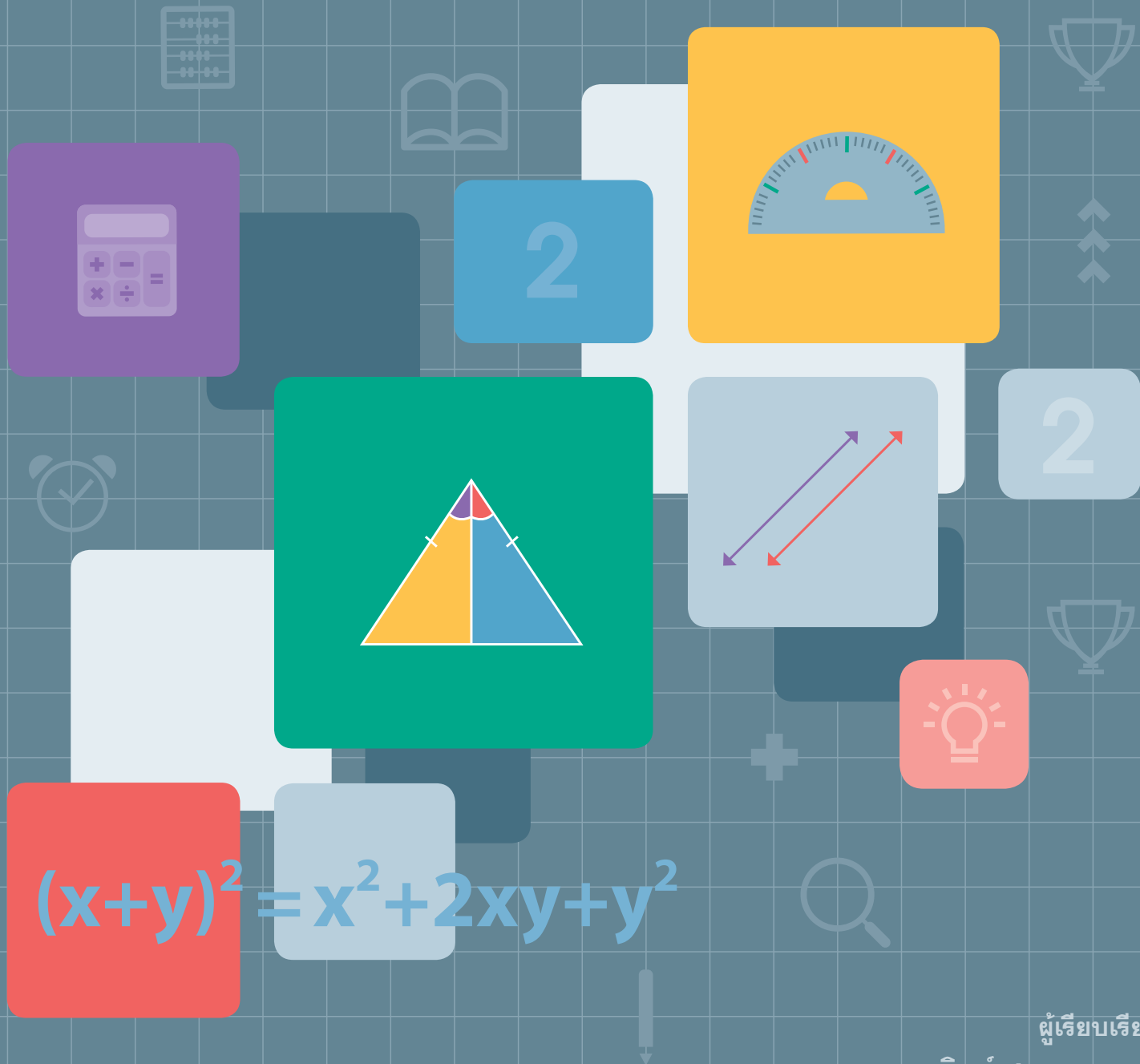




$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

ผู้เรียบเรียง
ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ม.2
เล่ม 2



แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ม.2

เล่ม 2



แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2

จัดทำโดย

MACEDUCATION

ส่งหนาสั่งจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว

ในนาม บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด

9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว

แขวงจันทระเกษม เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

โทร. 0-2512-0661, 0-2938-2022-7 แฟกซ์ 0-2938-2028

www.MACeducation.com

พิมพ์ที่ : บริษัท ทีเอส อินเทอร์เน็ต จำกัด



คำนำ

แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนาการคิดวิเคราะห์ ความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบ มีแบบแผน แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างครบถ้วนตามทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จากการเรียนรู้สาระสำคัญ ความคิดรวบยอด ฝึกทักษะในกิจกรรมที่หลากหลายอย่างต่อเนื่อง บทสรุปมีเครื่องมือวัดผลและตรวจสอบความรู้ที่คงทนของผู้เรียน ผู้เรียนได้เรียนรู้ครบตามมาตรฐานและตัวชี้วัดได้ครบถ้วนและประเมินผู้เรียนได้สอดคล้องกับมาตรฐานและตัวชี้วัด

