

คณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์ (Computer Mathematics)

หนังสือเล่มนี้เรียบเรียงตามจุดประสงค์รายวิชา สมรรถนะรายวิชา และคำอธิบายรายวิชา

หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2562

ของสำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ



 **IMAC**EDUCATION

คณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์ 2024-2003

หมวดวิชาสมรรถนะวิชาชีพ

กลุ่มสมรรถนะวิชาชีพเฉพาะ

หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2562

พรชัย ทองอินทร์

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

พรชัย ทองอินทร์.

คณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์ (2004-2003).-- กรุงเทพฯ : แม็คเอดูเคชั่น, 2563.

240 หน้า.

1. คอมพิวเตอร์ -- คณิตศาสตร์. I. ชื่อเรื่อง.

004.0151

ISBN 978-616-345-071-5

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย

MAC EDUCATION

ผู้เขียน : พรชัย ทองอินทร์

ผู้ทรงคุณวุฒิ : รศ.ดร.ปณิดา วรรณพิรุณ

การสั่งซื้อ : ส่งรษณีย์ติดส่งจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว ในนาม บริษัท แม็คเอดูเคชั่น จำกัด
เลขที่ 9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว แขวงจันทระเกษม
เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

☎ : 0-2938-2022-7 FAX : 0-2938-2028

www.MACeducation.com

พิมพ์ครั้งที่ : 1

จำนวนที่พิมพ์ : 3,000 เล่ม

ราคาจำหน่าย : 94 บาท

ปีที่พิมพ์ : 2563

พิมพ์ที่ : บริษัท สุภชนิษฐ์ พรินติ้ง กรุป จำกัด

(สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามลอกเลียน ไม่ว่าจะเป็นส่วนหนึ่งส่วนใดของหนังสือเล่มนั้นนอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร)

คำนำ

ตามที่กระทรวงศึกษาธิการได้ประกาศใช้หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2562 เพื่อมุ่งผลิตและพัฒนากำลังคนระดับฝีมือให้มีสมรรถนะ มีคุณธรรมจริยธรรม และจรรยาบรรณวิชาชีพ สามารถประกอบอาชีพอิสระ เป็นผู้ประกอบการที่มีคุณภาพ หรือประกอบอาชีพอื่น ๆ ได้ตรงตามความต้องการของสถานประกอบการทั้งในประเทศและในภูมิภาคอาเซียน

บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด ผู้ผลิตและจำหน่ายหนังสือเรียน สื่อการเรียนรู้ และวารสารทางการศึกษา ทั้งในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ระดับอาชีวศึกษา ตระหนักถึงภารกิจสำคัญในการมีส่วนร่วมในการสนับสนุน ส่งเสริมการศึกษาระดับอาชีวศึกษาให้บรรลุผลสมดังเจตนารมณ์ที่ตั้งไว้ จึงได้แต่งตั้งคณะทำงาน ซึ่งประกอบด้วยนักวิชาการและผู้สอนทั้งในระดับอาชีวศึกษาและระดับอุดมศึกษาที่มีความเชี่ยวชาญ ด้านหลักสูตรและการจัดการเรียนรู้ ดำเนินการวิเคราะห์หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2562 ในแต่ละสาขาวิชาเพื่อจัดทำสื่อการเรียนรู้ อันประกอบด้วย

1. หนังสือเรียนที่จัดทำให้ตรงกับจุดประสงค์รายวิชา สมรรถนะรายวิชา และคำอธิบายรายวิชา ทั้งนี้โดยคำนึงถึงความสอดคล้องกับมาตรฐานการศึกษาวิชาชีพทั้ง 3 ด้าน คือ ด้านคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ ด้านสมรรถนะแกนกลาง และด้านสมรรถนะวิชาชีพ

2. แผนการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นการพัฒนาสมรรถนะของผู้เรียนผ่านกิจกรรมการเรียนรู้หลากหลายรูปแบบ เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้สอนนำไปปรับให้เหมาะสมกับธรรมชาติของผู้เรียนและจุดเน้นของสถานศึกษา

จุดเด่นของหนังสือเรียนชุดใหม่ มีดังนี้

1. นำเสนอในรูปแบบหน่วยการเรียนรู้ ที่เนื้อหาง่ายต่อการเรียนรู้ แต่ยังคงไว้ซึ่งความเข้มข้น และทันสมัย ทั้งนี้เนื้อหาในหนังสือเรียนมุ่งเน้นให้สัมพันธ์กับจุดประสงค์การเรียนรู้ หลักการเรียนรู้ตามสภาพจริง (Authentic Learning) และการประเมินผลตามสภาพจริง (Authentic Assessment)

2. แทรกกิจกรรมตรวจสอบความเข้าใจ กิจกรรมตามสมรรถนะรายวิชา กิจกรรมการฝึกกระบวนการคิด (Thinking Skills) และกิจกรรมบูรณาการให้แก่ผู้เรียน

3. พัฒนาสมรรถนะแกนกลางและสมรรถนะวิชาชีพผ่านกระบวนการปฏิบัติงานโดยใช้ใบช่วยสอน เป็นสื่อสำหรับการฝึกกระบวนการเรียนรู้ที่สำคัญ เช่น การเรียนรู้จากโครงงาน (Project-based Learning)

4. มีแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยจัดทำแบบทดสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ประจำหน่วยการเรียนนั้น ๆ ทำายหน่วยการเรียนรู้ทุกหน่วย

บริษัท แม็คเอดดูเคชั่น จำกัด ขอขอบคุณสถานศึกษา ครู คณาจารย์ ผู้สอน ผู้เรียน และผู้ที่สนใจทุกท่านที่ให้ความไว้วางใจในสื่อการเรียนรู้ของบริษัท บริษัทหวังเป็นอย่างยิ่งว่าสื่อการเรียนรู้ชุดนี้จะมีส่วนช่วยให้การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพและประสิทธิผล เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพทัดเทียมระดับสากลต่อไป

บริษัท แม็คเอดดูเคชั่น จำกัด

รหัส 20204-2003

วิชาคณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์

ทฤษฎี 1 ชั่วโมง ปฏิบัติ 2 ชั่วโมง 2 หน่วยกิต

จุดประสงค์รายวิชา เพื่อให้

1. เข้าใจเกี่ยวกับวิวัฒนาการของระบบจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับการทำงานของคอมพิวเตอร์
2. เข้าใจเกี่ยวกับระบบจำนวน ระบบเลขฐาน ตรรกศาสตร์ พีชคณิตบูลีน พีชคณิตเชิงเส้น และทฤษฎีเมทริกซ์
3. สามารถคำนวณระบบจำนวน ระบบเลขฐาน ตรรกศาสตร์ พีชคณิตบูลีน พีชคณิตเชิงเส้น และทฤษฎีเมทริกซ์
4. มีเจตคติและกิจนิสัยที่ดีในการปฏิบัติงานด้วยความละเอียดรอบคอบ และถูกต้อง

สมรรถนะรายวิชา

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับวิวัฒนาการของระบบจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับการทำงานของคอมพิวเตอร์
2. แสดงความรู้เกี่ยวกับระบบจำนวน ระบบเลขฐาน ตรรกศาสตร์ พีชคณิตบูลีน พีชคณิตเชิงเส้น และทฤษฎีเมทริกซ์
3. คำนวณระบบจำนวน ระบบเลขฐาน ตรรกศาสตร์ พีชคณิตบูลีน พีชคณิตเชิงเส้น และทฤษฎีเมทริกซ์

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาและปฏิบัติเกี่ยวกับวิวัฒนาการของระบบจำนวน ความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับการทำงานของคอมพิวเตอร์ ระบบเลขฐาน ตรรกศาสตร์ พีชคณิตบูลีน พีชคณิตเชิงเส้น และทฤษฎีเมทริกซ์

ตารางวิเคราะห์สมรรถนะประจำหน่วย

หน่วยการเรียนรู้ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	สมรรถนะประจำหน่วย
1	วิวัฒนาการของระบบจำนวน	แสดงความรู้เกี่ยวกับวิวัฒนาการของระบบจำนวนและยกตัวอย่างของระบบจำนวนของชนชาติต่าง ๆ
2	ระบบจำนวน	แสดงความรู้เกี่ยวกับระบบจำนวน
3	พีชคณิตเชิงเส้น	แสดงความรู้เกี่ยวกับพีชคณิตเชิงเส้น
4	เมทริกซ์	แสดงความรู้เกี่ยวกับเมทริกซ์
5	ระบบเลขฐาน	1. แสดงความรู้เกี่ยวกับระบบเลขฐาน 2. คำนวณเลขฐานและเปลี่ยนเลขฐาน
6	การแทนจำนวนมีเครื่องหมายและคอมพลิเมนต์	แสดงความรู้เกี่ยวกับการแทนจำนวนมีเครื่องหมายและคอมพลิเมนต์
7	พีชคณิตบูลีน	แสดงความรู้เกี่ยวกับพีชคณิตบูลีน
8	ตรรกศาสตร์	แสดงความรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์
9	วิวัฒนาการและหลักการคำนวณของเครื่องคอมพิวเตอร์	1. แสดงความรู้เกี่ยวกับวิวัฒนาการของเครื่องคำนวณ 2. แสดงความรู้เกี่ยวกับหลักการคำนวณของเครื่องคอมพิวเตอร์
10	ความสัมพันธ์ระหว่างการคำนวณทางคณิตศาสตร์กับคอมพิวเตอร์	แสดงความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างการคำนวณทางคณิตศาสตร์กับคอมพิวเตอร์

สารบัญ

	หน้า
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 วิวัฒนาการของระบบจำนวน	1
1. ระบบรวมกลุ่มอย่างง่าย	3
2. ระบบรวมกลุ่มแบบคูณ	5
3. ระบบตัวเลขหัด	6
4. ระบบตัวเลขเชิงหลัก	7
แบบทดสอบเพื่อประเมินผลหลังการเรียนรู้	13
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ระบบจำนวน	15
1. จำนวนจริง	16
2. จำนวนตรรกยะ	18
3. จำนวนอตรรกยะ	21
4. เส้นจำนวนจริง	22
แบบทดสอบเพื่อประเมินผลหลังการเรียนรู้	27
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 พีชคณิตเชิงเส้น	29
1. ความหมายของสมการ	30
2. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	30
3. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	33
4. กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	35
แบบทดสอบเพื่อประเมินผลหลังการเรียนรู้	45

