



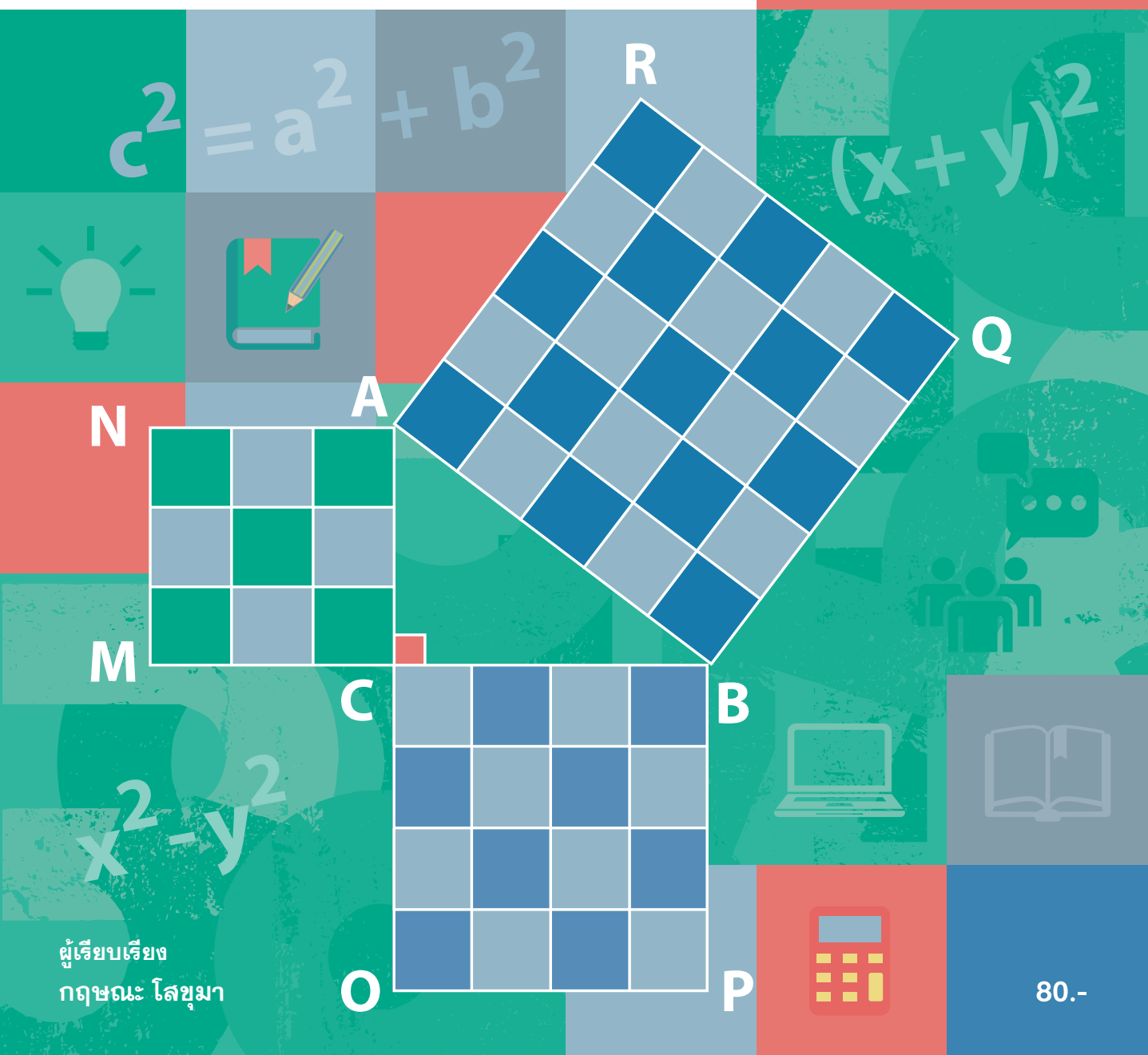
คณิตศาสตร์ ม.2

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

เล่ม 1



ผู้เรียบเรียง
กฤษณะ โสขุมมา

80.-



หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผู้เรียบเรียง

ผศ. ดร.กฤษณะ โสขุม

ผู้ตรวจ

ผศ. ดร.กันย์ สุนัยชัน

ผศ. ดร.สุชัย ตัญยอชฌาตม

พนิดา พิสิฐอมรชัย

บรรณาธิการ

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผู้เรียบเรียง ผศ. ดร.กฤษณะ โสขุมมา

ผู้ตรวจ ผศ. ดร.กันย์ สุนัยชัน
ผศ. ดร.สุชัย ตันยอชฌาวัฒน์
พนิดา พิสิฐอมรชัย

บรรณาธิการ ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

กฤษณะ โสขุมมา.

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เล่ม 1.--กรุงเทพฯ : แม็คเอดูเคชั่น, 2562.

260 หน้า.

1. คณิตศาสตร์--การศึกษาและการสอน (มัธยมศึกษา).

I. ชื่อเรื่อง.

510.712

ISBN 978-616-274-985-8

พิมพ์ครั้งที่ 1

จำนวน 30,000 เล่ม

สงวนลิขสิทธิ์ : มกราคม 2562

สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามลอกเลียน ไม่ว่าจะเป็นส่วนหนึ่งส่วนใด
ของหนังสือเล่มนี้ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

