



ผู้เรียบเรียง
ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาเพิ่มเติม

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ม.6

เล่ม 1



แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาเพิ่มเติม

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ม.6

เล่ม 1



แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาเพิ่มเติม

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 1

จัดทำโดย

MACEDUCATION

ส่งธนาคติสั่งจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว

ในนาม บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด

9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว

แขวงจันทระเกษม เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

โทร. 0-2512-0661, 0-2938-2022-7 แฟกซ์ 0-2938-2028

www.MACeducation.com

พิมพ์ที่ : บริษัท พี.เอ็น.เค แอนด์ สกายพริ้นติงส์ จำกัด



คำนำ

แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 1 ตามผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนาการคิดวิเคราะห์ ความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบ มีแบบแผน แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างครบถ้วนตามทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์จากการเรียนรู้สาระสำคัญ ความคิดรวบยอด ฝึกทักษะในกิจกรรมที่หลากหลายอย่างต่อเนื่อง บทสรุปมีเครื่องมือวัดผลและตรวจสอบความรู้ที่คงทนของผู้เรียน ผู้เรียนได้เรียนรู้ครบตามผลการเรียนรู้ได้ครบถ้วน และประเมินผู้เรียนได้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้

ผู้เขียนหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาทักษะการคิดของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา



สารบัญ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม	1
1.1 ลำดับ	2
1.2 ลิมิตของลำดับอนันต์	18
1.3 อนุกรม	37
1.4 สัญลักษ์ณ์แสดงการบวก	58
1.5 การประยุกต์ของลำดับและอนุกรม	75
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	83
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แคลคูลัสเบื้องต้น	86
2.1 ลิมิตของฟังก์ชัน	87
2.2 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน	103
2.3 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน	114
2.4 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร	123
2.5 อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ	132
2.6 เส้นสัมผัสเส้นโค้ง	141
2.7 อนุพันธ์อันดับสูง	150
2.8 การประยุกต์ของอนุพันธ์	158
2.9 ปริยานุพันธ์และปริพันธ์ไม่จำกัดเขต	188



2.10 ปริพันธ์จำกัดเขต 201

2.11 พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง 207

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 217

บรรณานุกรม 220



ลำดับและอนุกรม



สาระและผลการเรียนรู้

สาระจำนวนและพีชคณิต

เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ผลการเรียนรู้

1. ระบุได้ว่าลำดับที่กำหนดให้เป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก
2. หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต
3. หาผลบวกอนุกรมอนันต์
4. เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

ลำดับและอนุกรมมีความเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ทางการเงินเป็นอย่างมาก ทั้งนี้คณิตศาสตร์ทางการเงินเป็นเรื่องใกล้ตัวและพบได้ในชีวิตประจำวัน เราสามารถใช้ประโยชน์จากลำดับและอนุกรมในเรื่องของการออมเงิน การหาเงินต้น การหาดอกเบี้ย รวมถึงการคำนวณค่ารายงวดในการซื้อสินค้าเงินผ่อน นอกจากนี้ลำดับและอนุกรมมีความสำคัญกับศาสตร์ในทางวิศวกรรม เช่น ในทางวิศวกรรมไฟฟ้า วิศวกรรมโยธา หรือแม้กระทั่งใช้เป็นส่วนหนึ่งในการพยากรณ์สภาพอากาศในเชิงอุตุนิยมวิทยา

1.1 ลำดับ

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของลำดับได้
2. นักเรียนสามารถระบุได้ว่าลำดับที่กำหนดให้ ลำดับใดเป็นลำดับเลขคณิต หรือลำดับเรขาคณิต หรือลำดับฮาร์โมนิก และหาพจน์ที่ n ของลำดับได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง
4. การให้เหตุผล
5. การคิดสร้างสรรค์

1.1.1 ความหมายของลำดับ

บทนิยาม

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ หรือมีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ เรียกลำดับที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ ว่า **ลำดับจำกัด (finite sequence)** และเรียกลำดับที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ ว่า **ลำดับอนันต์ (infinite sequence)**

รูปแบบการกำหนดลำดับ

กำหนดลำดับโดยเขียนแฉงพจน์ทั้งหมดของลำดับ เหมาะสำหรับลำดับที่มีจำนวนพจน์ไม่มาก

เช่น 1, 5, 9, 13, 17
 2, 4, 8, 16
 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13



