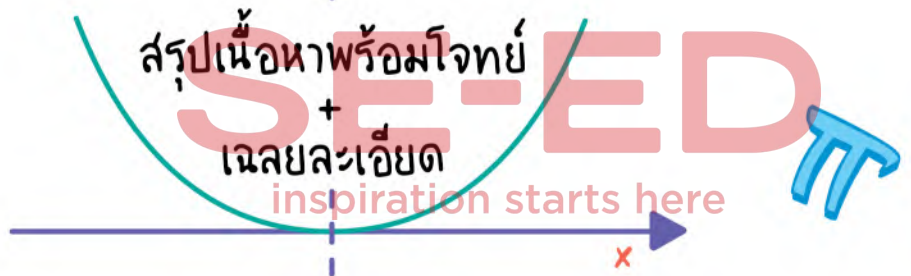


# MATH CAPSULE

## A-Level

### คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1



$f(x)$

ผู้เขียน พีรวัส ศรีบุรี (ตีวเตอร์เป้ม)

- ติษฐ์เก่า MVIT รุ่น 26
- ผ่านการอบรมด้วย ส่วน. ดนิตศาสตร์ ด้วย 1 และ 2



- ◆ ตกผลึกมาเฉพาะส่วนสำคัญและออกข้อสอบจริง
- ◆ เน้นการฝึกกระบวนการคิดอย่างเป็นระบบ เข้าถึงแก่นของคณิตศาสตร์
- ◆ เสริมด้วยเทคนิควิธีคิด พร้อมทำข้อสอบแข่งกับเวลา
- ◆ เหมาะสำหรับเตรียมตัวสอบเข้ามหาวิทยาลัย และอ่านทบทวนก่อนลงสนามสอบจริง

# MATH CAPSULE: A-Level คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

ผู้เขียน พีรวัส ศรีบุรี (ติวเตอร์แป๋ม)



สำนักพิมพ์ ฟุคุโร

สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย โดย พีรวัส ศรีบุรี © พ.ศ. 2566

ห้ามคัดลอก ลอกเลียน ดัดแปลง ทำซ้ำ จัดพิมพ์เนื้อหาและภาพประกอบ

หรือกระทำการอื่นใด โดยวิธีการใดๆ ในรูปแบบใดๆ ไม่ว่าส่วนหนึ่งส่วนใดของหนังสือเล่มนี้ เพื่อเผยแพร่ในสื่อทุกประเภท หรือเพื่อวัตถุประสงค์ใดๆ นอกจากจะได้รับอนุญาต

Barcode (e-book) 9786160850716

จัดจำหน่ายโดย



บริษัท ซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด (มหาชน)  
SE-EDUCATION PUBLIC COMPANY LIMITED

เลขที่ 1858/87-90 ถนนเทพรัตน แขวงบางนาใต้ เขตบางนา กรุงเทพฯ 10260

โทร. 0-2826-8000

# SE-ED

หากมีคำแนะนำหรือติชม สามารถติดต่อได้ที่ [commen@se-ed.com](mailto:commen@se-ed.com)

