

คณิตศาสตร์

ม.5

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551



ผู้เรียบเรียง

สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย

60.-

 | MAC EDUCATION

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผู้เรียบเรียง

ดร.สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย

ผู้ตรวจ

รศ.นงนุช สุขวารี

ผศ. ดร.สุชัย ตันยอชฌาวัฒน์

ยุพดี มงคลจินดาวงศ์

บรรณาธิการ

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผู้เรียบเรียง	ดร.สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย
ผู้ตรวจ	รศ.นงนุช สุขวารี ผศ. ดร.สุชัย ตันยอชฌาณ ยุพดี มงคลจินดาวงศ์
บรรณาธิการ	ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ
สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย.

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.

--กรุงเทพฯ : แม็คเอดูเคชั่น, 2562.

168 หน้า.

1. คณิตศาสตร์--การศึกษาและการสอน (มัธยมศึกษา).

I. ชื่อเรื่อง.

507

ISBN 978-616-274-987-2

พิมพ์ครั้งที่ 1

จำนวน 15,000 เล่ม

สงวนลิขสิทธิ์ : กุมภาพันธ์ 2562

สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามลอกเลียน ไม่ว่าจะเป็นส่วนหนึ่งส่วนใด
ของหนังสือเล่มนี้ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

จัดทำโดย

MAC | MACEDUCATION

ส่งมอบนิติสิ่งจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว

ในนาม บริษัท แม็คเอดูเคชั่น จำกัด

9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว

แขวงจันทระเกษม เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

โทร. 0-2512-0661, 0-2938-2022-7 แฟกซ์ 0-2938-2028

www.MACeducation.com

พิมพ์ที่ : บริษัท พิมพ์ดี จำกัด

คำชี้แจง

ตามที่กระทรวงศึกษาธิการโดยสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานได้ดำเนินการทบทวนหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยในระยะแรกให้ปรับปรุงมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ในกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม สำหรับใช้ในปีการศึกษา 2561 ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 และ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 4 ปีการศึกษา 2562 ให้ใช้ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1, 2, 4 และ 5 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2, 4 และ 5 และตั้งแต่ปีการศึกษา 2563 เป็นต้นไปให้ใช้ในทุกชั้นเรียน ซึ่งการปรับหลักสูตรครั้งนี้มีเป้าหมายสำคัญเพื่อให้โรงเรียนสามารถจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่จะช่วยให้ผู้เรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบสามารถใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสมในการบูรณาการกับความรู้ทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาหรือพัฒนากระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรมที่นำไปสู่การคิดค้นสิ่งประดิษฐ์หรือสร้างสรรค์นวัตกรรม นอกจากนี้ยังให้เกิดการเรียนรู้เรื่องภูมิศาสตร์ (Geo-literacy) ทั้งด้านความสามารถทางภูมิศาสตร์ กระบวนการทางภูมิศาสตร์ และทักษะทางภูมิศาสตร์ เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจได้อย่างถูกต้องและนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการดำเนินชีวิต

ด้วยตระหนักถึงความสำคัญของการปรับเปลี่ยนข้างต้น บริษัท แม็คเอดูเคชั่น จำกัด จึงได้มอบหมายให้ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตร ด้านการพัฒนาสื่อการเรียนรู้ และด้านการวัดและประเมินผลได้ปรับปรุงพัฒนาหนังสือเรียนให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดของหลักสูตรในกลุ่มสาระการเรียนรู้ที่มีการเปลี่ยนแปลง และให้สอดคล้องกับการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ที่กำหนดไว้ในแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 12 แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560–2579 และยุทธศาสตร์ชาติ 20 ปี

โดยหนังสือเรียนแต่ละหน่วยการเรียนรู้จะให้ผู้ใช้หนังสือเรียนได้ทราบเป้าหมายการเรียนรู้ในตอนต้นหน่วยการเรียนรู้ จากสาระการเรียนรู้และตัวชี้วัด และทุกหัวข้อหลักจะนำเสนอแนวคิดสำคัญเพื่อให้ทราบถึงสิ่งที่เป็นความรู้ ความคิดที่เป็นแก่นสำคัญที่ต้องเรียนรู้ให้ลึกซึ้ง และการเรียนรู้ที่ดี ผู้เรียนควรได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเป็นระยะๆ ก่อนเรียนเรื่องใหม่ ดังนั้น ในหนังสือเรียนจะมีการสอดแทรกกิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ที่สัมพันธ์กับเรื่องที่ได้เรียนผ่านมา เพื่อให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบ

