

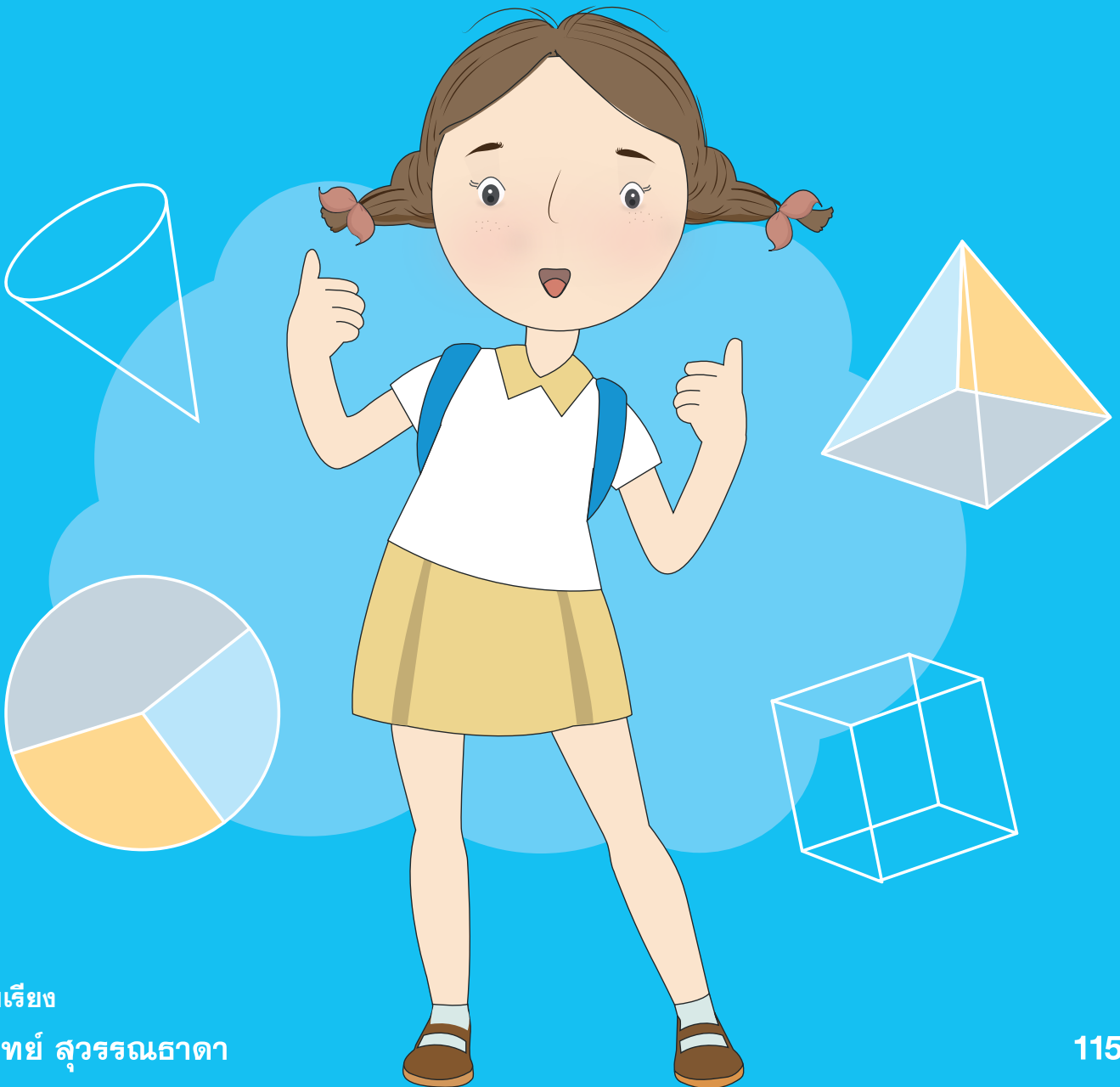
คณิตศาสตร์

ป.6

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551



 IMAC EDUCATION

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผู้เรียบเรียง ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

