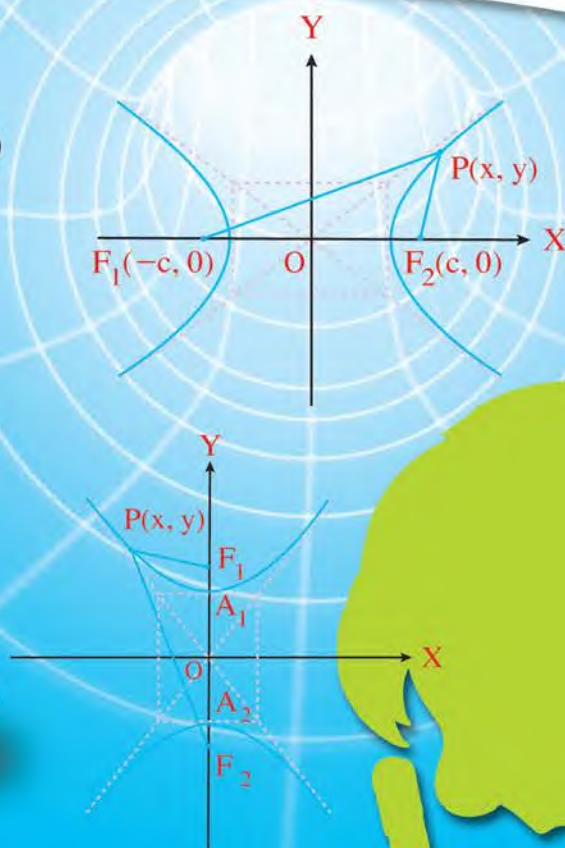




คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม

- 📖 **ครอบคลุมเนื้อหาสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.4** เข้าใจง่าย ตรงประเด็น
- 📖 **ดูใจกับแบบทดสอบพร้อมเฉลย** ผู้ใช้สามารถประเมินผลได้ด้วยตนเอง
- 📖 **เหมาะสำหรับเตรียมความพร้อมในการสอบเก็บคะแนน สอบกลางภาค สอบปลายภาค และเพิ่มความมั่นใจก่อนลงสนามสอบ O-NET**

ม.4

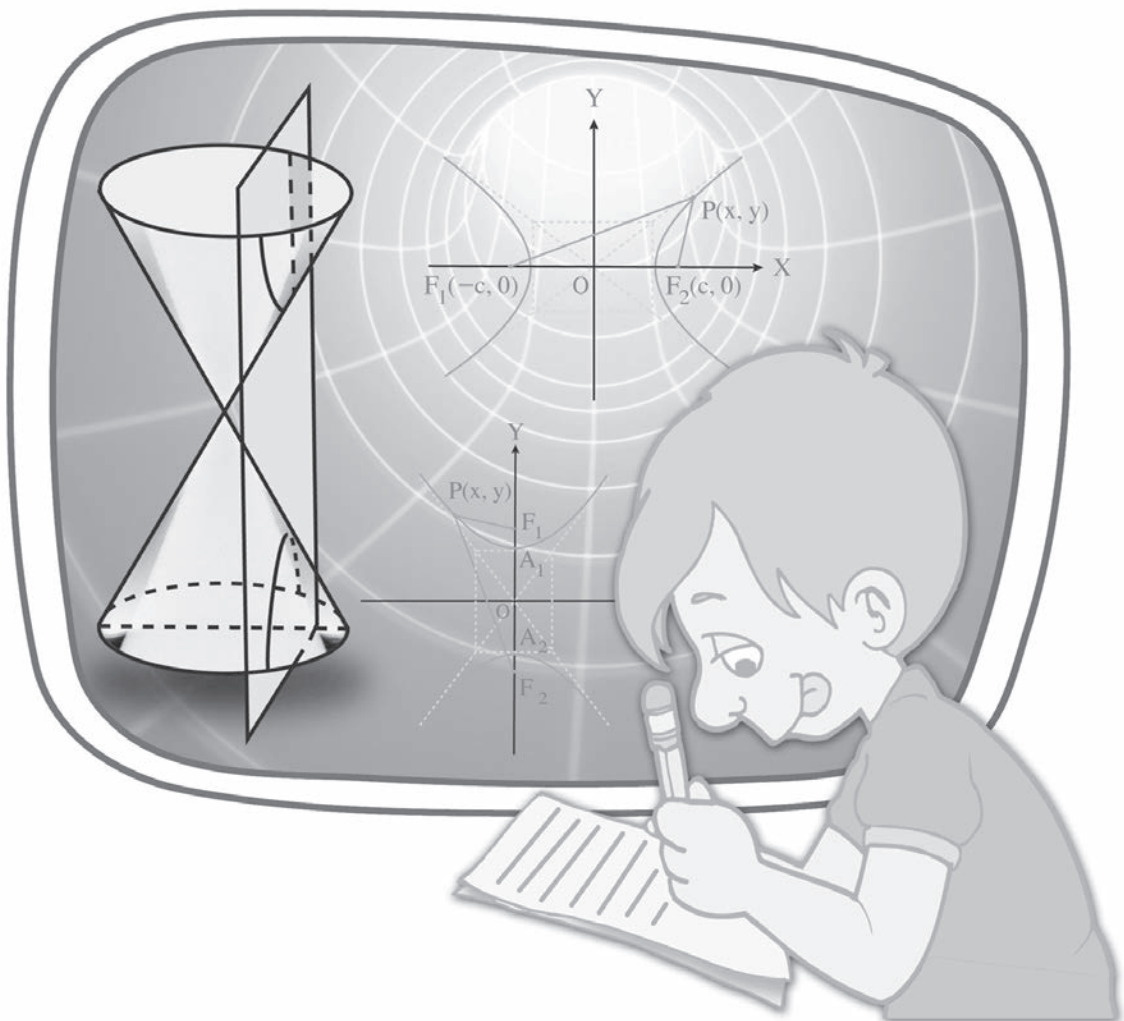




ชยันก่อนสอบ

คณิตศาสตร์พื้นฐาน

และเพิ่มเติม ม.4



ขยันก่อนสอบ

คณิตศาสตร์พื้นฐาน

และเพิ่มเติม ม.4

ปรีชา ไชยเพชร.

ขยันก่อนสอบ คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.4 -- กรุงเทพฯ : แม็ค, 2551.
276 หน้า.

1. คณิตศาสตร์--การศึกษาและการสอน (มัธยมศึกษา).

2. คณิตศาสตร์--คำถามและคำตอบ.

I. ชื่อเรื่อง.

510.76

ISBN 978-974-412-370-1

จัดพิมพ์และจัดจำหน่ายโดย



บริษัท สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด

MAC PRESS CO., LTD.

