



ผู้เรียบเรียง
ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ม.2
เล่ม 1



แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ม.2

เล่ม 1



แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1

จัดทำโดย

MACEDUCATION

ส่งหนาสั่งจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว

ในนาม บริษัท แม็คเอดดูเคชั่น จำกัด

9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว

แขวงจันทระเกษม เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

โทร. 0-2512-0661, 0-2938-2022-7 แฟกซ์ 0-2938-2028

www.MACeducation.com

พิมพ์ที่ : บริษัท พี.เอ็น.เค แอนด์ สกายพริ้นติ้ง จำกัด



คำนำ

แบบฝึกเสริมทักษะรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนาการคิดวิเคราะห์ ความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบ มีแบบแผน แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างครบถ้วนตามทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จากการเรียนรู้สาระสำคัญ ความคิดรวบยอด ฝึกทักษะในกิจกรรมที่หลากหลายอย่างต่อเนื่อง บทสรุปมีเครื่องมือวัดผลและตรวจสอบความรู้ที่คงทนของผู้เรียน ผู้เรียนได้เรียนรู้ครบตามมาตรฐานและตัวชี้วัดได้ครบถ้วนและประเมินผู้เรียนได้สอดคล้องกับมาตรฐานและตัวชี้วัด

ผู้เขียนหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาทักษะการคิดของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา



สารบัญ

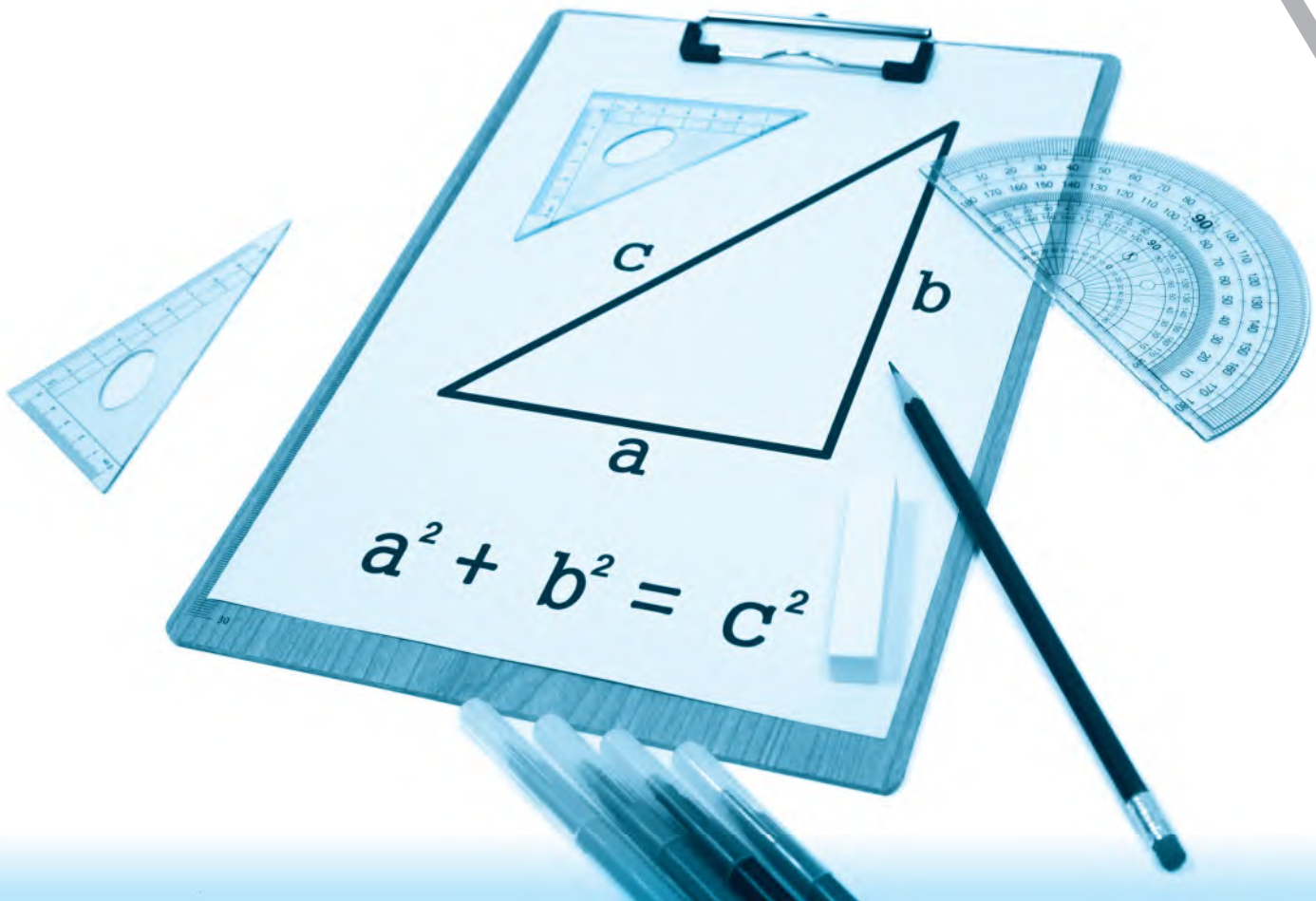
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	1
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/5)	
1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	2
2. บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	24
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	35
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความรู้เบื้องต้นของจำนวนจริง	38
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.1 ม.2/2)	
1. จำนวนตรรกยะ	39
2. จำนวนอตรรกยะ	44
3. รากที่สอง	47
4. รากที่สาม	58
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	67
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ปริซึมและทรงกระบอก	69
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 2.1 ม.2/1, 2)	
1. พื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม	70
2. พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอก	81
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	93
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต	96
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/3)	
1. การเลื่อนขนาน	98
2. การสะท้อน	107
3. การหมุน	117
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	129



หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 สมบัติของเลขยกกำลัง	134
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.1 ม.2/1)	
1. การดำเนินการของเลขยกกำลัง	135
2. สมบัติอื่น ๆ ของเลขยกกำลัง	148
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	157
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 พหุนาม	 159
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.2 ม.2/1)	
1. การบวกและการลบเอกนาม	160
2. การบวกและการลบพหุนาม	167
3. การคูณพหุนาม	177
4. การหารพหุนามด้วยเอกนาม	185
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	191
 บรรณานุกรม	 193
 ภาคผนวก	 194



ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 2

การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.2

เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นทฤษฎีบทที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสองของความยาวแต่ละด้านของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หรือความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่อยู่บนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นทฤษฎีบทที่กล่าวว่ารูปสามเหลี่ยมใดๆ ที่กำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่งเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน รูปสามเหลี่ยมนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

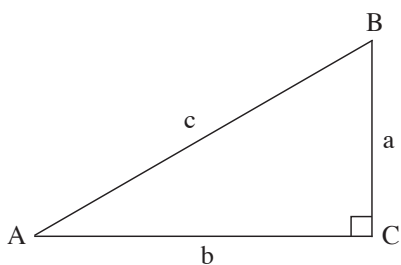
จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
3. นักเรียนสามารถหาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเมื่อกำหนดความยาวของอีกสองด้านให้ได้
4. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริงได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง
4. การให้เหตุผล
5. การคิดสร้างสรรค์

1.1 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\angle ACB$ เป็นมุมฉาก

$\overline{AB}$ เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก (hypotenuse)

$\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ เป็นด้านประกอบมุมฉาก (legs of a right triangle)

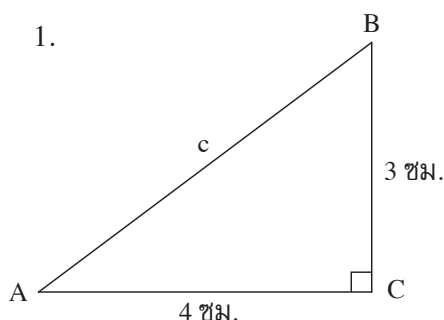
ให้ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว c หน่วย

ด้านตรงข้าม $\angle BAC$ ยาว a หน่วย

ด้านตรงข้าม $\angle ABC$ ยาว b หน่วย

พิจารณารูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้

1.