	หน้า
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เมทริกซ์	47
1. ความหมายของเมทริกซ์	48
2. สัญลักษณ์ของเมทริกซ์	48
3. ชนิดของเมทริกซ์	49
4. ทรานส์โพสของเมทริกซ์หรือเมทริกซ์สลับเปลี่ยน	51
5. การเท่ากันของเมทริกซ์	52
6. การบวกและการลบเมทริกซ์	53
7. การคูณเมทริกซ์	56
8. ดีเทอร์มิแนนต์	58
9. ไมเนอร์ของสมาชิกของเมทริกซ์จัตุรัส	59
แบบทดสอบเพื่อประเมินผลหลังการเรียนรู้	65
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ระบบเลขฐาน	68
1. ระบบเลขฐานสิบ	69
2. ระบบเลขฐานสอง	70
3. ระบบเลขฐานแปด	79
4. ระบบเลขฐานสิบหก	85
5. การเปลี่ยนเลขฐาน	92
แบบทดสอบเพื่อประเมินผลหลังการเรียนรู้	105
หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 การแทนจำนวนมีเครื่องหมายและคอมพลิเมนต์	107
1. การแทนจำนวนมีเครื่องหมาย	108
2. ความสำคัญและความหมายของคอมพลิเมนต์	113
3. การคอมพลิเมนต์เลขฐานสอง	114
4. การคอมพลิเมนต์เลขฐานแปด	115
5. การคอมพลิเมนต์เลขฐานสิบ	116
6. การคอมพลิเมนต์เลขฐานสิบหก	117

	หน้า
7. การลบเลขโดยใช้คอมพลิเมนต์ฐาน	117
8. การลบเลขโดยใช้คอมพลิเมนต์ฐานลบหนึ่ง	122
แบบทดสอบเพื่อประเมินผลหลังการเรียนรู้	129
หน่วยการเรียนรู้ที่ 7 พืชคณิตบูลีน	131
1. ความเป็นมาของพีชคณิตบูลีน	132
2. กฎของพีชคณิตบูลีน	133
3. ลอจิกเกต	135
4. การใช้กฎของพีชคณิตบูลีนในการลดรูปสมการ	143
แบบทดสอบเพื่อประเมินผลหลังการเรียนรู้	160
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 ตรรกศาสตร์	163
1. ความหมายและชนิดของประพจน์	164
2. การหาค่าความจริงของประพจน์	164
3. การสร้างตารางค่าความจริง	169
4. ประพจน์ที่สมมูลกัน	171
5. ประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน	172
6. สัจนิรันดร์	173
7. ประพจน์ขัดแย้ง	173
8. ประโยคเปิด	174
แบบทดสอบเพื่อประเมินผลหลังการเรียนรู้	178
หน่วยการเรียนรู้ที่ 9 วิวัฒนาการและหลักการคำนวณของเครื่องคอมพิวเตอร์	180
1. วิวัฒนาการของเครื่องคำนวณ	181
2. หลักการคำนวณของคอมพิวเตอร์แบบแอนะล็อก แบบดิจิทัล และแบบลูกผสม	189
3. ตัวดำเนินการ (อ้างอิงจากภาษาซี)	190
4. ลำดับความสำคัญของเครื่องหมายการคำนวณ	196
5. ลำดับการคำนวณของคอมพิวเตอร์	197
แบบทดสอบเพื่อประเมินผลหลังการเรียนรู้	202

หน่วยการเรียนรู้ที่ 10 ความสัมพันธ์ระหว่างการคำนวณทางคณิตศาสตร์กับคอมพิวเตอร์	205
1. คณิตศาสตร์กับคอมพิวเตอร์	206
2. ความสัมพันธ์ระหว่างระบบเลขฐานสองกับระบบดิจิทัล	207
3. หลักพื้นฐานในการประมวลผลของคอมพิวเตอร์	208
4. หน่วยคำนวณทางคณิตศาสตร์และตรรกะ	209
5. การทำงานของ ALU	210
6. การคำนวณของ ALU	212
7. วงจรตรรกะ	212
8. วงจรบวกเลข	215
9. วงจรลบเลข	219
แบบทดสอบเพื่อประเมินผลหลังการเรียนรู้	227
บรรณานุกรม	230

วิวัฒนาการของระบบจำนวน

สาระการเรียนรู้

1. ระบบรวมกลุ่มอย่างง่าย
2. ระบบรวมกลุ่มแบบคูณ
3. ระบบตัวเลขทศ
4. ระบบตัวเลขเชิงหลัก

วิวัฒนาการของ ระบบจำนวน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความเป็นมาของระบบจำนวนได้
2. เข้าใจระบบจำนวนได้
3. บอกระบบจำนวนของชนชาติต่างๆ ได้

สมรรถนะประจำหน่วย

แสดงความรู้เกี่ยวกับวิวัฒนาการของระบบจำนวน
และยกตัวอย่างของระบบจำนวนของชนชาติต่างๆ

