเชิงตรรกะ)

ค่าของตัวแปรทั้งสองในข้อนี้ต้องไม่เป็นลบ นั่นคือมีค่าเป็นศูนย์หรือเป็นบวกเท่านั้น ดังนั้น

$$A_1 \geq 0 \text{ และ } A_2 \geq 0$$

หรืออาจเขียนเป็น $A_1, A_2 \geq 0$

ซึ่งเมื่อรวมทุกสิ่งเข้าด้วยกัน เราจะได้แบบจำลองการตัดสินใจของปัญหาการวางแผนการผลิตข้อนี้ ดังนี้

$$\text{Maximize } 300 A_1 + 500 A_2 \quad \text{ผลกำไรรวม}$$

ข้อจำกัด

$$2 A_1 + 1 A_2 \leq 230 \quad \text{ข้อจำกัดด้านเวลาในแผนการผลิต}$$

$$1 A_1 + 2 A_2 \leq 250 \quad \text{ข้อจำกัดด้านเวลาในแผนการตลาดให้บริษัท}$$

$$A_2 \leq 120 \quad \text{ข้อจำกัดด้านขอบเขตของสาร } A_2$$

$$A_1, A_2 \geq 0 \quad \text{ข้อจำกัดที่ไม่เป็นลบ}$$

เมื่อ A_1 = จำนวนการผลิตแต่ละสัปดาห์ของ A_1 (พันแกลลอน)

A_2 = จำนวนการผลิตแต่ละสัปดาห์ของ A_2 (พันแกลลอน)

ซึ่งเมื่อทำขั้นตอนการหาคำตอบเสร็จสิ้น จะได้ว่าคำตอบที่ดีที่สุดคือ

$$A_1 = 70$$

$$A_2 = 90$$

นั่นคือ แผนการผลิตที่จะให้ผลกำไรรวมสูงสุด ได้แก่การผลิต A_1 เป็นจำนวน 70,000 แกลลอน และผลิต A_2 เป็นจำนวน 90,000 แกลลอนต่อสัปดาห์

$$\begin{aligned} \text{โดยได้วัตถุประสงค์คือกำไรสูงสุด} &= 300 A_1 + 500 A_2 \\ &= 300 (70) + 500 (90) \\ &= 66,000 \text{ บาท} \end{aligned}$$

□

การจำแนกแบบจำลองการตัดสินใจ

หลังจากทำการแปลงปัญหาที่มีไปเป็นแบบจำลองการตัดสินใจแล้ว ขั้นตอนต่อไปก็คือต้องหาค่าของตัวแปรที่เป็นไปตามข้อจำกัดของปัญหา และให้ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ดีที่สุด ซึ่งโดยส่วนใหญ่ เรามักจะคิดวิธีการหาคำตอบนี้ ให้เป็นไปอย่างมีระบบระเบียบ มีการทำงานอย่างเป็นขั้นเป็นตอน และอาจมีการทำซ้ำหลายครั้งเพื่อให้ได้คำตอบที่ดีที่สุด ซึ่งเราจะเรียกวิธีการหาคำตอบแบบนี้ว่า *ขั้นตอนวิธี (Algorithm)*

ขั้นตอนวิธีจะสามารถแก้ปัญหาแบบจำลองการตัดสินใจได้ดีเพียงใดนั้น ขึ้นอยู่กับความแตกต่างของแต่ละขั้นตอนวิธี เราจะต้องเลือกขั้นตอนวิธีที่เหมาะสมกับลักษณะของแต่ละปัญหา โดยเราจะต้องทราบประเภท (Class) ของปัญหา ซึ่งในแต่ละประเภทก็จะมีขั้นตอนวิธีแบบต่างๆ ที่จะสามารถเลือกนำมาใช้แก้ปัญหานั้นได้

ในที่นี้ เราจะแบ่งประเภทของปัญหาตามคุณสมบัติเชิงคณิตศาสตร์แบบต่างๆ ซึ่งจะช่วยให้เราเข้าใจลักษณะปัญหา และสามารถเลือกใช้ขั้นตอนวิธีได้ถูกต้องและรวดเร็วมากขึ้น โดยอาจจำแนกประเภทของปัญหาได้ตามเกณฑ์ต่างๆ ดังนี้