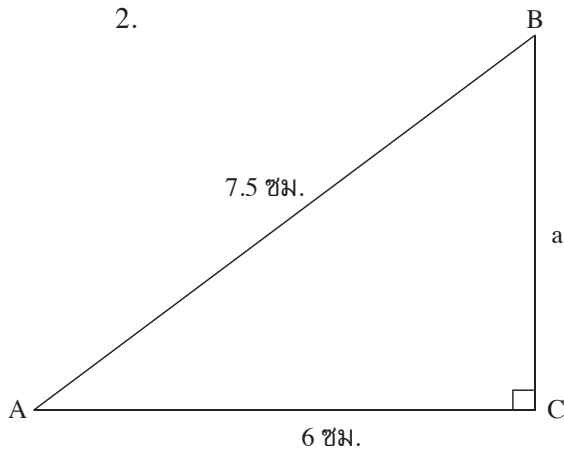


จากรูป ถ้า $a = 3$ เซนติเมตร และ $b = 4$ เซนติเมตร

วัดความยาวของ $\overline{AB}$ จะได้ $c = 5$ เซนติเมตร

$$a^2 + b^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$c^2 = 5^2 = 25$$

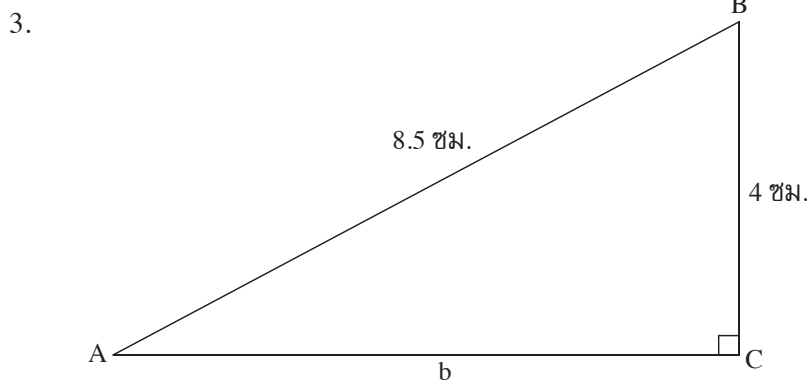


จากรูป ถ้า $b = 6$ เซนติเมตร และ $c = 7.5$ เซนติเมตร

วัดความยาวของ $\overline{BC}$ จะได้ $a = 4.5$ เซนติเมตร

$$a^2 + b^2 = 4.5^2 + 6^2 = 56.25$$

$$c^2 = 7.5^2 = 56.25$$



จากรูป ถ้า $a = 4$ เซนติเมตร และ $c = 8.5$ เซนติเมตร

วัดความยาวของ $\overline{AC}$ จะได้ $b = 7.5$ เซนติเมตร

$$a^2 + b^2 = 4^2 + 7.5^2 = 72.25$$

$$c^2 = 8.5^2 = 72.25$$

จากข้างต้นจะพบว่า

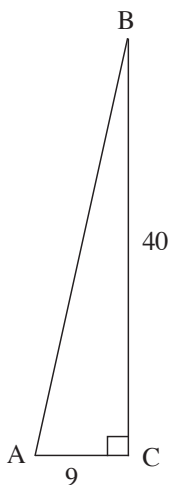
$$c^2 = a^2 + b^2$$

ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมเป็นไปตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากดังนี้

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลรวมของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากดังกล่าวเรียกว่า **ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (Pythagoras' theorem)**