วิวัฒนาการของระบบจำนวน

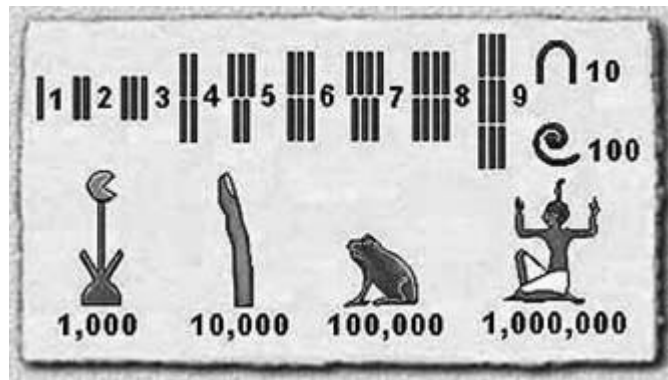
ความคิดเกี่ยวกับการนำจำนวนมาใช้นั้นมีมาตั้งแต่สมัยก่อนประวัติศาสตร์ ซึ่งไม่ได้มีการบันทึกเหตุการณ์ต่าง ๆ ไว้ จึงไม่มีใครทราบว่าเกิดขึ้นมาตั้งแต่เมื่อไร สิ่งที่ทำให้รู้ว่ามนุษย์มีความคิดเกี่ยวกับการนำจำนวนมาใช้ก็คือความเข้าใจในเรื่องการมีสิ่งของมากขึ้นหรือน้อยลง เช่น ถ้ามีสิ่งของอยู่กองหนึ่ง เมื่อนำสิ่งของนั้นมาเพิ่มสิ่งของก็จะมากขึ้น แต่ถ้านำสิ่งของนั้นออกไปสิ่งของนั้นก็จะน้อยลง ต่อมาสังคมมีการพัฒนามากขึ้น มนุษย์เริ่มรู้จักวิธีการนับอย่างง่าย ๆ โดยการใช้วิธีการจับคู่ การแบ่งหนึ่งต่อหนึ่ง อุปกรณ์ที่ใช้ในการนับก็คือนิ้วมือ โดยใช้นิ้วมือ 1 นิ้ว แทนสิ่งของ 1 หน่วย และเมื่อมีสิ่งของมากขึ้นก็มีการพัฒนาวิธีการในการนับแบบต่าง ๆ ตามมา เช่น การจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่ง โดยการใช้นิ้วมือ 1 นิ้ว หรือกิ่งไม้ 1 กิ่ง ต่อสัตว์ที่ล่ามาได้จำนวน 1 ตัว เป็นต้น หรือวิธีการใช้ก้อนหิน การผูกเชือกเป็นปม การขีดรอยบนก้อนแร่ ก้อนหิน หรือกระดูก ตัวอย่างเช่น มีฝูงแกะอยู่จำนวนหนึ่ง เวลาเข้าขณะทีปล่อยแกะออกจากคอก เมื่อปล่อยแกะ 1 ตัวก็หยิบก้อนหินมาวางไว้ 1 ก้อน ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกว่าแกะจะออกจากคอกจนหมด แล้วก็เก็บหินกองนั้นไว้ พอถึงตอนเย็นก็นำฝูงแกะเข้าคอก ขณะที่ฝูงแกะเดินเข้าคอกทีละตัวก็หยิบก้อนหินออกจากกองหินที่กองไว้เมื่อตอนเช้าทีละก้อน จนกว่าก้อนหินจะหมดซึ่งก็จะเท่ากับจำนวนแกะที่ออกไป แสดงว่าแกะยังอยู่ครบทุกตัว แต่ถ้ายังมีก้อนหินเหลืออยู่โดยที่แกะเข้าคอกหมดแล้ว แสดงว่ามีแกะหายไป หรือถ้าก้อนหินหมดแล้วแต่แกะยังเหลืออยู่ก็แสดงว่ามีแกะเกินมา ซึ่งอาจจะเป็นแกะของคนอื่นปะปนเข้ามา การแทนจำนวนลักษณะนี้เป็นจุดเริ่มต้นของการนับ แต่นับได้จำนวนไม่มากนัก อาจนับได้จำนวน 1, 2, 3, 4, ... ซึ่งเป็นที่มาของจำนวนนับหรือจำนวนธรรมชาติ นักโบราณคดีได้สันนิษฐานโดยอาศัยข้อมูลจากการศึกษาของนักมานุษยวิทยาว่า ในสมัยต่อมามนุษย์มีการใช้เสียงในการนับสิ่งของจำนวนน้อย ๆ เช่น ชนเผ่าปิ๊กมีในทวีปแอฟริกา มีการนับจำนวนโดยใช้เลขฐาน 3 โดยออกเสียงนับดังนี้ 1 ใช้แทนเสียง “อา”, 2 ใช้แทนเสียง “ไอ”, 3 ใช้แทนเสียง “อุ” ส่วนชนเผ่าพื้นเมืองในกรีนแลนด์มีการนับจำนวนโดยใช้เลขฐาน 2 และในปัจจุบันยังพบว่าบางชนเผ่าในทวีปอเมริกาใต้ใช้เลขฐาน 5 ในการนับจำนวนสิ่งของ