กำหนดลำดับโดยเขียนพจน์เริ่มต้นจำนวนหนึ่งพร้อมกับสูตรพจน์ทั่วไปของลำดับ
เหมาะสำหรับลำดับจำกัดที่มีพจน์เป็นจำนวนมากหรือลำดับอนันต์

เช่น $-4, -1, 2, \dots, 3n-7$

$1, 3, 9, \dots, 3^{n-1}, \dots$

$\frac{1}{3}, \frac{1}{15}, \frac{1}{35}, \dots, \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}, \dots$

กำหนดพจน์เริ่มต้นจำนวนหนึ่งพร้อมกับสูตรการหาพจน์ถัดไปจากพจน์ก่อนหน้า
เป็นการกำหนดโดยใช้ความสัมพันธ์เวียนเกิด (recurrence relation)

เช่น $a_1 = 3; a_{n+1} = a_n - 2$

$$a_2 = a_1 - 2 = 3 - 2 = 1$$

$$a_3 = a_2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$a_4 = a_3 - 2 = -1 - 2 = -3$$

ลำดับคือ $3, 1, -1, -3, \dots$

กำหนดลำดับโดยการบอกเงื่อนไขหรือสมบัติของพจน์ของลำดับ เมื่อไม่ทราบสูตรพจน์ทั่วไปของลำดับและไม่ทราบความสัมพันธ์เวียนเกิด

(1) $4, 1, 4, 2, 1, 3, 5, 6, 2, \dots$ คือ ลำดับ a_k เมื่อ a_k เป็นทศนิยมตำแหน่งที่ k ของ $\sqrt{2}$ ซึ่งเท่ากับ $1.414213562\dots$

(2) $7, 1, 8, 2, 8, 1, 8, 2, 8, \dots$ คือ ลำดับ b_k เมื่อ b_k เป็นทศนิยมตำแหน่งที่ k ของ e ซึ่งเท่ากับ $2.718281828\dots$

แบบฝึกหัดที่ 1.1.1

จงหาหาพจน์ถัดไปของลำดับ a_n ที่กำหนดโดยใช้ความสัมพันธ์เวียนเกิดต่อไปนี้

1. $a_1 = 1, a_2 = 1$ และ $a_{n+1} = a_{n-1} + a_n$ เมื่อ $n \geq 2$

วิธีทำ เมื่อ $n = 2;$

$$a_3 = a_1 + a_2$$

$$= 1 + 1 = 2$$

เมื่อ $n = 3;$

$$a_4 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

เมื่อ $n = 4;$

$$a_5 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

เมื่อ $n = 5$; $a_6 = \dots$
 $= \dots$

เมื่อ $n = 6$; $a_7 = \dots$
 $= \dots$

ลำดับคือ

2. $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ และ $a_{n+2} = 2a_n + a_{n+1}$ เมื่อ $n \geq 1$

วิธีทำ เมื่อ $n = 1$; $a_3 = 2a_1 + a_2$
 $= 2(1) + 1 = 3$

เมื่อ $n = 2$; $a_4 = \dots$
 $= \dots$

เมื่อ $n = 3$; $a_5 = \dots$
 $= \dots$

เมื่อ $n = 4$; $a_6 = \dots$
 $= \dots$

เมื่อ $n = 5$; $a_7 = \dots$
 $= \dots$

ลำดับคือ

3. $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ และ $a_{n+2} = a_n + 2a_{n+1}$ เมื่อ $n \geq 1$

วิธีทำ เมื่อ $n = 1$; $a_3 = a_1 + 2a_2$
 $= \dots$

เมื่อ $n = 2$; $a_4 = \dots$
 $= \dots$

เมื่อ $n = 3$; $a_5 = \dots$
 $= \dots$

เมื่อ $n = 4$; $a_6 = \dots$
 $= \dots$

เมื่อ $n = 5$; $a_7 = \dots$
 $= \dots$

ลำดับคือ



4. $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ และ $a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2a_n$ เมื่อ $n \geq 1$

วิธีทำ เมื่อ $n = 1$;

$$a_3 = 3a_2 + 2a_1$$

$$= \dots\dots\dots$$

เมื่อ $n = 2$;

$$a_4 =$$

$$\dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

เมื่อ $n = 3$;

$$a_5 =$$

$$\dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

เมื่อ $n = 4$;

$$a_6 =$$

$$\dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

เมื่อ $n = 5$;

$$a_7 =$$

$$\dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

ลำดับคือ $\dots\dots\dots$



1.1.2 ลำดับเลขคณิต



บทนิยาม

ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับซึ่งมีผลต่างที่ได้จากการนำพจน์ที่ $n+1$ ลบด้วยพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัวที่เท่ากัน สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n และเรียกค่าคงตัวที่เป็นผลต่างนี้ว่า **ผลต่างร่วม**