ผู้ตรวจ ผศ.พัชรี หิรัญมาศสุวรรณ
ผศ. ดร.พีรเชษฐ์ บุญพัชรเจริญ
ยุพดี มงคลจินดาวงศ์

บรรณาธิการ รศ.นงนุช สุขวารีย์

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พุทธศักราช 2551

ผู้เรียบเรียง

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

ผู้ตรวจ

ผศ.พัชรี หิรัญมาศสุวรรณ

ผศ. ดร.พีรเชษฐ์ บุญพัชรเจริญ

ยุพดี มงคลจินดาวงศ์

บรรณาธิการ

รศ.นงนุช สุขวารี

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา.

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.

--กรุงเทพฯ : แม็คเ็ดดูเคชั่น, 2563.

360 หน้า.

1. คณิตศาสตร์--การศึกษาและการสอน (ประถมศึกษา).

I.ชื่อเรื่อง.

372.7044

ISBN 978-616-345-178-1

พิมพ์ครั้งที่ 1

จำนวนเล่ม : 13,000 เล่ม

สงวนลิขสิทธิ์ : มกราคม 2563

สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามลอกเลียนไม่ว่าจะเป็นส่วนหนึ่งส่วนใด
ของหนังสือเล่มนี้ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

จัดทำโดย

MAC EDUCATION

ส่งขนาดนิติสิ่งจ่าย ไปรษณีย์ลาดพร้าว

ในนาม บริษัท แม็คเ็ดดูเคชั่น จำกัด

9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว

แขวงจันทระเกษม เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

โทร. 0-2512-0661, 0-2938-2022-7 แฟกซ์ 0-2938-2028

www.MACeducation.com



พิมพ์ที่ : บริษัท พิมพ์ดี จำกัด

คำชี้แจง

ตามที่กระทรวงศึกษาธิการโดยสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานได้ดำเนินการ ทบทวนหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยในระยะแรกให้ปรับปรุงมาตรฐาน การเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และสาระภูมิศาสตร์ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม สำหรับใช้ในปีการศึกษา 2561 ในชั้น ประถมศึกษาปีที่ 1 และ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 4 ปีการศึกษา 2562 ให้ใช้ในชั้นประถมศึกษา ปีที่ 1, 2, 4 และ 5 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2, 4 และ 5 และตั้งแต่ปีการศึกษา 2563 เป็นต้นไปให้ใช้ ในทุกชั้นเรียน ซึ่งการปรับหลักสูตรครั้งนี้มีเป้าหมายสำคัญเพื่อให้โรงเรียนสามารถจัดกระบวนการเรียนรู้ ที่จะช่วยให้ผู้เรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบ สามารถใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสมในการบูรณาการกับความรู้ทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาหรือพัฒนาด้านกระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรมที่นำไปสู่การคิดค้นสิ่งประดิษฐ์หรือ สร้างสรรค์นวัตกรรม นอกจากนี้ยังให้เกิดการเรียนรู้เรื่องภูมิศาสตร์ (Geo-literacy) ทั้งด้านความสามารถ ทางภูมิศาสตร์ กระบวนการทางภูมิศาสตร์ และทักษะทางภูมิศาสตร์ เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจได้อย่าง ถูกรัดและนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการดำเนินชีวิต

ด้วยตระหนักถึงความสำคัญของการปรับเปลี่ยนข้างต้น บริษัท แม็คเอ็ดดูเคชัน จำกัด จึงได้ มอบหมายให้ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตร ด้านการพัฒนาสื่อการเรียนรู้ และด้านการวัดและประเมินผล ได้ปรับปรุงพัฒนาหนังสือเรียนให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดของหลักสูตรในกลุ่มสาระ การเรียนรู้ที่มีการเปลี่ยนแปลง และให้สอดคล้องกับการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ที่กำหนดไว้ในแผนพัฒนา เศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 12 แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560–2579 และยุทธศาสตร์ชาติ 20 ปี