ผู้เขียน

: ปรีชา ไชยเพชร

การสั่งซื้อ

: ส่งอนาณัติสั่งจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว ในนาม บริษัท สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด
เลขที่ 9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว แขวงจันทระเกษม
เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900
☎ : 0-2938-2022-7 FAX : 0-2938-2028
E-mail : macpress@MACeducation.com
www.MACeducation.com

ราคาจำหน่าย

: 90 บาท

สงวนลิขสิทธิ์

: กรกฎาคม 2551

พิมพ์ที่

: โรงพิมพ์เพิ่มทรัพย์การพิมพ์ ☎ 0-2911-2170#0

(สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามลอกเลียน ไม่ว่าจะเป็นส่วนหนึ่งส่วนใดของหนังสือเล่มนี้ นอกจากจะได้รับอนุญาต)



ขยันทอนสอบ คณิศาสตร์พื้นฐานและเพิมเติม ม.4 เล่มนี้จัดทำขึ้นตาม กรอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของกระทรวงศึษาธิการ โดย มีวัตถุประสงค์เพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนเนื้อหา และฝึกทำโจทย์ทดสอบที่หลากหลาย เพื่อเตรียมความพร้อมและสร้างความมั่นใจก่อนสอบเก็บคะแนนสอบกลางภาค สอบ ปลายภาค และเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้นไป

บริษัท สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะอำนวยความสะดวกให้แก่ นักเรียนที่ตั้งใจทบทวนเนื้อหาและฝึกทำโจทย์ทดสอบเป็นประจำ และ เหมาะสำหรับครู ผู้ปกครอง ที่ต้องการเสริมความรู้เพิ่มเติมนอกเหนือจากบทเรียนให้ แก่บุตรหลาน และขอให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการสอบทุกคน

บริษัท สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด



บทที่ 1	เซต	1
	- แผนภาพของเวนน-ออยเลอร์	4
	- แบบฝึกหัด	7
บทที่ 2	ตรรกศาสตร์เบื้องต้น	11
	- การเชื่อมประพจน์	11
	- การหาค่าความจริงของประพจน์ย่อย เมื่อกำหนดค่าความจริงของประพจน์ผสม (ประพจน์เชิงประกอบ) มาให้	15
	- รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกัน	17
	- สัจนิรันดร์	18
	- การอ้างเหตุผล	20
	- ประโยคเปิด	22
	- ตัวบ่งปริมาณ	22
	- แบบฝึกหัด	24
บทที่ 3	การให้เหตุผล	27
	- การให้เหตุผลแบบอุปนัย	27
	- การให้เหตุผลแบบนิรนัย	28
	- การตรวจสอบความสมเหตุสมผล	28
	- แบบฝึกหัด	31
บทที่ 4	ระบบจำนวนจริง (ตอนที่ 1)	34
	- จำนวนจริง	34
	- สมบัติของระบบจำนวนจริง	35
	- การลบและการหารจำนวนจริง	38
	- การแยกตัวประกอบของพหุนาม	39

- ทฤษฎีบทเศษเหลือและทฤษฎีบทตัวประกอบสำหรับใช้แยกตัวประกอบพหุนาม	43
- การแก้สมการของพหุนามตัวแปรเดียว	46
- แบบฝึกหัด	48
บทที่ 5 ระบบจำนวนจริง (ตอนที่ 2)	50
- สมบัติการไม่เท่ากัน	50
- ช่วง	52
- อสมการ	53
- การแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว	55
- การแก้สมการและอสมการของเศษส่วนของพหุนามตัวแปรเดียว	62
- การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง	66
- ค่าสัมบูรณ์	67
- การแก้สมการและอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์	68
- แบบฝึกหัด	71
บทที่ 6 เลขยกกำลัง	74
- รากที่ n ของจำนวนจริง	74
- การหาผลบวก, ผลต่าง, ผลคูณ และผลหารของจำนวนในรูปกรณฑ์	75
- เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	76
- การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง	77
- การแก้สมการในรูปที่มีเลขยกกำลังที่ฐานเป็นค่าคงตัวและเลขชี้กำลังเป็นพหุนามตัวแปรเดียว	78
- แบบฝึกหัด	78
บทที่ 7 ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น	81
- การหารลงตัว	81
- ขั้นตอนวิธีการหาร	82
- จำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ	87
- ตัวหารร่วมมาก	89
- ตัวคูณร่วมน้อย	94
- แบบฝึกหัด	97

บทที่ 8	ฟังก์ชัน (ตอนที่ 1)	99
	- คู่อันดับแลผลคูณคาร์ทีเซียน	99
	- ความสัมพันธ์	101
	- โดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์	102
	- การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ r ที่กำหนดด้วยกราฟ	105
	- ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง	106
	- ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลา	107
	- อินเวอร์สของความสัมพันธ์	110
	- ฟังก์ชัน	111
	- แบบฝึกหัด	115
บทที่ 9	ฟังก์ชัน (ตอนที่ 2)	118
	- ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	118
	- การดำเนินการของฟังก์ชัน	119
	- ฟังก์ชันผกผันและฟังก์ชันประกอบ	120
	- แบบฝึกหัด	123
บทที่ 10	เรขาคณิตวิเคราะห์ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิต	126
	- ระบบพิกัดฉาก	126
	- ความสัมพันธ์ระหว่างจุดสองจุด	126
	- เส้นตรง	126
	- ความสัมพันธ์ระหว่างจุดกับเส้นตรง	131
	- ความสัมพันธ์ระหว่างจุดสามจุด	131
	- ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นตรงสองเส้น	132
	- การขนานกันของเส้นตรง	132
	- แบบฝึกหัด	133
บทที่ 11	ภาคตัดกรวย	136
	- การเลื่อนแกนทางขนาน	136
	- วงกลม	137
	- วงรี	139

- พาราโบลา	142
- ไฮเพอร์โบลา	146
- แบบฝึกหัด	151
บทที่ 12 อัตราส่วนตรีโกณมิติ	154
- ความหมายและบทนิยามของอัตราส่วนตรีโกณมิติ	154
- อัตราส่วนตรีโกณมิติ 30° , 45° , 60°	155
- การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ	157
- แบบฝึกหัด	158
บทที่ 13 เมทริกซ์และระบบสมการเชิงเส้น	160
- ความหมายและบทนิยามของเมทริกซ์	160
- การเท่ากันของเมทริกซ์	161
- การบวกเมทริกซ์และการคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์	161
- การคูณเมทริกซ์กับเมทริกซ์	163
- เมทริกซ์สลับเปลี่ยน	164
- ดีเทอร์มิแนนต์	165
- อินเวอร์สการคูณเมทริกซ์จัตุรัส	169
- การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น	171
- แบบฝึกหัด	174
แบบทดสอบชุดที่ 1	177
แบบทดสอบชุดที่ 2	182
เฉลย	189





เซต

เซต คือกลุ่มของสิ่งต่างๆ ที่เราสนใจ และเมื่อกล่าวถึงกลุ่มใดแล้วสามารถทราบได้แน่นอนว่าสิ่งใดอยู่ในกลุ่มและสิ่งใดไม่อยู่ในกลุ่ม วัตถุหรือสิ่งของแต่ละตัวที่อยู่ในเซต เรียกว่า “สมาชิกของเซต (element)”

นิยมแทนเซตด้วยอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C, D, ... เช่น