จัดทำโดย

 IMACEDUCATION

ส่งรณานัดสั่งจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว

ในนาม บริษัท แม็คเอดูเคชั่น จำกัด

9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว

แขวงจันทระเกษม เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

โทร. 0-2512-0661, 0-2938-2022-7 แฟกซ์ 0-2938-2028

www.MACeducation.com

พิมพ์ที่ : บริษัท กรีนแอปเปิ้ล พรินติ้ง จำกัด

คำชี้แจง

ตามที่กระทรวงศึกษาธิการโดยสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานได้ดำเนินการทบทวนหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยในระยะแรกให้ปรับปรุงมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ในกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม สำหรับใช้ในปีการศึกษา 2561 ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 และ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 4 ปีการศึกษา 2562 ให้ใช้ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1, 2, 4 และ 5 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2, 4 และ 5 และตั้งแต่ปีการศึกษา 2563 เป็นต้นไปให้ใช้ในทุกชั้นเรียน ซึ่งการปรับหลักสูตรครั้งนี้มีเป้าหมายสำคัญเพื่อให้โรงเรียนสามารถจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่จะช่วยให้ผู้เรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบสามารถใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสมในการบูรณาการกับความรู้ทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาหรือพัฒนากระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรมที่นำไปสู่การคิดค้นสิ่งประดิษฐ์หรือสร้างสรรค์นวัตกรรม นอกจากนี้ยังให้เกิดการเรียนรู้เรื่องภูมิศาสตร์ (Geo-literacy) ทั้งด้านความสามารถทางภูมิศาสตร์ กระบวนการทางภูมิศาสตร์ และทักษะทางภูมิศาสตร์ เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจได้อย่างถูกต้องและนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการดำเนินชีวิต

ด้วยตระหนักถึงความสำคัญของการปรับเปลี่ยนข้างต้น บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด จึงได้มอบหมายให้ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตร ด้านการพัฒนาสื่อการเรียนรู้ และด้านการวัดและประเมินผลได้ปรับปรุงพัฒนาหนังสือเรียนให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดของหลักสูตรในกลุ่มสาระการเรียนรู้ที่มีการเปลี่ยนแปลง และให้สอดคล้องกับการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ที่กำหนดไว้ในแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 12 แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560–2579 และยุทธศาสตร์ชาติ 20 ปี

โดยหนังสือเรียนแต่ละหน่วยการเรียนรู้จะให้ผู้ใช้หนังสือเรียนได้ทราบเป้าหมายการเรียนรู้ในตอนต้นหน่วยการเรียนรู้ จากสาระการเรียนรู้และตัวชี้วัด และทุกหัวข้อหลักจะนำเสนอแนวคิดสำคัญเพื่อให้ทราบถึงสิ่งที่เป็นความรู้ ความคิดที่เป็นแก่นสำคัญที่ต้องเรียนรู้ให้ลึกซึ้ง และการเรียนรู้ที่ดีผู้เรียนควรได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเป็นระยะๆ ก่อนเรียนเรื่องใหม่ ดังนั้น ในหนังสือเรียนจะมีการสอดแทรกกิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ที่สัมพันธ์กับเรื่องที่ได้เรียนผ่านมา เพื่อให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบ

ตนเอง หรือบางหัวข้ออาจเป็นการฝึกทักษะให้ชำนาญก่อน สิ่งที่เพิ่มเติมในหนังสือเรียนเล่มนี้ คือ กิจกรรมบูรณาการวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี วิศวกรรมศาสตร์ และคณิตศาสตร์ (STEM) ตามเป้าหมายสำคัญของการปรับหลักสูตรครั้งนี้ ซึ่งผู้เรียนและผู้สอนสามารถนำไปประยุกต์หรือดัดแปลงให้เหมาะสมกับบริบทของโรงเรียนและผู้เรียน การศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมโดยใช้เทคโนโลยีการสื่อสารและสารสนเทศ (ICT) เป็นสิ่งจำเป็นที่ต้องค้นคว้าเพิ่มเติม ดังนั้นในหนังสือเรียนเล่มนี้จึงได้มีการเสริมเนื้อหาเพิ่มเติมที่ได้ผ่านการคัดกรองมาแล้วว่าเหมาะสมกับการเรียนรู้ แทรกไว้ในเนื้อหาบางหน่วย โดยใช้สัญลักษณ์   ผู้เรียนสามารถใช้สมาร์ทโฟนสแกน QR Code หรือเปิดเว็บไซต์ MACeducation.com เพื่อเข้าเมนูการศึกษาขั้นพื้นฐาน >>> MAC iLink และเลือกเปิดดูส่วนเสริมของบทเรียนในหนังสือแต่ละเล่มได้ ทำให้นักเรียนทุกระดับชั้นจะมีการสรุปบทเรียนสำหรับผู้เรียนได้ใช้เป็นข้อมูลสำคัญในการตรวจสอบองค์ความรู้ที่ควรได้รับการพัฒนาหลังจากเสร็จสิ้นการเรียน หรือเป็นสาระสำคัญที่ควรจดจำและทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ ซึ่งนับว่าเป็นส่วนสำคัญอีกส่วนหนึ่งในการปรับปรุงหนังสือเรียนครั้งนี้ที่ได้พัฒนาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนเล่มนี้จะมีคุณค่า มีประโยชน์ และช่วยส่งเสริมการปฏิรูปการศึกษา เพื่อเป็นรากฐานสำคัญที่จะช่วยทำให้ประเทศไทยก้าวสู่ประเทศที่มีการพัฒนาอย่างยั่งยืน ด้วยการมีพลเมืองที่มีคุณภาพ มีความคิดสร้างสรรค์ ตามเจตนารมณ์ของการปรับปรุงหลักสูตรครั้งนี้ และนโยบายประเทศไทย 4.0

บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชั่น จำกัด

คำนำ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 ได้เรียบเรียงขึ้นใหม่ ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ตรงตาม ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กิจกรรมการเรียนการสอนในหนังสือเล่มนี้ได้บูรณาการสาระต่างๆ เข้าด้วยกันไว้ในหน่วยการเรียนรู้ซึ่งสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

วัตถุประสงค์ของการเขียนหนังสือเล่มนี้ เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด เน้นการเชื่อมโยงความรู้กับกระบวนการทักษะการเรียนรู้ ในศตวรรษที่ 21 ฝึกทักษะตามสาระเพื่อวัดผลประเมินผลตนเอง มีกิจกรรมส่งเสริมให้เกิดทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และมีความเชื่อมั่นในตนเอง และมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตลอดจนการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