ผู้เขียนหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาทักษะการคิดของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา



สารบัญ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2)	1
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 3.1 ม.2/1)	
1. แผนภาพจุด	2
2. แผนภาพต้น-ใบ	7
3. ฮิสโทแกรม	12
4. ค่ากลางของข้อมูล	18
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	32
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	 35
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/4)	
1. ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต	36
2. ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	42
3. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน	47
4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม	51
5. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน	55
6. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน	58
7. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน	61
8. การนำไปใช้	64
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	73
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน	 78
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/2)	
1. เส้นขนานและมุมภายใน	79
2. เส้นขนานและมุมแย้ง	88
3. เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	100
4. เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	107
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	113



หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	117
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/1)	
1. ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต	118
2. การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง	128
3. การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม	136
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	146
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	 150
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.2 ม.2/2)	
1. การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง	151
2. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว	159
3. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	171
4. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง	176
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	189
บรรณานุกรม	191



สถิติ (2)



สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 3

สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1

เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลจากแผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

แผนภาพจุดและแผนภาพต้น-ใบ เป็นรูปแบบหนึ่งของการนำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณ

ฮิสโทแกรมใช้สำหรับข้อมูลเชิงปริมาณ และใช้แท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากแสดงความถี่หรือความถี่สัมพัทธ์ของข้อมูลเชิงปริมาณในแต่ละช่วง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมเป็นค่ากลางของข้อมูล

1. แผนภาพจุด

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถวิเคราะห์และนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภาพจุดได้
2. นักเรียนสามารถอ่านและแปลความหมายข้อมูลที่นำเสนอด้วยแผนภาพจุดได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง
4. การให้เหตุผล
5. การคิดสร้างสรรค์

ข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative data) เป็นข้อมูลที่กล่าวถึงลักษณะ ประเภท หรือคุณสมบัติเชิงคุณภาพ เช่น เพศ ภาษา ศาสนา วุฒิการศึกษา หมายเลขโทรศัพท์

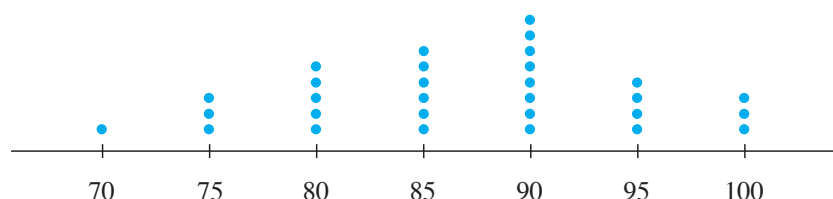
ข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative data) เป็นข้อมูลที่เป็นตัวเลขแสดงปริมาณ สามารถนำไปคำนวณหรือเปรียบเทียบได้ เช่น ความสูง น้ำหนัก อายุ คะแนนสอบ

แผนภาพจุด (dot plot) เป็นการนำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณด้วยจุด จุดแต่ละจุดจะแทนข้อมูลแต่ละตัวอยู่เหนือเส้นในแนวนอนที่ระบุค่าของข้อมูล แผนภาพจุดช่วยให้เห็นภาพรวมของข้อมูลได้รวดเร็ว

ตัวอย่างที่ 1 คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ของนักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 30 คน ดังตาราง

