



ผู้เรียบเรียง

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ม.4



แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ม.4

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551



คำนำ

แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนาการคิดวิเคราะห์ ความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบ มีแบบแผน แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างครบถ้วนตามทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จากการเรียนรู้สาระสำคัญ ความคิดรวบยอด ฝึกทักษะในกิจกรรมที่หลากหลายอย่างต่อเนื่อง บทสรุปมีเครื่องมือวัดผลและตรวจสอบความรู้ที่คงทนของผู้เรียน ผู้เรียนได้เรียนรู้ครบตามมาตรฐานและตัวชี้วัดได้ครบถ้วนและประเมินผู้เรียนได้สอดคล้องกับมาตรฐานและตัวชี้วัด

ผู้เขียนหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาทักษะการคิดของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

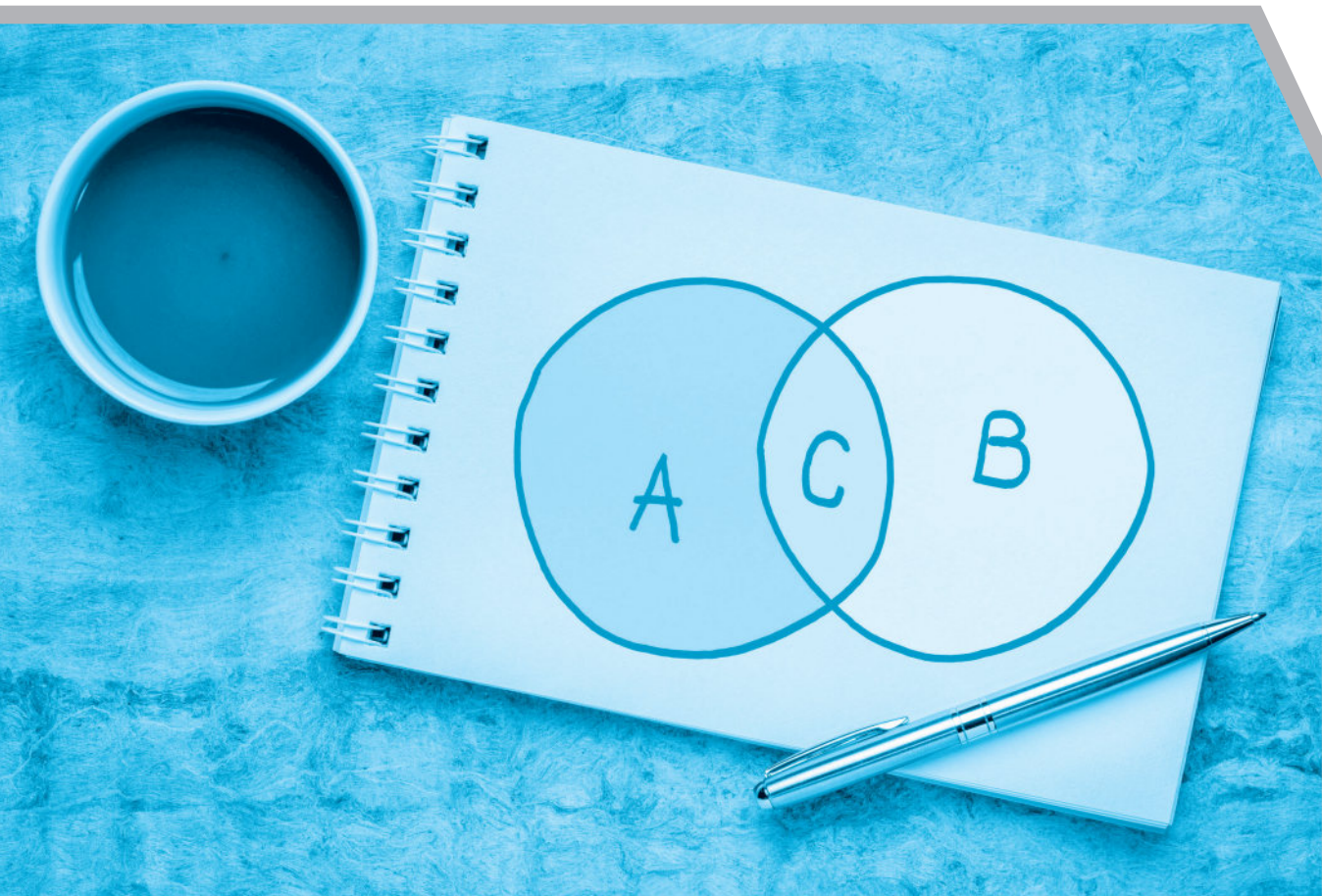


สารบัญ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เขต	1
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.1 ม.4/1)	
1. เขต	2
2. การดำเนินการระหว่างเขต	24
3. การแก้ปัญหาโดยใช้เขต	52
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	62
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น	66
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.1 ม.4/1)	
1. ประพจน์	67
2. การเชื่อมประพจน์	70
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	82
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 หลักการนับเบื้องต้น	84
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 3.2 ม.4/1)	
1. หลักการบวกและหลักการคูณ	85
2. การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด	107
3. การจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด	117
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	128
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ความน่าจะเป็น	131
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 3.2 ม.4/2)	
1. การทดลองสุ่มและเหตุการณ์	132
2. ความน่าจะเป็น	148
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	169
บรรณานุกรม	174



เซต



สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1

จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1

เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตและตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