1. การจำแนกตามลักษณะของข้อมูล

เมื่อพิจารณาตามลักษณะข้อมูลของปัญหา เราจะสามารถแบ่งปัญหาออกได้เป็นปัญหาเชิงกำหนด (Deterministic Problems) ซึ่งได้แก่ปัญหาที่มีข้อมูลแน่นอน และปัญหาสโตแคสติก (Stochastic Problems) ซึ่งได้แก่ปัญหาที่ข้อมูลมีความไม่แน่นอน ดังได้กล่าวไปแล้วในตอนต้นของบทนี้

2. การจำแนกตามข้อจำกัด

ในส่วนของปัญหาเชิงกำหนด เราสามารถจำแนกประเภทของปัญหาลงไปได้อีก โดยพิจารณาจากข้อจำกัดของปัญหา ซึ่งจะแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

- ปัญหาที่ไม่มีข้อจำกัด (Unconstrained Problems) หมายถึง ปัญหาที่มีแต่ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ไม่มีข้อจำกัดใดๆ เลย
 - ปัญหาที่มีข้อจำกัด (Constrained Problems) โดยแบ่งข้อจำกัดออกได้เป็น
-

- i) ข้อจำกัดเชิงเส้น (Linear Constraints) เมื่อข้อจำกัดของปัญหามีลักษณะเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น (Linear Function)
- ii) ข้อจำกัดไม่เชิงเส้น (Nonlinear Constraints) เมื่อข้อจำกัดของปัญหามีลักษณะเป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้น (Nonlinear Function)

3. การจำแนกตามฟังก์ชันวัตถุประสงค์

การจัดประเภทของปัญหาลักษณะของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ จะคล้ายกับการจำแนกข้อจำกัด นั่นคือ เราสามารถแบ่งฟังก์ชันวัตถุประสงค์ได้เป็นสองกลุ่มคือ

- วัตถุประสงค์เชิงเส้น (Linear Objective) เมื่อฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของปัญหามีลักษณะเป็นเชิงเส้น เช่น ตัวอย่างที่ 1.2 ข้างต้น ที่มีวัตถุประสงค์ $\text{Maximize } f(A_1, A_2) = A_1 + 500 A_2$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น
- วัตถุประสงค์ไม่เชิงเส้น (Nonlinear Objective) เมื่อฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้น เช่น เมื่อให้ L , H , และ W คือ ตัวแปรการตัดสินใจ ตัวอย่างเช่น

$$\text{Maximize } 0.004 LW + 0.005LH + 0.006 HW$$

ฟังก์ชันนี้เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้น เนื่องจากมีการคูณกันของตัวแปรสองตัว

หรือ

$$\text{Maximize } 0.004 L^2 + 0.005H + 0.006 W$$

ฟังก์ชันนี้ก็เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้น เนื่องจากมีตัวแปรที่ยกกำลังสอง

4. การจำแนกตามตัวแปร

การจำแนกปัญหาแบบสุดท้าย จะแบ่งตามคุณสมบัติพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของตัวแปร ได้แก่ คุณสมบัติการแบ่งได้ (Divisibility) ซึ่งในทางทฤษฎี หมายความว่าเราสามารถจะกำหนดค่าตัวเลขเศษส่วนหรือเลขที่มีทศนิยมให้แก่ตัวแปรนั้นได้ เช่น ตัวแปร A_1 และ A_2 ในตัวอย่างที่ 1.2 นี้ เนื่องจากเป็นไปได้ที่จะผลิตสาร A_1 และ A_2 เป็น

จำนวน 55.60 และ 77.70 แกลลอน ดังนั้นตัวแปรในตัวอย่างที่ 1.2 ทุกตัวจึงมีคุณสมบัติการแบ่งได้

ในทางตรงกันข้าม หากเป็นปัญหาการผลิตรถยนต์ ตัวแปรการตัดสินใจที่แทนจำนวนรถยนต์ที่ผลิตจะไม่มีคุณสมบัติการแบ่งได้ เนื่องจากค่าของตัวแปรนี้จะต้องเป็นจำนวนเต็มเท่านั้น คุณสมบัติการแบ่งได้นี้ ทำให้เราสามารถแบ่งแบบจำลองออกได้เป็น 2 กลุ่ม คือ