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต ก็ต่อเมื่อ มีค่าคงตัว d โดยที่ $d = a_{n+1} - a_n$ สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n

ดังนั้น

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

ตัวอย่างที่ 1

กำหนดลำดับเลขคณิต 9, 13, 17, 21, ... จงหา

(1) พจน์ที่ n

(2) พจน์ที่ 10 และพจน์ที่ 20

วิธีทำ จากลำดับ 9, 13, 17, 21, ...

$$a_1 = 9, d = 13 - 9 = 17 - 13 = \dots = 4$$

(1) พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

แทนค่า จะได้

$$a_n = 9 + (n-1)(4)$$

$$a_n = 4n + 5$$

ตอบ

(2) พจน์ที่ 10 คือ

$$a_{10} = 4(10)+5$$

$$a_{10} = 45$$

พจน์ที่ 20 คือ

$$a_{20} = 4(20)+5$$

$$a_{20} = 85$$

ตอบ



แบบฝึกหัดที่ 1.1.2

1. กำหนดลำดับเลขคณิต จงพจน์ที่ n และพจน์ที่กำหนด

(1) 13, 2, -9, ...

(2) -11, -5.5, 0, ...

วิธีทำ $a_1 = \dots$, $d = \dots$ วิธีทำ $a_1 = \dots$, $d = \dots$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$a_{53} = \dots$$

$$a_{230} = \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

2. ถ้า x , A , y เป็นลำดับเลขคณิต

จะได้

$$A-x = y-A$$

$$2A = x+y$$

$$A = \frac{x+y}{2}$$

จงหาพจน์กึ่งกลางระหว่างสองพจน์ในลำดับเลขคณิตต่อไปนี้

(1) $-\frac{3}{4}$ และ $\frac{9}{8}$ วิธีทำ พจน์กึ่งกลางระหว่าง $-\frac{3}{4}$ และ $\frac{9}{8}$ คือ $\frac{-\frac{3}{4} + \frac{9}{8}}{2}$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$



(2) $\frac{1}{1+\sqrt{x}}$ และ $\frac{1}{1-\sqrt{x}}$

วิธีทำ พจน์กึ่งกลางระหว่าง $\frac{1}{1+\sqrt{x}}$ และ $\frac{1}{1-\sqrt{x}}$ คือ

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

3. จงหาพจน์กลาง 3 พจน์ที่อยู่ระหว่างสองพจน์ของลำดับเลขคณิต $\frac{1}{1+\sqrt{x}}$, p, q, r, $\frac{1+3\sqrt{x}}{1-x}$

วิธีทำ พจน์แรกของลำดับคือ $\frac{1}{1+\sqrt{x}} = \frac{1-\sqrt{x}}{1-x}$ (ทำให้อยู่ในรูปตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์)

ดังนั้น $a_1 = \frac{1-\sqrt{x}}{1-x}$

$\frac{1+3\sqrt{x}}{1-x}$ เป็นพจน์ที่ 5 ของลำดับ

ดังนั้น $a_5 = a_1 + 4d = \frac{1+3\sqrt{x}}{1-x}$

แทนค่า a_1 ; $\frac{1-\sqrt{x}}{1-x} + 4d = \frac{1+3\sqrt{x}}{1-x}$

$$4d = \frac{4\sqrt{x}}{1-x}$$

$$d = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น $p = a_1 + d = \frac{1-\sqrt{x}}{1-x} + \dots\dots\dots$

$$q = a_1 + 2d = \frac{1-\sqrt{x}}{1-x} + \dots\dots\dots$$

$$r = a_1 + 3d = \frac{1-\sqrt{x}}{1-x} + \dots\dots\dots$$

4. กำหนดลำดับเลขคณิต 9, 13, 17, 21, ... จงหา

(1) พจน์ที่ n

(2) พจน์ที่ 10

(3) 229 เป็นพจน์ที่เท่าไรของลำดับ

วิธีทำ จากลำดับ 9, 13, 17, 21, ...

