

คำนำ

การออกแบบการทดลองได้เข้ามามีบทบาทอย่างมากในงานวิจัย สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับงานวิจัยหลากหลายสาขา อาทิ สาขาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สาขาวิทยาศาสตร์สุขภาพ ดังนั้นผู้วิจัยจำเป็นต้องศึกษาวิธีการประยุกต์การออกแบบการทดลอง และใช้เทคนิคการออกแบบการทดลองขั้นสูง เพื่อให้ได้ข้อมูลที่สามารถนำไปวิเคราะห์ สังเคราะห์ จนได้ข้อสรุปที่เป็นประโยชน์สามารถอธิบายปัญหาหรือโจทย์ปัญหาที่กำหนดในเบื้องต้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ปัจจุบันความก้าวหน้าทางด้านวิชาการในสายงานต่าง ๆ มีแนวโน้มสูงขึ้นตามลำดับ การวิจัยและพัฒนาเพื่อให้เกิดประโยชน์ต่อองค์ความรู้ และสร้างนวัตกรรมได้นั้น จำเป็นที่ต้องดำเนินงานวิจัยอย่างเป็นระบบที่สามารถอธิบายขึ้นงานได้อย่างกว้างขวาง โดยไม่เพียงแต่ต้องมีการวางแผนการทดลองขั้นต้นเท่านั้น ยังอาจมีความจำเป็นที่ต้องมีการประยุกต์การออกแบบการทดลองขั้นสูงด้วย เพื่อสามารถดำเนินการได้อย่างประหยัด รวดเร็ว และได้ข้อมูลการทดลองที่มีคุณภาพ สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ดี นำไปสู่การสรุปผลและการแก้ไขปัญหา และเป็นการได้มาซึ่งคำตอบที่ดีต่อองค์ความรู้ใหม่ ๆ ซึ่งเป็นการเพิ่มพูนองค์ความรู้ในศาสตร์นั้น ๆ ได้อย่างดี จนถึงขั้นนำไปกำหนดเป็นนวัตกรรมได้ในเชิงประจักษ์

หนังสือเล่มนี้ประกอบด้วยเทคนิคและวิธีการบางอย่างที่เป็นการประยุกต์การออกแบบการทดลองจากเทคนิคการออกแบบการทดลองเบื้องต้น สามารถนำมาดัดแปลงและใช้เป็นแบบแผนการทดลองได้อย่างมีประสิทธิภาพ และก่อให้เกิดคุณภาพในองค์ความรู้ที่ได้จากการทดลอง

ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อ นักศึกษา ผู้สนใจทั่วไป รวมทั้งนักวิจัยและพัฒนาทางด้านวิชาการต่าง ๆ โดยเฉพาะในสายงานอุตสาหกรรมได้เป็นอย่างดี

ศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ วิริยจารี

สาขาวิชาเทคโนโลยีการพัฒนาลิขสิทธิ์

คณะอุตสาหกรรมเกษตร มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

2547, 2555, 2557, 2566

สารบัญ

คำนำ	iii
สารบัญ	iv
สารบัญภาพ	vii
สารบัญตาราง	xxii

บทที่ 1 การออกแบบพื้นที่การตอบสนอง (Response Surface Design)

1.1 จุดอ่อนของการสร้างกราฟแบบ Classical one-variable-at-a-time	2
1.2 แนวความคิดทั่วไป	5
1.3 ความสอดคล้องของพื้นที่การตอบสนอง และข้อควรพิจารณาในการออกแบบบางอย่าง	14
1.4 การสถิติการสร้างรูปแบบหุ่นลำดับที่หนึ่งและลำดับที่สองให้สอดคล้องโดยใช้การออกแบบ Center point design	22
1.5 การออกแบบ Composite designs	45
1.6 การออกแบบ Rotatable design	61
1.7 การวิเคราะห์พื้นที่การตอบสนองสำหรับข้อมูลทางประสาธสัมผัส	90
1.8 Steepest ascent technique	119

บทที่ 2 การหาความเหมาะสมของผลิตภัณฑ์ (Product Optimization)

2.1 แนวคิด	154
2.2 เหตุผลในการใช้เทคนิคหาจุดที่เหมาะสม	171
2.3 ประเภทของการทดลองหาจุดที่เหมาะสม	174
2.4 การค้นหาพื้นที่ที่เหมาะสมในพื้นที่การตอบสนอง	187
2.5 การใช้ Contour maps ในการคัดเลือกสูตรของผลิตภัณฑ์ให้ดีขึ้น	198
2.6 การขยายของการออกแบบ Fraction factorial design	201
2.7 ข้อควรระมัดระวังในการออกแบบ Fractional factorial design	215
2.8 การหาจุดที่เหมาะสมของตัวแปรไม่ต่อเนื่องหรือตัวแปรแสดงความพอใจ (Discrete variables)	222
2.9 เทคนิคการออกแบบการทดลองในลักษณะเป็นขั้นตอนหรือวัฏภาค (Phase approach)	235

บทที่ 3 การออกแบบการทดลอง Plackett-Burman design

3.1 คำนำ	277
3.2 กรณีตัวอย่างในการออกแบบการทดลอง Plackett-Burman design	280
3.3 การใช้คอมพิวเตอร์กับการออกแบบการทดลอง Plackett-Burman design	286
3.4 การประยุกต์การออกแบบ Plackett-Burman design	306