หนังสือเรียนเล่มนี้ประกอบด้วย 6 หน่วยการเรียนรู้ แต่ละหน่วยการเรียนรู้ได้มีสาระการเรียนรู้ ระบุตัวชี้วัด มีภาพและคำถามเข้าสู่บทเรียน แนวคิดสำคัญของแต่ละเรื่อง กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ กิจกรรมเสริมศึกษา/กิจกรรมบูรณาการ บทสรุปเนื้อหาและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เพื่อเป็นการวัดและ ประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

ผู้เรียบเรียงขอขอบคุณเป็นอย่างสูงที่ท่านได้เลือกใช้หนังสือเรียนเล่มนี้เป็นสื่อการเรียนรู้ ผู้เรียบเรียงหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อครู นักเรียน และผู้สนใจโดยส่งผล ต่อการพัฒนา ทั้งด้านความรู้ ทักษะ ค่านิยมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ตามเจตนารมณ์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

ผศ. ดร.กฤษณะ โสขมา

สารบัญ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

1

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/5)

1. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3
2. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส 7
3. บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส 18
4. การนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับไปใช้ในชีวิตจริง
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 25 38

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนจริง

39

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.1 ม.2/1, 2)

1. จำนวนจริง 41
2. รากที่สองและรากที่สามของจำนวนตรรกยะ 56
3. การนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ 86
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 93

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 สมบัติของเลขยกกำลัง

95

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.1 ม.2/1)

1. สมบัติของเลขยกกำลัง 97
2. การดำเนินการของเลขยกกำลัง 109
3. การเขียนจำนวนในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ 113
4. การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 118 124

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 พหุนาม

125

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.2 ม.2/1)

1. เอกนาม 127
2. การบวกและการลบเอกนาม 131
3. พหุนาม 137

4. การบวกและการลบพหุนาม	143
5. การคูณพหุนาม	147
6. การหารพหุนามด้วยเอกนามที่มีผลหารเป็นพหุนาม	153
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	161

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนาม 163

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.2 ม.2/2)

1. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้สมบัติการแจกแจง	167
2. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว	172
3. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้ผลต่างของกำลังสอง	182
4. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้กำลังสองสมบูรณ์	186
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	199

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 สถิติ 200

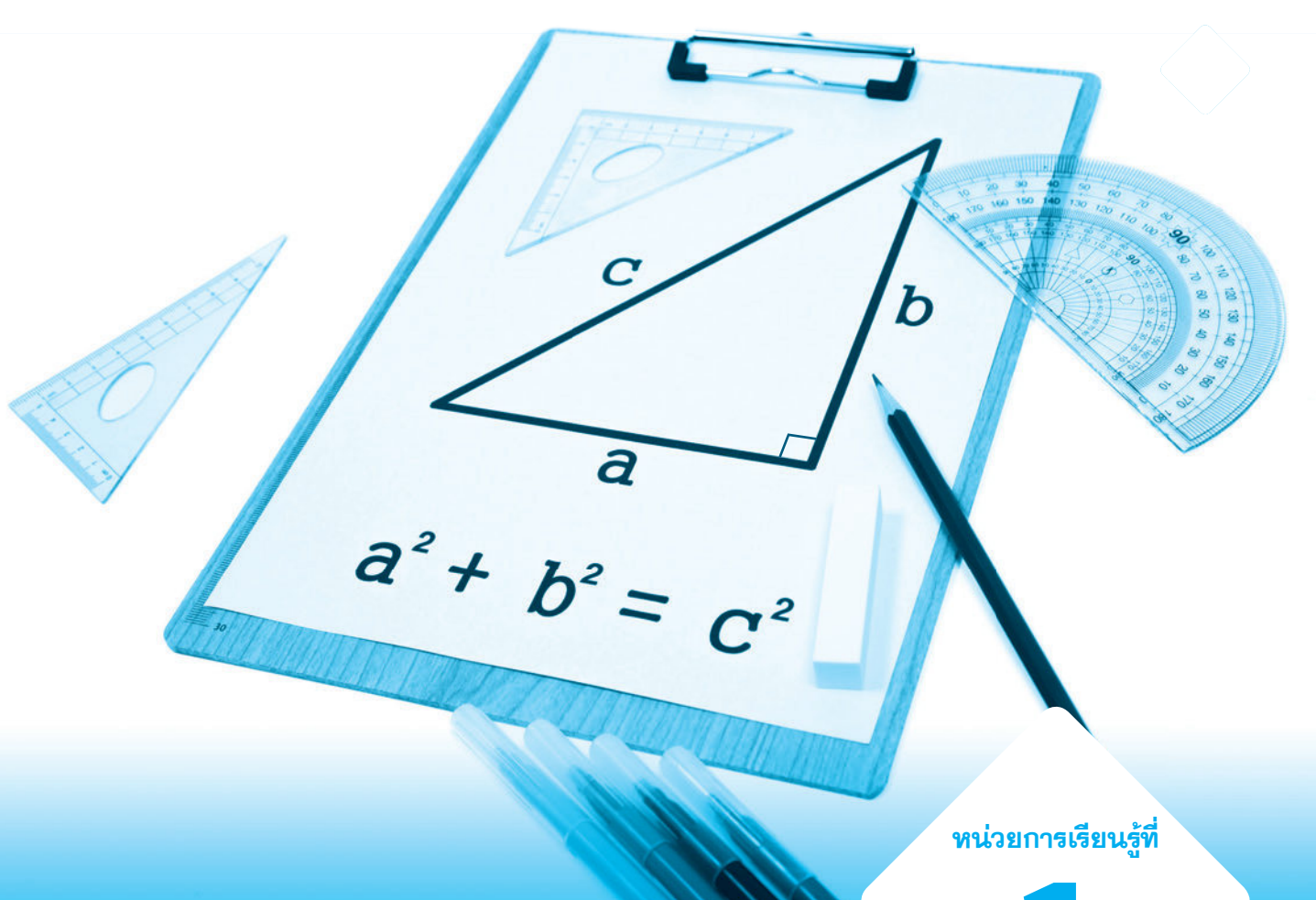
(ตรงตามตัวชี้วัด ค 3.1 ม.2/1)