ตนเอง หรือบางหัวข้ออาจเป็นการฝึกทักษะให้ชำนาญก่อน สิ่งเพิ่มเติมในหนังสือเรียนเล่มนี้ คือ กิจกรรมบูรณาการวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี วิศวกรรมศาสตร์ และคณิตศาสตร์ (STEM) ตามเป้าหมาย สำคัญของการปฏิรูปหลักสูตรครั้งนี้ ซึ่งผู้เรียนและครูสามารถนำไปประยุกต์หรือดัดแปลงให้เหมาะสม กับบริบทของโรงเรียนและผู้เรียน การศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมโดยใช้เทคโนโลยีการสื่อสารและสารสนเทศ (ICT) เป็นสิ่งจำเป็นที่ต้องค้นคว้าเพิ่มเติม ดังนั้นในหนังสือเรียนเล่มนี้จึงได้มีการเสริมเนื้อหาเพิ่มเติมที่ได้ ผ่านการคัดกรองมาแล้วว่าเหมาะสมกับการเรียนรู้แทรกไว้ในเนื้อหาบางหน่วย โดยใช้สัญลักษณ์   ผู้เรียนสามารถใช้สมาร์ทโฟนสแกน QR Code หรือเปิดเว็บไซต์ MACeducation.com เพื่อเข้าเมนู การศึกษาขั้นพื้นฐาน >>> MAC iLink และเลือกเปิดดูส่วนเสริมของบทเรียนในหนังสือแต่ละเล่มได้ ท้ายหน่วยการเรียนรู้ทุกหน่วยจะมีการสรุปบทเรียนสำหรับให้ผู้เรียนได้ใช้เป็นข้อมูลสำคัญในการตรวจสอบ องค์ความรู้ที่ควรได้รับการพัฒนาหลังจากเสร็จสิ้นการเรียนรู้ หรือเป็นสาระสำคัญที่ควรจดจำและ ทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ ซึ่งนับว่าเป็นส่วนสำคัญอีกส่วนหนึ่งในการปรับปรุงหนังสือเรียนครั้งนี้ ที่ได้พัฒนาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนเล่มนี้จะมีคุณค่า มีประโยชน์ และช่วยส่งเสริมการปฏิรูปการศึกษา เพื่อเป็นรากฐานสำคัญที่จะช่วยทำให้ประเทศไทยก้าวสู่ประเทศที่มี การพัฒนาอย่างยั่งยืน ด้วยการมีพลเมืองที่มีคุณภาพ มีความคิดสร้างสรรค์ ตามเจตนารมณ์ของ การปรับปรุงหลักสูตรครั้งนี้และนโยบายประเทศไทย 4.0

บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด

คำนำ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ได้เรียบเรียงขึ้นใหม่ ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ตรงตาม ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กิจกรรมการเรียนการสอนในหนังสือเล่มนี้ได้บูรณาการ สาระต่าง ๆ เข้าด้วยกันไว้ในหน่วยการเรียนรู้ซึ่งสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

วัตถุประสงค์ของการเขียนหนังสือเล่มนี้ เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด เน้นการเชื่อมโยงความรู้กับกระบวนการทักษะการเรียนรู้ใน ศตวรรษที่ 21 ฝึกทักษะตามสาระเพื่อวัดผลประเมินผลตนเอง มีกิจกรรมส่งเสริมให้เกิดทักษะและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ กับศาสตร์อื่น ๆ ให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และมีความเชื่อมั่นในตนเอง และมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ตลอดจนการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

หนังสือเรียนเล่มนี้ประกอบด้วย 4 หน่วยการเรียนรู้ แต่ละหน่วยการเรียนรู้ได้มีสาระการเรียนรู้ ระบุตัวชี้วัด มีภาพและคำถามเข้าสู่บทเรียน แนวคิดสำคัญของแต่ละเรื่อง กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ กิจกรรมเสริมเติมศึกษา/กิจกรรมบูรณาการ บทสรุปเนื้อหาและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เพื่อเป็นการวัด และประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