โดยหนังสือเรียนแต่ละหน่วยการเรียนรู้จะให้ผู้ใช้หนังสือเรียนได้ทราบเป้าหมายการเรียนรู้ ในตอนต้นหน่วยการเรียนรู้ จากสาระการเรียนรู้และตัวชี้วัด และทุกหัวข้อหลักจะนำเสนอแนวคิดสำคัญ เพื่อให้ทราบถึงสิ่งที่เป็นความรู้ ความคิดที่เป็นแก่นสำคัญที่ต้องเรียนรู้ให้ลึกซึ้ง และการเรียนรู้ที่ดี ผู้เรียนควรได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเป็นระยะ ๆ ก่อนเรียนเรื่องใหม่ ดังนั้น ในหนังสือเรียนจะมี การสอดแทรกกิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ที่สัมพันธ์กับเรื่องที่ได้เรียนผ่านมา เพื่อให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบ

ตนเอง หรือบางหัวข้ออาจเป็นการฝึกทักษะให้ชำนาญก่อน สิ่ง queเพิ่มเติมในหนังสือเรียนเล่มนี้ คือ กิจกรรมบูรณาการวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี วิศวกรรมศาสตร์ และคณิตศาสตร์ (STEM) ตามเป้าหมาย สำคัญของการปรับหลักสูตรครั้งนี้ ซึ่งผู้เรียนและผู้สอนสามารถนำไปประยุกต์หรือดัดแปลงให้เหมาะสม กับบริบทของโรงเรียนและผู้เรียน การศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมโดยใช้เทคโนโลยีการสื่อสารและสารสนเทศ (ICT) เป็นสิ่งจำเป็นที่ต้องค้นคว้าเพิ่มเติม ดังนั้นในหนังสือเรียนเล่มนี้จึงได้มีการเสริมเนื้อหาเพิ่มเติมที่ได้ ผ่านการคัดกรองมาแล้วว่าเหมาะสมกับการเรียนรู้แทรกไว้ในเนื้อหาบางหน่วย โดยใช้สัญลักษณ์  

ผู้เรียนสามารถใช้สมาร์ทโฟนสแกน QR Code หรือเปิดเว็บไซต์ MACeducation.com เพื่อเข้าเมนู การศึกษาขั้นพื้นฐาน >>> MAC iLink และเลือกเปิดดูส่วนเสริมของบทเรียนในหนังสือเรียนแต่ละเล่มได้ ท้ายหน่วยการเรียนรู้ทุกหน่วยจะมีการสรุปบทเรียนสำหรับผู้เรียนได้ใช้เป็นข้อมูลสำคัญในการ ตรวจสอบองค์ความรู้ที่ควรได้รับการพัฒนาหลังจากเสร็จสิ้นการเรียน หรือเป็นสาระสำคัญที่ควรจดจำ และทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ ซึ่งนับว่าเป็นส่วนสำคัญอีกส่วนหนึ่งในการปรับปรุงหนังสือเรียนครั้งนี้ ที่ได้พัฒนาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

บริษัท แม็คเ็ดดูเคชั่น จำกัด หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนเล่มนี้จะมีคุณค่า มีประโยชน์ และช่วยส่งเสริมการปฏิรูปการศึกษา เพื่อเป็นรากฐานสำคัญที่จะช่วยทำให้ประเทศไทยก้าวสู่ประเทศ ที่มีการพัฒนาอย่างยั่งยืน ด้วยการมีพลเมืองที่มีคุณภาพ มีความคิดสร้างสรรค์ ตามเจตนารมณ์ ของการปรับปรุงหลักสูตรครั้งนี้ และนโยบายประเทศไทย 4.0

บริษัท แม็คเ็ดดูเคชั่น จำกัด

คำนำ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้เรียบเรียงขึ้นใหม่ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ตรงตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กิจกรรมการเรียนการสอนในหนังสือเล่มนี้ได้บูรณาการสาระต่างๆ เข้าด้วยกันไว้ในหน่วยการเรียนรู้ซึ่งสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