1. การนำเสนอข้อมูล	202
2. ค่ากลางของข้อมูล	219
3. การแปลความหมายผลลัพธ์	232
4. การนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง	237
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	243

บรรณานุกรม 245

ภาคผนวก 246

อภิธานศัพท์ 249



หน่วยการเรียนรู้ที่

1



ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สาระการเรียนรู้

- 1 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- 2 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
- 3 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
- 4 การนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับไปใช้ในชีวิตจริง

ตัวชี้วัด

เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง (ค 2.2 ม.2/5)



นอกจากการวัดแล้วนักเรียน
จะหาความสูงของเสากระโดงเรือ
โดยวิธีอื่นได้หรือไม่

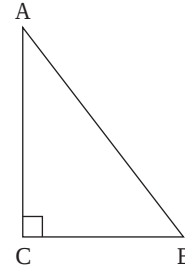


1. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



แนวคิดสำคัญ

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมภายในมุมใดมุมหนึ่งมีขนาด 90 องศา ด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมฉากเรียกว่าด้านตรงข้ามมุมฉากซึ่งเป็นด้านที่ยาวที่สุดในรูปสามเหลี่ยม อีกสองด้านเรียกว่าด้านประกอบมุมฉาก ความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีความสัมพันธ์กันคือ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากจะเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านประกอบมุมฉากอีกสองด้าน



เรียก $\overline{AB}$ ว่าด้านตรงข้ามมุมฉาก

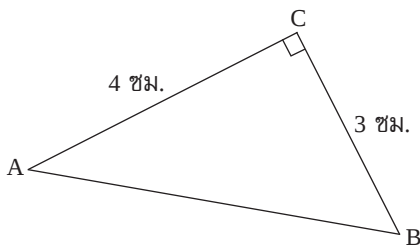
เรียก $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ ว่าด้านประกอบมุมฉาก

จะเห็นว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
มีด้านตรงข้ามมุมฉาก
เป็นด้านที่ยาวที่สุด



สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยให้ด้านประกอบมุมฉากและด้านตรงข้ามมุมฉากมีความยาวตามที่กำหนดให้ดังนี้

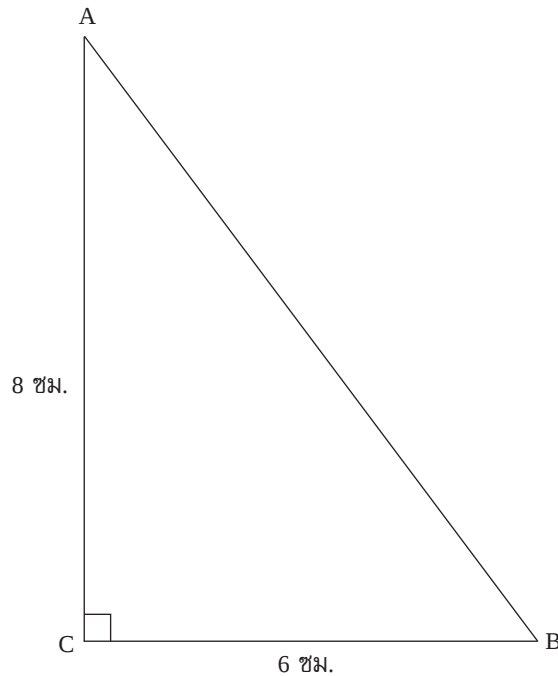
1. ด้านประกอบมุมฉากยาว 3 เซนติเมตร และ 4 เซนติเมตร



วัดความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากได้ 5 เซนติเมตร

ความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสาม $5^2 = 3^2 + 4^2$

2. ด้านประกอบมุมฉากยาว 6 เซนติเมตร และ 8 เซนติเมตร



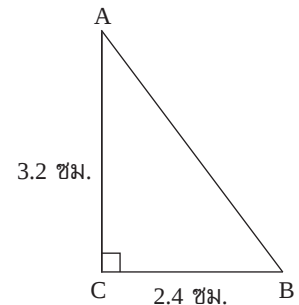
วัดความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากได้ 10 เซนติเมตร

ความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสาม $10^2 = 6^2 + 8^2$

3. ด้านประกอบมุมฉากยาว 2.4 เซนติเมตร และ 3.2 เซนติเมตร

วัดความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากได้ 4 เซนติเมตร

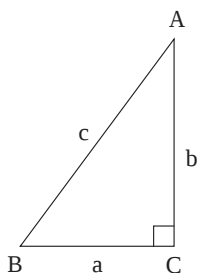
ความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสาม $4^2 = 3.2^2 + 2.4^2$



ข้อ 1, 2, 3 จะสอดคล้องกับความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม ACB เป็นมุมฉาก

ให้ c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก



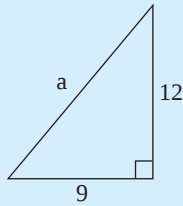
จะได้ความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามเป็น

$$c^2 = a^2 + b^2$$

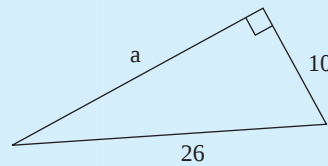
สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

ตัวอย่าง จงหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้

(1)



(2)



วิธีทำ (1) จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
จะได้

$$\begin{aligned} a^2 &= 9^2 + 12^2 \\ &= 81 + 144 \\ &= 225 \\ &= 15 \times 15 \text{ หรือ } (-15) \times (-15) \\ a &= 15 \text{ หรือ } -15 \end{aligned}$$

เนื่องจาก a เป็นความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีค่าเป็นบวกเสมอ