- **ตัวแปรแบบต่อเนื่อง (Continuous Variable)** ปัญหาที่มีตัวแปรทุกตัวเป็นไปตามคุณสมบัติการแบ่งได้ นั่นคือสามารถรับค่าที่เป็นทั้งจำนวนเต็มและทศนิยมได้
- **ตัวแปรแบบจำนวนเต็ม (Integer หรือ Discrete Variable)** ปัญหาที่ตัวแปรอย่างน้อยหนึ่งตัวไม่มีคุณสมบัติการแบ่งได้ นั่นคือ ตัวแปรนั้นจะต้องรับค่าที่เป็นจำนวนเต็มเท่านั้น

ตัวอย่างเพิ่มเติม

ตัวอย่างที่ 1.3

โรงงานทำไร่น้อยผลิตสินค้า 3 ชนิดคือ A , B , และ C โดยต้องผ่านแผนงานฝ่ายต่างๆ รวมทั้งสิ้น 3 แผนก สินค้าแต่ละชนิดใช้เวลาในแผนกที่ 1, 2 และ 3 แตกต่างกันดังแสดงในตารางข้างล่าง นอกจากนั้น ตารางนี้ยังแสดงอัตราค่าแรงต่อชั่วโมงของพนักงานในแต่ละแผนก ราคาขายสินค้าต่อหน่วย และราคาวัตถุดิบต่อหน่วยสินค้า (ไม่ใช่ต่อหน่วยวัตถุดิบ) จงสร้างแบบจำลองการตัดสินใจเพื่อหาแผนการผลิตต่อสัปดาห์ที่จะให้กำไรรวมสูงสุด โดยที่แต่ละแผนกทำงาน 128 ชั่วโมง/สัปดาห์ และสมมติให้โรงงานสามารถขายสินค้าทุกหน่วยที่ผลิตได้ทั้งหมด

	สินค้า A	สินค้า B	สินค้า C	ค่าแรง (บาท/ชั่วโมง)
แผนกที่ 1 (นาทิต่อหน่วย)	12	7	8	40
แผนกที่ 2 (นาทิต่อหน่วย)	8	9	4	40
แผนกที่ 3 (นาทิต่อหน่วย)	5	10	7	30
ราคาขาย (บาทต่อหน่วย)	50	40	50	
ราคาวัตถุดิบ (บาทต่อหน่วย)	20	10	20	

ตารางแสดงข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการผลิตของโรงงานทำไร่น้อย

วิธีทำ

ขั้นตอนการระบุตัวแปร จะกำหนดให้

A = จำนวนหน่วยของสินค้า A ที่จะทำการผลิต

B = จำนวนหน่วยของสินค้า B ที่จะทำการผลิต

C = จำนวนหน่วยของสินค้า C ที่จะทำการผลิต

สำหรับโจทย์ข้อนี้ เนื่องจากมีข้อมูลเวลาอยู่ทั้งในรูปชั่วโมงและนาที เราจึงจะต้องทำการเปลี่ยนให้อยู่ในหน่วยเดียวกันก่อน ในที่นี้ จะทำการเปลี่ยนเป็นหน่วยที่เล็กกว่าคือนาที ดังนั้นในแต่ละสัปดาห์ แต่ละแผนกจะมีเวลาทั้งสิ้น

$$= 128(60) = 7,680 \text{ นาที}$$

และเนื่องจากวัตถุประสงค์ของเราคือ ต้องการหาแผนการผลิตต่อสัปดาห์ที่จะทำให้ได้กำไรรวมสูงสุด โดยทราบว่า

$$\text{กำไรรวม} = \text{กำไรจากสินค้า } A + \text{กำไรจากสินค้า } B + \text{กำไรจากสินค้า } C$$