คะแนน	100	95	90	85	80	75	70
จำนวนนักเรียน	3	4	8	6	5	3	1

นำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภาพจุด ดังนี้



ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2



จากแผนภาพจุดข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

- (1) นักเรียนส่วนมากสอบได้ที่คะแนน และมีจำนวนกี่คน

ตอบ 90 คะแนน จำนวน 8 คน

- (2) มีนักเรียนที่ได้คะแนน 90 คะแนนขึ้นไปจำนวนกี่คน

ตอบ $8+4+3 = 15$ คน

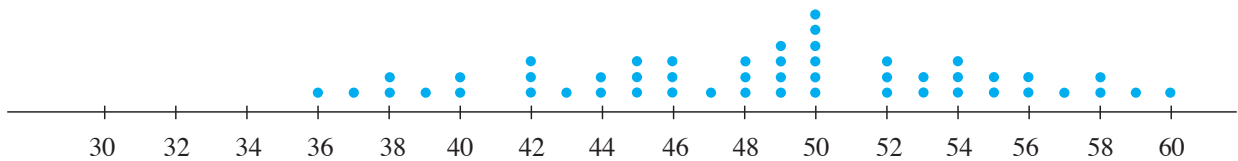
- (3) มีนักเรียนที่ได้คะแนนน้อยกว่า 80 คะแนนจำนวนกี่คน

ตอบ $3+1 = 4$ คน

- (4) นักเรียนที่ได้ 100 คะแนนคิดเป็นร้อยละเท่าไรของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ตอบ ร้อยละ $\frac{3}{30} \times 100 = 10$ หรือ 10% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 2 น้ำหนักของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของนักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 50 คน (หน่วยเป็นกิโลกรัม) ดังแผนภาพจุด



จากแผนภาพจุดข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

- (1) พิสัยของน้ำหนักของนักเรียนในห้องนี้เป็นเท่าไร

วิธีทำ พิสัย = น้ำหนักสูงสุด - น้ำหนักต่ำสุด
 $= 60 - 36$ กิโลกรัม
 $= 24$ กิโลกรัม

ตอบ 24 กิโลกรัม

- (2) นักเรียนส่วนมากมีน้ำหนักเท่าไร และมีจำนวนกี่คน

ตอบ 50 กิโลกรัม จำนวน 6 คน

- (3) นักเรียนที่มีน้ำหนักมากกว่า 50 กิโลกรัมมีจำนวนกี่คน และคิดเป็นร้อยละเท่าไรของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีทำ $3+2+3+2+2+1+2+1+1 = 17$

คิดเป็นร้อยละ $\frac{17}{50} \times 100 = 34$ หรือ 34% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ตอบ ร้อยละ 34 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

- (4) สรุปข้อมูลเกี่ยวกับน้ำหนักของนักเรียนได้อย่างไร

ตอบ น้ำหนักของนักเรียนมีการกระจายมาก น้ำหนักต่ำสุด 36 กิโลกรัม และน้ำหนักสูงสุด 60 กิโลกรัม



แบบฝึกหัดที่ 1

1. คะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 2 วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของนักเรียน 30 คน เป็นดังนี้

12 19 13 18 15 17 20 23 10 8 16 19 24 25 14
21 19 5 18 13 19 23 25 20 19 18 17 15 22 18

- (1) จงเขียนแผนภาพจุดแสดงคะแนนสอบของนักเรียน

- (2) คะแนนสูงสุดลบด้วยคะแนนต่ำสุดเป็นเท่าไร

ตอบ

- (3) นักเรียนส่วนมากได้คะแนนเท่าไร และมีจำนวนกี่คน

ตอบ

- (4) คะแนนที่มีตำแหน่งอยู่ตรงกลางของคะแนนทั้งหมดเป็นเท่าไร

ตอบ

2. จำนวนน้ำผลไม้เป็นกล่องที่ขายได้ต่อวันเป็นเวลา 30 วัน ดังนี้

26 21 26 24 27 23 24 22 26 21 23 26 24 26 23
25 22 27 20 26 21 27 21 24 26 22 28 22 25 24

- (1) จงเขียนแผนภาพจุดแสดงจำนวนน้ำผลไม้เป็นกล่องที่ขายได้ต่อวันเป็นเวลา 30 วัน

- (2) พิสัยของจำนวนน้ำผลไม้เป็นกล่องที่ขายได้ต่อวันเป็นเท่าไร

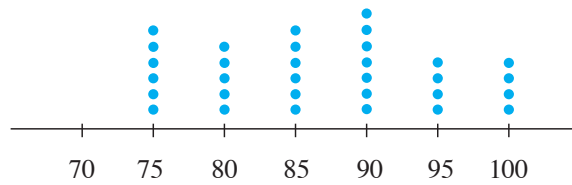
ตอบ

- (3) จำนวนกล่องที่ขายได้ส่วนมากเป็นเท่าไร

ตอบ



3. แผนภาพจุดแสดงคะแนนสอบโอเน็ตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 32 คน