inspiration starts here



$$E=mc^2$$



# คำนำ

หนังสือเล่มนี้เขียนขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อรวบรวมความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อการสอบเข้ามหาวิทยาลัยด้วยระบบ TCAS 2566 เป็นต้นไป ผู้เขียนได้เรียบเรียง คำนคว้า และสรุปองค์ความรู้จากหลาย ๆ แหล่ง ไม่ว่าจะเป็นแหล่งสูตรคณิตศาสตร์จากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เนื้อหาระดับสากลจาก textbook ต่างประเทศ เนื้อหาของมูลนิธิส่งเสริมโอลิมปิกวิชาการและพัฒนามาตรฐานวิทยาศาสตร์ศึกษาในพระอุปถัมภ์ฯ (สอวท.) จากประสบการณ์สอบเข้ามหาวิทยาลัยและการสอนพิเศษของผู้เขียนเอง เพื่อให้ผู้อ่านได้รับความรู้ที่เป็ประโยชน์มากที่สุด เนื้อหาในหนังสือเล่มนี้ตกผลึกมาเฉพาะส่วนที่จำเป็นและสอดคล้องกับข้อสอบ A-Level ซึ่งเป็นข้อสอบที่ปรับมาจากข้อสอบ ๑ วิชาสามัญเดิม ในระบบ TCAS เก่า โจทย์ในหนังสือเล่มนี้แต่งมาในรูปแบบแสดงวิธีทำ เพื่อให้ผู้อ่านได้ฝึกกระบวนการคิดอย่างเป็นระบบและเข้าใจแก่นของคณิตศาสตร์ มากกว่าอาศัยสูตรลัดหรือการท่องจำในการทำโจทย์ อย่างไรก็ตาม ผู้เขียนได้สอดแทรกเทคนิควิธีคิดต่าง ๆ ไว้พอสมควร เนื่องจากเข้าใจดีว่าในการสอบจริงเราต้องแข่งกับเวลาด้วย หนังสือเล่มนี้จึงเหมาะสำหรับทั้งผู้ที่เริ่มต้เตรียมตัวสอบเข้ามหาวิทยาลัย เพราะใช้ดูขอบเขตของเนื้อหาในภาพรวมได้ และผู้ที่มีความรู้พื้นฐานในระดับหนึ่งแล้ว แต่ยังต้องการสรุปทบทวนและฝึกทำโจทย์เพื่อขัดเกลาฝีมือก่อนลงสนามสอบจริง

SE-ED

หนังสือเล่มนี้ผ่านการทบทวนแก้ไขอย่างละเอียดหลายครั้ง เนื่องจากระหว่างที่เขียนมีการปรับเปลี่ยนหลักสูตรและระบบการสอบ จนสุดท้ายก็ออกมาในรูปแบบที่ดีที่สุด ทั้งหมดนี้ก็จะเกิดขึ้นไม่ได้เลยหากขาดทีมบรรณาธิการ ที่คอยติดต่อประสานงานและให้คำแนะนำกับผู้เขียนมาตลอดการเขียนหนังสือเล่มนี้ ทีมฝ่ายศิลป์ และบุคคลเบื้องหลังจากสำนักพิมพ์คุณูโรไนเคโรบริษัทซีเอ็ดที่ให้ ความช่วยเหลือเป็นอย่างดี ขอขอบคุณพ่อแม่ อาจารย์ทุกท่าน พี่น้อง และเพื่อน ๆ ทุกคนที่คอยสนับสนุนผู้เขียนเสมอมา รวมทั้งผู้ที่อยู่เบื้องหลังอื่น ๆ ทุกท่านซึ่งผู้เขียนไม่อาจกล่าวชื่อได้ทั้งหมด สุดท้ายนี้ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็ประโยชน์ต่อผู้อ่านจากใจจริง

พีรวัส ศรีบุรี



# สารบัญ

▣ PART 1 สรุปเนื้อหา	7
● บทที่ 1 ระบบจำนวนจริง	8
● บทที่ 2 ทฤษฎีจำนวน	13
● บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์	16
● บทที่ 4 เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย	24
● บทที่ 5 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	32
● บทที่ 6 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	35
● บทที่ 7 เวกเตอร์	39
● บทที่ 8 จำนวนเชิงซ้อน	44

SE-ED  
inspiration starts here

$$E=mc^2$$

 $\pi$ 

+

- บทที่ 9 ความน่าจะเป็น 47
- บทที่ 10 สถิติและการวิเคราะห์ข้อมูล 52
- บทที่ 11 ลำดับและอนุกรม 58
- บทที่ 12 แคลคูลัส 63

▣ **PART 2** แนวข้อสอบ **SE-ED** 72

▣ เฉลย **inspiration starts here** 117



SE-ED

inspiration starts here

PART

1

$$E=mc^2$$

สรุปเนื้อหา  
SE-ED

inspiration starts here





# ระบบจำนวนจริง



## พหุนาม

1. การเทียบสัมประสิทธิ์ พหุนามที่อยู่ในรูปเดียวกัน พจน์ที่เลขชี้กำลังเหมือนกันจะมีสัมประสิทธิ์เท่ากัน

เช่น  $ax^3 + bx^2 + cx + d = x^3 - 4x + 3 \rightarrow a = 1, b = 0, c = -4, d = 3$