ในทางคณิตศาสตร์ “เซต” เป็นการกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ ที่สามารถกำหนดสมาชิกได้อย่างชัดเจน (well defined) และสามารถสร้างเซตใหม่จากเซตที่กำหนดให้ ซึ่งมีเอกภาพสัมพัทธ์เดียวกัน ได้ดังนี้ อินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์ และผลต่างระหว่างเซต โดยใช้แผนภาพเวนน์ช่วยในการหาเซตใหม่จากเซตที่กำหนดให้ได้

1. เซต

จุดประสงค์

นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์เกี่ยวกับเซตได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

ในวิชาคณิตศาสตร์จะใช้คำว่า “เซต” ในการกล่าวถึงสิ่งต่าง ๆ เมื่อกล่าวถึงกลุ่มใดแล้วสามารถทราบได้แน่นอนว่าสิ่งใดอยู่ในกลุ่มและสิ่งใดไม่อยู่ในกลุ่ม เพราะมีความหมายอยู่ในตัวแล้ว สิ่งที่อยู่ในเซตเรียกว่า **สมาชิก (element หรือ member)** ใช้สัญลักษณ์ $\in$ แทนคำว่า “เป็นสมาชิกของ” และ $\notin$ แทนคำว่า “ไม่เป็นสมาชิกของ”

โดยทั่วไปจะแทนเซตด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C และแทนสมาชิกของเซตด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็ก เช่น a, b, c

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเขียนคำอ่านแทนสัญลักษณ์ต่อไปนี้

(1) $e \in S$

.....

(2) $x \notin A$

.....

(3) $0 \in I$

.....

(4) $5 \notin E$

.....

(5) $m \in X$

.....



2. จงเขียนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

(1) เซตของจำนวนเฉพาะระหว่าง 0 และ 9

.....

(2) เซตของพยัญชนะในคำว่า “คณิตศาสตร์”

.....

(3) เซตของจำนวนคู่

.....

(4) เซตของเดือนในรอบปีที่ลงท้ายด้วย “คม”

.....

(5) เซตของจำนวนนับที่เป็นพหุคูณของ 3

.....

(6) เซตของสีของธงชาติไทย

.....

3. กำหนดให้ A เป็นเซตของจำนวนนับที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 16 ข้อความใดเป็นจริงและข้อความใดเป็นเท็จ

(1) $10 \in A$

(2) $16 \notin A$

(3) $4 \in A$

(4) $\frac{1}{2} \notin A$

(5) $-2 \in A$

(6) $0 \in A$

(7) $61 \in A$

(8) $5 \in A$



1.1 การเขียนแสดงเซต

การเขียนเซตโดยทั่วไปเขียนได้ 2 แบบคือ

1. แบบแจกแจงสมาชิก เช่น

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$

$$B = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$$

$$C = \{1, 2, 3, \dots\}$$

2. แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก เช่น

$$E = \{x | x \text{ เป็นชื่อวันใน 1 สัปดาห์}\}$$

$$F = \{x | x^2 = 9\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{R} | 2x^2 - x - 1 = 0\}$$



แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

(1) เซตของเลขโดด

.....

(2) เซตของสระในคำว่า “MATHEMATICS”

.....

(3) เซตของสีของธงกินน้ำ

.....

(4) เซตของรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานกันสองคู่

.....

