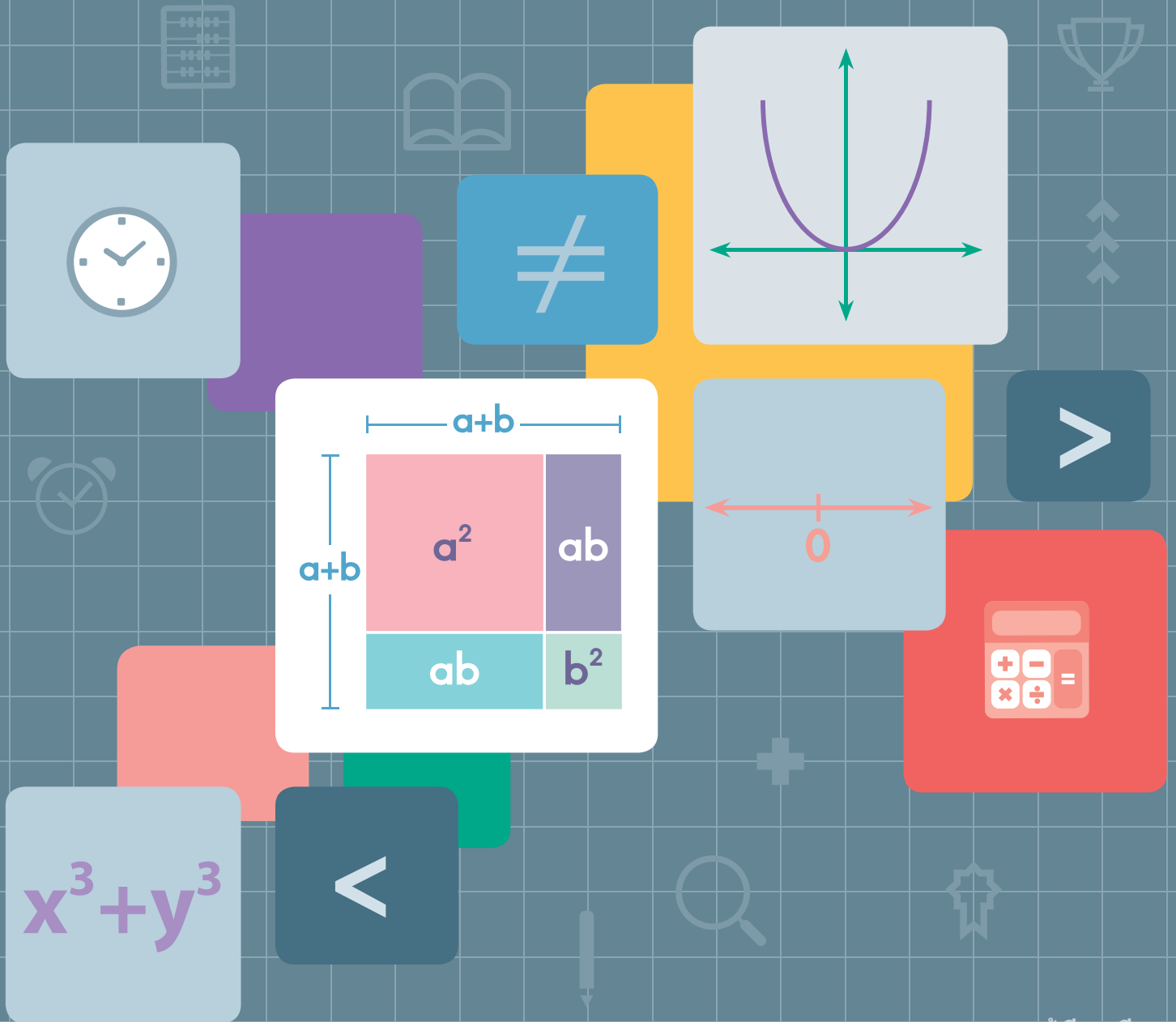




ผู้เรียบเรียง
ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ม.3
เล่ม 1



แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ม.3

เล่ม 1



แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 1

จัดทำโดย

MACEDUCATION

ส่งธนาณัติสั่งจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว

ในนาม บริษัท แม็คเอดูเคชั่น จำกัด

9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว

แขวงจันทระเกษม เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

โทร. 0-2512-0661, 0-2938-2022-7 แฟกซ์ 0-2938-2028

www.MACeducation.com

พิมพ์ที่ : บริษัท พี.เอ็น.เค แอนด์ สกายพรินต์ติ้ง จำกัด



คำนำ

แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 1 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนาการคิดวิเคราะห์ ความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบ มีแบบแผน แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างครบถ้วนตามทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จากการเรียนรู้สาระสำคัญ ความคิดรวบยอด ฝึกทักษะในกิจกรรมที่หลากหลายอย่างต่อเนื่อง บทสรุปมีเครื่องมือวัดผลและตรวจสอบความรู้ที่คงทนของผู้เรียน ผู้เรียนได้เรียนรู้ครบตามมาตรฐานและตัวชี้วัดได้ครบถ้วนและประเมินผู้เรียนได้สอดคล้องกับมาตรฐานและตัวชี้วัด