ผู้เรียบเรียงขอขอบคุณเป็นอย่างสูงที่ท่านได้เลือกใช้หนังสือเรียนเล่มนี้เป็นสื่อการเรียนรู้ ผู้เรียบเรียง หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อครู นักเรียน และผู้สนใจโดยส่งผลต่อการพัฒนา ทั้งด้านความรู้ ทักษะ ค่านิยมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ตามเจตนารมณ์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

ดร.สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย

สารบัญ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง 1

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.1 ม.5/1)

- | | |
|---|----|
| 1. รากที่ n ของจำนวนจริง เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1 | 3 |
| 2. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ | 18 |
| แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ | 34 |

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน 35

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.2 ม.5/1)

- | | |
|-----------------------|-----|
| 1. ความสัมพันธ์ | 37 |
| 2. ฟังก์ชัน | 58 |
| 3. กราฟของฟังก์ชัน | 69 |
| แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ | 100 |

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม 102

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.2 ม.5/2)

- | | |
|-----------------------------------|-----|
| 1. ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต | 104 |
| 2. อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต | 123 |
| แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ | 138 |

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน 139

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.3 ม.5/1)

- | | |
|-----------------------|-----|
| 1. ดอกเบี้ย | 141 |
| 2. มูลค่าของเงิน | 146 |
| 3. ค่ายางวด | 149 |
| แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ | 156 |

บรรณานุกรม 157

อภิธานศัพท์ 158



หน่วยการเรียนรู้ที่

1



เลขยกกำลัง

สาระการเรียนรู้

- 1 รากที่ n ของจำนวนจริง เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1
- 2 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

ตัวชี้วัด

เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณ์และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ (ค 1.1 ม.5/1)

The background is a deep blue with a complex geometric pattern of overlapping cubes and polygons. Some of these shapes are semi-transparent, creating a layered effect. A hand enters from the right side, with the index finger pointing towards a small, bright, glowing cube in the center. Several beams of light radiate from this central point, extending towards the top of the frame. The overall mood is futuristic and intellectual.

ถ้านักเรียนรู้ปริมาตรของ
ลูกบาศก์ ก็จะสามาร
หาความยาวของด้านแต่ละด้าน
ได้โดยวิธีใดบ้าง



1. รากที่ n ของจำนวนจริง เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1



แนวคิดสำคัญ

จำนวนจริงที่เขียนในรูป $\sqrt[n]{a}$ จะเรียก $\sqrt[n]{a}$ ว่ารากที่ n ของจำนวนจริง a และโดยบทนิยามของเลขยกกำลังที่อาศัยความหมายของรากที่ n ของจำนวนจริง a จะได้ว่าจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์คือจำนวนจริงที่เขียนในรูป $\sqrt[n]{a}$ ซึ่งสามารถเขียนเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วนได้เป็น $a^{\frac{1}{n}}$

การดำเนินการของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์สามารถใช้สมบัติการแจกแจงของจำนวนจริงมาช่วยในการคำนวณได้



1.1 รากที่ n ของจำนวนจริง

ถ้า a เป็นจำนวนจริง รากที่ n ของ a คือจำนวนจริงที่ยกกำลัง n แล้วได้ a ซึ่งจะสามารถหาค่ารากที่ n ของ a ได้ ก็ต่อเมื่อ n ต้องเป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1 มีบทนิยามดังนี้

บทนิยาม เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 x และ a เป็นจำนวนจริง

x เป็นรากที่ n ของ a ก็ต่อเมื่อ $x^n = a$

และรากที่ n ของจำนวนจริง a เขียนแทนด้วย $\sqrt[n]{a}$

จากบทนิยามจะเห็นว่า

$$5^2 = 25 \quad \text{จึงกล่าวว่า “5 เป็นรากที่ 2 ของ 25”}$$

$$(-5)^2 = 25 \quad \text{จึงกล่าวว่า “-5 เป็นรากที่ 2 ของ 25”}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \quad \text{จึงกล่าวว่า “}\frac{1}{2}\text{ เป็นรากที่ 3 ของ }\frac{1}{8}\text{”}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8} \quad \text{จึงกล่าวว่า “}-\frac{1}{2}\text{ เป็นรากที่ 3 ของ }-\frac{1}{8}\text{”}$$

$$3^4 = 81 \quad \text{จึงกล่าวว่า “3 เป็นรากที่ 4 ของ 81”}$$

$$(-3)^4 = 81 \quad \text{จึงกล่าวว่า “-3 เป็นรากที่ 4 ของ 81”}$$

จำนวนที่เขียนในรูป $\sqrt[n]{a}$ จะเรียก $\sqrt[n]{a}$ ว่ารากที่ n ของจำนวนจริง a