.....

(5) เซตของชุดของไฟ 1 สำหรับ ที่เป็นไฟโปแดง

.....

(6) เซตของจำนวนคู่

.....

(7) เซตของจำนวนนับที่เป็นพหุคูณของ 5

.....

(8) เซตของเดือนในภาษาอังกฤษที่ขึ้นต้นด้วย “J”

.....

(9) เซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -5

.....

(10) เซตของจำนวนเฉพาะที่เป็นจำนวนคู่

.....

(11) เซตของจำนวนนับที่หารด้วย 3 ลงตัว

.....

(12) $\{x | x = 2n, n \text{ เป็นจำนวนธรรมชาติ}\}$

.....



(13) $\{x|x \text{ เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันทุกด้าน}\}$

.....

(14) $\{x|x \in I^+ \text{ และ } x < 6\}$

.....

(15) $\{x|x \in I \text{ และ } x > -5\}$

.....

(16) $\{x|x \in I\}$

.....

(17) $\{x|x \text{ เป็นจำนวนนับที่มีสองหลัก}\}$

.....

(18) $\{x|x \in I \text{ และ } -3 \leq x < 2\}$

.....

(19) $\{x|x \in N \text{ และ } -5 < x \leq 5\}$

.....

(20) $\{x|x \in I \text{ และ } x \geq -2\}$

.....

(21) $\{x|x \text{ เป็นจำนวนที่สอดคล้องกับสมการ } x^2 - 2x - 3 = 0\}$

.....

(22) $\{x \in I^- | 2x + 3 < 0\}$

.....

(23) $\{x \in I^+ | x^2 + 5x - 6 = 0\}$

.....

(24) $\{x|x = 2y - 1 \text{ และ } y = 1, 2, 3, \dots\}$

.....

(25) $\{(x, y)|y = 2x; x \text{ และ } y \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } 1 < x < 5\}$

.....

2. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

(1) $\{-2, -1\}$

.....

(2) $\{2, 4, 6, \dots\}$

.....

(3) $\{2, 3, 5, 7\}$

.....

(4) $\{7, 14, 21, \dots, 98\}$

.....

(5) $\{1, 2, 4, 8\}$

.....

(6) $\{-2\}$

.....

(7) $\{0, 1, 2\}$

.....

(8) $\{10, 11, 12, \dots, 99\}$

.....

(9) $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

.....

(10) $\{\text{กุมภาพันธ์}\}$

.....

(11) $\{19, 20, 21\}$

.....

(12) $\{-1, -8\}$

.....



3. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

- (1) สีแดง $\in \{x|x \text{ เป็นสีของธงชาติไทย}\}$
- (2) สุนัข $\notin \{x|x \text{ เป็นสัตว์เลี้ยง}\}$
- (3) เส้นผ่านศูนย์กลาง $\in \{x|x \text{ เป็นคอร์ดของวงกลม}\}$
- (4) 2 $\notin \{x|x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ}\}$
- (5) 1 $\notin \{x|x \text{ เป็นตัวประกอบของ 3}\}$
- (6) 3 $\in \{x|x^2 - 9 = 0\}$
- (7) $\sqrt{4} \in \{x|x \text{ เป็นจำนวนอตรรกยะ}\}$
- (8) 0 $\notin \{x|x \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\}$

4. จงเติม $\in$ หรือ $\notin$ ลงใน แล้วทำให้ประโยคเป็นจริง

- (1) 5 $\{x|x \text{ เป็นจำนวนนับ}\}$
- (2) 3 $\{x|x \text{ เป็นตัวประกอบของ 10}\}$
- (3) c $\{x|x \text{ เป็นสระในภาษาอังกฤษ}\}$
- (4) i $\{x|x \text{ เป็นสระในคำว่า "songwit"}\}$
- (5) $\sqrt{2}$ $\{x|x - 2 = 0\}$
- (6) 0 $\{2,000\}$
- (7) 1 $\{100, 101\}$
- (8) 0 $\{x|1 < x < 2\}$
- (9) $| -6 |$ $\{x|x \in \mathbb{I}^+\}$
- (10) 8 $\{x|x \text{ เป็นจำนวนนับระหว่าง 5 กับ 10}\}$

5. กำหนดให้ (ก) a (ข) $\{a\}$ (ค) $\{\{a\}\}$ (ง) $\{a, \{a\}\}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้แล้วเลือก (ก), (ข), (ค) หรือ (ง) ให้ตรงกับข้อความดังกล่าว