ผู้เขียนหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาทักษะการคิดของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา



สารบัญ

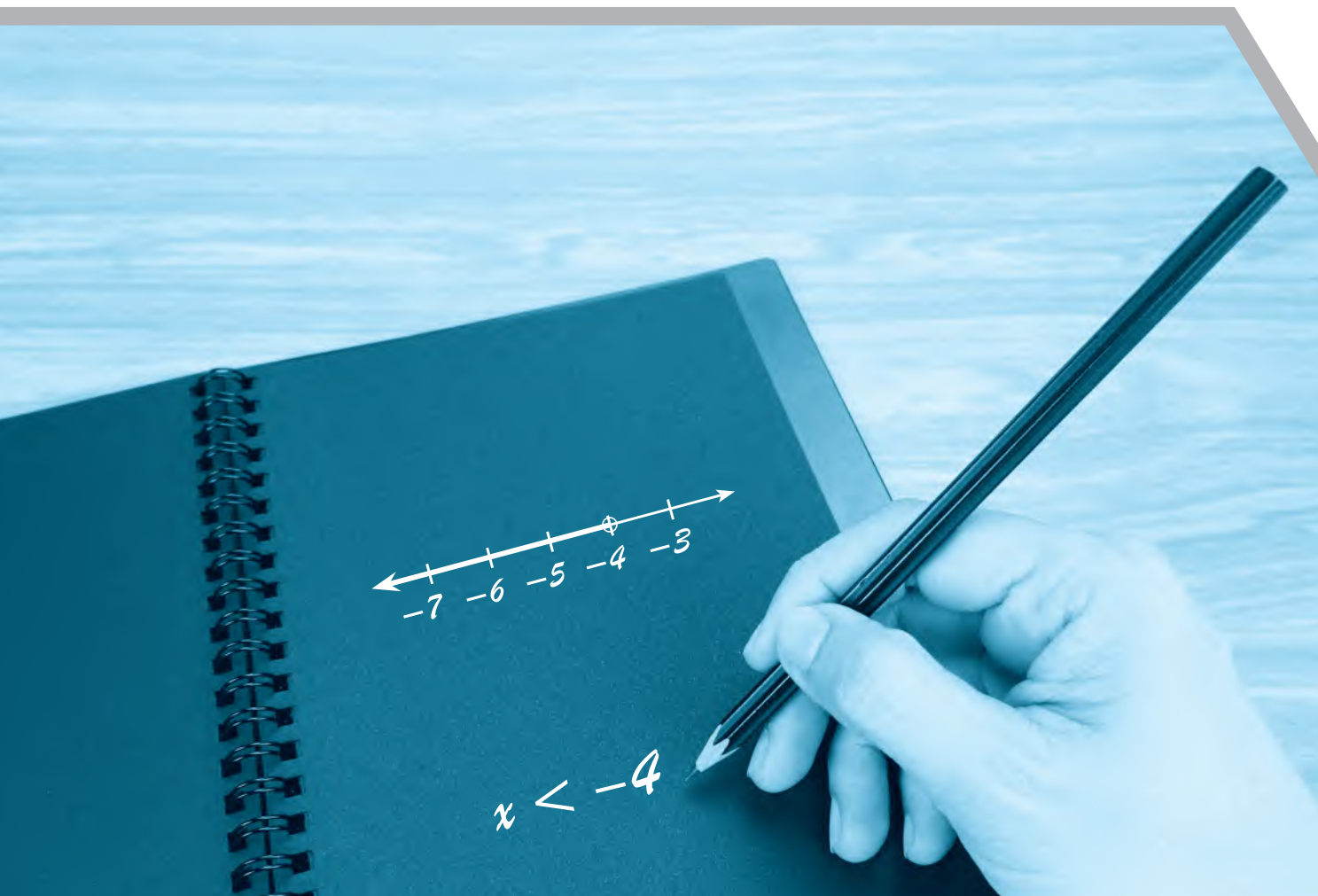
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.3 ม.3/1)	
1.1 แนะนำอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	2
1.2 คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	5
1.3 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	10
1.4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	29
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	36
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง	38
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.2 ม.3/1)	
2.1 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูปผลบวกและผลต่างของกำลังสาม	39
2.2 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสาม	44
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	60
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	62
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.3 ม.3/2)	
3.1 แนะนำสมการกำลังสองตัวแปรเดียว	63
3.2 การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	65
3.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว	90
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	99
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ความคล้าย	101
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 2.2 ม.3/1)	
4.1 รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน	102
4.2 รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	107
4.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	121
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	130



หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง	132
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.2 ม.3/2)	
5.1 แนะนำฟังก์ชัน	133
5.2 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง	136
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	175
หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 สถิติ (3)	178
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 3.1 ม.3/1)	
6.1 แผนภาพกล่อง	179
6.2 การอ่านและแปลความหมายจากแผนภาพกล่อง	184
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	191
บรรณานุกรม	193



อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว



สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1

จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.3

ใช้นิจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

เข้าใจและใช้สมบัติการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหา โดยใช้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและเลขชี้กำลังของตัวแปรเท่ากับ 1 คำตอบของอสมการคือจำนวนจริงที่แทนตัวแปรในอสมการแล้วทำให้อสมการเป็นจริง

1.1 แนะนำสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์

นักเรียนสามารถระบุได้ว่าประโยคสัญลักษณ์ที่กำหนดให้เป็นระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยง
3. การให้เหตุผล

สมการเป็นประโยคที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ หรือ $\neq$ แสดงความสัมพันธ์

ในสมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้

ตัวอย่างสมการที่ไม่มีตัวแปร

$$4+5 > 7$$

$$3+2 \leq 3+5$$

$$10+2 \neq 102$$

ตัวอย่างสมการที่มีตัวแปร

$$x+7 > 6$$

$$\frac{1}{2}x-5 < 12$$

$$2(x+7) \geq -15$$

สมการที่มีตัวแปร ตัวแปรนั้นจะแทนจำนวน ในกรณีไม่ระบุเงื่อนไขของตัวแปร
ถือว่าตัวแปรนั้นแทนจำนวนจริงใดๆ





แบบฝึกหัดที่ 1.1

1. จงเติมตารางให้สมบูรณ์

ประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	ประโยคภาษา
(1) $7 > 3$	(1) 7 มากกว่า 3
(2) $-8 < 0$	(2)
(3) $x > -1$	(3)
(4) $x < 1$	(4)
(5) $a > b$	(5)
(6) $c < q$	(6)
(7) $m \geq 0$	(7)
(8) $n \leq -2$	(8)
(9) $x \leq a$	(9)
(10) $y \geq -c$	(10)

2. จงเติมตารางให้สมบูรณ์

ประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	ความหมาย
(1) $5 > 4 > 1$	(1) $5 > 4$ และ $4 > 1$
(2) $3 < 7 < 14$	(2)
(3) $-5 < -1 < 0$	(3)
(4) $10 > 0 > -5$	(4)
(5) $8 > 7 > 4 > -2$	(5)
(6) $x > y > 6 > z$	(6)
(7) $-6 < a < c < 5$	(7)
(8) $x-3 < x < x+3$	(8)

3. จงเขียนประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง)

(1) สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่า 10

.....

(2) สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งไม่น้อยกว่า 10

.....

(3) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 8 ไม่เกิน 12

.....

(4) เศษสองส่วนห้าของจำนวนจำนวนหนึ่งไม่เท่ากับ -4

.....

(5) สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งลบด้วย 3 ไม่เกิน 7

.....

(6) ผลบวกของหนึ่งในสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 6 ไม่ถึง -5

.....

(7) ผลบวกของสองในสามของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 8 ไม่น้อยกว่า 14

.....

(8) สองเท่าของผลบวกของเศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 5 มากกว่า 100

.....

(9) จำนวนเต็มที่มากกว่า -2 แต่ไม่น้อยกว่า 3

.....

(10) จำนวนนับที่มากกว่า -5 แต่ไม่น้อยกว่า 5

.....