วัตถุประสงค์ของการเขียนหนังสือเล่มนี้ เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด รวมทั้งพัฒนาให้นักเรียนให้มีทักษะแห่งศตวรรษที่ 21 ฝึกทักษะตามสาระเพื่อวัดผลประเมินผลตนเอง มีกิจกรรมส่งเสริมให้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และมีความเชื่อมั่นในตนเอง และมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตลอดจนการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

หนังสือเรียนเล่มนี้ประกอบด้วย 8 หน่วยการเรียนรู้ แต่ละหน่วยการเรียนรู้ได้มีสาระการเรียนรู้ ระบุตัวชี้วัด มีภาพและคำถามเข้าสู่บทเรียน แนวคิดสำคัญของแต่ละเรื่อง กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ กิจกรรมเสริมศึกษา/กิจกรรมบูรณาการ บทสรุปเนื้อหาและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เพื่อเป็นการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

ผู้เรียบเรียงขอขอบคุณเป็นอย่างสูงที่ท่านได้เลือกใช้หนังสือเรียนเล่มนี้เป็นสื่อการเรียนรู้ ผู้เรียบเรียงหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อครู นักเรียน และผู้สนใจโดยส่งผลต่อการพัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะ ค่านิยมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ตามเจตนารมณ์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

สารบัญ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนนับและศูนย์

1

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.1 ป.6/4, 5, 6)

1. ตัวประกอบ จำนวนเฉพาะ ตัวประกอบเฉพาะ และการแยกตัวประกอบ 3
 2. ห.ร.ม. และ ค.ร.น. 15
 3. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. 28
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 35

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เศษส่วน และการบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน

36

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.1 ป.6/1, 7, 8)

1. การเปรียบเทียบเศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้ความรู้เรื่อง ค.ร.น. 38
 2. การเรียงลำดับเศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้ความรู้เรื่อง ค.ร.น. 51
 3. การบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้ความรู้เรื่อง ค.ร.น. 54
 4. การบวก ลบ คูณ หารระคนของเศษส่วนและจำนวนคละ 77
 5. การแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนและจำนวนคละ 82
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 93

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ทศนิยม และการบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยม

94

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.1 ป.6/9, 10)

1. ความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนและทศนิยม 96
 2. การหารทศนิยม 106
 3. การบวก ลบ คูณ หารระคนของทศนิยม 117
 4. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทศนิยม 120
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 136

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 อัตราส่วนและร้อยละ 137

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.1 ป.6/2, 3, 11, 12)

1. อัตราส่วนและมาตราส่วน 139
 2. อัตราส่วนที่เท่ากัน 145
 3. การแก้โจทย์ปัญหาอัตราส่วนและมาตราส่วน 151
 4. การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ 165
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 202

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แบบรูป 203

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.2 ป.6/1)

1. แบบรูปและความสัมพันธ์ 205
 2. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป 210
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 217

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 รูปเรขาคณิตสองมิติ 218

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 2.1 ป.6/2, 3 และ ค 2.2 ป.6/1, 2)

1. รูปสามเหลี่ยม 220
 2. รูปหลายเหลี่ยม 252
 3. วงกลม 273
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 297

หน่วยการเรียนรู้ที่ 7 รูปเรขาคณิตสามมิติ 299

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 2.1 ป.6/1 และ ค 2.2 ป.6/3, 4)

1. ส่วนประกอบและรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ 301
 2. ปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก 312
 3. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก 320
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 329

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 แผนภูมิรูปวงกลม

330

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 3.1 ป.6/1)