$$a_1 = 9, d = 13 - 9 = 17 - 13 = \dots = 4$$

(1) พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$

แทนค่า จะได้

$$a_n = 9 + (n-1)(4)$$

$$a_n = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น

$$a_n = \dots\dots\dots$$

(2) พจน์ที่ 10 คือ $a_{10} = a_1 + 9d$ หรือ $a_n = 4n + 5$

$$a_{10} = \dots\dots\dots$$

$$a_{10} = 4(10) + 5$$

$$a_{10} = \dots\dots\dots$$

$$a_{10} = \dots\dots\dots$$

$$a_{10} = \dots\dots\dots$$

$$a_{10} = \dots\dots\dots$$

(3) ให้ 229 เป็นพจน์ที่ n ของลำดับ 9, 13, 17, 21, ...

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\text{หรือ } a_n = 4n + 5$$

$$229 = 9 + (n-1)(4)$$

$$229 = 4n + 5$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น 229 เป็นพจน์ที่ ของลำดับ 9, 13, 17, 21, ...

5. ถ้าผลบวกสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งเท่ากับ $\frac{1}{2}$ และผลบวกของกำลังสามของแต่ละพจน์ในลำดับนี้เท่ากับ $\frac{1}{8}$ จงหาลำดับนี้

วิธีทำ ให้ $a-d, a, a+d$ เป็นสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้

ผลบวกของสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตเท่ากับ $\frac{1}{2}$

ดังนั้น

$$(a-d) + a + (a+d) \dots\dots\dots$$

$$3a \dots\dots\dots$$

$$a \dots\dots\dots$$



ผลบวกของกำลังสามของแต่ละพจน์ในลำดับนี้เท่ากับ

ดังนั้น $(a-d)^3 + a^3 + (a+d)^3$

$a^3 - 3a^2d + 3ad^2 - d^3 + a^3 +$

$3a^3 + 6ad^2$

$3a(a^2 + 2d^2)$

หาค่า d ;

.....

.....

.....

.....

เมื่อ $d =$ สามพจน์แรกของลำดับคณิตนี้คือ

$\frac{1}{6} - \frac{1}{3}$,, $\frac{1}{6} + \frac{1}{3}$ หรือ

เมื่อ $d =$ สามพจน์แรกของลำดับคณิตนี้คือ

.....



1.1.3 ลำดับเรขาคณิต



บทนิยาม

ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับซึ่งมีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n+1$ ต่อพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัวที่เท่ากัน สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n และเรียกค่าคงตัวที่เป็นอัตราส่วนนี้ว่า **อัตราส่วนร่วม**

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต ก็ต่อเมื่อ มีค่าคงตัว r โดยที่ $r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n

ดังนั้น

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดลำดับเรขาคณิต $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \dots$ จงหา

(1) พจน์ที่ n

(2) พจน์ที่ 6 และพจน์ที่ 10

วิธีทำ จากลำดับ $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \dots$

$$a_1 = 1, r = \frac{2}{3} \div 1 = \frac{4}{9} \div \frac{2}{3} = \dots = \frac{2}{3}$$

(1) พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

แทนค่า จะได้

$$a_n = 1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

ตอบ

(2) พจน์ที่ 6 คือ

$$a_6 = 1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{6-1}$$

$$a_6 = \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

$$a_6 = \frac{32}{243}$$

ตอบ

พจน์ที่ 10 คือ

$$a_{10} = 1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{10-1}$$

$$a_{10} = \left(\frac{2}{3}\right)^9$$

$$a_{10} = \frac{512}{19683}$$

ตอบ

แบบฝึกหัดที่ 1.1.3

1. จงหาอัตราส่วนร่วม พจน์ที่ n และพจน์ที่กำหนด

(1) $a_3 = -2, a_5 = -\frac{9}{2}$

(2) $a_5 = 17, a_9 = 272$

วิธีทำ $a_3 = -2$

$$a_1 r^2 = \dots\dots\dots (1)$$

$$a_5 = -\frac{9}{2}$$

$$a_1 r^4 = \dots\dots\dots (2)$$

วิธีทำ $a_5 = 17$

$$a_1 r^4 = \dots\dots\dots (1)$$

$$a_9 = 272$$

$$a_1 r^8 = \dots\dots\dots (2)$$



$$(2) \div (1); r^2 = \dots\dots\dots$$

$$(2) \div (1); r^4 = \dots\dots\dots$$

$$r = \dots\dots\dots$$

$$r = \dots\dots\dots$$

$$\text{จาก (1); } a_1 = \dots\dots\dots$$

$$\text{จาก (1); } a_1 = \dots\dots\dots$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$a_9 = \dots\dots\dots$$

$$a_{10} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

2. ถ้า x, G, y เป็นลำดับเรขาคณิต

จะได้

$$\frac{G}{x} = \frac{y}{G}$$

$$G^2 = xy$$

$$G = \pm\sqrt{xy}$$

จงหาพจน์กลางระหว่างสองพจน์ในลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