A เป็นเซตของจำนวนเฉพาะ

B เป็นเซตของตัวอักษรภาษาอังกฤษในคำว่า MATH

การเขียนเซต

อาจเขียนได้ 2 แบบ ดังนี้

1. **แบบแจกแจงสมาชิก** โดยเขียนสมาชิกทุกตัวของเซตลงในเครื่องหมายวงเล็บปีกกา และใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว เช่น $\{1, 2, 3, 5\}$ มีจำนวนสมาชิก 4 ตัว, $\{0\}$ มีจำนวนสมาชิก 1 ตัว, $\{\}$ มีจำนวนสมาชิก 0 ตัว เป็นต้น

เซตที่มีจำนวนสมาชิก 0 ตัว หรือไม่มีจำนวนสมาชิก เรียกว่า “เซตว่าง (empty set หรือ null set)” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\{\}$ หรือ $\emptyset$

2. **แบบกำหนดเงื่อนไขของสมาชิก** โดยสมมติตัวแปรขึ้นมา 1 ตัว เป็นตัวแทนของสมาชิกในเซต พร้อมทั้งเขียนอธิบายเงื่อนไขของสมาชิกในรูปตัวแปรนั้นหลังเครื่องหมาย “|” ซึ่งแทน คำว่า “โดยที่”

เช่น $A = \{x | x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่ } x+5 < 10\}$

$B = \{x | x \text{ เป็นชื่อวันในหนึ่งสัปดาห์}\}$

สมาชิกของเซต

สิ่งที่อยู่ในเซตแต่ละตัว เรียกว่า **สมาชิกของเซต** ดังนั้น คำว่า “เป็นสมาชิก” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\in$ และคำว่า “ไม่เป็นสมาชิก” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\notin$

เช่น กำหนด $A = \{-10, 5\}$

จะเห็นว่า $-10 \in A$, $5 \in A$, $8 \notin A$

เซตจำกัดและเซตอนันต์

- เซตที่มีจำนวนสมาชิกเป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์ เรียกว่า “เซตจำกัด”
- เซตที่ไม่เป็นเซตจำกัด เรียกว่า “เซตอนันต์”
- จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด A ใดๆ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $n(A)$

เช่น $A = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$ เป็นเซตจำกัด

และ $n(A) = 50$

$B = \{1, 2, 3, \dots\}$ เป็นเซตอนันต์

ข้อตกลงเกี่ยวกับเซต

- เซตว่างเป็นเซตจำกัด
- นิยมเขียนสมาชิกแต่ละตัวของเซตเพียงครั้งเดียว เช่น เซตของพยัญชนะที่อยู่ในคำว่า “กรรมกร” คือ {ก, ร, ม}

- เซตของจำนวนที่มักจะกล่าวถึงเสมอ และใช้กันทั่วไป มีดังนี้

I^+ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก คือ $\{1, 2, 3, \dots\}$

I^- เป็นเซตของจำนวนเต็มลบ คือ $\{-1, -2, -3, \dots\}$

I เป็นเซตของจำนวนเต็ม คือ $\{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$

N เป็นเซตของจำนวนนับ คือ $\{1, 2, 3, \dots\}$

เซตที่เท่ากัน

เซต A เท่ากับเซต B หมายถึง สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

เช่น $A = \{4, 5, 6, 7\}$

$B = \{x|x \text{ เป็นจำนวนนับ และ } 3 < x < 8\}$

$C = \{y|y \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } 4 \leq y \leq 7\}$

จะได้ว่า $A = B = C$

เอกภาพสัมพัทธ์

การเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกจะต้องกำหนดเซตขึ้นมาหนึ่งเซตเรียกว่า “เอกภาพสัมพัทธ์” เขียนแทนด้วย สัญลักษณ์ u โดยมีข้อตกลงว่า เมื่อกล่าวถึงสมาชิกของเซตใดๆ จะไม่กล่าวถึงสิ่งอื่นที่นอกเหนือจากสมาชิกในเอกภาพสัมพัทธ์

เช่น กำหนด u คือเซตของจำนวนจริง

$A = \{x|x^2 = 9\}$

$B = \{x|(x+2)(x-5) = 0\}$

จะได้ $A = \{-3, 3\}$ และ $B = \{-2, 5\}$

แต่ถ้ากำหนด u คือเซตของจำนวนเต็มบวก

จะได้ $A = \{3\}$ และ $B = \{5\}$

หมายเหตุ ถ้ากล่าวถึงเซตของจำนวนและไม่ได้กำหนดว่าเซตใดเป็นเอกภาพสัมพัทธ์ ในระดับชั้นนี้ให้ถือว่าเอกภาพสัมพัทธ์คือเซตของจำนวนจริง

สับเซต

● ถ้าสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B แล้ว จะเรียกว่า A เป็นสับเซตของ B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \subset B$ อ่านว่า เอเป็นสับเซตของบี

● ถ้ามีสมาชิกของเซต A บางตัว (อย่างน้อยหนึ่งตัว) ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B แล้ว จะเรียกว่า A ไม่เป็นสับเซตของ B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \not\subset B$ อ่านว่า เอไม่เป็นสับเซตของบี

$$\text{เช่น } A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{1, 4, 5\}$$

$$C = \{0, 1, 2, 3, 5\}$$

$$\text{จะได้ว่า } B \subset A \text{ แต่ } A \not\subset B$$

$$B \not\subset C \text{ และ } C \not\subset B$$

$$A \not\subset C \text{ และ } C \not\subset A$$

ข้อสังเกตเกี่ยวกับสับเซต

1. เซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต นั่นคือ ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้ว $\phi \subset A$
2. เซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเอง นั่นคือ ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้ว $A \subset A$
3. สับเซตของเซตว่างมีเพียงเซตเดียวคือเซตว่าง
4. ถ้าจำนวนสมาชิกของเซต A มี k ตัว จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A เท่ากับ 2^k เซต

นั่นคือ ถ้า A เป็นเซตจำกัด และ $n(A) = k$

จำนวนสับเซตของ A เท่ากับ 2^k เซต

เช่น สับเซตของ ϕ มี $2^0 = 1$ เซต ได้แก่ ϕ

สับเซตของ $\{5\}$ มี $2^1 = 2$ เซต ได้แก่ $\phi, \{5\}$

สับเซตของ $\{1, 2\}$ มี $2^2 = 4$ เซต ได้แก่ $\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$

5. ถ้า $n(A) = k$ แล้ว

- จำนวนสับเซตของ A เท่ากับ 2^k เซต
- จำนวนสับเซตไม่แท้ของ A เท่ากับ 1 เซต คือเซต A
- จำนวนสับเซตแท้ของ A เท่ากับ $2^k - 1$ เซต

6. ถ้า $A = B$ แล้ว $A \subset B$ และ $B \subset A$

7. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset A$ แล้ว $A = B$ (เมื่อ A และ B เป็นเซต)

เพาเวอร์เซต

กำหนดเซต A จะเรียกเซตของสับเซตทั้งหมดของ A ว่า “เพาเวอร์เซตของ A” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$P(A)$