หลังจากที่มนุษย์ใช้วิธีการเปล่งเสียงในการนับจำนวนสิ่งของที่มีจำนวนน้อย ๆ แล้ว ก็เริ่มมีการพัฒนาในเรื่องของการเขียนแทนจำนวนโดยการคิดวิธีการเขียนสัญลักษณ์แทนจำนวนสิ่งของ การเขียนสัญลักษณ์แทนจำนวนเริ่มต้นด้วยรอยขีด เช่น |, ||, ||| แทน 1, 2, 3 ตามลำดับ เป็นต้น สัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวนเรียกว่า ตัวเลข ถ้าจะกล่าวถึงระบบการเขียนตัวเลขตั้งแต่สมัยโบราณจนถึงปัจจุบัน สามารถแบ่งเป็น 4 ระบบดังนี้

1. ระบบรวมกลุ่มอย่างง่าย

ระบบรวมกลุ่มอย่างง่าย เป็นระบบการเขียนตัวเลขในระยะแรกที่มีมนุษย์ได้คิดขึ้น ได้แก่

1.1 ตัวเลขของชาวอียิปต์ ซึ่งเรียกว่า ตัวเลขไฮโรกลิฟิกส์ (Hieroglyphics) ใช้ในช่วงประมาณ 3,400 ปี ก่อนคริสต์ศักราช



รูปที่ 1.1 ตัวเลขไฮโรกลิฟิกส์ (Hieroglyphics Numbers)



รูปที่ 1.2 ตัวอักษรไฮโรกลิฟิกส์ (Hieroglyphics Alphabets)

ในการเขียนตัวเลขไฮโรกลิฟิกส์แทนจำนวน ใช้วิธีเขียนตัวเลขเรียงกันซึ่งจะเขียนเรียงอย่างไรก็ได้ แล้วนำค่ามาบวกกัน โดยดูค่าจากรูปที่ 1.1 เช่น

||ก ก ก ก

มีค่าเท่ากับ 132

↓ ↓ ก ก

มีค่าเท่ากับ 2,210

↓ ↓ ↓ ก ก ก ||

มีค่าเท่ากับ 3,244

↓ ↓ ↓ ก ก ||||

มีค่าเท่ากับ 21,237

↓ ↓ ↓ ↓ ก ก ก ก ||||

มีค่าเท่ากับ 4,568

1.2 ตัวเลขของชาวบาบิโลน เรียกว่า คูนiform (Cuneiform) ใช้ในช่วงประมาณ 3,000 ปี ก่อนคริสต์ศักราช ซึ่งชาวบาบิโลน ได้บันทึกสัญลักษณ์แทนจำนวนลงบนแผ่นดินเหนียว แล้วนำไปบดเก็บไว้เป็นหลักฐาน สัญลักษณ์ดังกล่าวมีลักษณะคล้ายรูปสามเหลี่ยม ชาวบาบิโลนได้สร้างระบบเลขฐาน 60 ซึ่งเรียกว่า เซกซาเจซิมอล (Sexagesimal Number) โดยจะมีตัวเลขตั้งแต่ 1-59 ใช้ในการนับเวลาและการกำหนดดวงดาว ตำแหน่งของดวงดาว แสดงดังรูปที่ 1.3 ปัจจุบันถูกเก็บไว้ที่พิพิธภัณฑ์ของมหาวิทยาลัยโคลัมเบีย ประเทศสหรัฐอเมริกา

1	11	21	31	41	51
2	12	22	32	42	52
3	13	23	33	43	53
4	14	24	34	44	54
5	15	25	35	45	55
6	16	26	36	46	56
7	17	27	37	47	57
8	18	28	38	48	58
9	19	29	39	49	59
10	20	30	40	50	

รูปที่ 1.3 อักษรลิ่มหรือคูนiform (Cuneiform)

ถ้าต้องการคำนวณตัวเลข 1,45,29,36 ในรูปแบบของคูนiformเป็นตัวเลขฐานสิบที่ใช้กันทั่วไป สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 1,45,29,36 &= (1 \times 60^3) + (45 \times 60^2) + (29 \times 60) + 36 \\
 &= (1 \times 216000) + (45 \times 3600) + (29 \times 60) + 36 \\
 &= 216000 + 162000 + 1740 + 36 \\
 &= 379776
 \end{aligned}$$

ถ้าต้องการเขียนตัวเลข 1,45,29,36 ในรูปแบบของคุนิฟอร์ม สามารถเขียนได้ดังนี้



สำหรับคุนิฟอร์มนั้นจะไม่มี 0 แต่ถ้าตัวเลขที่เขียนมี 0 จะใช้ช่องว่างแทน 0 เช่น ตัวเลข 4,0,8 สามารถเขียนได้เป็น 

2. ระบบรวมกลุ่มแบบคุน

ระบบรวมกลุ่มแบบคุน พัฒนามาจากระบบรวมกลุ่มอย่างง่าย กลุ่มชนที่ใช้ตัวเลขแบบนี้คือชาวจีนและชาวญี่ปุ่น