เมื่อ a เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n จะกล่าวว่า จำนวนจริง b เป็นค่าหลักของรากที่ n ของ a ก็ต่อเมื่อ b เป็นรากที่ n ของ a และ $ba \geq 0$ เรียกจำนวนจริงที่อยู่ในรูป $\sqrt[n]{a}$ ว่า **ค่าหลักของรากที่ n ของ a** หรือ **กรณฑ์ที่ n ของ a**

รากที่ 2 ของ 25

- รากที่ 2 ของ 25 มีสองจำนวนคือ 5 และ -5
- และ $5 \times 25 > 0$
- เรียก 5 ว่าค่าหลักของรากที่ 2 ของ 25
- เขียนแทน 5 ด้วย $\sqrt{25}$

รากที่ 3 ของ $-\frac{1}{8}$

- รากที่ 3 ของ $-\frac{1}{8}$ มีหนึ่งจำนวนคือ $-\frac{1}{2}$
- และ $\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{8}\right) > 0$
- เรียก $-\frac{1}{2}$ ว่าค่าหลักของรากที่ 3 ของ $-\frac{1}{8}$
- เขียนแทน $-\frac{1}{2}$ ด้วย $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$

รากที่ 4 ของ 81

- รากที่ 4 ของ 81 มีสองจำนวนคือ 3 และ -3
- และ $3 \times 81 > 0$
- เรียก 3 ว่าค่าหลักของรากที่ 4 ของ 81
- เขียนแทน 3 ด้วย $\sqrt[4]{81}$

รากที่ 5 ของ -32

- รากที่ 5 ของ -32 มีหนึ่งจำนวนคือ -2
- และ $(-2) \times (-32) > 0$
- เรียก -2 ว่าค่าหลักของรากที่ 5 ของ -32
- เขียนแทน -2 ด้วย $\sqrt[5]{-32}$

ความแตกต่าง
ระหว่างค่าหลักของ
รากที่ n ของ a
กับรากที่ n ของ a

$$\sqrt{25} = 5$$

แสดงว่าค่าหลักของรากที่ 2 ของ 25 คือ 5

แต่รากที่ 2 ของ 25 คือ 5 และ -5

$$\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\frac{1}{2}$$

แสดงว่าค่าหลักของรากที่ 3 ของ $-\frac{1}{8}$ คือ $-\frac{1}{2}$

และรากที่ 3 ของ $-\frac{1}{8}$ คือ $-\frac{1}{2}$

$$\sqrt[4]{81} = 3$$

แสดงว่าค่าหลักของรากที่ 4 ของ 81 คือ 3

แต่รากที่ 4 ของ 81 คือ 3 และ -3

ค่าหลักของรากที่ n ของ a

เมื่อ n เป็นจำนวนคู่

ค่าหลักของรากที่ n มี 1 ค่า

ถ้า $a > 0$ ค่าหลักของรากที่ n มี 1 ค่า คือค่าที่เป็นจำนวนบวก

ถ้า $a < 0$ ค่าหลักของรากที่ n มี 1 ค่า คือค่าที่เป็นจำนวนลบ

ถ้า $a = 0$ ค่าหลักของรากที่ n มี 1 ค่า คือศูนย์

เมื่อ n เป็นจำนวนคี่

ค่าหลักของรากที่ n มี 1 ค่า ซึ่งเป็นค่าที่เป็นจำนวนบวก

$$\sqrt[n]{a}$$

รากที่ n ของ a

เมื่อ n เป็นจำนวนคู่

รากที่ n มี 1 ค่า

ถ้า $a > 0$ รากที่ n มี 1 ค่า คือค่าที่เป็นจำนวนบวก

ถ้า $a < 0$ รากที่ n มี 1 ค่า คือค่าที่เป็นจำนวนลบ

ถ้า $a = 0$ รากที่ n มี 1 ค่า คือศูนย์

เมื่อ n เป็นจำนวนคี่

รากที่ n มี 2 ค่า คือค่าที่เป็นจำนวนบวกและ

ค่าที่เป็นจำนวนลบ

หมายเหตุ ถ้า $n = 2$ จะเขียนแทน $\sqrt[n]{a}$ ด้วย $\sqrt{a}$

ในกรณีทั่วไป ค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริง a หรือ $\sqrt[n]{a}$ เป็นดังนี้