ดังนั้น $a = 15$

ตอบ 15 หน่วย

(2) จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
จะได้

$$\begin{aligned} 26^2 &= a^2 + 10^2 \\ a^2 &= 26^2 - 10^2 \\ &= 676 - 100 \\ &= 576 \\ &= 24 \times 24 \text{ หรือ } (-24) \times (-24) \\ a &= 24 \text{ หรือ } -24 \end{aligned}$$

เนื่องจาก a เป็นความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีค่าเป็นบวกเสมอ

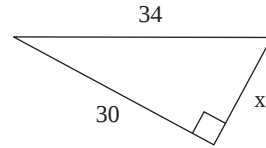
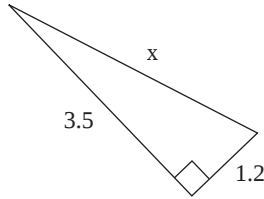
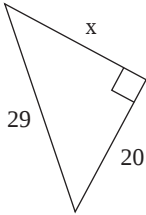
ดังนั้น $a = 24$

ตอบ 24 หน่วย

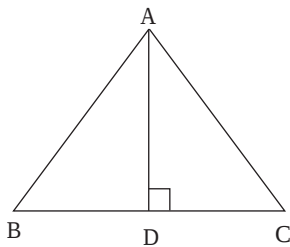


แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงหาค่าของ x เมื่อ x แทนความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้



- 2.

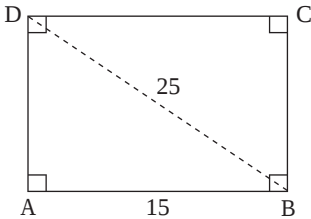


จากรูป $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

$$AB = AC = 15 \text{ หน่วย}, BC = 18 \text{ หน่วย}$$

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$ จงหาพื้นที่ $\triangle ABC$

- 3.



จากรูป $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

$$BD = 25 \text{ หน่วย และ } AB = 15 \text{ หน่วย}$$

จงหาความยาวเส้นรอบรูปของ $\square ABCD$



กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ที่ 1

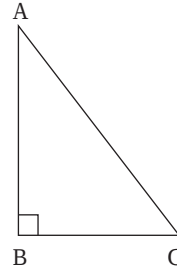
- ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 8 คน
- แต่ละกลุ่มทำตามขั้นตอนดังนี้
 - นำหนังสือเรียนของสมาชิกในกลุ่มมาเรียงเป็นตัวอักษร L
 - กำหนดด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งเป็นด้าน A ด้านที่เหลือเป็นด้าน B และให้ด้านตรงข้ามมุมฉากเป็นด้าน C
 - นับจำนวนหนังสือแต่ละด้านและบันทึกข้อมูล
 - ใช้ความสัมพันธ์ $A^2 + B^2 = C^2$ เพื่อหาค่าของ C ซึ่งเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก
 - ให้นักเรียนวัดความยาวของด้าน C โดยการนำหนังสือเรียนมาเรียงต่อกัน
 - เปรียบเทียบค่าของ C ที่ได้ในข้อ (4) และข้อ (5)
- แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

2. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



แนวคิดสำคัญ

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากจะเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก



จากรูป

$\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

มีมุม ABC เป็นมุมฉาก

เรียก $\overline{AC}$ ว่าด้านตรงข้ามมุมฉาก

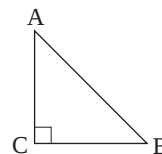
เรียก $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ ว่าด้านประกอบมุมฉาก

กิจกรรมความสัมพันธ์ของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

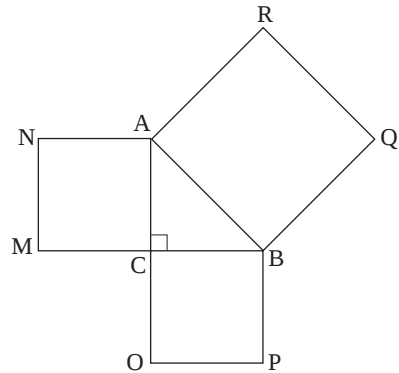
มีความสัมพันธ์พิเศษระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่สร้างจากด้านสามด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กิจกรรมสองกิจกรรมต่อไปนี้จะช่วยให้นักเรียนเริ่มเห็นความสัมพันธ์ดังกล่าวก่อนที่จะกล่าวในรูปทั่วไปในกิจกรรม 3

กิจกรรมที่ 1

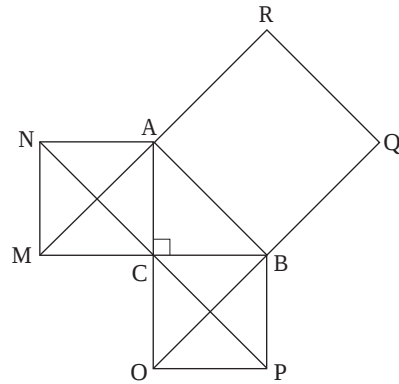
- ให้นักเรียนใช้กระดาษสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยมี $\overline{AC}$ และ $\overline{CB}$ ซึ่งเป็นด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากัน และ $\overline{AB}$ เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก



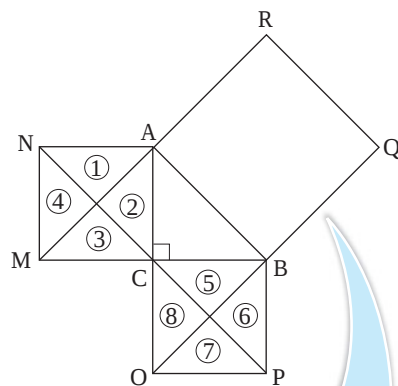
2. สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบน $\overline{AC}$, $\overline{CB}$ และ $\overline{AB}$ กำหนดชื่อเป็น $\square ACMN$, $\square CBPO$ และ $\square ARQB$ ตามลำดับ



3. ลาก $\overline{AM}$, $\overline{NC}$, $\overline{CP}$ และ $\overline{OB}$



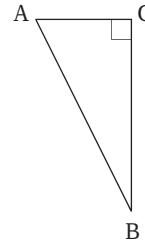
4. ตัด $\square ACMN$ และ $\square CBPO$ แต่ละรูปออกเป็น 4 ชิ้น ดังรูป