1. การอ่านแผนภูมิรูปวงกลม

332

2. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับแผนภูมิรูปวงกลม

337

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

348

บรรณานุกรม

350



หน่วยการเรียนรู้ที่

1



จำนวนนับและศูนย์

สาระการเรียนรู้

- 1 ตัวประกอบ จำนวนเฉพาะ ตัวประกอบเฉพาะ และการแยกตัวประกอบ
- 2 ห.ร.ม. และ ค.ร.น.
- 3 การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

ตัวชี้วัด

1. หา ห.ร.ม. ของจำนวนนับไม่เกิน 3 จำนวน (ค 1.1 ป.6/4)
2. หา ค.ร.น. ของจำนวนนับไม่เกิน 3 จำนวน (ค 1.1 ป.6/5)
3. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. (ค 1.1 ป.6/6)



ที่มา : www.123rf.com (Image ID : 31135653)

นักเรียนสามคนวิ่งรอบสนาม 1 รอบ ใช้เวลาต่างกัน
ถ้าต้องการทราบว่านักเรียนทั้งสามคนจะวิ่งมาพบกัน
ที่จุดเริ่มต้นอีกครั้งเมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าไร
จะมีวิธีการหาคำตอบอย่างไร



1. ตัวประกอบ จำนวนเฉพาะ ตัวประกอบเฉพาะ และการแยกตัวประกอบ



แนวคิดสำคัญ

ตัวประกอบของจำนวนนับใดๆ คือ จำนวนนับที่หารจำนวนนับนั้นได้ลงตัว

จำนวนนับที่มีตัวประกอบเพียงสองตัว คือ 1 และจำนวนนับนั้น เรียกว่าจำนวนเฉพาะ

ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ เรียกว่า ตัวประกอบเฉพาะ

การแยกตัวประกอบของจำนวนนับใดๆ คือ การเขียนจำนวนนับนั้นในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะ

1.1 ทบทวนการหารลงตัว และการหารไม่ลงตัว

พิจารณาการหารต่อไปนี้

$$\begin{array}{r} 3 \\ 6 \overline{)18} \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

$18 \div 6$ ได้ 3 เศษ 0 เป็นการหารลงตัว

$$\begin{array}{r} 4 \\ 7 \overline{)29} \\ \underline{28} \\ 1 \end{array}$$

$29 \div 7$ ได้ 4 เศษ 1 เป็นการหารไม่ลงตัว

การหารที่เหลือเศษเป็นศูนย์ เรียกว่า “การหารลงตัว”

การหารที่เหลือเศษไม่เป็นศูนย์ และเศษนี้ไม่น้อยกว่าตัวหาร เรียกว่า “การหารไม่ลงตัว”



แบบฝึกหัดที่ 1

- จงบอกว่ายอดใดเป็นการหารลงตัวหรือเป็นการหารไม่ลงตัว

(1) $17 \div 2$	(2) $15 \div 3$	(3) $21 \div 7$
(4) $19 \div 3$	(5) $32 \div 12$	(6) $23 \div 7$
(7) $45 \div 5$	(8) $49 \div 6$	(9) $44 \div 4$
(10) $72 \div 8$	(11) $25 \div 6$	(12) $81 \div 9$
(13) $100 \div 10$	(14) $120 \div 12$	(15) $200 \div 100$
- จำนวน 2, 5, 12, 24, 37, 48, 100, 105 จำนวนใดบ้างที่หารด้วย 2 ลงตัว
- จำนวน 5, 12, 51, 58, 65, 70, 105, 108 จำนวนใดบ้างที่หารด้วย 5 ลงตัว
- จำนวน 10, 15, 20, 22, 30, 100, 105, 120 จำนวนใดบ้างที่หารด้วย 10 ลงตัว
- จำนวน 100, 105, 110, 120, 200, 220, 300 จำนวนใดบ้างที่หารด้วย 100 ลงตัว

1.2 ตัวประกอบ

- 12 หารด้วย 6 ลงตัว ดังนั้น 6 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 12
 15 หารด้วย 5 ลงตัว ดังนั้น 5 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 15
 36 หารด้วย 9 ลงตัว ดังนั้น 9 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 36