2. ทฤษฎีเศษเหลือ เมื่อนำพหุนาม  $P(x)$  หารด้วย  $x - c$  จะได้เศษเหลือเท่ากับ  $P(c)$  วิธีคิดเร็ว ๆ คือ ให้นำตัวเลขหลัง  $x$  ของตัวหารมาสลับเครื่องหมายบวกลบ แล้วแทนในพหุนามจะได้เศษเหลือ

เช่น ▶ เมื่อหาร  $x^2 + 2x - 5$  ด้วย  $x + 3$

ตัวหารคือ  $x + 3$  ให้นำ  $-3$  แทนลงในพหุนาม

จะได้เศษเหลือ  $(-3)^2 + 2(-3) - 5 = -2$

▶ เมื่อหาร  $x^3 + 3x^2 - 18x - 40$  ด้วย  $x - 4$

ตัวหารคือ  $x - 4$  ให้นำ  $4$  แทนลงในพหุนาม

จะได้เศษเหลือ  $4^3 + 3(4)^2 - 18(4) - 40 = 0$  (หารลงตัว)

### ตัวอย่าง

ถ้า  $x^2 + kx + 5$  หารด้วย  $x - 3$  เหลือเศษ 17 จงหา  $k$

หาเศษเหลือจากการหาร  $x^2 + kx + 5$  ด้วย  $x - 3$

โดยแทน 3 ลงใน  $x^2 + kx + 5$  จะได้  $3^2 + 3k + 5$

ตั้งขึ้น  $17 = 3^2 + 3k + 5$

$$k = 1$$

3. สมการพหุนาม คือ สมการที่อยู่ในรูป  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$   
เมื่อ  $n \geq 1$

▶ จำนวนคำตอบของสมการจะไม่เกินดีกรีของพหุนาม (จำนวนคำตอบ  $\leq n$ )

▶ ถ้าสมการ  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  มี  $n$  คำตอบแล้ว

$$\text{ผลบวกของคำตอบทั้งหมด} = -\frac{a_{n-1}}{a_n} \quad \text{ผลบวกของสามคำตอบคู่กัน} = -\frac{a_{n-3}}{a_n}$$

$$\text{ผลบวกของสองคำตอบคู่กัน} = \frac{a_{n-2}}{a_n} \quad \text{ผลคูณของคำตอบทั้งหมด} = (-1)^n \frac{a_0}{a_n}$$

ตัวอย่าง 

$$6x^4 - 17x^3 + 8x^2 + 5x - 2 = (x-1)(2x+1)(x-2)(3x-1)$$

คำตอบคือ  $1, -\frac{1}{2}, 2, \frac{1}{3}$

จะได้ ผลบวกของคำตอบทั้งหมดคือ  $1 + \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 + \frac{1}{3} = \frac{17}{6} = -\frac{(-17)}{6}$  (คิดตามสูตร)

ผลบวกของสองคำตอบคู่กันคือ  $(1)\left(-\frac{1}{2}\right) + (1)(2) + (1)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)(2)$   
 $+ \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + (2)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3} = \frac{8}{6}$  (คิดตามสูตร)

ผลบวกของสามคำตอบคู่กันคือ

$$(1)\left(-\frac{1}{2}\right)(2) + (1)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + (1)(2)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)(2)\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{6} = -\frac{5}{6}$$
 (คิดตามสูตร)

ผลคูณของคำตอบทั้งหมดคือ  $(1)\left(-\frac{1}{2}\right)(2)\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3} = \frac{(-2)}{6}$  (คิดตามสูตร)



การสร้างสมการจากคำตอบ สมการดีกรี  $n$  ที่มี  $x_1, x_2, \dots, x_n$  เป็นคำตอบ จะเขียนเป็นรูป