บทที่ 4 การออกแบบการทดลอง Taguchi design

4.1 คำนำ	329
4.2 หลักการการออกแบบตามวิธีของทาคุชิ	333
4.3 การกำหนดการออกแบบปัจจัยตามการวางระบบแบบการจัดเรียงมุมฉาก (Orthogonal array)	336
4.4 การวิเคราะห์ผลการทดลอง	342
4.5 ข้อดีและข้อด้อยของการออกแบบการทดลองตามวิธีของทาคุชิ	344
4.6 วิธีของทาคุชิในการจัดการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในแนว Static และ Dynamic problems	347
4.7 การวัดคุณภาพในรูปแบบฟังก์ชันการสูญเสียตามวิธีของทาคุชิ	351
4.7.1 การออกแบบตามวิธีของทาคุชิที่มีรูปแบบคุณภาพเป็น Larger-the-better	351
4.7.2 การออกแบบตามวิธีของทาคุชิที่มีรูปแบบคุณภาพเป็น Smaller-the-better	362
4.7.3 การออกแบบตามวิธีของทาคุชิที่มีรูปแบบคุณภาพเป็น Nominal- the-best	364
4.8 การใช้สัดส่วนสัญญาณต่อสิ่งรบกวน ในการเลือกสูตรผลิตภัณฑ์	370
4.9 การจัดเรียงมุมฉากตามวิธีของ Taguchi design โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ Design-Expert	376

บทที่ 5 การออกแบบการทดลอง Box-Behnken design และ Box-Wilson design

5.1 Box-Behnken Design	407
5.2 กรณีศึกษาการออกแบบการทดลอง Box-Behnken design	410
5.3 Box-Wilson design	430
5.4 กรณีศึกษาการออกแบบการทดลอง Box-Wilson design	433

บทที่ 6 การออกแบบส่วนผสม Mixture design

6.1 คำนำ	449
6.2 การออกแบบส่วนผสมแบบ Scheffe/simplex-lattice design	454
6.3 การออกแบบส่วนผสมแบบ Scheffe/simplex-centroid design	467
6.4 การออกแบบส่วนผสมที่มีข้อจำกัดของสัดส่วนที่ใช้	474
6.5 การประยุกต์การออกแบบ Mixture design	492
6.6 การออกแบบส่วนผสมแบบ Mixture screening design และ Mixture D-optimal design	501

บทที่ 7 เทคนิคโปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear Programming Techniques)

7.1 โครงสร้างของโปรแกรมเชิงเส้นตรง	513
7.2 วิธีดำเนินการ	514
7.3 วิธีสร้างกราฟ	514
7.3.1 การใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรงในการแก้ปัญหาค่าที่ต้องการสูงสุด	514
7.3.2 การใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรงในการแก้ปัญหาค่าที่ต้องการต่ำสุด	520
7.4 วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex method)	530

บทที่ 8 เทคนิคเชิงระบบ Evolutionary OPerations (EVOP)

8.1 การตรวจสอบทางการจัดการต้นทุนของโรงงาน	545
8.2 การดำเนินการทาง Evolutionary OPerations	546
8.3 ประสิทธิภาพเบื้องต้น	548
8.4 การใช้ Worksheet ของ EVOP	549
8.5 สัญญาณบ่งบอกสิ่งรบกวนใน EVOP	551
8.6 จำนวนครั้งของการทดลองเพื่อการตัดสินใจ	551
8.7 สมการจาก EVOP	558

เอกสารอ้างอิง	568
---------------	-----

ภาคผนวก	589
---------	-----



การออกแบบ พื้นที่การตอบสนอง (Response Surface Design)

ปัจจุบันมีความสนใจในการออกแบบเพื่อหาความสอดคล้องกับพื้นที่ของการตอบสนอง และประเมินความเหมาะสมในสภาวะของการทดลอง การออกแบบที่เรียกว่า Response Surface Design (RSD) และการวิเคราะห์ได้นำมาใช้เพื่อค้นหาคำตอบของการทดลองที่ประกอบด้วยจำนวนปัจจัยร่วมการทดลองหลายปัจจัย ซึ่งจะนำทางสู่การค้นพบการตอบสนองที่เหมาะสมในที่สุด การตอบสนองที่เหมาะสมสามารถพิจารณาได้ใน 2 ลักษณะคือการตอบสนองที่มากที่สุด (maximum) หรือการตอบสนองต่ำสุด (minimum) ขึ้นอยู่กับธรรมชาติของการทดลอง วิธีการนี้ได้พัฒนาขึ้นเพื่ออธิบายในเชิงการเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์และสถิติที่ใช้ในการกำหนดวิธีการของพื้นที่การตอบสนอง (response surface methodology)

ต่อมาได้มีการประยุกต์ใช้กับสายงานทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมากมายในลักษณะอธิบายการวิเคราะห์ทางสถิติของรูปแบบการออกแบบพื้นที่การตอบสนอง รวมทั้งได้ใช้วิธีการของพื้นที่ของการตอบสนองเพื่อค้นหาระดับที่เหมาะสมของส่วนประกอบของผลิตภัณฑ์ต่าง ๆ หลายชนิด นอกจากนี้ได้ใช้เทคนิคการวิเคราะห์ดังกล่าวในการศึกษาการสูญเสียสภาพของโปรตีนเป็นต้น มีการประยุกต์ใช้อื่น ๆ ในการวิจัยทางสายงานด้านอุตสาหกรรมอาหารมากมาย (Wiryacharee, 1990; Gacula, 1993; Moskowitz et al., 2005; Smith, 2005; Myers et al., 2009 และ Lebovka et al., 2012)