นั่นคือ $P(A) = \{x | x \subset A\}$

เช่น ถ้า $A = \phi$ แล้ว $P(A) = \{\phi\}$

ถ้า $A = \{a\}$ แล้ว $P(A) = \{\phi, \{a\}\}$

ถ้า $A = \{a, b\}$ แล้ว $P(A) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

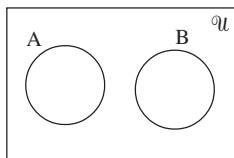
ข้อสังเกตเกี่ยวกับเพาเวอร์เซต

1. $\phi \in P(A)$
2. $A \in P(A)$
3. $\phi \subset P(A)$
4. $P(\phi) = \{\phi\}$
5. $P(A) \neq \phi$
6. ถ้า A มีสมาชิก k ตัว แล้ว $P(A)$ จะมีสมาชิก 2^k ตัว
7. $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $P(A) \subset P(B)$
8. $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$
9. $P(A) \cup P(B) \subset P(A \cup B)$
10. $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ หรือ $B \subset A$

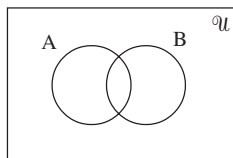
แผนภาพของเวนน-ออยเลอร์



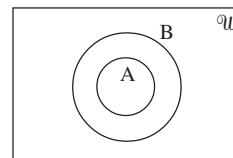
การเขียนแผนภาพแทนเซตช่วยแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น และชื่อของแผนภาพมาจากชื่อของนักคณิตศาสตร์ 2 ท่าน คือ “เวนนและออยเลอร์” การเขียนภาพมักจะแทน U ด้วยรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือรูปปิดใดๆ ส่วนสับเซตของ U แทนด้วยวงกลม วงรี หรือรูปปิดใดๆ ใน U ดังรูป



(1)



(2)



(3)

รูปที่ (1) แสดงว่า A, B เป็นสับเซตของ U และไม่มีสมาชิกร่วมกัน

รูปที่ (2) แสดงว่า A, B เป็นสับเซตของ U และมีสมาชิกบางตัวร่วมกัน

รูปที่ (3) แสดงว่า A, B เป็นสับเซตของ U และ $A \subset B$

การดำเนินการบนเซต

การดำเนินการบนเซตมี 4 ชนิด ดังต่อไปนี้

1. ยูเนียน (union)

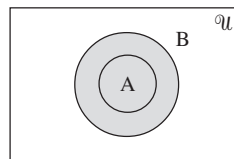
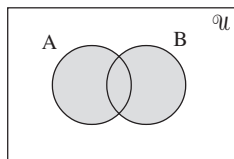
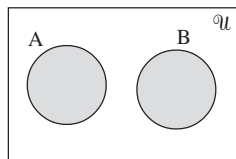
ยูเนียนของเซตตั้งแต่สองเซตขึ้นไป จะได้เซตใหม่ที่มีสมาชิกมาจากเซตเหล่านั้นทั้งหมด

ยูเนียนของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \cup B$

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$$

ข้อความที่เขียนว่า $x \in A$ หรือ $x \in B$ หมายถึง x เป็นสมาชิกของ A หรือของ B อย่างน้อยหนึ่งเซต หรืออาจจะเป็นสมาชิกของทั้งสองเซตพร้อมกัน

แผนภาพ เวนน์-ออยเลอร์ แสดง $A \cup B$ เป็นดังบริเวณที่แรเงา



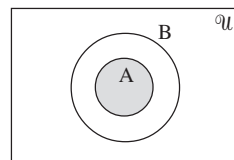
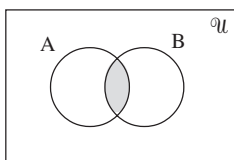
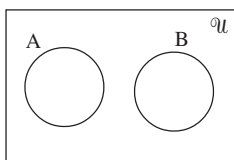
2. อินเตอร์เซกชัน (intersection)

อินเตอร์เซกชันของเซตตั้งแต่สองเซตขึ้นไป จะได้เซตใหม่ที่มีสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกที่อยู่ร่วมกันของทุกๆ เซตเหล่านั้น

อินเตอร์เซกชันของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \cap B$

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ และ } x \in B\}$$

แผนภาพ เวนน์-ออยเลอร์ แสดง $A \cap B$ เป็นดังบริเวณที่แรเงา



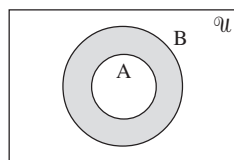
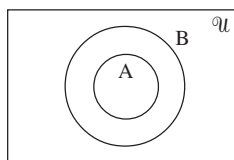
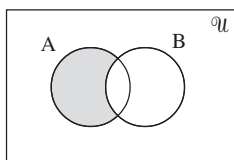
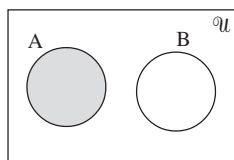
3. ผลต่าง (difference)

ผลต่างของเซต A กับ B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A - B$ หมายถึงเซตที่มีสมาชิกอยู่ใน A แต่ไม่อยู่ใน B

$$A - B = \{x | x \in A \text{ และ } x \notin B\}$$

$$B - A = \{x | x \in B \text{ และ } x \notin A\}$$

แผนภาพ เวนน์-ออยเลอร์ แสดงผลต่างของเซตสองเซตเป็นดังบริเวณที่แรเงา

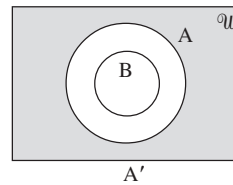
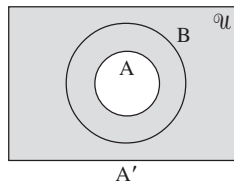
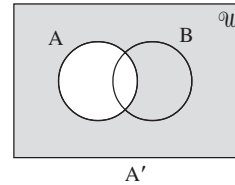
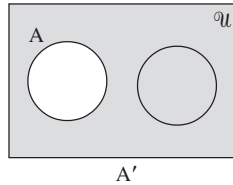
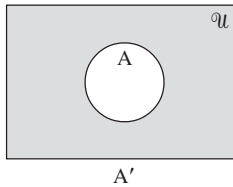


4. คอมพลีเมนต์ (complement)

เมื่อ U เป็นเอกภาพสัมพัทธ์ คอมพลีเมนต์ของเซต A แทนด้วยสัญลักษณ์ A' หมายถึงเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นสมาชิกของ U แต่ไม่ใช่สมาชิกของ A

$$A' = \{x | x \in U \text{ และ } x \notin A\}$$

แผนภาพ เวนน์-ออยเลอร์ ที่แสดง A' เป็นดังบริเวณที่แรเงา



สิ่งที่น่าสนใจเกี่ยวกับการดำเนินการบนเซต

กำหนด U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ A, B เป็นสับเซตของ U