$$a(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n) = 0$$

# SE-ED

inspiration starts here

ตัวอย่าง 

ให้  $p(x)$  เป็นพหุนามดีกรี 3 โดยที่  $p(x) = 0$  มีคำตอบคือ 1, 3, 4

ถ้า  $p(2) = 6$  แล้ว  $p(0)$  เท่ากับเท่าใด

$$p(x) \text{ มี } 1, 3, 4 \text{ เป็นคำตอบ} \rightarrow a(x-1)(x-3)(x-4) = 0$$

$$p(2) = 6 \rightarrow a(2-1)(2-3)(2-4) = 6$$

$$2a = 6$$

$$a = 3$$

ดังนั้น  $p(0) = 3(0-1)(0-3)(0-4) = -36$

$$\begin{aligned} 121 + 11 &= \\ 100 + 10 &= \\ 110 + 12 &= \end{aligned}$$



## อสมการ

ช่วงของจำนวนจริง คือ เซตของจำนวนจริงที่มีค่าระหว่างจำนวนสองจำนวนในวงเล็บ

$$\begin{aligned} \text{ช่วง} [1, 5] &= \{x \mid 1 \leq x \leq 5\} \\ [-3, 2) &= \{x \mid -3 \leq x < 2\} \\ (4, \infty) &= \{x \mid x > 4\} \\ (-\infty, -3] &= \{x \mid x \leq -3\} \end{aligned}$$



### การแก้อสมการ

สมมติ  $\frac{(x-a)^p(x-b)^q(x-c)^r}{(x-d)^s} \geq 0$  โดยที่  $p$  เป็นจำนวนคู่ และ  $q, r, s$

เป็นจำนวนคี่ เมื่อ  $b > c > d$

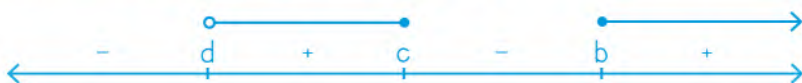
- นำ  $b, c, d$  มาเขียนบนเส้นจำนวน (ไม่ต้องนำ  $a$  มาเขียนเพราะไม่มีจรรยาเลขชี้กำลังที่เป็นเลขคู่)



- ทำเครื่องหมาย  $+$ ,  $-$  สลับกันไป โดยเริ่มจากฝั่งขวา



- เลือกช่วงที่ตรงกับคำตอบ โดยระวังช่วงที่เป็นศูนย์



ตอบ  $(d, c] \cup [b, \infty)$

### หมายเหตุ

หากอสมการมีพจน์  $(n-x)$  ให้นำ  $-1$  คูณทั้งอสมการ เพื่อเปลี่ยนรูปเป็น  $(x-n)$  แล้วกลับข้างอสมการ

หากโจทย์ให้แก้อสมการ ให้แก้ไปทีละอสมการ แล้วนำคำตอบมายูเนียนหรืออินเตอร์เซกกัน แล้วแต่เงื่อนไขที่โจทย์ถาม



## ค่าสัมบูรณ์

นิยามค่าสัมบูรณ์

$$|x| = \begin{cases} x & \text{เมื่อ } x \geq 0 \\ -x & \text{เมื่อ } x < 0 \end{cases}$$

นำไปประยุกต์แก้โจทย์



	วิธีแก้ค่าสัมบูรณ์	หมายเหตุ
$ a  = b$	$a = b$ หรือ $a = -b$	$b \geq 0$
$ a  < b$	$-b < a < b$	$b > 0$
$ a  > b$	$a > b$ หรือ $a < -b$	
$ a  =  b $	ยกกำลังสองทั้งสองข้าง (อาศัยสมบัติ $ x ^2 = x^2$ )	
$ a  <  b $		
$ a  >  b $		

### ตัวอย่าง

จงแก้สมการ  $|x - 7| \leq 2x + 4$

แบ่งเป็น 2 กรณี

1.  $x \geq 7$  ดังนั้น  $x - 7 \geq 0$

จะได้ว่า  $|x - 7| = x - 7$

ทำให้  $x - 7 \leq 2x + 4$

$$-11 \leq x$$



ได้คำตอบคือ  $[7, \infty)$  (นำมาอินเตอร์เซกกัน)

2.  $x < 7$  ดังนั้น  $x - 7 < 0$

จะได้ว่า  $|x - 7| = 7 - x$

ทำให้  $7 - x \leq 2x + 4$

$$1 \leq x$$



ได้คำตอบคือ  $[1, 7)$  (นำมาอินเตอร์เซกกัน)