วิธีการของพื้นที่การตอบสนองประกอบด้วยกลุ่มของเทคนิคที่ใช้ในการศึกษาจากค่าสังเกตเพื่อกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างค่าการตอบสนอง (response variable) ที่วัดได้ 1 หรือ 2 ค่า เช่น ผลผลิต ดัชนีค่าสี และความหนืด กับตัวแปรที่ใช้ในการทดลอง (input variables) เช่น เวลา อุณหภูมิ ความดัน และความเข้มข้น อย่างไรก็ตาม เทคนิคดังกล่าวนี้ ได้ใช้เพื่อให้คำตอบต่าง ๆ เช่น

1. ค่าตอบสนองได้รับผลกระทบจากชุดสิ่งทดลองบนพื้นที่เฉพาะที่น่าสนใจบางอย่างได้อย่างไร?
2. ถ้าจำเป็น ชุดของสิ่งทดลองอะไร? ที่จะให้ผลิตภัณฑ์หนึ่งเป็นที่น่าพอใจตรงตามข้อกำหนดจำเพาะพร้อม ๆ กัน

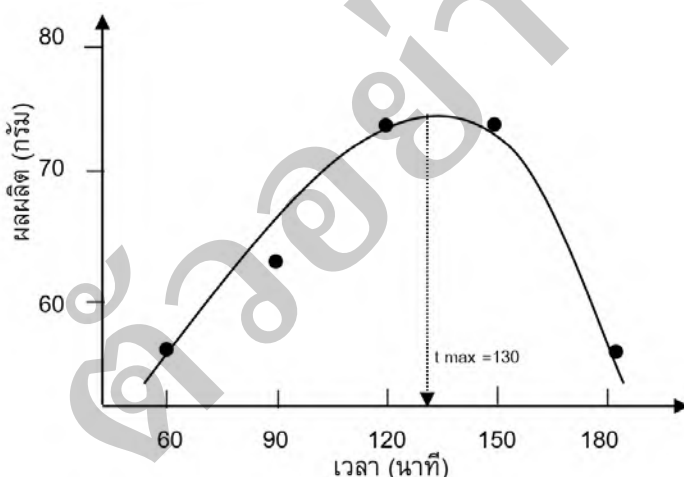


3. ค่าอะไรของสิ่งทดลองที่จะให้ผลผลิตในจุดที่สูงสุดของพื้นที่เฉพาะหนึ่ง ๆ และพื้นที่การตอบสนองอะไรที่ใกล้กับค่าสูงสุดนี้ได้

ในบทนี้จะเสนอการวิเคราะห์ทางสถิติของการออกแบบพื้นที่ของการตอบสนอง และแนวทางบางประการสำหรับการใช้การออกแบบนี้ สิ่งที่ต้องทราบก่อนได้แก่วิชาแคลคูลัสเบื้องต้น และคณิตศาสตร์

1.1 จุดอ่อนของการสร้างกราฟแบบ Classical one-variable-at-a-time

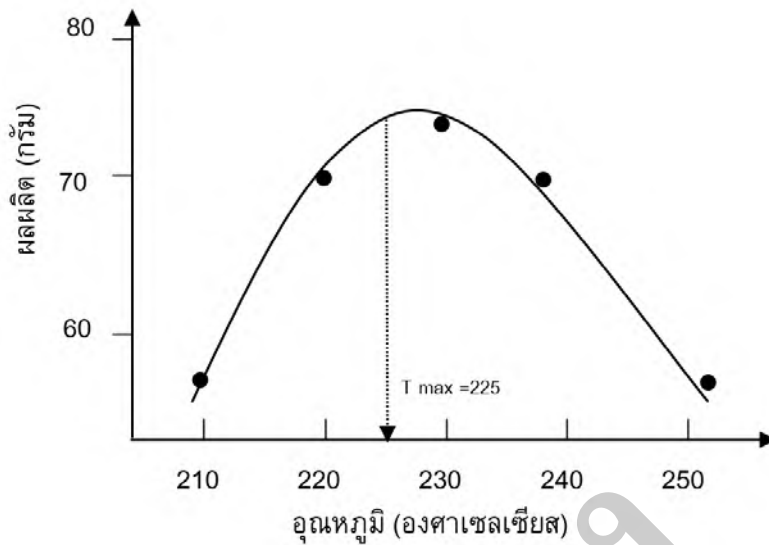
ถ้านักเคมีได้ใช้เทคนิคการสร้างกราฟแบบ Classical one-variable-at-a-time จะเป็นไปตามกราฟในภาพที่ 1.1 โดยที่ในภาพที่ 1.1a อุณหภูมิจะกำหนดให้คงที่ที่ 225 องศาเซลเซียส และเวลาที่ใช้ในปฏิกิริยา (t) ได้ผันแปรในช่วง 60 - 180 นาที การวาดภาพอย่างหยาบ ๆ จะได้ข้อสรุปว่าที่อุณหภูมิคงที่ดังกล่าว เวลาที่ใช้ในปฏิกิริยาที่ดีที่สุดคือที่ 130 นาที ซึ่งที่จุดดังกล่าวนี้จะให้ผลผลิตประมาณ 75 กรัม



ภาพที่ 1.1a ผลการทดลองที่สมมุติจาก one-variable-at-a-time ของการทดลองชุดแรก ความสัมพันธ์ของผลผลิตกับเวลาที่ใช้ทำปฏิกิริยา ที่กำหนดอุณหภูมิคงที่ 225 องศาเซลเซียส

(ดัดแปลงจาก Box and Draper, 1987; ไพโรจน์, 2544)