1. $A \cup A = A, A \cap A = A$
2. $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$
3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
 $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
4. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
5. $\phi' = U, U' = \phi$
6. $A \cup \phi = A, A \cap \phi = \phi$
7. $A \cup U = U, A \cap U = A$
8. $A \cup A' = U, A \cap A' = \phi$
9. $(A')' = A$
10. $A - \phi = A \cap \phi' = A$
 $\phi - A = \phi \cap A' = \phi$
 $U - A = U \cap A' = A'$
 $A - B = A \cap B'$
11. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
 $(A \cap B)' = A' \cup B'$

จำนวนสมาชิกของเซตจำกัดและการนำไปใช้

จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด A ใดๆ เขียนแทนด้วย $n(A)$ โดยที่ A, B, C เป็นเซตจำกัด

$$1. n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad \dots(1)$$

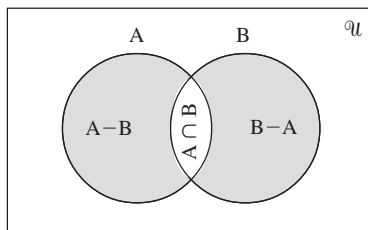
ในกรณีที่ A, B เป็นเซตที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน

$$\text{จะได้ } n(A \cap B) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } n(A \cup B) = n(A) + n(B) \quad \dots(2)$$

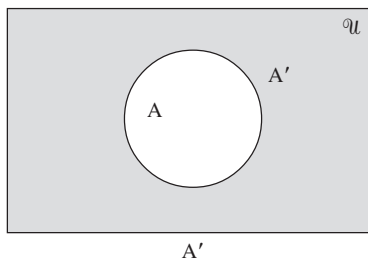
$$2. n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

3. จากแผนภาพ



$$n(A-B) = n(A) - n(A \cap B) \quad \dots(1)$$

$$n(B-A) = n(B) - n(A \cap B) \quad \dots(2)$$



$$n(A') = n(U) - n(A) \quad \dots(3)$$

ทำนองเดียวกัน

$$n(A \cup B \cup C)' = n(U) - n(A \cup B \cup C) \quad \dots(4)$$

$$\text{หรือ } n(A' \cap B' \cap C') = n(U) - n(A \cup B \cup C) \quad \dots(5)$$

$$n(A \cap B \cap C)' = n(U) - n(A \cap B \cap C) \quad \dots(6)$$

$$\text{หรือ } n(A' \cup B' \cup C') = n(U) - n(A \cap B \cap C) \quad \dots(7)$$



จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. ให้ $A = \{\phi, 1, 2, \{\phi, 1, 2\}\}$

และ $B = \{\phi, 1, \{\phi, 1\}\}$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบ

1. $A \cap B = \{\{\phi, 1\}\}$

2. $A \cup B = \{\{\phi, 1\}, \{\phi, 1, 2\}\}$

3. $A-B = \{2, \{\phi, 1, 2\}\}$

4. $B-A = \phi$

2. เซตใดต่อไปนี้ไม่ใช่เซตว่าง เมื่อกำหนดเอกภพสัมพัทธ์คือเซตของจำนวนเต็ม

1. $A = \{x | x^2 + 1 = 0\}$

2. $A = \{x | x + 1 = x\}$

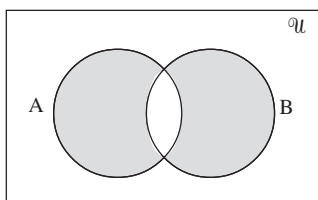
3. $A = \{x | 2x^2 - 5x = 0\}$

4. $A = \left\{x | x \text{ เป็นตัวผกผันการคูณของ } \frac{2}{3}\right\}$

3. ข้อใดต่อไปนี้**ไม่**ถูกต้อง

- มีเซต A และ B ที่ไม่ใช่เซตว่าง ซึ่ง $A \subset B$ และ $A \in B$
- $P(A) \neq A$ สำหรับทุกๆ เซต A
- มีเซต A, B, C ซึ่ง $A \notin B$ และ $B \notin C$ แต่ $A \in C$
- มีเพาเวอร์เซตของเซต A ที่มีจำนวนสมาชิก 48 ตัว

4. ข้อใดต่อไปนี้**ไม่**ใช้ส่วนที่แรงในแผนภาพ



- $(A-B) \cup (B-A)$
 - $(A \cap B)'$
 - $(A \cup B) \cap (A' \cup B')$
 - $(A' \cap B) \cup (A \cap B')$
5. ถ้าจำนวนสมาชิกของ $P(P(A))$ เท่ากับ 256 ดังนั้นจำนวนสมาชิกของ A เท่ากับข้อใด
- 2
 - 3
 - 4
 - 8
6. กำหนดให้ A เป็นเซตใดๆ ข้อใดต่อไปนี้**ไม่**ถูกต้อง
- $\phi \in P(A)$
 - $\phi \subset P(A)$
 - $A \in P(A)$
 - $A \subset P(A)$
7. กำหนดจำนวนสมาชิกของ $P(A)$ และ $P(B)$ เท่ากับ 64 และ 128 ตามลำดับ และจำนวนสมาชิกของ $A' \cap B$ เท่ากับ 5 แล้ว จำนวนสมาชิกของ $A \cup B$ ตรงกับข้อใด
- 11
 - 10
 - 9
 - 8
8. ข้อใดต่อไปนี้**ถูก**ต้อง
- ถ้า $B \subset A$ แล้ว $A' \cap B' = B'$
 - $\phi \cup \{\phi\} = \phi \cap \{\phi\}$
 - ถ้า $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$ แล้ว $A = B$
 - ถ้า $B \subset A$ แล้ว $A - (A - B) = B$

9. กำหนด A, B และ C เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

$$g. (A' \cap B) \cup (C' \cap A) \cup (B' \cap C) \subset A \cup B \cup C$$

ข. ถ้า $A \cup B = \phi$ แล้ว $A = \phi$ หรือ $B = \phi$ ข้อใดต่อไปนี้**ถูก**ต้อง

- ข้อ ก และ ข ถูกต้อง
- ข้อ ก ถูกต้อง แต่ข้อ ข ไม่ถูกต้อง
- ข้อ ก ไม่ถูกต้อง แต่ข้อ ข ถูกต้อง
- ข้อ ก และ ข ไม่ถูกต้อง

10. ให้ A, B, C, D เป็นเซตใดๆ $(B \cup D)' \cap (A \cap C)$ เท่ากับเซตในข้อใด

- $(A-B) \cap (C-D)$
- $(A-B) \cup (C-D)$
- $(A-B) \cup (D-C)$
- $(A-B) \cap (D-C)$

11. ถ้า A, B เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U กำหนด $A*B = (A \cap B') \cup (B \cap A')$ ข้อความใดต่อไปนี้**ไม่**ถูกต้อง

- $A*B = B*A$
- $A'*B' = (B-A) \cup (A-B)$
- $A'*B = (A \cap B)' \cup (A \cap B)$
- $A*\phi = A$

12. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + 5 = 0\}$ แล้ว A เป็นเซตที่ไม่มีสับเซตแท้