- (1) จงกำหนดชื่อเพื่อให้ทราบว่าแผนภาพจุดเกี่ยวข้องกับสิ่งใด

ตอบ

- (2) มีนักเรียนสอบได้คะแนนเต็มกี่คน และคิดเป็นร้อยละเท่าไรของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ตอบ

- (3) นักเรียนส่วนมากได้คะแนนเท่าไร

ตอบ

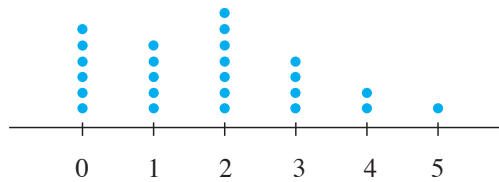
- (4) พิสัยของคะแนนสอบโอเน็ตเป็นเท่าไร

ตอบ

- (5) โรงเรียนให้รางวัลแก่นักเรียนที่สอบได้มากกว่าร้อยละ 90 จะมีนักเรียนได้รับรางวัลกี่คน

ตอบ

4. แผนภาพจุดแสดงจำนวนบุตรต่อครอบครัวในหมู่บ้านแห่งหนึ่ง



จำนวนบุตรต่อครอบครัวในหมู่บ้านแห่งหนึ่ง

- (1) หมู่บ้านแห่งนี้มีทั้งหมดกี่ครอบครัว

ตอบ

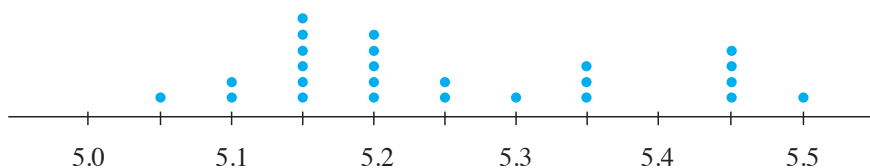
- (2) มีบุตรในครอบครัวต่างๆ ทั้งหมดกี่คน

ตอบ

- (3) ครอบครัวที่มีบุตร 2 คน คิดเป็นร้อยละเท่าไรของจำนวนครอบครัวทั้งหมด

ตอบ

5. การวัดความหนาของปกแฟ้มกระดาษที่ใช้เครื่องจักรผลิต แสดงด้วยแผนภาพจุด (หน่วยเป็น มิลลิเมตร)



- (1) จงกำหนดชื่อเพื่อให้ทราบว่าแผนภาพจุดเกี่ยวข้องกับสิ่งใด

ตอบ

- (2) แฟ้มส่วนมากมีความหนาเท่าไร

ตอบ

- (3) แฟ้มที่หนาที่สุดมีความหนาเท่าไร

ตอบ

- (4) แฟ้มที่บางที่สุดมีความหนาเท่าไร

ตอบ

- (5) แฟ้มที่หนา 5.25 มิลลิเมตรขึ้นไป คิดเป็นร้อยละเท่าไรของจำนวนปกแฟ้มกระดาษทั้งหมด

ตอบ

เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก

ต้น	ใบ									
1	9									
2	1	1	2	3	4	5	6	6	8	
3	1	2	2	7	7	9				
4	0	1	5							
5	2									

จากแผนภาพต้น-ใบข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

- (1) กลุ่มตัวอย่างที่เก็บรวบรวมข้อมูลมีกี่คน

ตอบ 20 คน

- (2) นักเรียนที่สอบได้คะแนนน้อยที่สุดมีกี่คน และได้กี่คะแนน

ตอบ 1 คน ได้ 19 คะแนน

- (3) นักเรียนที่สอบได้คะแนนมากกว่า 40 คะแนนขึ้นไปมีกี่คน

ตอบ 3 คน (41, 45 และ 52 คะแนน)

- (4) นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนในช่วงใด (เมื่อแบ่งคะแนนเป็นช่วง 0-9, 10-19, 20-29, 30-39, 40-49 และ 50-59)