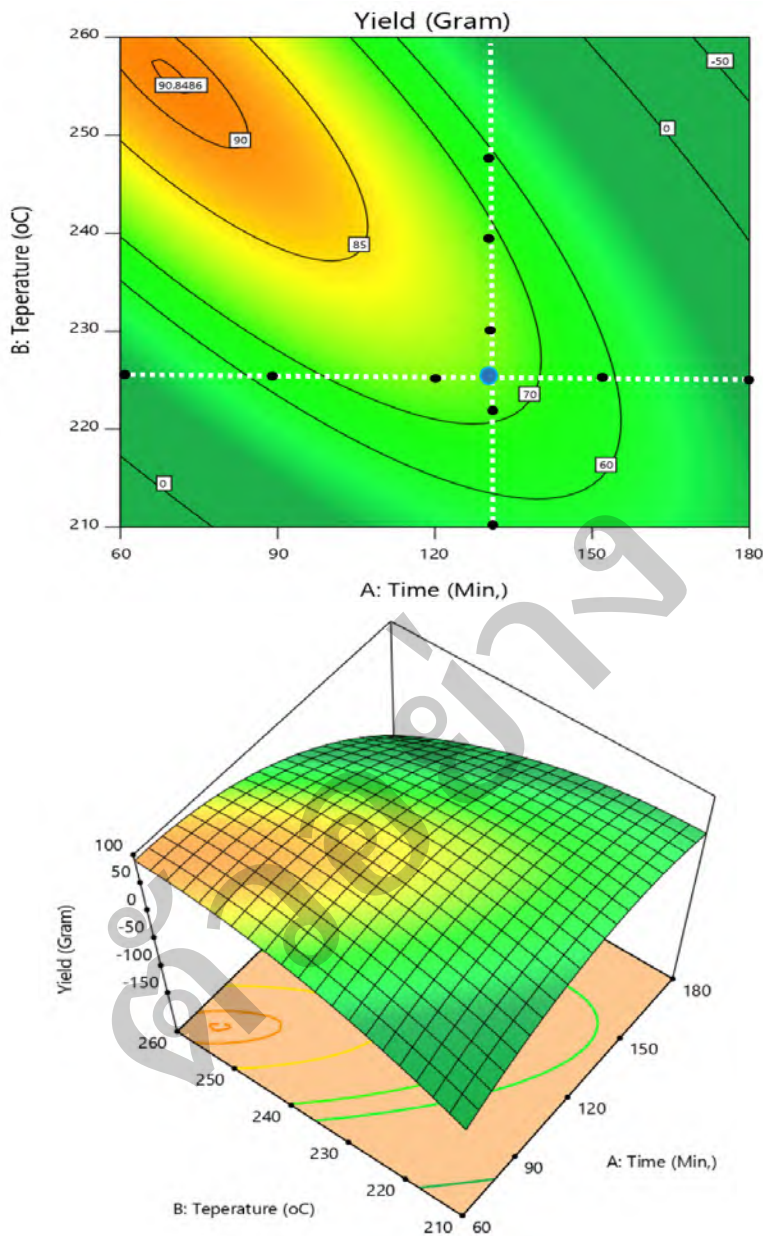
ถ้าหากดำเนินการในลักษณะ Classical one-variable-at-a-time ดังนั้นการทดลองจะกำหนดค่าคงที่ของเวลาในการทำปฏิกิริยา (t) ที่ค่าดีที่สุด (130 นาที) และอาจจะผันแปรอุณหภูมิ (T) เช่นในภาพที่ 1.1b ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าที่จุดที่ดีที่สุดของเวลาในการทำปฏิกิริยานั้น ค่าดีที่สุดของอุณหภูมิไม่ไกลจากค่าที่ 225 องศาเซลเซียสที่ใช้ในการทดลองแรก และให้ผลผลิตอย่างหยาบ ๆ เป็น 75 กรัม ดังนั้นข้อสรุปอาจจะดูเหมือนว่าผลผลิตสูงสุดในภาพรวมประมาณ 75 กรัมเมื่อสภาวะการทดลองเป็น 130 นาทีของการทำปฏิกิริยาที่อุณหภูมิ 225 องศาเซลเซียส



ภาพที่ 11b ผลการทดลองที่สมมุติจาก one-variable-at-a-time ของการทดลองชุดที่สอง
ความสัมพันธ์ของผลผลิตกับอุณหภูมิที่กำหนดเวลาที่ใช้ทำปฏิกิริยาที่ 130 นาที

(ดัดแปลงจาก Box and Draper, 1987; ไพโรจน์, 2544)

จากภาพแสดงว่าถ้าเวลาในการทำปฏิกิริยา หรืออุณหภูมิอย่างใดอย่างหนึ่งมีการเพิ่มขึ้นหรือลดลงจากสภาวะดังกล่าวข้างต้น การลดลงของผลผลิตจะเกิดขึ้น ดังนั้นอะไรเกิดขึ้นเมื่อตัวแปรนี้มีการเปลี่ยนแปลงไปพร้อม ๆ กัน ความเข้าใจในธรรมชาติที่เป็นไปได้ของผลร่วมระหว่างเวลาในการทำปฏิกิริยากับอุณหภูมิต่อผลผลิต จึงเป็นสิ่งที่ต้องพิจารณาในเทอมของหน้าที่ร่วมกันที่ไม่เป็นอิสระของค่าเฉลี่ยของผลผลิตต่อเวลาและอุณหภูมิดังกล่าวนั้น ความสัมพันธ์นี้สามารถแสดงในรูปแบบแผนภาพแผนที่ความสูงต่ำของผลผลิต (contour map) ดังแสดงในภาพที่ 1.2 ซึ่งแสดงถึงประเภทของการตอบสนองที่เกิดขึ้นอย่างปกติ และมีความสอดคล้องกับกราฟในภาพที่ 1.1 อย่างไรก็ตาม ถ้าภาพที่ 1.2 แสดงความสัมพันธ์ที่แท้จริง ผลผลิตสูงสุดที่เป็นจริงควรจะอยู่ที่ 91 กรัม (90.8486 กรัม) ไม่ใช่ 75 กรัม ผลผลิตนี้จะเกิดขึ้นได้ที่สภาวะการทดลองที่เวลาที่ใช้ทำปฏิกิริยาประมาณ 65 นาที ที่อุณหภูมิ 255 องศาเซลเซียส ซึ่งค่อนข้างแตกต่างจากสภาวะการทดลองที่ 130 นาที ที่อุณหภูมิ 225 องศาเซลเซียส ที่ได้จากการทดลองในลักษณะ Classical one-variable-at-a-time