1.2 คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถบอกคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
2. นักเรียนสามารถเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง
4. การให้เหตุผล
5. การคิดสร้างสรรค์

คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ จำนวนจริงที่แทนตัวแปรในอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแล้วทำให้อสมการเป็นจริง

ตัวอย่างที่ 1 จงหาคำตอบของอสมการ $x \leq 5$

วิธีทำ เนื่องจากเมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 ใน $x \leq 5$

จะทำให้สมการเป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $x \leq 5$ คือ จำนวนจริงที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5

ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5

ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของอสมการ $a-5 < a-1$

วิธีทำ เนื่องจากเมื่อแทน a ด้วยจำนวนจริงใดๆ ใน $a-5 < a-1$

จะได้สมการเป็นจริงเสมอ

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $a-5 < a-1$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวน

ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวน

ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของอสมการ $c > c+5$

วิธีทำ เนื่องจากไม่มีจำนวนจริงใดที่แทน c ใน $c > c+5$ แล้วทำให้อสมการเป็นจริง

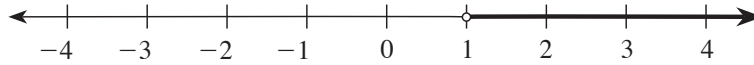
ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของอสมการ $c > c+5$

ตอบ ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

คำตอบของสมการอาจแสดงได้โดยใช้กราฟบนเส้นจำนวน

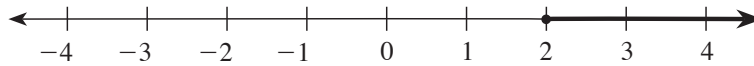
ตัวอย่างกราฟแสดงคำตอบของสมการ

1. $x > 1$



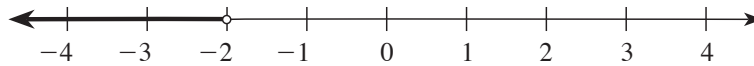
(จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 1)

2. $x \geq 2$



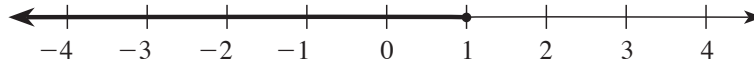
(จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 2)

3. $x < -2$



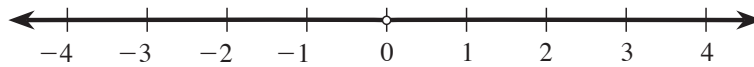
(จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า -2)

4. $x \leq 1$



(จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 1)

5. $x \neq 0$



(จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 0)

☑หมายเหตุ

กราฟที่แสดงคำตอบของสมการจะแสดงโดยใช้เส้นจำนวน

จุดโปร่ง ○ แสดงจำนวนนั้นไม่เป็นคำตอบของสมการ

จุดทึบ ● แสดงจำนวนนั้นเป็นคำตอบหนึ่งของสมการ

เส้นทึบ — แสดงทุกจำนวนที่อยู่บนเส้นทึบเป็นคำตอบของสมการ



แบบฝึกหัดที่ 1.2

1. จงระบุคำตอบของข้อความหรือประโยคสัญลักษณ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้

(1) จำนวนนับที่น้อยกว่า 6

.....

(2) จำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง -1 และ 2

.....

(3) $x \geq 0$ และ $x \leq 0$ เมื่อ x แทนจำนวนจริง

.....

(4) $x \leq 0$ เมื่อ x แทนจำนวนนับ

.....

(5) สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่า 2 แต่น้อยกว่า 10

.....

(6) $-1 \leq x < 3$ เมื่อ x แทนจำนวนนับ

.....

(7) $x+2 \leq 5$ เมื่อ x แทนจำนวนเต็ม

.....

(8) $99 < x < 100$ เมื่อ x แทนจำนวนนับ

.....

(9) $0 < 2x-3$ เมื่อ x แทนจำนวนเต็ม

.....

(10) $5x-20 > 0$ เมื่อ x แทนจำนวนจริง

.....

2. จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

(1) $x \geq 3$

(2) $x < -2$

(3) $x \neq -4$

(4) $2 < x < 5$

(5) $-3 \leq x \leq 1$

(6) $0 < x \leq 4$

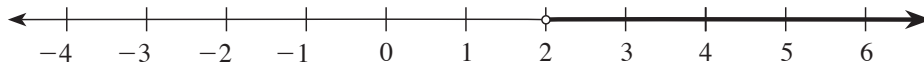
(7) $-2 \leq x < 3$

(8) $x < -1$ หรือ $x > 2$

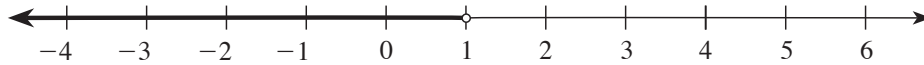


3. จงเขียนอสมการจากกราฟแสดงคำตอบต่อไปนี้

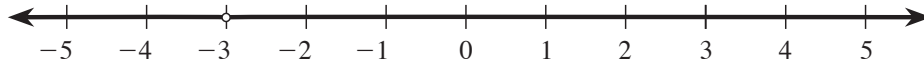
(1)