จากทั้ง 2 กรณี นำคำตอบมายูเนียนกันจะได้  $[7, \infty) \cup [1, 7) = [1, \infty)$





### ตัวอย่าง

$$|x-2| + |x-1| \leq x+5 \text{ มีจุดแบ่ง 2 จุด คือ 1 และ 2}$$

แบ่งได้ 3 กรณี คือ

$$1. x < 1 \quad \longrightarrow \quad |x-1| = 1-x, \quad |x-2| = 2-x$$

$$2. 1 \leq x < 2 \quad \longrightarrow \quad |x-1| = x-1, \quad |x-2| = 2-x$$

$$3. 2 \leq x \quad \longrightarrow \quad |x-1| = x-1, \quad |x-2| = x-2$$

กรณีที่ 1  $|x-2| + |x-1| \leq x+5$

$$2-x+1-x \leq x+5$$

$$-2 \leq 3x$$

$$-\frac{2}{3} \leq x$$

คำตอบ เลือกเฉพาะ  $x < 1$

$$\text{ตอบ } \left[-\frac{2}{3}, 1\right)$$

กรณีที่ 2  $|x-2| + |x-1| \leq x+5$

$$2-x+x-1 \leq x+5$$

$$-4 \leq x$$

คำตอบ เลือกเฉพาะ  $1 \leq x < 2$

$$\text{ตอบ } [1, 2)$$

กรณีที่ 3  $|x-2| + |x-1| \leq x+5$

$$x-2+x-1 \leq x+5$$

$$x \leq 8$$

คำตอบ เลือกเฉพาะ  $2 \leq x$

$$\text{ตอบ } [2, 8]$$

$$\text{นำทุกคำตอบมายูเนียนกันจะได้ } \left[-\frac{2}{3}, 1\right) \cup [1, 2) \cup [2, 8] = \left[-\frac{2}{3}, 8\right]$$

# SE-ED

inspiration starts here



# ทฤษฎีจำนวน



## การหารลงตัว

a หาร b ลงตัว (เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $a|b$ ) ก็ต่อเมื่อ มีจำนวนเต็ม c ซึ่ง  $ac = b$  โดยที่ a เป็นตัวหาร b เป็นผลคูณของ a

- เช่น  $3|21$  เพราะมีจำนวนเต็ม 7 ซึ่ง  $3 \times 7 = 21$
- $2|-6$  เพราะมีจำนวนเต็ม -3 ซึ่ง  $2 \times (-3) = -6$
- $-3|6$  เพราะมีจำนวนเต็ม -2 ซึ่ง  $(-3) \times (-2) = 6$
- $-4|-8$  เพราะมีจำนวนเต็ม 2 ซึ่ง  $(-4) \times 2 = -8$

## หมายเหตุ

a หาร b ไม่ลงตัว เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $a \nmid b$



## ทฤษฎีบทการหารลงตัว

a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม

1. ถ้า  $a|b$  แล้ว  $a|bc$
2. ถ้า  $a|b$  และ  $b|c$  แล้ว  $a|c$
3. ถ้า  $a|b$  และ  $a|c$  แล้ว  $a|(bm + cn)$  เมื่อ m และ n เป็นจำนวนเต็ม
4. ถ้า  $a|b$  แล้ว  $ac|bc$  เมื่อ  $c \neq 0$
5. ถ้า  $a|b$  และ  $c|d$  แล้ว  $ac|bd$
6.  $a|b$  ก็ต่อเมื่อ a เป็น "ตัวประกอบ" ของ b



inspiration starts here

## จำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ

- ▶ **จำนวนเฉพาะ** คือ จำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 ที่มีตัวประกอบเป็นจำนวนเต็มบวกเพียง 2 ตัว คือ 1 และตัวมันเอง
- ▶ **จำนวนประกอบ** คือ จำนวนเต็มที่มากกว่า 1 ที่ไม่ใช่จำนวนเฉพาะ
- ▶ **การแยกตัวประกอบ** คือ การเขียนจำนวนนับต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ

เช่น  $18 = 2 \times 3^2$   
 $72 = 2^3 \times 3^2$   
 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$



- ▶ จำนวนของตัวประกอบที่เป็จำนวน หาได้จากการแยกตัวประกอบ แล้วนำเลขชี้กำลังแต่ละตัวบวกด้วย 1 แล้วมาคูณกัน  
 เช่น  $72 = 2^3 \times 3^2$  จะมีตัวประกอบที่เป็จำนวน  $(3+1)(2+1) = 12$  ตัว (คือ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72)