- (1) เป็นเซต
- (2) ไม่เป็นเซต
- (3) a เป็นสมาชิกของ
- (4) $\{a\}$ เป็นสมาชิกของ
- (5) เป็นเซตที่มีสมาชิก 1 ตัว
- (6) เป็นเซตที่มีสมาชิก 2 ตัว

1.2 เซตจำกัดและเซตอนันต์

บทนิยาม

เซตที่มีจำนวนสมาชิกเป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ หรือศูนย์ เรียกว่า **เซตจำกัด (finite set)**

ตัวอย่างของเซตจำกัด

1. $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ เป็นเซตจำกัด เพราะมีจำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับ 100
เพื่อความสะดวกจะใช้สัญลักษณ์ $n(A)$ แทนจำนวนสมาชิกของเซต A
ดังนั้น $n(A) = 100$
2. $B = \{x|x \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } 2 < x < 8\}$
สมาชิกของ B ได้แก่ 3, 4, 5, 6, 7
ดังนั้น $n(B) = 5$
3. $C = \{x|x \in I \text{ และ } x^2 < 0\}$
ไม่มีจำนวนเต็มใดที่ยกกำลังสองแล้วน้อยกว่า 0
ดังนั้น $n(C) = 0$

บทนิยาม

เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด เรียกว่า **เซตอนันต์ (infinite set)**

ตัวอย่างของเซตอนันต์

1. $D = \{1, 2, 3, \dots\}$
2. $E = \{x|x \text{ เป็นจำนวนเต็มลบ}\}$
3. $F = \{x|x \text{ เป็นจำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว}\}$

บทนิยาม

เซตที่ไม่มีสมาชิก เรียกว่า **เซตว่าง (empty set หรือ null set)**

ตัวอย่างของเซตว่าง

1. $\{x|x \in I \text{ และ } 2x = 3\}$
2. $\{x|x \text{ เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่า 0}\}$
3. $\{x|x \text{ เป็นช้างที่บินได้}\}$
4. $\{x|x \in I \text{ และ } x^2 - 2x - 1 = 0\}$

เซตว่างเป็นเซตจำกัด

เซตว่างเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ϕ หรือ $\{\}$





■ เอกภพสัมพัทธ์

ในการเขียนเซตจะต้องกำหนดเซตที่บ่งบอกถึงขอบเขตของเซตที่ต้องการกล่าวถึง เรียกเซตนี้ว่า **เอกภพสัมพัทธ์ (relative universe)** นิยมเขียนแทนด้วย U

กำหนดให้ U คือเซตของจำนวนเต็มบวก

$$A = \{x | x^2 = 1\}$$

$$B = \{x | x + 1 = 0\}$$

จะได้ $A = \{-1, 1\}$ และ $B = \{-1\}$

เนื่องจากเอกภพสัมพัทธ์เป็นจำนวนเต็มบวก

ดังนั้น $A = \{1\}$ และ $B = \emptyset$

ใช้สัญลักษณ์ N แทนเซตของจำนวนนับ

I แทนเซตของจำนวนเต็ม

Q แทนเซตของจำนวนตรรกยะ

Q' แทนเซตของจำนวนอตรรกยะ

R แทนเซตของจำนวนจริง

ในหนังสือบางเล่มอาจใช้
 Z แทนเซตของจำนวนเต็ม



☑ หมายเหตุ

ถ้าในเงื่อนไขไม่ได้เขียนเอกภพสัมพัทธ์ ให้ถือว่าเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง

🕒 แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงเขียนจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

(1) $\{1, 2, 5\}$

(2) $\{2, 4, 6, \dots\}$

(3) $\{x | x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า } 10\}$

(4) $\{x | x \text{ เป็นเลขโดด}\}$

(5) $\{1999\}$

(6) $\{\{0\}\}$

(7) $\{x | x \in N \text{ และ } x > 5\}$

(8) $\{x \in I | 0 < x < 1\}$

(9) $\{x | x \text{ เป็นชื่อเดือนในรอบปี}\}$

(10) $\{x | x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะระหว่าง } 0 \text{ และ } 5\}$

2. กำหนดเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงเขียนเครื่องหมาย ✓ ในช่องเซตจำกัดหรือเซตอนันต์