ถ้าต้องการเขียนตัวเลข 123 เป็นภาษาจีนประยุกต์และจีนกลาง สามารถเขียนได้ดังนี้

Simple Chinese = 一百二十三

Complex Chinese = 壹佰貳拾叁

Numbers	Simple Chinese	Complex Chinese
0	〇	零
1	一	壹
2	二	貳
3	三	叁
4	四	肆
5	五	伍
6	六	陸
7	七	柒
8	八	捌
9	九	玖
10	十	拾
100	百	佰
1000	千	仟
10000	万	萬

รูปที่ 1.4 ตัวเลขจีนประยุกต์ (Simple Chinese)

และตัวเลขจีนกลาง (Complex Chinese)

3. ระบบตัวเลขรหัส

ระบบตัวเลขรหัส ส่วนใหญ่จะใช้ตัวอักษรในการแสดงจำนวน เช่น ระบบตัวเลขกรีก ซึ่งเป็นพื้นฐานของระบบตัวเลขโรมันและมีการใช้อยู่จนถึงทุกวันนี้

ถ้าต้องการเขียน 4,567 เป็นตัวเลขกรีก สามารถเขียนได้ดังนี้

$4,000 + 500 + 60 + 7 = 4,567$

เขียนเป็น Acrophonic Attic จะได้ XXXXΓ^ΔΓ^ΔΔΓII

เขียนเป็น Alphabetic Greek จะได้ 'δφξζ

Numbers	Acrophonic Greek	Alphabetic Greek
1	I	α
2	II	β
3	III	γ
4	IIII	δ
5	Γ	ε
6	ΓI	ς
7	ΓII	ζ
8	ΓIII	η
9	ΓIIII	θ
10	Δ	ι
20	ΔΔ	κ
30	ΔΔΔ	λ
40	ΔΔΔΔ	μ
50	Γ ^Δ	ν
60	Γ ^Δ Δ	ξ
70	Γ ^Δ ΔΔ	ο
80	Γ ^Δ ΔΔΔ	π
90	Γ ^Δ ΔΔΔΔ	ρ
100	H	σ
200	HH	λ
30	ΔΔΔ	υ
400	HHHHH	φ
500	Γ ^Η	χ
600	Γ ^Η H	ψ
700	Γ ^Η HH	ω
800	Γ ^Η HHH	α
900	Γ ^Η HHHH	

รูปที่ 1.5 รหัสแทนตัวเลขกรีก

1 I	21 XXI	41 XLI	61 LXI	81 LXXXI
2 II	22 XXII	42 XLII	62 LXII	82 LXXXII
3 III	23 XXIII	43 XLIII	63 LXIII	83 LXXXIII
4 IV	24 XXIV	44 XLIV	64 LXIV	84 LXXXIV
5 V	25 XXV	45 XLV	65 LXV	85 LXXXV
6 VI	26 XXVI	46 XLVI	66 LXVI	86 LXXXVI
7 VII	27 XXVII	47 XLVII	67 LXVII	87 LXXXVII
8 VIII	28 XXVIII	48 XLVIII	68 LXVIII	88 LXXXVIII
9 IX	29 XXIX	49 XLIX	69 LXIX	89 LXXXIX
10 X	30 XXX	50 L	70 LXX	90 XC
11 XI	31 XXXI	51 LI	71 LXXI	91 XCI
12 XII	32 XXXII	52 LII	72 LXXII	92 XCII
13 XIII	33 XXXIII	53 LIII	73 LXXIII	93 XCIII
14 XIV	34 XXXIV	54 LIV	74 LXXIV	94 XCIV
15 XV	35 XXXV	55 LV	75 LXXV	95 XCV
16 XVI	36 XXXVI	56 LVI	76 LXXVI	96 XCVI
17 XVII	37 XXXVII	57 LVII	77 LXXVII	97 XCVII
18 XVIII	38 XXXVIII	58 LVIII	78 LXXVIII	98 XCVIII
19 XIX	39 XXXIX	59 LIX	79 LXXIX	99 XCIX
20 XX	40 XL	60 LX	80 LXXX	100 C

200 CC 300 CCC 400 CD 500 D 600 DC 700 DCC 800 DCCC 900 CM 1000 M

รูปที่ 1.6 รหัสแทนตัวเลขโรมัน

ถ้าต้องการเขียน 1,999 เป็นตัวเลขโรมัน ซึ่งดูรหัสจากรูปที่ 1.6 สามารถเขียนได้ดังนี้

1,000 = M, 900 = CM, 90 = XC, 9 = IX นำมารวมกันจะได้ MCMXCIX

4. ระบบตัวเลขเชิงหลัก

ระบบตัวเลขเชิงหลัก เช่น ระบบตัวเลขไทย ระบบตัวเลขฮินดูอารบิก ระบบตัวเลขที่นิยมใช้ในปัจจุบันเป็นระบบตัวเลขฮินดูอารบิก ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อประมาณ 300 ปี ก่อนคริสต์ศักราช ที่ประเทศอินเดีย โดยเป็นระบบตัวเลขฐานสิบ มีสัญลักษณ์ทั้งหมด 10 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 มีการสันนิษฐานว่าระบบตัวเลขฮินดูอารบิกนี้ได้ถูกเผยแพร่ไปยังชาวอาหรับในช่วง ค.ศ. 700-800 โดยตำราคณิตศาสตร์ของชาวอินเดีย หลังจากนั้นก็ได้แพร่กระจายไปยังประเทศในแถบยุโรป โดยมีการแปลไปเป็นภาษาละตินในช่วง ค.ศ. 1100-1200 และถูกแปลเป็นภาษาอังกฤษในช่วง ค.ศ. 1400-1500 โดยใช้เวลาจนถึงปัจจุบัน