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จงหาค่า c

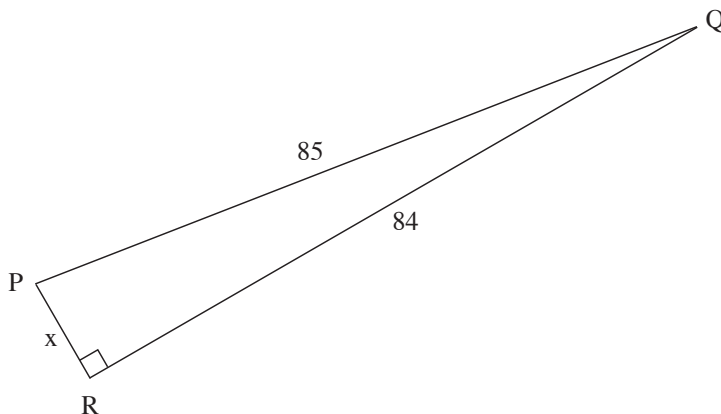


วิธีทำ จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะได้

$$\begin{aligned} c^2 &= 40^2 + 9^2 \\ &= 1,600 + 81 \\ &= 1,681 \\ c &= 41 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

ตอบ 41 หน่วย

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PQR จงหาความยาวของด้านที่เหลือ



วิธีทำ ให้ $PR = x$ หน่วย จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะได้

$$\begin{aligned} 85^2 &= 84^2 + x^2 \\ x^2 &= 85^2 - 84^2 \\ &= 7,225 - 7,056 \\ &= 169 \\ x &= 13 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

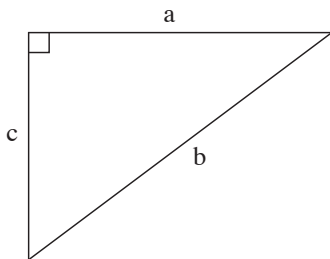
ตอบ 13 หน่วย



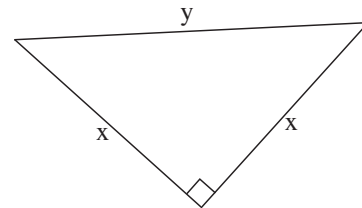
แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้

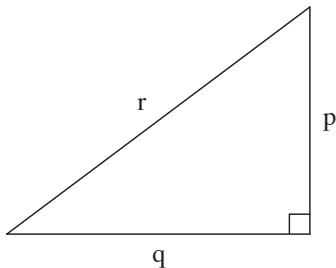
(1)



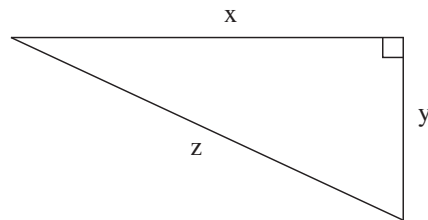
(2)



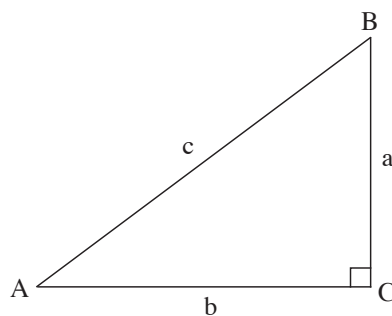
(3)



(4)



2. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC เมื่อกำหนดความยาวของด้านประกอบมุมฉากให้สองด้าน จงหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก



(1) $a = 10$ เซนติเมตร, $b = 24$ เซนติเมตร

(2) $a = 2.0$ เมตร, $b = 2.1$ เมตร

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = \dots\dots\dots$$

$$= 10^2 + 24^2$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$c = \dots\dots\dots$$

$$c = \dots\dots\dots$$

(3) $a = 5$ เซนติเมตร, $b = \frac{8}{3}$ เซนติเมตร

$c^2 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$c = \dots\dots\dots$

(4) $a = \frac{20}{7}$ เมตร, $b = 3$ เมตร

$c^2 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$c = \dots\dots\dots$

(5) $a = 1.6$ เมตร, $b = 3.0$ เมตร

$c^2 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$c = \dots\dots\dots$

(6) $a = 2.4$ เมตร, $b = 7$ เมตร

$c^2 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

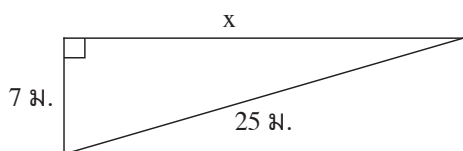
$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$c = \dots\dots\dots$

3. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและความยาวของด้านสองด้าน จงหาค่าของตัวแปรที่แทนความยาวของด้านที่เหลือ

(1)



$25^2 = 7^2 + x^2$

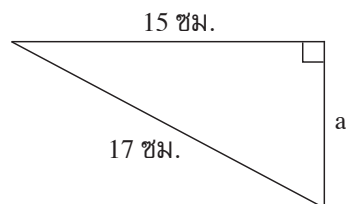
$x^2 = 25^2 - 7^2$

$= 625 - 49$

$= \dots\dots\dots$

$x = \dots\dots\dots$

(2)



$17^2 = a^2 + 15^2$

$a^2 = \dots\dots\dots$

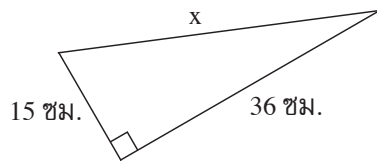
$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$a = \dots\dots\dots$



(3)



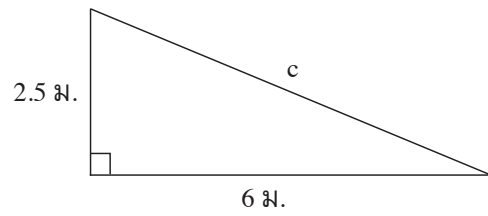
.....

.....

.....

.....

(4)



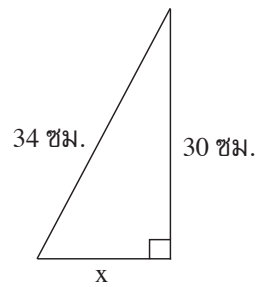
.....

.....

.....

.....

(5)



.....

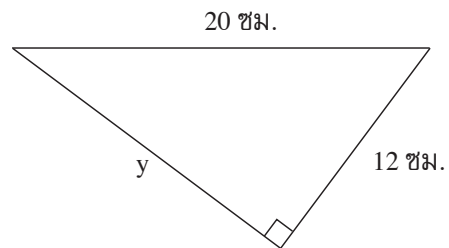
.....

.....

.....

.....

(6)



.....

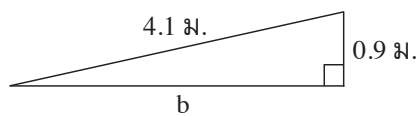
.....

.....

.....

.....

(7)



.....

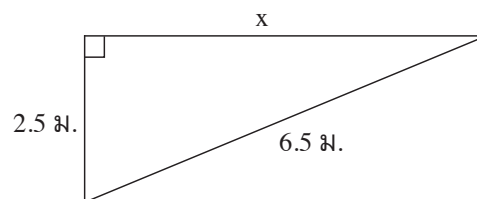
.....

.....

.....

.....

(8)



.....

.....

.....

.....

.....

4. กำหนดให้ a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉากและ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ จงหาความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้

(1) $b = 60$ เซนติเมตร, $c = 61$ เซนติเมตร (2) $a = 12$ เซนติเมตร, $b = 35$ เซนติเมตร