ภาพที่ 1.2 พื้นที่การตอบสนองจริงที่เป็นไปได้ของผลผลิตที่เกิดขึ้นจากการทดลองเวลาที่ใช้ในการทำปฏิกิริยาและอุณหภูมิ กับจุดต่าง ๆ ที่แสดงผลจากการทดลอง one-variable-at-a-time (ดัดแปลงจาก Box and Draper, 1987; ไพโรจน์, 2544)

ต่อไปนี้จะเป็นการอธิบายทางเลือก โดยเป็นวิธีที่ปกติดีกว่าข้างต้น ซึ่งผู้ทดลองในตอนแรกจะใช้วิธีของ Steepest ascent เพื่อหาค่าใกล้เคียงกับจุดสูงสุดและต่อมาก็ประมาณพื้นที่ที่มีค่าใกล้เคียงกับจุดสูงสุดที่สอดคล้องกับสมการลำดับที่สอง



1.2 แนวความคิดทั่วไป

พิจารณาสมการ

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) + \epsilon \quad [1.2.1]$$

เมื่อ Y = ค่าตอบสนองที่สังเกตได้ ซึ่งมักรู้จักกันในชื่อ Dependent variable

f = ฟังก์ชันของการตอบสนองของ $X_1, X_2, \dots, X_n$ ซึ่งเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ ซึ่งมัก
รู้จักกันในชื่อ Independent variable

ϵ = เทอมของความคลาดเคลื่อนสุ่ม

แม้ว่ารูปแบบความเที่ยงตรงของฟังก์ชันการตอบสนอง f มักจะไม่ทราบเสมอ ประสบการณ์
มักจะแสดงให้เห็นว่าโดยทั่วไปสามารถประมาณการมันได้โดยฟังก์ชันเชิงเส้นตรง หรือเส้นโค้งของ
ตัวแปรเชิงปริมาณ

ความสัมพันธ์ของสมการถดถอยเชิงเส้นตรง (linear regression relationship) เป็นดังนี้

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + \epsilon \quad [1.2.2]$$

ซึ่งสมการดังกล่าวเป็นสมการพื้นฐานง่ายสุด ที่มักรู้จักกันว่าเป็น รูปแบบหรือสมการลำดับที่
หนึ่ง (first-order model or equation) ส่วนรูปแบบลำดับที่สอง (second-order model) เป็น
ความสัมพันธ์ของสมการถดถอยเชิงเส้นโค้ง (quadratic regression relationship)

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_n X_n + \beta_{11} X_1^2 + \dots + \beta_{nn} X_n^2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \dots + \beta_{n-1,n} X_{n-1} X_n + \epsilon \quad [1.2.3]$$

พารามิเตอร์ของสมการนี้โดยทั่วไปมักไม่ทราบ ดังนั้นจะต้องประมาณจากผลการทดลอง
ความหมายในเชิงกายภาพของพารามิเตอร์ดังกล่าวเป็นดังนี้