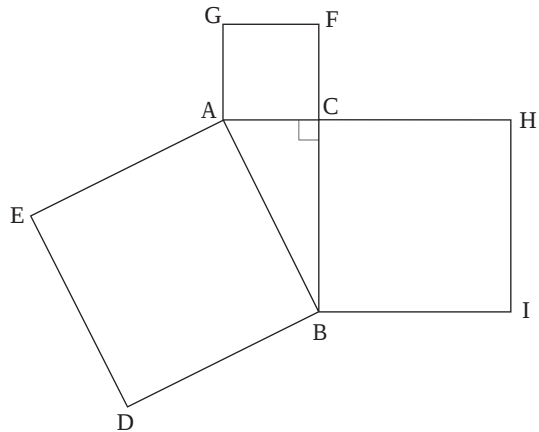
นำรูปสามเหลี่ยมทั้ง 8 ชิ้นไป
วางซ้อนทับ $\square ARQB$ จะวางซ้อนทับ
 $\square ARQB$ ได้สนิทพอดีหรือไม่

กิจกรรมที่ 2

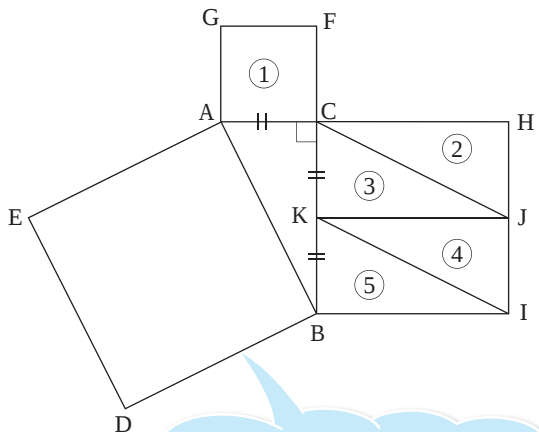
- ให้นักเรียนใช้กระดาษสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยมีมุม ACB เป็นมุมฉาก และ $\overline{CB}$ ยาวเป็นสองเท่าของ $\overline{AC}$



- สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบน $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ กำหนดชื่อเป็น $\square ABDE$, $\square AGFC$ และ $\square BCHI$ ตามลำดับ

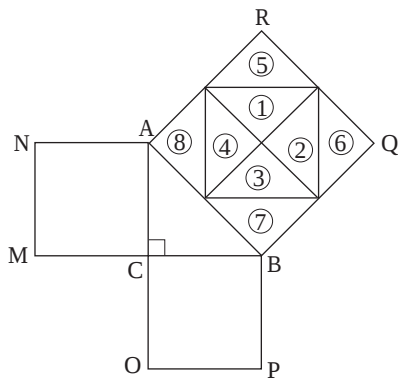


- ตัด $\square AGFC$ และตัด $\square BCHI$ โดยแบ่ง $\square BCHI$ ออกเป็น 4 ส่วน โดยมีจุด J และจุด K เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{HI}$ และ $\overline{BC}$ ตามลำดับ

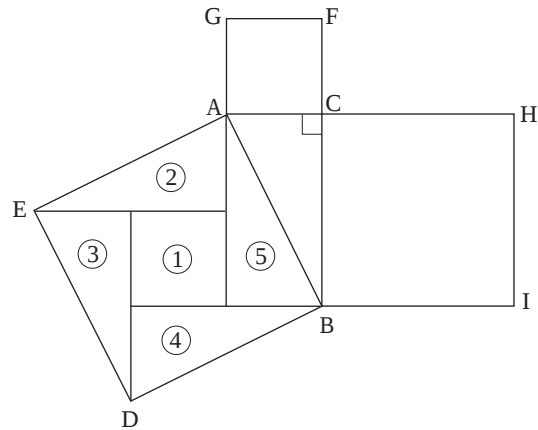


นำกระดาษทั้ง 5 ชิ้น (คือชิ้นที่ 1, 2, 3, 4 และ 5) ไปวางซ้อนทับ $\square ABDE$ จะวางซ้อนทับ $\square ABDE$ ได้สนิทพอดีหรือไม่

ในกิจกรรมที่ 1 และกิจกรรมที่ 2 นักเรียนได้นำชิ้นส่วนจากพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากไปวางซ้อนทับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก ซึ่งจะวางได้เต็มรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากพอดี การทำกิจกรรมที่ 1 และกิจกรรมที่ 2 พบว่าผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากเท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



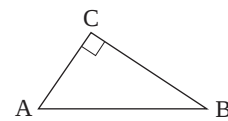
รูปกิจกรรมที่ 1



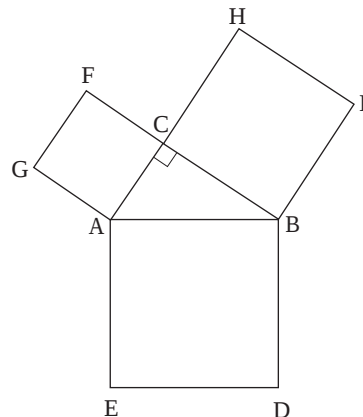
รูปกิจกรรมที่ 2

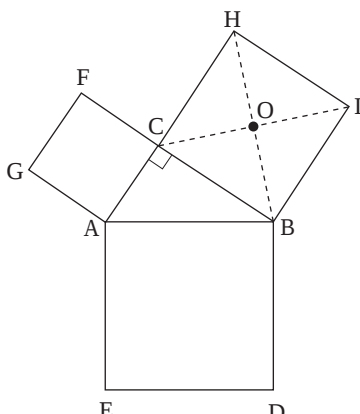
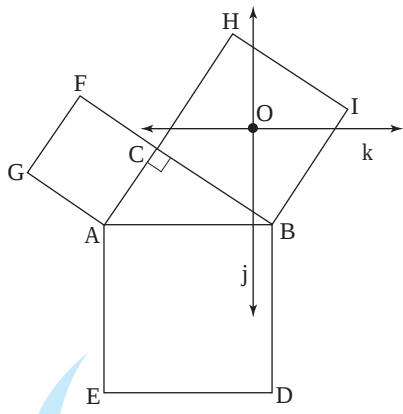
กิจกรรมที่ 3