Value	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Western Arabic	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Eastern Arabic	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Devanagari	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
Gujarati	૦	૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૯
Gurmukhi	੦	੧	੨	੩	੪	੫	੬	੭	੮	੯
Bengali	০	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯
Oriya	୦	୧	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯
Telugu	౦	౧	౨	౩	౪	౫	౬	౭	౮	౯
Kannada	೦	೧	೨	೩	೪	೫	೬	೭	೮	೯
Malayalam	൦	൧	൨	൩	൪	൫	൬	൭	൮	൯
Tamil (Grantha)	௦	௧	௨	௩	௪	௫	௬	௭	௮	௯
Tibetan	༠	༡	༢	༣	༤	༥	༦	༧	༨	༩
Thai	๐	๑	๒	๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙
Khmer	០	១	២	៣	៤	៥	៦	៧	៨	៩
Lao	໐	໑	໒	໓	໔	໕	໖	໗	໘	໙

รูปที่ 1.7 ตัวเลขของชนชาติต่าง ๆ ที่ใช้ในระบบตัวเลขฮินดูอารบิก

หลังจากที่มนุษย์ได้พัฒนาในเรื่องของจำนวนและตัวเลขแล้ว ต่อมาก็ได้มีการพัฒนาเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการระหว่างจำนวน เช่น การบวก การลบ การคูณ การหาร ซึ่งทำให้เกิดความก้าวหน้าในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น การหาพื้นที่ การหาปริมาตร ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เป็นต้น

กิจกรรมตรวจสอบความเข้าใจ

ตอนที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. จงอธิบายวิวัฒนาการของระบบจำนวน
2. จงยกตัวอย่างและอธิบายระบบจำนวนแบบระบบรวมกลุ่มอย่างง่าย
3. จงยกตัวอย่างและอธิบายระบบจำนวนแบบระบบรวมกลุ่มแบบคุณ
4. จงยกตัวอย่างและอธิบายระบบจำนวนแบบระบบตัวเลขรหัส
5. จงยกตัวอย่างและอธิบายระบบจำนวนแบบระบบตัวเลขเชิงหลัก

ตอนที่ 2 จงใส่ T หน้าข้อที่ถูก และใส่ F หน้าข้อที่ผิด

- 1. ไม่มีใครทราบว่าระบบจำนวนเกิดขึ้นเมื่อไร
- 2. การมีจำนวนสิ่งของมากขึ้นหรือน้อยลงไม่ได้เกี่ยวข้องกับระบบจำนวน
- 3. ชาวกรีกโบราณเป็นผู้คิดค้นระบบจำนวน
- 4. การจับคู่ถือเป็นวิวัฒนาการของระบบจำนวน
- 5. ระบบจำนวนเกิดจากจินตนาการของมนุษย์
- 6. สามารถใช้เสียงแทนกลุ่มของจำนวนสิ่งของน้อย ๆ ได้
- 7. หลังจากมนุษย์ใช้วิธีการแปลงเสียงในการนับจำนวน ต่อมาก็พัฒนาเป็นเขียนสัญลักษณ์แทนจำนวน
- 8. ตัวเลขฐานต่าง ๆ ไม่ใช่ระบบจำนวน
- 9. ระบบจำนวนที่เป็นระบบรวมกลุ่มอย่างง่ายเป็นระบบจำนวนระยะแรกที่มนุษย์ได้คิดขึ้น
- 10. การนับนิ้วมือเป็นวิธีการนับไม่ใช่ระบบจำนวน
- 11. สัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวน คือ ตัวเลข
- 12. ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนได้
- 13. ตัวเลข 1, 2, 3 เป็นระบบจำนวน
- 14. สัญลักษณ์ |, ||, ||| แทนจำนวน 123
- 15. 1, 2, 3, 4, ... เป็นจำนวนนับหรือจำนวนธรรมชาติ
- 16. ตัวเลขไฮโรกลิฟิกส์ (Hieroglyphics) เป็นตัวเลขของชาวอียิปต์
- 17. การเขียนตัวเลขอียิปต์แทนจำนวน จะใช้วิธีเขียนตัวเลขเรียงกันซึ่งจะเขียนเรียงอย่างไรก็ได้ แล้วนำค่ามาบวกกัน
- 18. ตัวเลขของชาวบาบิโลน เรียกว่า คูนิฟอร์ม
- 19. ชาวบาบิโลนได้สร้างระบบเลขฐาน 60 ซึ่งเรียกว่า เซกซาเจซิมอล (Sexagesimal number)