$$a = 0$$

$$\sqrt[n]{a} = 0$$

$$a > 0$$

$\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนจริงบวก

$$a < 0$$

- ถ้า n เป็นจำนวนคี่ แล้ว $\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนจริงลบ
- ถ้า n เป็นจำนวนคู่ แล้วจะไม่สามารถหารากที่ n ของ a ได้ เพราะไม่มีจำนวนจริงโดยยกกำลังด้วยจำนวนคู่แล้วจะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนลบ เช่น ไม่สามารถหา $\sqrt{-5}$ เพราะไม่มีจำนวนจริง x ใดที่ $x^2 = -5$

หมายเหตุ สัญลักษณ์ $\sqrt[n]{}$ เรียกว่า **เครื่องหมายกรณฑ์** และเรียก n ว่า **อันดับที่ของกรณฑ์**

เช่น $\sqrt[3]{6}$ เป็นกรณฑ์ที่ 3 ของ 6

$\sqrt[4]{7}$ เป็นกรณฑ์ที่ 4 ของ 7

$\sqrt[5]{8}$ เป็นกรณฑ์ที่ 5 ของ 8

ต่อไปจะกล่าวถึงสมบัติของรากที่ n โดยไม่พิสูจน์ ดังนี้

ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงที่มีค่ารากที่ n เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1

$$(1) (\sqrt[n]{a})^n = a \text{ เมื่อ } \sqrt[n]{a} \text{ เป็นจำนวนจริง}$$

$$(2) \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{เมื่อ } a \geq 0 \\ a & \text{เมื่อ } a < 0 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนคี่บวก} \\ |a| & \text{เมื่อ } a < 0 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนคู่บวก} \end{cases}$$

$$(3) \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$(4) \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad b \neq 0$$

ตัวอย่างการนำสมบัติ
ของรากที่ n ไปใช้

$$\begin{aligned}(1) \quad \sqrt{18} &= \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \\(2) \quad \sqrt{\frac{7}{3}} &= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7 \times 3}}{3} = \frac{\sqrt{21}}{3} \\(3) \quad (\sqrt[8]{2})^8 &= 2 \\(4) \quad (\sqrt[5]{-5})^5 &= -5 \\(5) \quad \sqrt[4]{6^4} &= |6| = 6 \\(6) \quad \sqrt{(-7)^2} &= |-7| = 7\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

$$(1) \sqrt{32} \quad (2) \sqrt[3]{270} \quad (3) \sqrt{75} \cdot \sqrt{125} \quad (4) \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{150}$$

วิธีทำ (1) $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

ตอบ

(2) $\sqrt[3]{270} = \sqrt[3]{27 \times 10} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{10} = 3\sqrt[3]{10}$

ตอบ

(3) $\sqrt{75} \cdot \sqrt{125} = \sqrt{75 \times 125} = \sqrt{3 \times 25 \times 5 \times 25} = \sqrt{25 \times 25} \cdot \sqrt{3 \times 5} = 25\sqrt{15}$

ตอบ

(4) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{150} = \sqrt[3]{5 \times 150} = \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5 \times 6} = \sqrt[3]{5^3 \times 6} = \sqrt[3]{5^3} \cdot \sqrt[3]{6} = 5\sqrt[3]{6}$

ตอบ



แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

(1) $\sqrt{8x^2}$

(2) $\sqrt[3]{27y^6}$

(3) $\sqrt[3]{-64a^3b^6}$

(4) $\sqrt[4]{81x^8y^4}$

(5) $\sqrt[5]{-243}$

(6) $\sqrt{300x^4y^6}$

(7) $\sqrt[3]{-1000}$

(8) $\sqrt{500mn^2}$

2. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

(1) $\sqrt{50}$

(2) $\sqrt{98}$

(3) $\sqrt[3]{375}$

(4) $\sqrt[3]{-343}$

(5) $\sqrt[4]{6} \cdot \sqrt[4]{216}$

(6) $\sqrt[3]{-1} \cdot \sqrt[3]{125}$

(7) $\sqrt[3]{-32} \cdot \sqrt[3]{-8}$

(8) $\sqrt{98} \cdot \sqrt{200}$

(9) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{72}$

(10) $\sqrt[3]{-27} \cdot \sqrt[3]{-512}$