(1) -121 และ -484

วิธีทำ พจน์กกลางระหว่าง -121 และ -484 คือ

$$\pm\sqrt{(-121)(-484)} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

(2) $\sqrt{\frac{4}{3}}$ และ $\sqrt{\frac{64}{27}}$

วิธีทำ พจน์กกลางระหว่าง $\sqrt{\frac{4}{3}}$ และ $\sqrt{\frac{64}{27}}$ คือ

$$\pm\sqrt{\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)\left(\sqrt{\frac{64}{27}}\right)} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

3. จงหาพจน์กลาง 3 พจน์ที่อยู่ระหว่างสองพจน์ของลำดับเรขาคณิต $-3, x, y, z, -\frac{1}{27}$

วิธีทำ พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิตคือ $a_n = a_1 r^{n-1}$

-3 เป็นพจน์แรก และ $-\frac{1}{27}$ เป็นพจน์ที่ 5 ของลำดับเรขาคณิต

ดังนั้น $a_1 = \dots\dots\dots$

$a_5 = a_1 r^4 = \dots\dots\dots$

แทนค่า a_1 ; $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$r = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $x = a_1 r = \dots\dots\dots$

$y = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$z = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

4. จงเติมพจน์ที่หายไปของลำดับเรขาคณิต

(1) 6, $\dots\dots\dots$, $\dots\dots\dots$, 48

(2) $\dots\dots\dots$, $-\frac{3}{2}$, $\frac{9}{2}$, $\dots\dots\dots$

(3) -2 , $\dots\dots\dots$, $-\frac{2}{9}$, $\dots\dots\dots$

(4) $\frac{8}{25}$, $\frac{4}{5}$, $\dots\dots\dots$, $\dots\dots\dots$

5. ลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ลำดับใดเป็นลำดับเลขคณิตและลำดับใดเป็นลำดับเรขาคณิต ถ้าเป็นลำดับเลขคณิตให้บอกค่า d ถ้าเป็นลำดับเรขาคณิตให้บอกค่า r

(1) $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{32}$, $\frac{9}{128}$ $\dots\dots\dots$

(2) 7.25, 9.5, 11.75, 14 $\dots\dots\dots$

(3) -8.25 , -8.5 , -8.75 $\dots\dots\dots$

(4) $-\frac{5}{8}$, $\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{10}$, $\frac{1}{25}$, $-\frac{2}{125}$ $\dots\dots\dots$



6. กำหนดให้ $4, x, 10$ เป็นสามพจน์เรียงกันในลำดับเลขคณิต และ $4, x, y$ เป็นสามพจน์เรียงกันในลำดับเรขาคณิต จงหาค่าของ x และ y

วิธีทำ $4, x, 10$ เป็นลำดับเลขคณิต

ดังนั้น $x = \dots\dots\dots$

$4, x, y$ เป็นลำดับเรขาคณิต

ดังนั้น $x^2 = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

7. จงหาผลคูณ n พจน์แรก และ 10 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

วิธีทำ พจน์ที่ n ของลำดับ $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ คือ $1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

ผลคูณ n พจน์แรกคือ $1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} \times \dots \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$$= 1 \times 2^{-1} \times 2^{-2} \times 2^{-3} \times \dots \times 2^{-(n-1)}$$

$$= 2^{-[0+1+2+3+\dots+(n-1)]}$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$\text{ผลคูณ 10 พจน์แรกเท่ากับ } 2^{-\frac{10(10-1)}{2}} = \dots\dots\dots$$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

8. โทรศัพท์มือถือเครื่องหนึ่งราคา 15,000 บาท เมื่อเวลาผ่านไป 1 ปี ราคาจะลดลง 25% ของราคาของปีที่ผ่านมาเป็นเช่นนี้เรื่อยไป เมื่อเวลาผ่านไป 5 ปี โทรศัพท์มือถือเครื่องนี้จะมีราคาเท่าไร

วิธีทำ ปีแรกราคา 15,000 บาท เมื่อเวลาผ่านไป 1 ปี จะมีราคา $15,000 \times \frac{75}{100}$ บาท

ปีที่สองราคา $15,000 \times \frac{75}{100}$ บาท เมื่อเวลาผ่านไป 2 ปี จะมีราคา

$$\left(15,000 \times \frac{75}{100}\right) \times \frac{75}{100} \text{ บาท} = 15,000 \left(\frac{75}{100}\right)^2 \text{ บาท}$$

เมื่อเวลาผ่านไป 5 ปี โทรศัพท์จะมีราคา.....