- ให้นักเรียนใช้กระดาษสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยมีมุม ACB เป็นมุมฉาก และ $\overline{BC}$ ยาวกว่า $\overline{AC}$



- สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบน $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ กำหนดชื่อเป็น $\square ABDE$, $\square ACFG$ และ $\square BCHI$ ตามลำดับ



3. หาจุดใน $\square BCHI$ ซึ่งเป็นจุดตัดของเส้นทแยงมุม กำหนดจุดดังกล่าวเป็นจุด O	
4. ที่จุด O ลากเส้นตรง j ตั้งฉากกับด้านตรงข้ามมุมฉาก $\overline{AB}$ และลากเส้นตรง k ตั้งฉากกับเส้นตรง j เส้นตรง j และเส้นตรง k แบ่ง $\square BCHI$ เป็นส่วนย่อย 4 ส่วน ดังรูป	



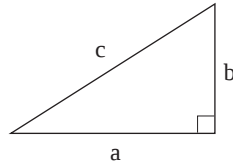
ถ้านักเรียนสร้างรูปไม่คลาดเคลื่อน เมื่อนำไปวางซ้อนทับ $\square ABDE$ จะพบว่าซ้อนทับได้สนิทพอดี นักเรียนจะสรุปผลการทำกิจกรรมนี้ว่าอย่างไร ให้นักเรียนเปรียบเทียบข้อสรุปของนักเรียนกับข้อสรุปของเพื่อน ๆ

ตัด $\square ACFG$ และส่วนย่อย 4 ส่วน ของ $\square BCHI$ ไปวางซ้อนทับ $\square ABDE$ จะวางซ้อนทับ $\square ABDE$ ได้สนิทพอดีหรือไม่

ถ้าความยาวของด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็น a และ b ดังนั้นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากจะเป็น a^2 และ b^2 ตามลำดับ ถ้าความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเป็น c ดังนั้นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเป็น c^2 จงเขียนข้อความคาดการณ์ของนักเรียน

ข้อความคาดการณ์ของนักเรียนควรสอดคล้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากจะเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก



นั่นคือ เมื่อ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก จะได้

$$c^2 = a^2 + b^2$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก c ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อกำหนด a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

(1) $a = 12, b = 5$

(2) $a = 1.6, b = 3$

วิธีทำ (1) จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส $c^2 = a^2 + b^2$ (2) จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส $c^2 = a^2 + b^2$

เมื่อ $a = 12$ และ $b = 5$

เมื่อ $a = 1.6$ และ $b = 3$

จะได้ $c^2 = 12^2 + 5^2$

จะได้ $c^2 = 1.6^2 + 3^2$

$= 144 + 25$

$= 2.56 + 9$

$= 169$

$= 11.56$

$= 13 \times 13$

$= 3.4 \times 3.4$

ดังนั้น $c = 13$

ดังนั้น $c = 3.4$

ตอบ 13 หน่วย

ตอบ 3.4 หน่วย

หมายเหตุ เนื่องจาก a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ซึ่งมีค่าเป็นบวกเสมอ ดังนั้น ในหน่วยการเรียนรู้นี้จะกล่าวถึงเฉพาะค่า a, b และ c ที่เป็นบวกเท่านั้น

ในกรณีที่โจทย์กำหนดความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก และความยาวของด้านประกอบมุมฉาก มาให้ด้านหนึ่ง สามารถหาความยาวของด้านประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่งได้เนื่องจาก

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

ถ้าโจทย์กำหนดค่า c และ a มาให้ และโจทย์ต้องการหาค่า b อาจจัดรูปสมการ (1) เป็น

$$b^2 = c^2 - a^2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

ถ้าโจทย์กำหนดค่า c และ b มาให้ และโจทย์ต้องการหาค่า a อาจจัดรูปสมการ (1) เป็น

$$a^2 = c^2 - b^2 \quad \dots\dots\dots(3)$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาความยาวของด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อกำหนดให้ a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

(1) $a = 24, c = 30$

(2) $b = 4.5, c = 7.5$

วิธีทำ

(1) จาก $b^2 = c^2 - a^2$

(2) จาก $a^2 = c^2 - b^2$

เมื่อ $a = 24$ และ $c = 30$

เมื่อ $b = 4.5$ และ $c = 7.5$

จะได้ $b^2 = 30^2 - 24^2$

จะได้ $a^2 = 7.5^2 - 4.5^2$

$$= 900 - 576$$

$$= 56.25 - 20.25$$

$$= 324$$

$$= 36$$

$$= 18 \times 18$$

$$= 6 \times 6$$

ดังนั้น $b = 18$

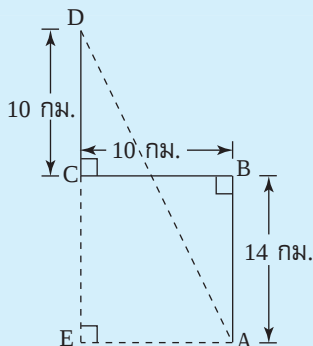
ดังนั้น $a = 6$

ตอบ 18 หน่วย

ตอบ 6 หน่วย

ตัวอย่างที่ 3 ชายคนหนึ่งขี่รถจักรยานไปทางทิศเหนือ 14 กิโลเมตร แล้วขี่ต่อไปทางทิศตะวันตกอีก 10 กิโลเมตร จากนั้นนั่งเรือขึ้นไปทางทิศเหนืออีก 10 กิโลเมตร จึงถึงที่หมายชายคนนี้อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นกี่กิโลเมตร