ตอบ 20-29 คะแนน

- (5) พิสัยของคะแนนสอบเป็นเท่าไร

ตอบ $52 - 19 = 33$ คะแนน



แบบฝึกหัดที่ 2

1. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

85 68 60 99 78 85 73 95 83 92
65 82 96 57 82 75 92 70 89 80

- (1) จงนำเสนอคะแนนสอบด้วยแผนภาพต้น-ใบ

ต้น	ใบ

- (2) เรียงคะแนนจากน้อยไปมาก

ต้น	ใบ

- (3) กลุ่มตัวอย่างที่เก็บรวบรวมข้อมูลมีทั้งหมดกี่คน

ตอบ

- (4) นักเรียนที่ได้คะแนนน้อยที่สุดและมากที่สุดเป็นกี่คะแนน

ตอบ

- (5) นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนอยู่ในช่วงใด

ตอบ

- (6) มีนักเรียนได้ระดับคะแนน 4 คิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของนักเรียนกลุ่มที่สำรวจ

ตอบ

2. นำหนักเป็นกิโลกรัมของนักเรียนชายและนักเรียนหญิง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ห้องหนึ่งเป็นดังนี้

ชาย	56	60	71	63	57	63	72	65	73	65
	74	66	76	67	69					
หญิง	50	60	70	61	50	61	51	64	53	45
	54	48	57							

- (1) จงเขียนแผนภาพต้น-ใบ โดยใช้ส่วนลำต้นร่วมกัน เพื่อแสดงน้ำหนักของนักเรียนชายและนักเรียนหญิง

ใบ (นักเรียนหญิง)	ต้น	ใบ (นักเรียนชาย)
.....		
.....		
.....		
.....		

- (2) พิสัยของน้ำหนักของนักเรียนชายเป็นเท่าไร

ตอบ

- (3) พิสัยของน้ำหนักของนักเรียนหญิงเป็นเท่าไร

ตอบ

- (4) นักเรียนชายส่วนใหญ่น้ำหนักอยู่ในช่วงใด

ตอบ

- (5) นักเรียนหญิงส่วนใหญ่น้ำหนักอยู่ในช่วงใด

ตอบ



3. ความสูงเป็นเซนติเมตรของนักเรียนชายและนักเรียนหญิง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ห้องหนึ่งเป็นดังนี้

ชาย	151	166	172	170	153	168	178	162	178	170
	175	177								
หญิง	140	150	151	152	153	154	156	160	161	162
	145	148	165	155						

- (1) จงเขียนแผนภาพต้น-ใบ (เรียงลำดับความสูงจากน้อยไปมาก) โดยใช้ส่วนลำต้นร่วมกัน เพื่อแสดงความสูงของนักเรียนชายและนักเรียนหญิง

ใบ (นักเรียนหญิง)	ต้น	ใบ (นักเรียนชาย)
.....		
.....		
.....		
.....		

- (2) พิสัยของส่วนสูงของนักเรียนชายเป็นเท่าไร

ตอบ

- (3) พิสัยของส่วนสูงของนักเรียนหญิงเป็นเท่าไร

ตอบ

- (4) นักเรียนชายส่วนใหญ่มีความสูงอยู่ในช่วงใด

ตอบ

- (5) นักเรียนหญิงส่วนใหญ่มีความสูงอยู่ในช่วงใด

ตอบ

3. ฮิสโทแกรม

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถวิเคราะห์และนำเสนอข้อมูลด้วยฮิสโทแกรมได้
2. นักเรียนสามารถอ่านและแปลความหมายข้อมูลที่นำเสนอด้วยฮิสโทแกรมได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง
4. การให้เหตุผล
5. การคิดสร้างสรรค์

การนำเสนอข้อมูลด้วย**ฮิสโทแกรม (histogram)** ช่วยให้เห็นลักษณะการกระจายของข้อมูลเป็นอีกรูปแบบหนึ่งที่นิยมใช้

ฮิสโทแกรมมีลักษณะคล้ายแผนภูมิแท่ง โดยแท่งสีเหลี่ยมมุมฉากที่อยู่ติดกันแสดงความถี่หรือความถี่สัมพัทธ์ของข้อมูลเชิงปริมาณในแต่ละช่วง ในขณะที่แผนภูมิแท่งใช้สำหรับข้อมูลเชิงปริมาณและใช้แท่งสีเหลี่ยมมุมฉากที่เว้นระยะห่างระหว่างแท่งเป็นระยะเท่าๆ กัน แสดงปริมาณของข้อมูลซึ่งมีเพียงค่าเดียว

ตัวอย่างที่ 1 ตารางแสดงความยาวเป็นเซนติเมตรของแท่งโลหะ

23	21	19	18	24	20	20	21	21	20
25	21	20	22	23	21	20	21	22	23