## หมายเหตุ

ถ้าอยากทราบจำนวนของตัวประกอบที่เป็ทั้งจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบ ให้นำจำนวนตัวประกอบที่เป็จำนวนทั้งหมดคูณด้วย 2



- ▶ ทฤษฎีบทการหารลงตัวที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเฉพาะ  
 ถ้า  $p$  เป็จำนวนเฉพาะ และ  $p \mid nm$  แล้ว  $p \mid n$  หรือ  $p \mid m$

## ขั้นตอนวิธีการหาร

$$p = nq + r, 0 \leq r < |n|$$

↑ ตัวตั้ง     ↑ ตัวหาร     ↑ ผลหาร     ↑ เศษเหลือ

$$\text{ตัวตั้ง} = (\text{ตัวหาร} \times \text{ผลหาร}) + \text{เศษเหลือ}$$

โดยที่เศษเหลือต้องมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ แต่น้อยกว่าค่าสัมบูรณ์ของตัวหาร

$$\text{เช่น } 17 \text{ หารด้วย } 3 \text{ เหลือเศษ } 2 \quad 17 = 5 \times 3 + 2$$

$$-18 \text{ หารด้วย } 4 \text{ เหลือเศษ } 2 \quad \therefore -18 = (-5) \times 4 + 2$$

## ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

- ▶ ตัวหารร่วมของ  $a$  และ  $b$  คือ จำนวนเต็มบวกที่หาร  $a$  และ  $b$  ลงตัว  
 ▶ ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ของ  $a$  และ  $b$  เขียนแทนด้วย  $(a, b)$   
 คือ จำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดที่หาร  $a$  และ  $b$  ลงตัว

### ข้อสังเกต

โจทย์มักถามประยุกต์กับเรื่องการหารไม่ลงตัว



**ตัวอย่าง** 🌞 จงหาจำนวนที่มากที่สุดที่หาร 390 เหลือเศษ 6 และหาร 236 เหลือเศษ 12

ให้  $a$  เป็นจำนวนดังกล่าว

จากโจทย์  $a$  หาร 390 เหลือเศษ 6 และหาร 236 เหลือเศษ 12

จะได้ว่า  $a$  หาร  $390 - 6 = 384$  ลงตัว

และ  $a$  หาร  $236 - 12 = 224$  ลงตัว

ดังนั้น  $a = (384, 224) = 32$

▶ **ตัวคูณร่วม** ของ  $a$  และ  $b$  คือ จำนวนเต็มบวกที่หารด้วย  $a$  และ  $b$  ลงตัว

▶ **ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)** ของ  $a$  และ  $b$  เขียนแทนด้วย  $[a, b]$

คือ จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่หารด้วย  $a$  และ  $b$  ลงตัว

**ตัวอย่าง** 🌞 จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 8 และ 12 แล้วเหลือเศษ 7 เท่ากัน

เนื่องจาก ค.ร.น. ของ 8 และ 12 คือ 24

จะได้ว่า จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 8 และ 12 ลงตัว คือ 24

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 8 และ 12 แล้วเหลือเศษ 7 คือ  $24 + 7 = 31$

## คอนกรูเอนซ์ ประยุกต์ใช้แก้โจทย์ได้

$a \equiv b \pmod{n}$  อ่านว่า  $a$  คอนกรูเอนซ์กับ  $b$  โมดูลัส  $n$

ก็ต่อเมื่อ  $n \mid (a - b)$  กล่าวอีกนัยหนึ่งคือ  $a$  และ  $b$  หารด้วย  $n$  แล้วเหลือเศษเท่ากัน

**ทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับคอนกรูเอนซ์**

1. ถ้า  $a \equiv b \pmod{n}$  แล้ว  $b \equiv a \pmod{n}$
2. ถ้า  $a \equiv b \pmod{n}$  และ  $b \equiv c \pmod{n}$  แล้ว  $a \equiv c \pmod{n}$
3. ถ้า  $a \equiv b \pmod{n}$  แล้ว  $a + c \equiv b + c \pmod{n}$  และ  $ac \equiv bc \pmod{n}$
4. ถ้า  $a \equiv b \pmod{n}$  และ  $c \equiv d \pmod{n}$  และ  $a + c \equiv b + d \pmod{n}$   
แล้ว  $ac \equiv bd \pmod{n}$
5. ถ้า  $a \equiv b \pmod{n}$  และ  $c \equiv d \pmod{n}$   
แล้ว  $ax + cy \equiv bx + dy \pmod{n}$
6. ถ้า  $a \equiv b \pmod{n}$  แล้ว  $a^x \equiv b^x \pmod{n}$