β_0 = จุดตัด (intercept) หรือ Grand mean

และการประมาณการตัวนี้จะใช้สัญลักษณ์เป็น b_0 แทน

β_i = ผลกระทบเชิงเส้นตรง (linear effect) ของ X_i

และการประมาณการตัวนี้จะใช้สัญลักษณ์เป็น b_i แทน เมื่อ $i = 1, \dots, n$

β_{ii} = ผลกระทบเชิงเส้นโค้ง (quadratic effect) ของ X_i

และการประมาณการตัวนี้จะใช้สัญลักษณ์เป็น b_{ii} แทน เมื่อ $i = 1, \dots, n$

β_{ij} = ผลกระทบของปฏิกริยาสัมพันธ์ (interaction effect) ของ X_i และ X_j

และการประมาณการตัวนี้จะใช้สัญลักษณ์เป็น b_{ij} แทน เมื่อ $i < j$

และ $i = 1, \dots, n-1$ ส่วน $j = 1, \dots, n$

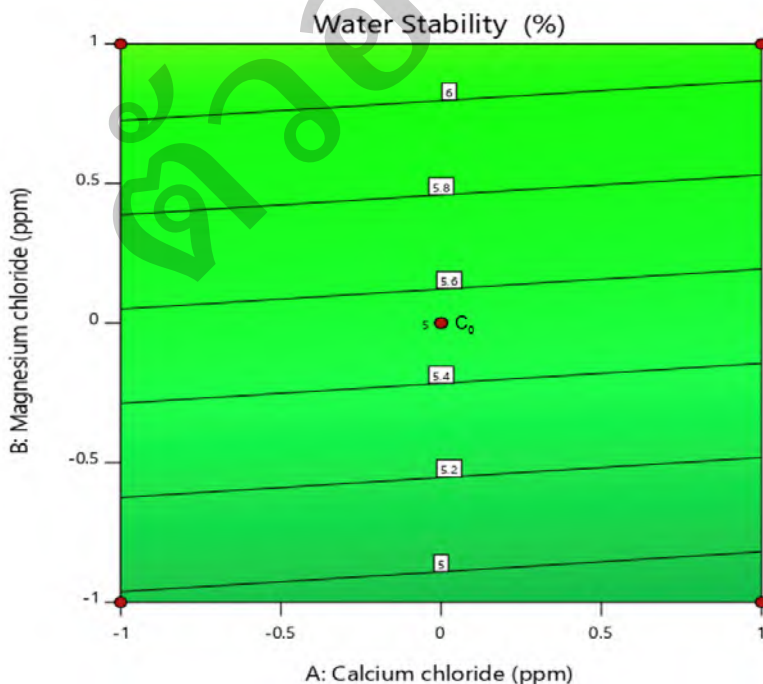
ในเทอมของความคลาดเคลื่อนโดยปกติจะกำหนดให้มีการกระจายตัวเทียบกับค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์
และมีค่าความแปรปรวนเป็น σ^2 ความแปรปรวนในเชิงปริมาณ σ^2 ในการกระจายตัวของค่าตอบสนอง
เกิดขึ้นเนื่องจากความแตกต่างระหว่างจุดต่าง ๆ ที่ออกแบบกับความคลาดเคลื่อนในการทดลองที่
ไม่สามารถควบคุมได้ ความแปรปรวนเนื่องจากความแตกต่างระหว่างจุดต่าง ๆ ที่ออกแบบสามารถ



อธิบายโดยฟังก์ชันของการตอบสนองถ้าเกิดทราบความแปรปรวนดังกล่าว แต่โดยปกติฟังก์ชันของการตอบสนองที่เป็นจริงไม่ค่อยทราบมาก่อน ดังนั้นจึงมักต้องประมาณการของค่าดังกล่าว เป็นผลให้การกระจายตัวของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนไม่เฉพาะแต่เกิดเนื่องจากความคลาดเคลื่อนจากการทดลองเพียงอย่างเดียวแต่เกิดเนื่องจากการขาดความสอดคล้องของรูปแบบหุ่นที่ประมาณการขึ้นมาหรือที่เรียกว่า Lack of fit of estimated model ถ้ารูปแบบหุ่นที่ประมาณขึ้นมามีความสอดคล้องในการตอบสนองที่กำลังคาดคะเนแล้วค่าผลรวมกำลังสอง (sum of square) ของความคลาดเคลื่อน (SSE) จะเกิดเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการทดลองเพื่อประเมินความเหมาะสมของรูปแบบหุ่นที่ประมาณ ผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนจึงถูกแบ่งเป็น ผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนในการทดลอง และผลรวมกำลังสองอันเนื่องมาจากการขาดความสอดคล้องของรูปแบบหุ่น การแบ่งผลรวมกำลังสองดังกล่าวจะอธิบายในรายละเอียดในข้อ 1.3

หลักการทางสถิติของกำลังสองน้อยที่สุด (least squares) ได้นำมาใช้ในการประมาณพารามิเตอร์ของฟังก์ชันการตอบสนองของสมการถดถอยที่ตั้งสมมุติฐานขึ้น เมื่อพารามิเตอร์ของฟังก์ชันการตอบสนองที่ได้ตั้งสมมุติฐานขึ้นถูกแทนด้วยค่าประมาณของมัน ผลลัพธ์คือ ฟังก์ชันของการตอบสนองจะถูกทำให้สอดคล้องขึ้น และค่า $\hat{Y}$ จึงเป็นดังนี้

$$\hat{Y} = b_0 + b_1X_1 + \dots + b_nX_n$$



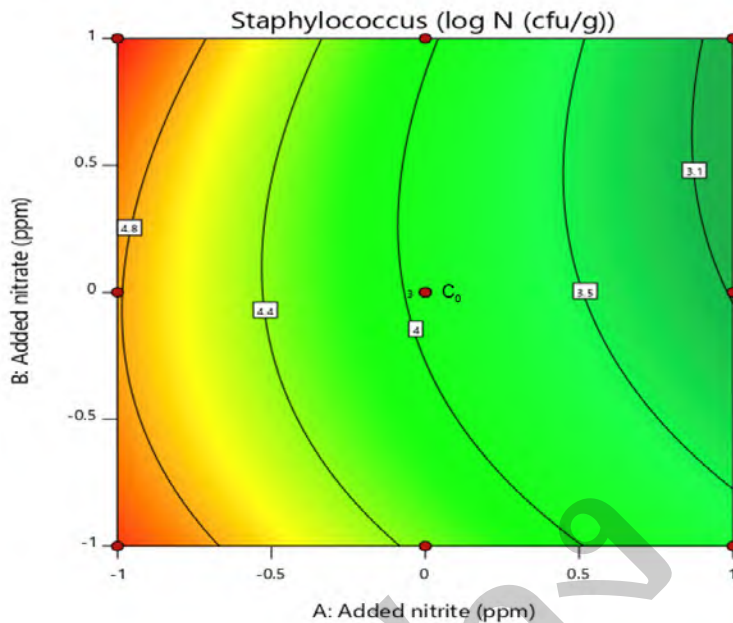
ภาพที่ 1.3 พื้นที่การตอบสนองของความคงตัวของอิมัลชันที่ระดับของ CaCl_2 และ MgCl_2 ระดับต่าง ๆ

(ดัดแปลงจาก Gacula and Singh, 1984)