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = \dots\dots\dots$$

$$61^2 = a^2 + 60^2$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$a^2 = 61^2 - 60^2$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$c = \dots\dots\dots$$

$$a = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\text{ความยาวรอบรูป} = a + b + c$$

$$\text{ความยาวรอบรูป} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

(3) $a = 1.4$ เมตร, $c = 5$ เมตร

(4) $b = 5.5$ เมตร, $c = 7.3$ เมตร

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$



5. กำหนดให้ a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉากและ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ ถ้า n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และให้ $a = 2n$ จะได้ $b = n^2 - 1$ และ $c = n^2 + 1$ จงเติมตารางให้สมบูรณ์

n	$a = 2n$	$b = n^2 - 1$	$c = n^2 + 1$	ความยาวรอบรูป
2				
5				
7				
11				
15				

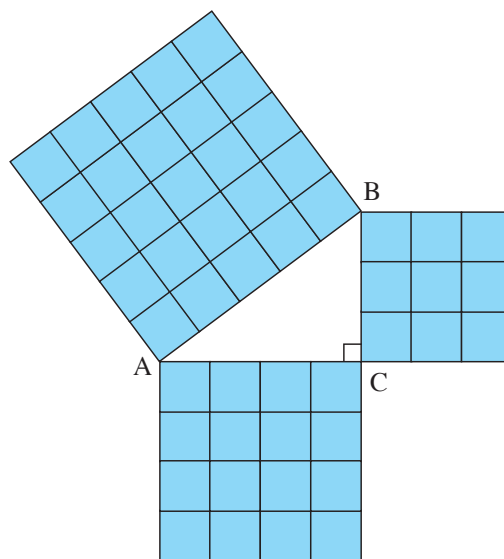


1.2 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\angle C$ เป็นมุมฉาก

มี $AB = 5$ หน่วย, $BC = 3$ หน่วย และ $AC = 4$ หน่วย

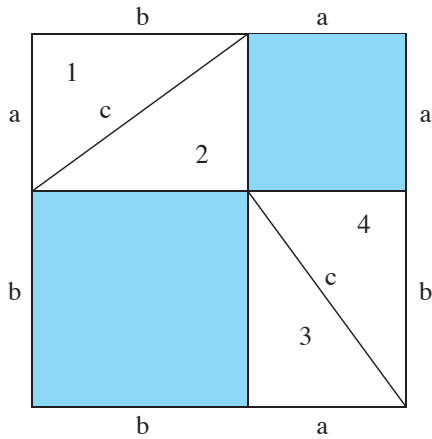
สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป



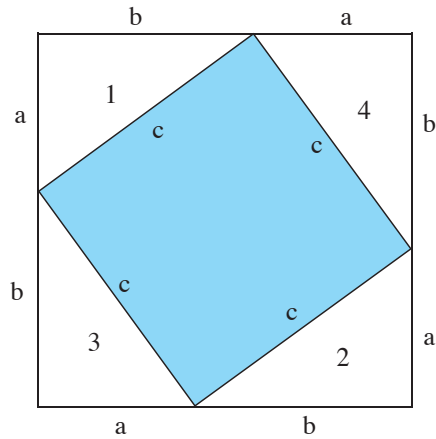
พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับ $5^2 = 25$ ตารางหน่วย

ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากเท่ากับ $3^2 + 4^2 = 25$ ตารางหน่วย

กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปมีพื้นที่เท่ากัน แบ่งพื้นที่ออกดังรูป



รูปที่ 1



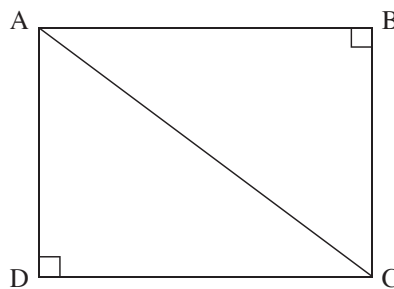
รูปที่ 2

เมื่อยกgrupสามเหลี่ยม 1, 2, 3 และ 4 จากรูปที่ 1 ไปวางในรูปที่สอง จะพบว่า

$$c^2 = a^2 + b^2$$

ตัวอย่างที่ 3 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 2 หน่วย ถ้าเส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมนี้ยาว 28 หน่วย จงหาความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมนี้