- 20. ตัวเลขของชาวอินเดียแดงจะใช้ในการนับเวลาและการกำหนดตำแหน่งของดวงดาว
- 21. อักษรคุนิฟอร์มนั้นจะไม่มี 0 แต่ถ้าตัวเลขที่เขียนมี 0 จะใช้ช่องว่างแทน
- 22. ระบบรวมกลุ่มแบบคุน พัฒนาจากระบบรวมกลุ่มแบบง่าย
- 23. ชาวจีนและญี่ปุ่นใช้ระบบจำนวนแบบระบบรวมกลุ่มอย่างง่าย
- 24. ระบบจำนวนที่เป็นแบบระบบตัวเลขรหัส ส่วนใหญ่จะใช้ในระบบคอมพิวเตอร์
- 25. ระบบตัวเลขที่นิยมใช้ในปัจจุบันเป็นระบบตัวเลขฮินดูอารบิก
- 26. ระบบตัวเลขไทยเป็นระบบตัวเลขฮินดูอารบิก
- 27. ระบบตัวเลขไทยเป็นระบบตัวเลขเชิงหลัก
- 28. ระบบตัวเลขรหัส ส่วนใหญ่จะใช้รหัสในการแสดงจำนวน
- 29. ระบบตัวเลขโรมันเป็นระบบตัวเลขรหัส
- 30. การดำเนินการระหว่างจำนวน คือ การบวก การลบ การคูณ การหาร

กิจกรรมตามสมรรถนะวิชาชีพ เรื่อง วิวัฒนาการของระบบจำนวน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความเป็นมาของระบบจำนวนได้
2. เข้าใจระบบจำนวน
3. บอกระบบจำนวนของชนชาติต่าง ๆ ได้

กิจกรรม

1. ให้ผู้เรียนแบ่งกลุ่มออกเป็น 10 กลุ่ม
2. ให้แต่ละกลุ่มศึกษาประวัติความเป็นมาของวิวัฒนาการของระบบจำนวนจากแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ
3. ให้แต่ละกลุ่มทำรายงานเรื่อง ระบบตัวเลขของแต่ละประเทศ ในกลุ่มประเทศสมาชิกอาเซียนทั้งหมด 10 ประเทศ โดยแต่ละกลุ่มทำการเลือกกลุ่มละ 1 ประเทศ แล้วออกมารายงานนำเสนอหน้าชั้นเรียน
4. ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
5. เพื่อนกลุ่มอื่น ๆ ช่วยกันวิเคราะห์และแสดงความคิดเห็น
6. ผู้สอนสรุปผลและเสนอแนะเพิ่มเติม

สรุป

ระบบจำนวนเริ่มมีมาตั้งแต่เมื่อไรนั้นยังไม่มีหลักฐานที่ชัดเจน เพียงแต่มีการสันนิษฐานไว้เท่านั้น ซึ่งทุกชนชาติต่างก็มีระบบจำนวนเป็นของตนเองแต่ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณจะมีค่าเท่ากัน วิธีในการคิดคำนวณก็จะแตกต่างกันไป ระบบจำนวนแสดงให้เห็นวิวัฒนาการต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นเริ่มจากการนับจำนวนโดยใช้ก้อนหินหรือกิ่งไม้ ต่อมาก็พัฒนาเป็นสัญลักษณ์แทนจำนวนต่าง ๆ จนเป็นตัวเลข ซึ่งทำให้มีนวัตกรรมใหม่ ๆ เกิดขึ้นจากการใช้ระบบจำนวนมาคำนวณหาค่าต่าง ๆ อย่างมากมาย แม้แต่คอมพิวเตอร์ก็ต้องใช้ระบบจำนวนมาช่วยในการคำนวณและประมวลผลโปรแกรมหรือข้อมูลต่าง ๆ ตามที่มนุษย์ได้จัดลำดับขั้นตอนให้ ระบบจำนวนแบ่งเป็น 4 ระบบ คือ ระบบรวมกลุ่มอย่างง่าย ระบบรวมกลุ่มแบบคูณ ระบบตัวเลขรหัส และระบบตัวเลขเชิงหลัก

แบบประเมินสมรรถนะรายวิชาหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง วิวัฒนาการของระบบจำนวน

คำชี้แจง จงเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่ตรงกับความคิดเห็นของผู้เรียนตามความเป็นจริงมากที่สุด
เกณฑ์การประเมิน 5 = ดีมาก 4 = ดี 3 = ปานกลาง 2 = น้อย 1 = น้อยที่สุด

หัวข้อ	ระดับความคิดเห็น				
	5	4	3	2	1
1. ด้านความรู้					
1.1 บอกความเป็นมาของระบบจำนวนได้					
1.2 เข้าใจระบบจำนวนได้					
1.3 บอกระบบจำนวนของชนชาติต่าง ๆ ได้					
2. ด้านทักษะ					
- สามารถสืบค้นข้อมูลเรื่องวิวัฒนาการของระบบจำนวน					
3. ด้านเจตคติ					
3.1 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์					
3.2 มีความสนใจใฝ่รู้ในเรื่องวิวัฒนาการของระบบจำนวน					
3.3 สนใจค้นคว้าหาข้อมูลเรื่องวิวัฒนาการของระบบจำนวน					