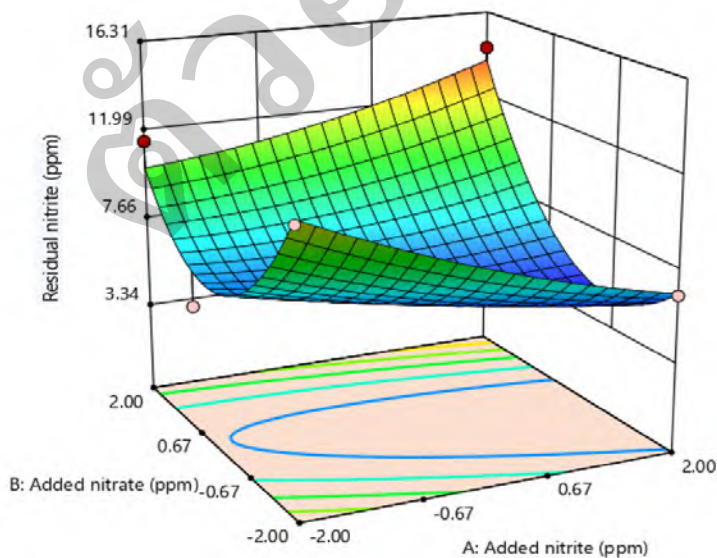


สมการดังกล่าวเป็นฟังก์ชันการตอบสนองเชิงเส้นตรงที่ถูกทำให้สอดคล้อง ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการคาดคะเนการตอบสนองสำหรับค่าที่ต้องการของตัวแปรเชิงปริมาณ (independent variables) เมื่อฟังก์ชันการตอบสนองที่ถูกทำให้สอดคล้อง ($\hat{Y}$) ได้นำมาสร้างกราฟในลักษณะเป็นฟังก์ชันของตัวแปรเชิงปริมาณ ผลลัพธ์ที่ได้จากการสร้างกราฟนี้เรียกว่า Response surface plots หรือ Contour maps

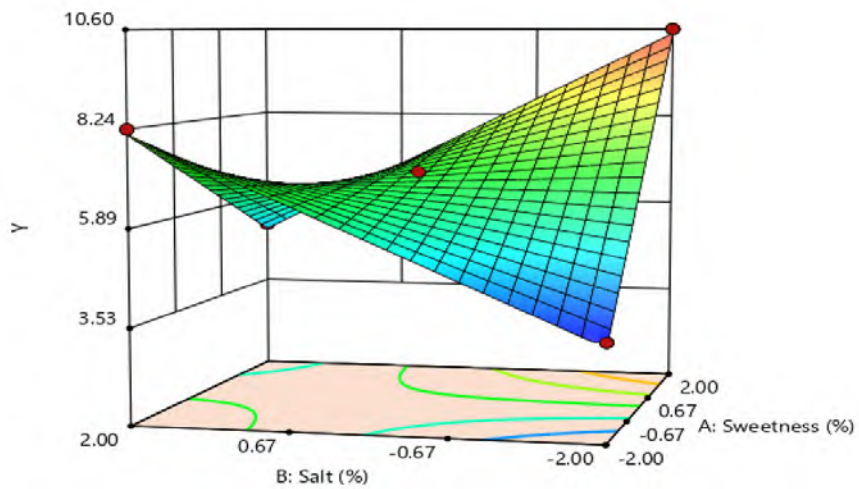
Contour maps ของการตอบสนองเป็นภาพที่นำให้ความสนใจต่อการวิเคราะห์พื้นที่ของการตอบสนอง ต่อไปนี้ขอยกตัวอย่างการสร้างกราฟพื้นที่การตอบสนองที่สร้างขึ้นด้วยฟังก์ชันการตอบสนองที่ถูกทำให้สอดคล้องในลำดับที่หนึ่งและลำดับที่สอง (first and second-order) ในภาพที่ 1.3 เป็นพื้นที่การตอบสนองของสมการลำดับที่หนึ่ง จุดกึ่งกลางของกราฟ (C_0) แสดงให้เห็นถึงการมีบทบาทที่สำคัญ ซึ่งจะอธิบายในรายละเอียดในข้อ 1.3 ในภาพดังกล่าว ค่าตอบสนอง Y จะเพิ่มขึ้นเมื่อระดับของ $MgCl_2$ เพิ่มขึ้น และผลของ $CaCl_2$ เป็นศูนย์หรือไม่มีผลอันเนื่องมาจากสาร $CaCl_2$ ส่วนภาพที่ 1.4 และ 1.5 แสดงให้เห็นพื้นที่การตอบสนองที่กำหนดด้วยรูปแบบลำดับที่สอง กราฟที่สร้างขึ้นเกิดจากผลของปฏิกริยาสัมพันธ์และผลของเส้นโค้งในรูปแบบหุ่นเค้าโครงของกราฟในภาพที่ 1.4 สาคิตให้เห็นถึงประสิทธิภาพของไนไตรต์ที่เดิมเพื่อทำการควบคุมการเจริญของเชื้อ *Staphylococcus* ส่วนกราฟในภาพที่ 1.5 สาคิตให้เห็นถึงความเด่นชัดของทอมปปฏิกริยาสัมพันธ์และเส้นโค้งในรูปแบบหุ่นซึ่งหมายถึงสารไนไตรต์ที่เพิ่มขึ้นกับปริมาณไนไตรต์และไนเตรตที่เดิม พื้นที่ของการตอบสนองในภาพที่ 1.6 เป็นภาพที่แอ่น เป็นพื้นที่ของการตอบสนองที่ซับซ้อนที่เกิดจากค่าต่ำสุดและสูงสุดที่เกิดขึ้นที่จุดรวมมากมายของค่าตัวแปรเชิงปริมาณ ภาพที่ 1.7 สาคิตให้เห็นว่าพื้นที่ของการตอบสนองที่เป็นแอ่งหรือเนิน รูปแบบนี้มักจะปรากฏเมื่อการตอบสนองถึงจุดเหมาะสมใกล้เคียงกับจุดกึ่งกลางของการออกแบบ ในภาพนี้การตอบสนองของจุดเหมาะสมเป็นค่าที่สูงสุด ซึ่งหมายถึงถ้าหากมีการเคลื่อนที่ห่างจากจุดกึ่งกลางของการออกแบบค่าตอบสนองจะลดลง จากตัวอย่างทั้งหมดดังที่ได้กล่าวมาแล้ว แสดงให้เห็นว่าการสร้างกราฟพื้นที่ทำให้สามารถหาตำแหน่งและทราบลักษณะของการตอบสนองที่เหมาะสมได้ ขั้นตอนของการวิเคราะห์ที่จำเป็นเพื่อใช้ในการสร้างพื้นที่ของการตอบสนองจะอธิบายในตอนต่อไป