ซึ่งกำไรของสินค้าแต่ละชนิดจะคิดได้จาก กำไรต่อหน่วยคูณกับจำนวนหน่วยที่ขายได้ และกำไรต่อหน่วยจะคิดจาก ราคาขายต่อหน่วยหักออกด้วยราคาวัตถุดิบและค่าแรงต่อหน่วยของสินค้า โดยค่าแรงต่อหน่วยของสินค้าแต่ละชนิดจะคิดจาก เวลาที่ใช้ในแต่ละแผนกคูณด้วยค่าแรงต่อหน้าที่ของแต่ละแผนก เช่น

$$\begin{aligned} \text{ค่าแรงต่อหน่วยของสินค้า } A = & (\text{จำนวนนาฬิกาที่ใช้ในแผนกที่ 1})(\text{ค่าแรงต่อหน้าที่}) + \\ & (\text{จำนวนนาฬิกาที่ใช้ในแผนกที่ 2})(\text{ค่าแรงต่อหน้าที่}) + \\ & (\text{จำนวนนาฬิกาที่ใช้ในแผนกที่ 3})(\text{ค่าแรงต่อหน้าที่}) \end{aligned}$$

โดยค่าแรงต่อหน้าที่มีค่าเท่ากับค่าแรงต่อชั่วโมงหารด้วย 60 ดังนั้น เราจึงได้ว่า
กำไรต่อหน่วยของสินค้า A

$$\begin{aligned} &= \text{ราคาขายต่อหน่วยของสินค้า } A - \text{ราคาวัตถุดิบต่อหน่วยของสินค้า } A \\ &\quad - \text{ค่าแรงต่อหน่วยของสินค้า } A \\ &= 50 - 20 - [12(40/60) + 8(40/60) + 5(30/60)] \\ &= 50 - 20 - 12(0.67) - 8(0.67) - 5(0.5) \\ &= 30 - 13.4 - 2.5 = 14.10 \text{ บาท} \end{aligned}$$

ด้วยวิธีเดียวกัน จะได้ว่า

กำไรต่อหน่วยของสินค้า B

$$\begin{aligned} &= \text{ราคาขายต่อหน่วยของสินค้า B} - \text{ราคาวัตถุดิบต่อหน่วยของสินค้า B} \\ &\quad - \text{ค่าแรงต่อหน่วยของสินค้า B} \\ &= 40 - 10 - 7(0.67) - 9(0.67) - 10(0.5) \\ &= 30 - 10.72 - 5 = 14.28 \text{ บาท} \end{aligned}$$

และกำไรต่อหน่วยของสินค้า C

$$\begin{aligned} &= \text{ราคาขายต่อหน่วยของสินค้า C} - \text{ราคาวัตถุดิบต่อหน่วยของสินค้า C} \\ &\quad - \text{ค่าแรงต่อหน่วยของสินค้า C} \\ &= 50 - 20 - 8(0.67) - 4(0.67) - 7(0.5) \\ &= 30 - 8.04 - 3.5 = 18.46 \text{ บาท} \end{aligned}$$

เนื่องจากเวลาการทำงานในแต่ละสัปดาห์ของแต่ละแผนกมีเพียง 128 ชั่วโมง หรือเท่ากับ $128(60) = 7,680$ นาที ซึ่งหมายความว่า เวลาที่จะสามารถใช้ได้สำหรับการผลิตสินค้าทุกชนิดในแต่ละแผนกต้องไม่เกิน 7,680 นาที

โดยเวลาในการผลิตสินค้าทุกชนิดของแผนกที่ 1 หาได้จากเวลาในการผลิตสินค้า A หนึ่งหน่วยในแผนกที่ 1 คูณด้วยจำนวนหน่วยของสินค้า A ที่จะทำการผลิต รวมกับเวลาในการผลิตสินค้า B ต่อหน่วยสินค้าแผนก 1 คูณด้วยจำนวนหน่วยของสินค้า B ที่จะทำการผลิต รวมกับเวลาในการผลิตสินค้า C ต่อหน่วยสินค้าแผนก 1 คูณด้วยจำนวนหน่วยของสินค้า C ที่จะทำการผลิต นั่นคือ

$$\text{เวลาในการผลิตสินค้าของแผนกที่ 1} = 12A + 7B + 8C$$

ดังนั้น ข้อจำกัดด้านเวลาในการผลิตสินค้าของแผนกที่ 1 คือ

$$12A + 7B + 8C \leq 7,680$$