ข. เมื่อ A, B เป็นเซตใดๆ

$$P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$$

ข้อใดต่อไปนี้**ไม่**ถูกต้อง

- ข้อความ ก และ ข ไม่ถูกต้อง
- ข้อความ ก และ ข ถูกต้อง
- ข้อความ ก ไม่ถูกต้อง แต่ ข ถูกต้อง
- ข้อความ ก ถูกต้อง แต่ ข ไม่ถูกต้อง

อาจารย์ ก ว่างสอน วันจันทร์ พุธเช้า พฤหัสเช้า และวันศุกร์

อาจารย์ ข มีชั่วโมงสอน จันทร์บ่าย และพฤหัสเช้าเท่านั้น

อาจารย์ ค ว่างสอน จันทร์เช้า อังคารเช้า พุธบ่าย พฤหัสเช้า และศุกร์เช้า

อาจารย์ ง สอนทุกวัน ยกเว้นจันทร์บ่าย อังคารบ่าย วันพุธ พฤหัสเช้า และวันศุกร์ทั้งวัน

อาจารย์ จ มีแต่งานวิจัย ไม่มีชั่วโมงสอน

ภาควิชาควรรณดอาจารย์มาประชุมในวันและเวลาช่วงใด

1. จันทร์เช้า 2. พุธเช้า
3. พฤหัสเช้า 4. ศุกร์เช้า

20. การรับผู้เข้าศึกษาในมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง ผู้มีสิทธิ์เข้าศึกษาจะต้องสอบผ่านเกณฑ์มาตรฐานของทั้งสามวิชาคือ วิชาคณิตศาสตร์ ภาษาอังกฤษ และวิทยาศาสตร์ ในการสอบคัดเลือกเข้าศึกษา

ต่อครั้งหนึ่งมีผู้สนใจเข้าสอบ 100 คน ปรากฏว่ามหาวิทยาลัยประกาศผู้มีสิทธิ์เข้าศึกษาได้ 5 คน เมื่อวิเคราะห์จากผลการสอบพบว่าผู้สอบผ่านเกณฑ์มาตรฐานวิชาดังนี้ วิชาคณิตศาสตร์ 40 คน วิชาภาษาอังกฤษ 30 คน วิชาวิทยาศาสตร์ 30 คน วิชาคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ 15 คน วิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ 12 คน วิชาภาษาอังกฤษและวิทยาศาสตร์ 14 คน ข้อความต่อไปนี้เป็นข้อใดผิด

1. ผู้ที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์มาตรฐานเลยสักวิชาเดียวมี 36 คน
2. ผู้ที่สอบผ่านเกณฑ์มาตรฐานเพียงหนึ่งวิชาเท่านั้นมี 33 คน
3. ผู้ที่สอบผ่านเกณฑ์มาตรฐานเพียงสองวิชาเท่านั้นมี 25 คน
4. ผู้เข้าสอบไม่มีสิทธิ์เข้าศึกษาทั้งสิ้นมี 95 คน



ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

ประพจน์

ประพจน์ คือประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่เป็นจริงหรือเท็จเพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

- นิยมใช้สัญลักษณ์ $p, q, r, s, \dots$ แทนประพจน์
- ประโยคคำถาม คำสั่ง ขอร้อง ห้าม อ้อนวอน อุทาน ประารณา ประารก ข้อความที่ติดตัวแปร ไม่ใช่ประพจน์

● บางข้อความต้องเป็นจริงหรือเท็จอย่างใดอย่างหนึ่งแน่นอน แต่เรายังไม่ทราบข้อมูลที่แท้จริงจึงยังตัดสินไม่ได้ ให้ถือว่าข้อความนั้นเป็นประพจน์ เช่น “บนดาวอังคารมีสิ่งมีชีวิตอาศัยอยู่” เป็นต้น

ค่าความจริงของประพจน์

การเป็นจริงหรือการเป็นเท็จของประพจน์ เรียกว่า ค่าความจริงของประพจน์

- ประพจน์ใดเป็นจริง กล่าวว่า ประพจน์นั้นมีค่าความจริงเป็นจริง แทนค่าความจริงด้วย T
- ประพจน์ใดเป็นเท็จ กล่าวว่า ประพจน์นั้นมีค่าความจริงเป็นเท็จ แทนค่าความจริงด้วย F

การเชื่อมประพจน์



ประพจน์บางประพจน์เกิดจากการนำประพจน์ตั้งแต่สองประพจน์มาเชื่อมด้วยตัวเชื่อม ซึ่งตัวเชื่อมในทางตรรกศาสตร์มี 5 ประเภท ได้แก่

1. ตัวเชื่อม “และ” แทนด้วยสัญลักษณ์ $\wedge$
2. ตัวเชื่อม “หรือ” แทนด้วยสัญลักษณ์ $\vee$
3. ตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว...” แทนด้วยสัญลักษณ์ $\rightarrow$
4. ตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” แทนด้วยสัญลักษณ์ $\leftrightarrow$
5. นิเสธ แทนด้วยสัญลักษณ์ $\sim$ ซึ่งเมื่อเติมสัญลักษณ์นี้ลงหน้าประพจน์ใด จะได้ประพจน์ใหม่เป็นประโยคปฏิเสธหรือตรงข้ามกับประพจน์เดิม

ค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อม



ถ้า p และ q แทนประพจน์แล้ว p และ q จะมีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จอย่างใดอย่างหนึ่ง เมื่อนำประพจน์ p, q มาเชื่อมกันด้วยตัวเชื่อม ประพจน์ใหม่ที่ได้ก็จะมีค่าความจริงเปลี่ยนไปเป็นจริงหรือเท็จอย่างใดอย่างหนึ่งเช่นเดียวกัน ดังตารางค่าความจริงต่อไปนี้

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	T	F
F	F	F	F	T	T

p	$\sim p$
T	F
F	T

ข้อสังเกต

- ตัวเชื่อม “และ ($\wedge$)” $T \wedge T$ ได้ T ที่เหลือ F ทั้งหมด
- ตัวเชื่อม “หรือ ($\vee$)” $F \vee F$ ได้ F ที่เหลือ T ทั้งหมด
- ตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว... ($\rightarrow$)” $T \rightarrow F$ ได้ F ที่เหลือ T ทั้งหมด
- ตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ ($\leftrightarrow$)” ค่าความจริงตรงกันได้ T ต่างกันได้ F

การหาค่าความจริงของประพจน์ผสมโดยใช้ตาราง



ในกรณีที่ต้องการหาค่าความจริงที่เป็นไปได้ทั้งหมดของประพจน์

1. ถ้ามีประพจน์ย่อย 1 ประพจน์ จะเป็นไปได้ 2 กรณี เช่น $p \rightarrow \sim p$

p	$\sim p$	$p \rightarrow \sim p$
T	F	F
F	T	T

2. ถ้ามีประพจน์ย่อย 2 ประพจน์ จะเป็นไปได้ 4 กรณี เช่น $(p \wedge q) \rightarrow p$