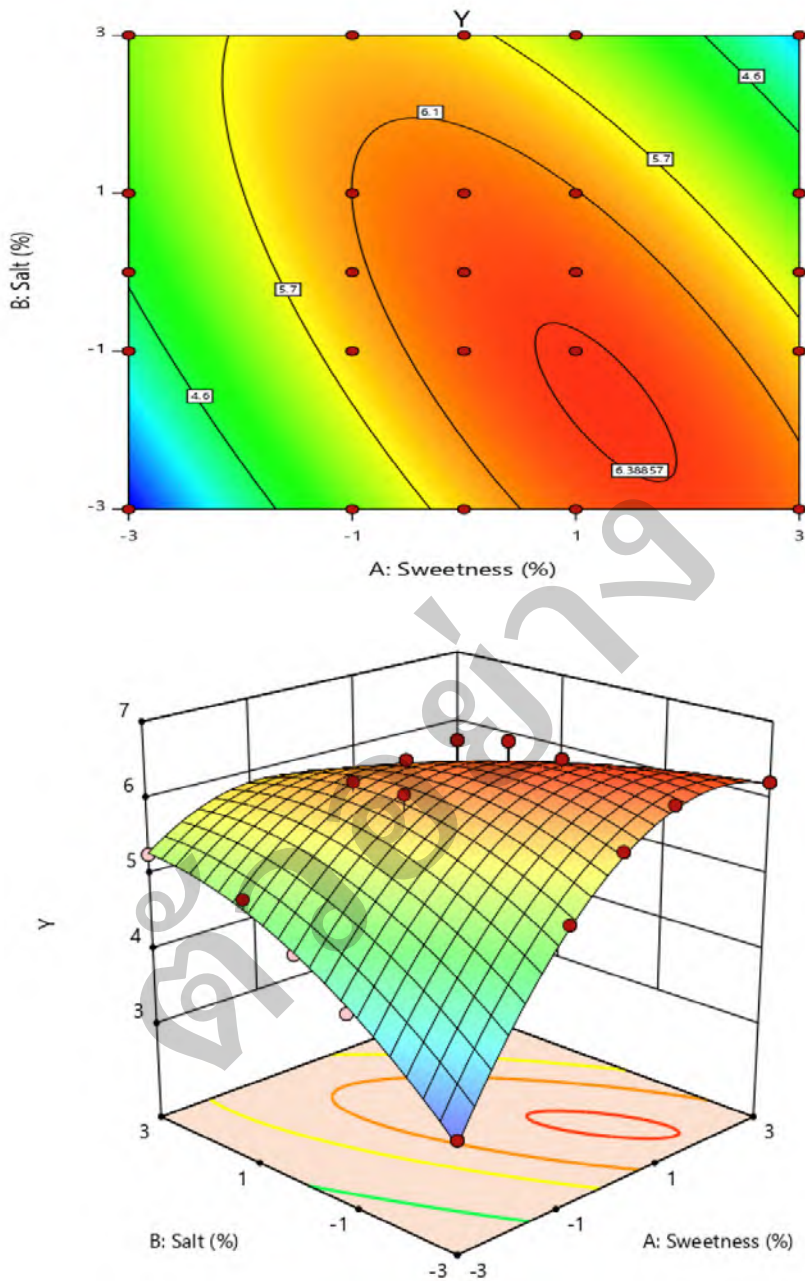
ภาพที่ 1.4 พื้นที่การตอบสนองของปริมาณ *Staphylococcus* ในไส้กรอก Pepperoni ที่มีการเติมสารไนเตรตและไนไตรต์ในระดับต่าง ๆ
(ดัดแปลงจาก Gacula and Singh, 1984)



ภาพที่ 1.5 พื้นที่การตอบสนองของไนไตรต์ที่เหลืออยู่ในไส้กรอก Pepperoni ที่เก็บในสภาพสุญญากาศที่มีการเติมสารไนเตรตและไนไตรต์ในระดับต่าง ๆ
(ดัดแปลงจาก Gacula and Singh, 1984)



ภาพที่ 1.6 Response contour ที่แสดงในรูปแบบการแอ่นของพื้นที่การตอบสนอง
(ดัดแปลงจาก Gacula and Singh, 1984)



ภาพที่ 1.7 Response contour ที่แสดงในรูปแบบเนินของพื้นที่การตอบสนอง
 การสร้างพื้นที่ของการตอบสนอง

(ดัดแปลงจาก Gacula and Singh, 1984)