โดยที่  $a, b, n$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $x$  เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

**ข้อสังเกต**

สมบัติของคอนกรูเอนซ์คล้ายกับ  
สมบัติ "เท่ากับ" เลย



SE-ED

inspiration starts here

# MATH CAPSULE

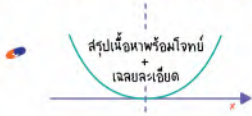
## A-Level



หนังสือเล่มนี้สรุปเนื้อหาคณิตศาสตร์มัธยมปลาย

### คณิตศาสตร์ประยุกต์ ①

ที่จำเป็นต่อการสอบ A-Level และรวบรวมแนวข้อสอบแบบแยกบท  
รวมถึงมีเฉลยอย่างละเอียดเพื่อให้ผู้อ่านได้ทำความเข้าใจด้วยตนเอง



- ◆ เหมาะสำหรับผู้ที่กำลังเตรียมตัวสอบ A-Level เพื่อยื่นคะแนนสมัครเข้ามหาวิทยาลัย และนักเรียนระดับมัธยมปลายที่ต้องการอ่านทบทวนความรู้
- ◆ เนื้อหาตามหลักสูตรของกระทรวงศึกษาธิการ ครอบคลุมเรื่องระบบจำนวนจริง ทฤษฎีจำนวน ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันตรีโกณมิติ เวกเตอร์ในสามมิติ จำนวนเชิงซ้อน ความน่าจะเป็น สถิติและการวิเคราะห์ข้อมูล ลำดับและอนุกรม และแคลคูลัส
- ◆ จำลองข้อสอบ A-Level แบบแยกบทเพื่อให้ผู้อ่านเห็นรูปแบบแนวข้อสอบ และทบทวนเนื้อหาได้ตรงกับทุกข้อเป็นข้อสอบอัตนัยเพื่อฝึกทำโจทย์ตามขั้นตอนด้วยตรรกะและความรู้ ไม่คาดเดาจากตัวเลือก
- ◆ มีเฉลยข้อสอบอย่างละเอียดทุกข้อ เขียนอธิบายตามขั้นตอนเพื่อให้ทำความเข้าใจได้ สอดแทรกเทคนิคและวิธีคิดที่นำไปใช้ในข้อสอบได้ โดยพิสูจน์ที่มาที่ไปอย่างชัดเจน
- ◆ สอดแทรกแนวข้อสอบจากหลักสูตรอื่น ๆ เช่น โอลิมปิกวิชาการ หลักสูตรต่างประเทศ และประสบการณ์ของผู้เขียนเอง โดยเลือกเนื้อหาที่ใกล้เคียงกับการสอบ A-Level มากที่สุด เพื่อให้ได้เห็นแนวคิดที่หลากหลายมากขึ้น ประยุกต์ทำข้อสอบรูปแบบใหม่ ๆ ได้

SE-ED



<input type="checkbox"/> อนุบาล	Audio CD	สตีกเกอร์
<input type="checkbox"/> ประถม	MP3	บัตรคำศัพท์
<input checked="" type="checkbox"/> มัธยม	DVD	ระบายสี
<input type="checkbox"/> ผู้ใหญ่	โปสเตอร์	คู่มือสอน

#### พร้อมจำหน่ายในรูปแบบ

- e-book     audio CD / MP3     audiobook  
 ปกอ่อน     LARGE PRINT (ตัวอักษรขนาดใหญ่)

www.se-ed.com

ISBN 978-616-08-5071-6



9 786160 850716  
219 บาท

MATH CAPSULE : A-Level

คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

หมวด : คู่มือเรียน-สอบ-มัธยม



www.se-ed.com



sbc.fans



SE-ED Publisher

ไอลด์เล่มนี้  
สีกันเลย!