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

3. ถ้ามีประพจน์ย่อย 3 ประพจน์ จะเป็นไปได้ 8 กรณี เช่น $(p \rightarrow q) \rightarrow \sim r$

p	q	r	$p \rightarrow q$	$\sim r$	$(p \rightarrow q) \rightarrow \sim r$
T	T	T	T	F	F
T	T	F	T	T	T
T	F	T	F	F	T
T	F	F	F	T	T
F	T	T	T	F	F
F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	F	F
F	F	F	T	T	T

นิเสธของประพจน์



นิเสธของประพจน์ p แทนด้วย $\sim p$ คือประพจน์ที่มีค่าความจริงตรงกันข้ามกับประพจน์ p ตัวอย่าง เช่น

- นิเสธของประพจน์ “ $2 < 5$ ” คือ “ $2 \nless 5$ ”
หรือ นิเสธของประพจน์ “ $2 < 5$ ” คือ “ $2 \geq 5$ ”
หรือ นิเสธของประพจน์ “ $2 < 5$ ” คือ “ไม่จริงที่ว่า $2 < 5$ ”
- ให้ $\sim p$ แทน “แมงป่องไม่เป็นแมลง”
นิเสธของ $\sim p$ คือ $\sim(\sim p)$
 $\sim(\sim p)$ แทนข้อความ “ไม่จริงที่ว่าแมงป่องไม่เป็นแมลง”
หรือ $\sim(\sim p)$ แทนข้อความ “แมงป่องเป็นแมลง”

ข้อสังเกต $\sim(\sim p) \equiv p$

p	$\sim p$
T	F
F	T

การหาค่าความจริงของประพจน์ผสม



- กรณีที่ไมกำหนดค่าความจริงของประพจน์ย่อยหรือไม่ทราบค่าความจริงของประพจน์ย่อย ควรใช้ตารางค่าความจริงที่เป็นไปได้ทุกกรณีของประพจน์ย่อย เช่น

$$(\sim p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$$

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \rightarrow q$	$(\sim p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T

ข้อสังเกต ถ้าค่าความจริงของประพจน์เป็นจริงทุกกรณี จะเรียกประพจน์ดังกล่าวว่า เป็นสัจนิรันดร์ (Tautology)

Tautology (สัจนิรันดร์) คือรูปแบบของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี
Contradiction คือประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จทุกกรณี

2. เมื่อทราบค่าความจริงของประพจน์ย่อยทุกประพจน์ นิยมใช้แผนภาพหรือการโยงค่าความจริงของแต่ละประพจน์ย่อยเพื่อหาค่าความจริงของประพจน์ผสม

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

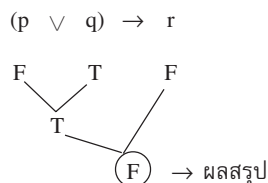
“ถ้า 2 ไม่ใช่จำนวนเต็ม หรือ 3 เป็นจำนวนจริงแล้ว $2+3$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม”

วิธีทำ ให้ p แทน “2 ไม่ใช่จำนวนเต็ม” มีค่าความจริงเป็น F

q แทน “3 เป็นจำนวนจริง” มีค่าความจริงเป็น T

r แทน “ $2+3$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม” มีค่าความจริงเป็น F

ประพจน์ดังกล่าวแทนด้วย



ดังนั้น ค่าความจริงของประพจน์ดังกล่าวเป็นเท็จ

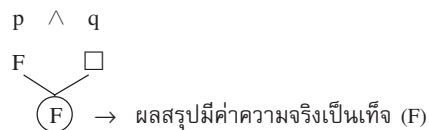
ตอบ

3. เมื่อทราบค่าความจริงของประพจน์ย่อยบางประพจน์

ถ้าให้ p, q เป็นประพจน์

● กรณีที่ตัวเชื่อมคือ “และ” ($\wedge$)

ถ้ากำหนด p มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)



● กรณีที่ตัวเชื่อมคือ “หรือ” ($\vee$)

ถ้ากำหนด p มีค่าความจริงเป็นจริง (T)

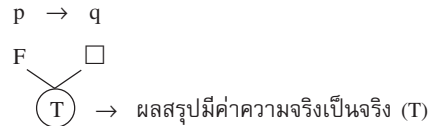


- กรณีที่ตัวเชื่อมคือ “ถ้า...แล้ว...” ($\rightarrow$)

ถ้ากำหนด p มีค่าความจริงเป็นจริง (T)



ถ้ากำหนด p มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)



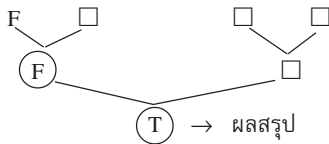
- $p \wedge \sim p, \sim p \wedge p$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเสมอ

- $p \vee \sim p, \sim p \vee p$ มีค่าความจริงเป็นจริงเสมอ

จากเงื่อนไขข้างต้น สามารถนำไปใช้หาค่าความจริงของประพจน์ผสมเมื่อทราบค่าความจริงของประพจน์ย่อยบางประพจน์ได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าความจริงของประพจน์ $[p \wedge (r \leftrightarrow s)] \rightarrow [(\sim r \rightarrow s) \vee q]$ เมื่อกำหนด p เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)

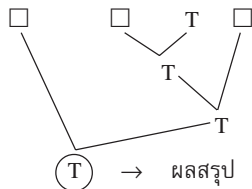
วิธีทำ $[p \wedge (r \leftrightarrow s)] \rightarrow [(\sim r \rightarrow s) \vee q]$



ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่าความจริงของประพจน์ $(\sim p \wedge q) \rightarrow [(\sim q \rightarrow s) \vee r]$ เมื่อกำหนด s เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง (T)

วิธีทำ $(\sim p \wedge q) \rightarrow [(\sim q \rightarrow s) \vee r]$



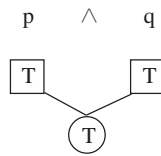
ตอบ

การหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยเมื่อกำหนดค่าความจริงของประพจน์ผสม (ประพจน์เชิงประกอบ) มาให้



ข้อสังเกต จากแผนภาพ

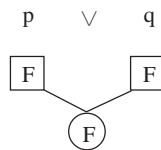
- ถ้าตัวเชื่อมคือ “และ” ($\wedge$) และกำหนดประพจน์ผสมมีค่าความจริงเป็นจริง มีกรณีเดียวคือประพจน์ย่อยมีค่าความจริงเป็นจริงทั้งคู่



จะได้ว่า p มีค่าความจริงเป็นจริง (T)

q มีค่าความจริงเป็นจริง (T)

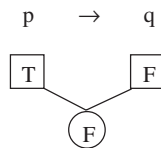
- ถ้าตัวเชื่อมคือ “หรือ” (v) และกำหนดประพจน์ผสมมีค่าความจริงเป็นเท็จ มีกรณีเดียวคือ ประพจน์ย่อยมีค่าความจริงเป็นเท็จทั้งคู่



จะได้ว่า p มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)

q มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)

- ถ้าตัวเชื่อมคือ “ถ้า...แล้ว...” (→) และกำหนดประพจน์ผสมมีค่าความจริงเป็นเท็จ มีกรณีเดียวคือประพจน์หน้าเป็นจริง ประพจน์หลังเป็นเท็จ