ข้อ	เซต	เซตจำกัด	เซตอนันต์
(1)	$\{1, 2, 3, \dots, 100\}$		
(2)	$\{x x \in \mathbb{N} \text{ และ } x < 10\}$		
(3)	$\{x x \text{ เป็นตัวอักษรในภาษาอังกฤษ}\}$		
(4)	$\{x x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ}\}$		
(5)	$\{x x^2 = 100\}$		
(6)	$\{x x \text{ เป็นชื่อเดือนที่มี 31 วัน}\}$		
(7)	$\{x x^2 + 2x + 1 = 0\}$		
(8)	$\{x x \text{ เป็นจำนวนคู่บวก}\}$		
(9)	$\{x x \in \mathbb{I} \text{ และ } x^2 = -1\}$		
(10)	$\{x x \in \mathbb{I} \text{ และ } 4 < x < 5\}$		
(11)	เซตของจำนวนนับที่เป็นจำนวนคู่		
(12)	เซตของประชากรในประเทศไทย		
(13)	เซตของเศษส่วนที่มีตัวส่วนเป็น 5		
(14)	เซตของจำนวนนับที่หารด้วย 11 ลงตัว		
(15)	เซตของประเทศในโลก		

3. จงยกตัวอย่างเซตจำกัดมา 5 เซต

- (1)
- (2)
- (3)
- (4)
- (5)

4. จงยกตัวอย่างเซตอนันต์มา 5 เซต

- (1)
- (2)
- (3)
- (4)
- (5)



5. กำหนดเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงเขียนเครื่องหมาย ✓ ในช่องเป็นเซตว่างหรือไม่เป็นเซตว่าง

ข้อ	เซต	เป็นเซตว่าง	ไม่เป็นเซตว่าง
(1)	$\{x x \text{ เป็นเดือนที่มี 28 วัน หรือ 29 วัน}\}$		
(2)	$\{x x \in \mathbb{N} \text{ และ } x < 0\}$		
(3)	$\{x x \in \mathbb{I} \text{ และ } x^2 + 1 = 0\}$		
(4)	$\{x \in \mathbb{N} 2x - 1 = 0\}$		
(5)	$\{x \in \mathbb{N} 3x - 2 > 0\}$		
(6)	$\{x \in \mathbb{I}^+ x^2 = 0\}$		
(7)	$\{\{0\}\}$		
(8)	$\{\phi\}$		
(9)	$\{\{\{ \} \} \}$		
(10)	$\{0\}$		
(11)	เซตของจำนวนเฉพาะที่อยู่ระหว่าง 14 กับ 17		
(12)	เซตของจำนวนนับที่อยู่ระหว่าง 7 กับ 8		
(13)	เซตของสุนัขที่บินได้		
(14)	เซตของกำลังสองของจำนวนคี่บวกที่เป็นจำนวนคู่		
(15)	เซตของจำนวนคู่บวกซึ่งไม่มากกว่า 2		

6. จงยกตัวอย่างเซตที่เป็นเซตว่างมา 5 เซต

- (1)
- (2)
- (3)
- (4)
- (5)



1.3 เซตที่เท่ากัน



บทนิยาม

เซต A เท่ากับเซต B หมายถึง สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

เซต A กับเซต B เป็น**เซตที่เท่ากัน** (equal sets หรือ identical sets) หรือเซต A เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย $A = B$

เซต A ไม่เท่ากับเซต B หมายถึง มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B หรือมีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต B ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย $A \neq B$

ตัวอย่างเซตที่เท่ากันและเซตที่ไม่เท่ากัน

- $\{1, 2, 3\} = \{3, 1, 2\}$
- $\{a, b, c, c\} = \{a, b, c\}$
- $\{1, 2\} = \{x | (x-1)(x-2) = 0\}$
- $\{-2, 2\} \neq \{x \in I^+ | x^2 = 4\}$

เซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน แต่มีสมาชิกไม่เหมือนกันหรือเหมือนกันเพียงบางตัว เรียกว่า

เซตเทียบเท่ากัน (equivalent sets) เซต A เทียบเท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย $A \leftrightarrow B$

ตัวอย่างเซตที่เทียบเท่ากัน

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{a, e, i, o, u\}$$

$$C = \{5, 10, 15, 20, 25\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \leftrightarrow B$$

$$B \leftrightarrow C$$

$$C \leftrightarrow A$$