วิธีทำ ให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยม



ให้ $AB = x$ หน่วย จะได้ $BC = x - 2$ หน่วย

$$2(x + x - 2) = 28$$

$$2(2x - 2) = 28$$

$$2x - 2 = 14$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

จะได้ $AB = 8$ หน่วย และ $BC = 8 - 2 = 6$ หน่วย

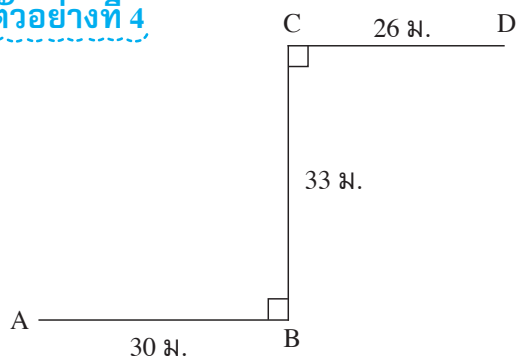


เนื่องจาก รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ } AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 8^2 + 6^2 \\ &= 64 + 36 \\ &= 100 \\ AC &= 10 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

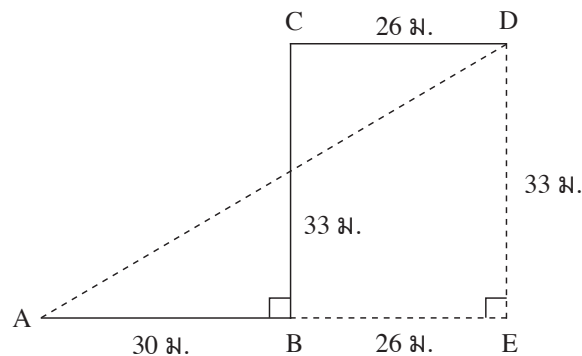
ตอบ เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD ยาว 10 หน่วย

ตัวอย่างที่ 4



แผนผังการเดินทางจาก A ไปทางทิศตะวันออกถึงจุด B เป็นระยะทาง 30 เมตร จาก B ไปทางทิศเหนือถึงจุด C เป็นระยะทาง 33 เมตร จาก C ไปทางทิศตะวันออกถึงจุด D เป็นระยะทาง 26 เมตร จงหาระยะทางจาก A ถึง D ในแนวตรง

วิธีทำ



ต่อ $\overline{AB}$ ไปทางจุด B พบกับ $\overline{DE}$ ซึ่งขนานกับ $\overline{CB}$ ที่จุด E

ทำให้เกิดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ADE มี $\hat{AED}$ เป็นมุมฉาก

$\overline{AE}$ ยาว $30 + 26 = 56$ เมตร และ $\overline{DE}$ ยาว 33 เมตร

$$\begin{aligned} \text{จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ } AD^2 &= AE^2 + DE^2 \\ &= 56^2 + 33^2 \\ &= 3,136 + 1,089 \\ &= 4,225 \\ AC &= 65 \end{aligned}$$

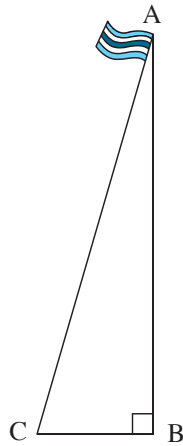
ตอบ ระยะทางจาก A ถึง D ในแนวตรงเท่ากับ 65 เมตร

แบบฝึกหัดที่ 2

จงแสดงวิธีทำ

1. เสาธงต้นหนึ่งสูง 24 เมตร นักเรียนเชิญธงชาติขึ้นสู่ยอดเสาธง ยืนห่างจากเสาธง 7 เมตร เชือกตึงพอดี จงหาว่าต้องใช้เชือกยาวอย่างน้อยกี่เมตร

วิธีทำ



ให้ AB แทนความสูงของเสาธง

BC แทนระยะห่างระหว่างโคนเสาธงกับนักเรียน

AC แทนความยาวของเชือก

AB = เมตร

BC = เมตร

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $AC^2 = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

AC = $\dots\dots\dots$

ความยาวของเชือกเป็นสองเท่าของ AC

ดังนั้น จะต้องใช้เชือกยาวอย่างน้อย $\dots\dots\dots$

ตอบ $\dots\dots\dots$