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

☑ หมายเหตุ

เราอาจหาราคาเมื่อเวลาผ่านไป 5 ปี (ราคาในปีที่ 6) โดยใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ ซึ่งคำตอบที่ได้เท่ากัน

9. ฝากเงิน 10,000 บาท ไว้กับธนาคารแห่งหนึ่ง โดยธนาคารให้ดอกเบี้ยร้อยละ 5 ต่อปี จงหาเงินรวมเมื่อฝากครบ 5 ปี

วิธีทำ เงินต้น 100 บาท ครบปี ได้เงินรวม $100+5$ บาท

ปีที่ 1 เงินต้น 10,000 บาท ครบปีได้เงินรวม $10,000 \left(\frac{105}{100} \right)$ บาท

ปีที่ 2 เงินต้น $10,000 \left(\frac{105}{100} \right)$ บาท ครบปีได้เงินรวม $10,000 \left(\frac{105}{100} \right) \left(\frac{105}{100} \right)$ บาท
 $= 10,000 \left(\frac{105}{100} \right)^2$ บาท

ในทำนองเดียวกัน ครบปีที่ 5 ได้เงินรวม

.....

10. ซื้อรถยนต์คันหนึ่งราคา 1,200,000 บาท เมื่อใช้ไปแล้วราคาของรถยนต์จะลดลงปีละ 60,000 บาท จงหาราคาของรถยนต์คันนี้ในปีที่ 6

วิธีทำ ปีที่ 1 รถยนต์ราคา 1,200,000 บาท

ปีที่ 2 รถยนต์ราคา $1,200,000 - 60,000$ บาท

ปีที่ 3 รถยนต์ราคา $1,200,000 - 2(60,000)$ บาท

ในทำนองเดียวกัน ปีที่ 6 รถยนต์ราคา

.....



11. จงหาผลคูณ n พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, ...

วิธีทำ พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิตคือ $a_n = a_1 r^{n-1}$

พจน์ที่ n ของลำดับ 1, 2, 4, 8, ... คือ $a_n = \dots\dots\dots$

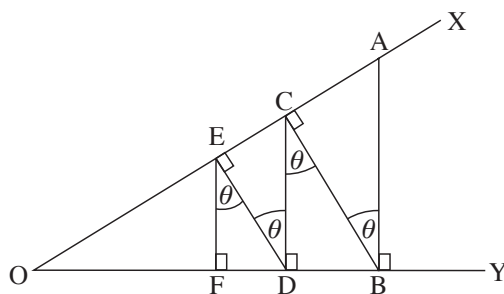
ผลคูณ n พจน์แรกเท่ากับ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

12.



จากรูป $\overline{AB}$ ตั้งฉากกับ $\overline{OY}$, $\overline{BC}$ ตั้งฉากกับ $\overline{OX}$, $\overline{CD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{OY}$, $\overline{DE}$ ตั้งฉากกับ $\overline{OX}$ และ $\overline{EF}$ ตั้งฉากกับ $\overline{OY}$ ถ้า $AB = 10$ และ $BC = 9$ จงหาความยาวของ $\overline{EF}$

วิธีทำ ในรูปสามเหลี่ยม ABC ; $\cos \theta = \dots\dots\dots$ (1)

ในรูปสามเหลี่ยม BCD ; $\cos \theta = \dots\dots\dots$ (2)

จาก (2); $CD = \dots\dots\dots$ (3)

แทนค่า (1) ใน (3); $CD = \dots\dots\dots$ (4)

ในรูปสามเหลี่ยม CDE ; $\cos \theta = \dots\dots\dots$ (5)

จาก (5); $DE = \dots\dots\dots$ (6)

แทนค่า (1) และ (4) ใน (6); $DE = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

ในทำนองเดียวกัน $EF = \dots\dots\dots$