วิธีทำ



ให้จุด A เป็นจุดเริ่มต้น

AB เป็นระยะทางที่ขี่รถจักรยานไปทางทิศเหนือ 14 กิโลเมตร

BC เป็นระยะทางที่ขี่รถจักรยานไปทางทิศตะวันตก 10 กิโลเมตร

CD เป็นระยะทางที่นั่งเรือขึ้นไปทางทิศเหนือ 10 กิโลเมตร

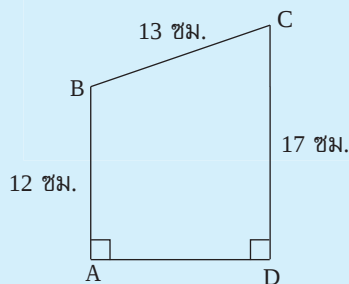
AD แทนระยะห่างจากจุดเริ่มต้นถึงที่หมาย

ต่อ $\overline{DC}$ ไปทางจุด C พบส่วนของเส้นตรง AE ที่ขนานกับ $\overline{BC}$ ที่จุด E จะได้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $ABCE$ และรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ADE ที่มีมุม AED เป็นมุมฉาก

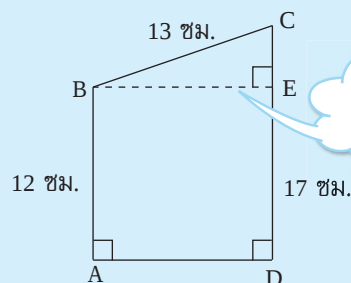
จะได้	$AD^2 = AE^2 + DE^2$
แต่	$AE = BC = 10$
และ	$DE = DC + CE$
	$= 10 + 14 \quad (CE = AB)$
	$= 24$
จะได้	$AD^2 = 10^2 + 24^2$
	$= 100 + 576$
	$= 676$
	$= 26 \times 26$
ดังนั้น	$AD = 26$

ตอบ ชายคนนี้อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น 26 กิโลเมตร

ตัวอย่างที่ 4 จากรูป จงหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ ซึ่งมี $AB = 12$ เซนติเมตร $BC = 13$ เซนติเมตร และ $CD = 17$ เซนติเมตร



วิธีทำ



ลาก $\overline{BE}$ ขนานกับ $\overline{AD}$
พบ $\overline{CD}$ ที่จุด E

ดังนั้น $\triangle BCE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และ $\square ABED$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad EC &= CD - ED \\ &= 17 - 12 \quad (ED = AB) \\ &= 5 \text{ เซนติเมตร}\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\triangle BCE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น} \quad BC^2 &= BE^2 + CE^2 \\ 13^2 &= BE^2 + 5^2 \\ BE^2 &= 13^2 - 5^2 \\ &= 169 - 25 \\ &= 144 \\ &= 12 \times 12\end{aligned}$$

$$\text{จะได้} \quad BE = 12 \text{ เซนติเมตร}$$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู } ABCD &= \frac{1}{2} \times (12 + 17) \times 12 \\ &= 29 \times 6 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ &= 174 \text{ ตารางเซนติเมตร}\end{aligned}$$

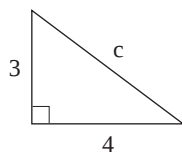
ตอบ 174 ตารางเซนติเมตร



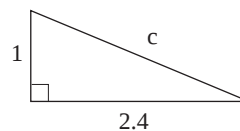
แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหาค่าของ c เมื่อ c แทนความยาวของด้าน

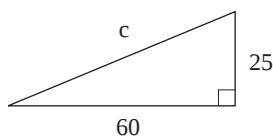
(1)



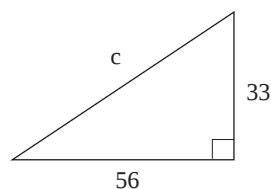
(2)



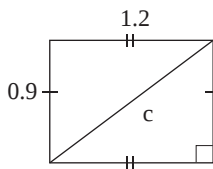
(3)



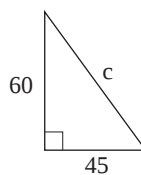
(4)



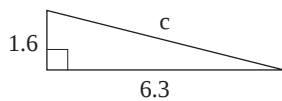
(5)



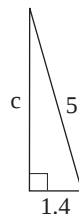
(6)



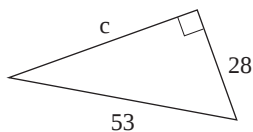
(7)



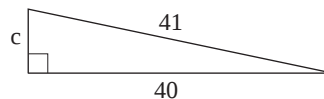
(8)



(9)

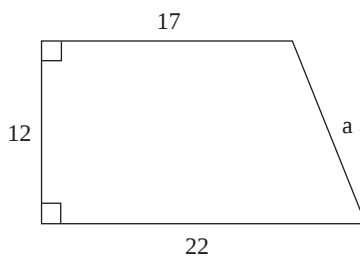


(10)

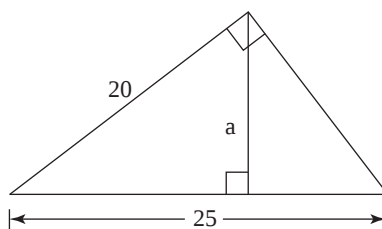


2. จากรูปที่กำหนดให้ จงหาค่าของ a เมื่อ a แทนความยาวของด้าน

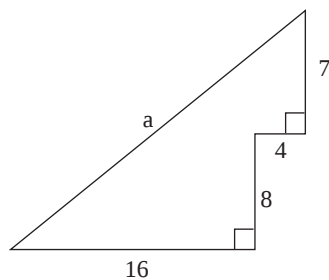
(1)



(2)



(3)



3. บ้านไดยาว 50 ฟุต ปลายบ้านไต้ข้างหนึ่งจรดกับเสาสูง 48 ฟุต ปลายบ้านไต้อีกข้างหนึ่งอยู่ห่างจากโคนเสาที่ฟุต