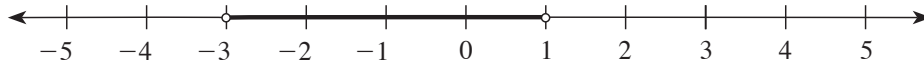
(2)



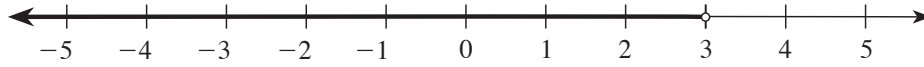
(3)



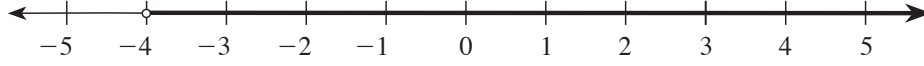
(4)



(5)



(6)



1.3 การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์

นักเรียนสามารถแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง
4. การให้เหตุผล
5. การคิดสร้างสรรค์

การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ การหาคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในการแก้อสมการจะใช้สมบัติของการไม่เท่ากันดังนี้

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

เมื่อ a , b และ c แทนจำนวนจริงใดๆ

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a+c < b+c$

เช่น (1) ถ้า $3 < 5$ แล้ว $3+2 < 5+2$

(2) ถ้า $3 < 5$ แล้ว $3+(-2) < 5+(-2)$

(3) ถ้า $-5 < -3$ แล้ว $(-5)+4 < (-3)+4$

(4) ถ้า $-5 < -3$ แล้ว $(-5)+(-4) < (-3)+(-4)$

2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a+c \leq b+c$

เช่น ถ้า $15 \leq 20$ แล้ว $15+5 \leq 20+5$

ถ้า $-50 \leq -10$ แล้ว $(-50)+50 \leq (-10)+50$

ในกรณี $a > b$ หรือ $a \geq b$

1. ถ้า $a > b$ แล้ว $a+c > b+c$

2. ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a+c \geq b+c$



สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

เมื่อ a , b และ c แทนจำนวนจริงใดๆ

1. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac < bc$

เช่น (1) ถ้า $-3 < 5$ แล้ว $(-5)(2) < (5)(2)$

(2) ถ้า $-5 < -2$ แล้ว $(-5)(3) < (-2)(3)$

2. ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \leq bc$

3. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac > bc$

เช่น (1) ถ้า $3 < 5$ แล้ว $(3)(-2) > (5)(-2)$

(2) ถ้า $-3 < 5$ แล้ว $(-3)(-2) > (5)(-2)$

(3) ถ้า $-5 < -3$ แล้ว $(-5)(-2) > (-3)(-2)$

4. ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac \geq bc$

ในกรณี $a > b$ หรือ $a \geq b$

1. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac > bc$

2. ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \geq bc$

3. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac < bc$

4. ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac \leq bc$

การหารด้วย c เมื่อ $c \neq 0$ คือ การคูณด้วย $\frac{1}{c}$



ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $2x+7 < 15$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$2x+7 < 15$$

นำ 7 ลบออกทั้งสองข้างของสมการ

$$2x+7-7 < 15-7$$

$$2x < 8$$

นำ $\frac{1}{2}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(\frac{1}{2}\right)(2x) < \left(\frac{1}{2}\right)(8)$$

$$x < 4$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ $2x+7 < 15$ คือจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 4
เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 4

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $\frac{3}{5}(2x-7) \neq x-4$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$\frac{3}{5}(2x-7) \neq x-4$$

$$5\left[\frac{3}{5}(2x-7)\right] \neq 5(x-4)$$

$$3(2x-7) \neq 5(x-4)$$

$$6x-21 \neq 5x-20$$

$$6x-21+21 \neq 5x-20+21$$

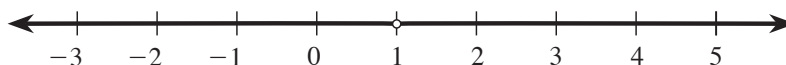
$$6x \neq 5x+1$$

$$6x-5x \neq 5x-5x+1$$

$$x \neq 1$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ $\frac{3}{5}(2x-7) \neq x-4$ คือจำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 1

เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 1