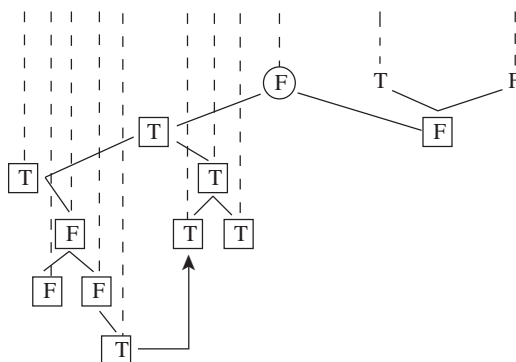


จะได้ว่า p มีค่าความจริงเป็นจริง (T)

q มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $[(\sim r \vee \sim p) \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow [(\sim p \vee p) \rightarrow (\sim q \wedge q)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ จงหาค่าความจริงของ p, q และ r

วิธีทำ $[\sim (r \vee \sim p) \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow [(\sim p \vee p) \rightarrow (\sim q \wedge q)]$



จากแผนภาพสรุปได้ว่า

p มีค่าความจริงเป็นจริง (T)

q มีค่าความจริงเป็นจริง (T)

r มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)

ตอบ

รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกัน



รูปแบบของประพจน์สองรูปแบบใดที่มีค่าความจริงตรงกันในทุกกรณี กรณีต่อกรณี จะเรียกรูปแบบของประพจน์ทั้งสองว่า เป็นรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน

ถ้า P และ Q เป็นประพจน์ที่สมมูลกัน จะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $P \equiv Q$

กำหนดให้ P, Q, R เป็นรูปแบบของประพจน์ จะได้ว่า

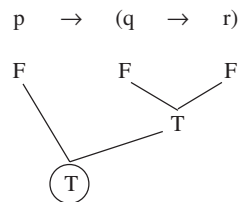
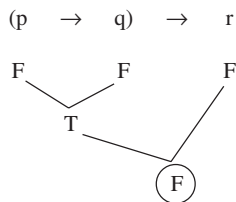
1. สมบัติการสะท้อน $P \equiv P$
2. สมบัติการสมมาตร ถ้า $P \equiv Q$ แล้ว $Q \equiv P$
3. สมบัติการถ่ายทอด ถ้า $P \equiv Q$ และ $Q \equiv R$ แล้ว $P \equiv R$

วิธีแสดงว่ารูปแบบประพจน์ที่กำหนดให้สมมูลกันหรือไม่

1. ใช้ตารางค่าความจริงเพื่อแสดงให้เห็นว่าประพจน์ทั้งสองมีรูปแบบค่าความจริงตรงกันทุกกรณีหรือไม่ ถ้ามีอย่างน้อยหนึ่งกรณีที่ประพจน์ทั้งสองมีค่าความจริงไม่ตรงกัน แสดงว่าไม่สมมูลกัน
2. หาค่าความจริงของประพจน์โดยการแสดงเฉพาะกรณีที่ค่าความจริงไม่ตรงกันก็เพียงพอที่จะสรุปว่าประพจน์ทั้งสองไม่สมมูลกัน (ใช้ได้เฉพาะกรณีที่ประพจน์ไม่สมมูลกัน)

ตัวอย่างที่ 5 จงตรวจสอบว่า $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ กับ $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ สมมูลกันหรือไม่

วิธีทำ ให้ p, q และ r มีค่าความจริงเป็นเท็จ ดังนั้น



ดังนั้น $(p \rightarrow q) \rightarrow r \not\equiv p \rightarrow (q \rightarrow r)$

ตอบ

3. ใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันบางรูปแบบที่ควรรู้จัก ไปอ้างอิงในการเปลี่ยนรูปแบบประพจน์ให้เหมือนกัน เพื่อแสดงว่าประพจน์สมมูลกัน (ถ้าสมมูลกันจะสามารถเปลี่ยนรูปแบบประพจน์หนึ่งให้เหมือนกับอีกประพจน์หนึ่งได้)

รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันบางรูปแบบที่สำคัญ

1. $\sim (\sim p) \equiv p$
2. $p \wedge q \equiv q \wedge p$
3. $p \vee q \equiv q \vee p$
4. $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$
5. $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r) \equiv p \wedge q \wedge r$
6. $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r) \equiv p \vee q \vee r$
7. $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

8. $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
9. $(q \wedge r) \vee p \equiv (q \vee p) \wedge (r \vee p)$
10. $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
11. $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
12. $\sim (p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$
13. $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$
14. $p \leftrightarrow q \equiv \sim p \leftrightarrow \sim q$
15. $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
16. $p \wedge p \equiv p$
17. $p \vee p \equiv p$

ตัวอย่างที่ 6 จงแสดงว่า $(p \wedge q) \rightarrow r$ สมมูลกับ $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ } (p \wedge q) \rightarrow r &\equiv \sim (p \wedge q) \vee r && (\text{จากข้อ 13}) \\
 &\equiv (\sim p \vee \sim q) \vee r && (\text{จากข้อ 10}) \\
 &\equiv (\sim p \vee r) \vee (\sim q \vee r) && (\text{จากข้อ 17}) \\
 &\equiv (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) && (\text{จากข้อ 13})
 \end{aligned}$$

จากสมบัติการถ่ายทอด จะได้ $(p \wedge q) \rightarrow r \equiv (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$

ตอบ

สัจนิรันดร์



รูปแบบของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี เรียกว่า **สัจนิรันดร์ (tautology)**

วิธีตรวจสอบว่ารูปแบบประพจน์ที่กำหนดให้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

1. สร้างตารางค่าความจริง
2. อาจใช้วิธีการหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยซึ่งหาค่าความจริงของรูปแบบประพจน์นั้นเป็นเท็จเพียงหนึ่งกรณีก็เพียงพอที่จะสรุปได้ว่ารูปแบบประพจน์นั้นไม่เป็นสัจนิรันดร์
3. ดูรูปแบบประพจน์ที่เชื่อมด้วย $\leftrightarrow$ และ $\rightarrow$
 ถ้า $A \equiv B$ จะได้ว่า $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$ เป็นสัจนิรันดร์
 เช่น $(\sim p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ เป็นสัจนิรันดร์
 $p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$ เป็นสัจนิรันดร์
4. รูปแบบประพจน์ที่มีตัวเชื่อมหลักเป็น $\rightarrow$ ใช้วิธีหาข้อขัดแย้งช่วยในการตรวจสอบ
 กำหนดรูปแบบ $A \rightarrow B$
 สมมติให้รูปแบบประพจน์ $A \rightarrow B$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F) แล้วหาค่าความจริงของประพจน์ย่อย
 - ถ้าค่าความจริงของประพจน์ย่อยสอดคล้องโดยไม่มีข้อขัดแย้งกัน แสดงว่า $A \rightarrow B$ มีโอกาสเป็นเท็จ จึงไม่เป็นสัจนิรันดร์