ตัวประกอบของจำนวนนับใด ๆ คือ จำนวนนับที่หารจำนวนนับนั้นได้ลงตัว

ตัวอย่างที่ 1

จงอธิบายและให้เหตุผลว่า 4 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 20 หรือไม่

ตอบ 4 เป็นตัวประกอบของ 20 เพราะ 20 หารด้วย 4 ลงตัว

ดังนั้น 4 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 20

ตัวอย่างที่ 2

จงอธิบายและให้เหตุผลว่า 5 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 12 หรือไม่

ตอบ 5 ไม่เป็นตัวประกอบของ 12 เพราะ 12 หารด้วย 5 ไม่ลงตัว

ดังนั้น 5 ไม่เป็นตัวประกอบของ 12

ตัวอย่างที่ 3

จงหาตัวประกอบทุกตัวของ 12

วิธีทำ วิธีที่ 1 หาตัวประกอบของ 12 โดยใช้การหาร

12 หารด้วย 1	ลงตัว	ดังนั้น 1	เป็นตัวประกอบของ 12
12 หารด้วย 2	ลงตัว	ดังนั้น 2	เป็นตัวประกอบของ 12
12 หารด้วย 3	ลงตัว	ดังนั้น 3	เป็นตัวประกอบของ 12
12 หารด้วย 4	ลงตัว	ดังนั้น 4	เป็นตัวประกอบของ 12
12 หารด้วย 5	ไม่ลงตัว	ดังนั้น 5	ไม่เป็นตัวประกอบของ 12
12 หารด้วย 6	ลงตัว	ดังนั้น 6	เป็นตัวประกอบของ 12
12 หารด้วย 7	ไม่ลงตัว	ดังนั้น 7	ไม่เป็นตัวประกอบของ 12
12 หารด้วย 8	ไม่ลงตัว	ดังนั้น 8	ไม่เป็นตัวประกอบของ 12
12 หารด้วย 9	ไม่ลงตัว	ดังนั้น 9	ไม่เป็นตัวประกอบของ 12
12 หารด้วย 10	ไม่ลงตัว	ดังนั้น 10	ไม่เป็นตัวประกอบของ 12
12 หารด้วย 11	ไม่ลงตัว	ดังนั้น 11	ไม่เป็นตัวประกอบของ 12
12 หารด้วย 12	ลงตัว	ดังนั้น 12	เป็นตัวประกอบของ 12

จำนวนที่หาร 12 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

ดังนั้น ตัวประกอบทุกตัวของ 12 คือ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

วิธีที่ 2 หาตัวประกอบของ 12 โดยใช้การคูณ

$$12 = 1 \times 12$$

$$12 = 2 \times 6$$

$$12 = 3 \times 4$$

ดังนั้น ตัวประกอบทุกตัวของ 12 คือ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

ตอบ ๑, ๒, ๓, ๔, ๖ และ ๑๒

ตัวอย่างที่ 4

จงหาตัวประกอบทุกตัวของ 36

วิธีทำ 36 หารด้วย 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 และ 36 ลงตัว

ดังนั้น ตัวประกอบของ 36 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 และ 36

หรือ หาตัวประกอบของ 36 โดยใช้การคูณ

$$36 = 1 \times 36$$

$$36 = 2 \times 18$$

$$36 = 3 \times 12$$

$$36 = 4 \times 9$$

$$36 = 6 \times 6$$

ดังนั้น ตัวประกอบทุกตัวของ 36 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 และ 36

ตอบ ๑, ๒, ๓, ๔, ๖, ๙, ๑๒, ๑๘ และ ๓๖



แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้

- (1) 4 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 18 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- (2) 3 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 15 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- (3) 7 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 14 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- (4) 9 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 81 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- (5) 12 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 30 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- (6) 8 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 40 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- (7) 30 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 60 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- (8) 45 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 9 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- (9) 21 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 3 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- (10) 43 เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ 86 หรือไม่ เพราะเหตุใด

2. จำนวนนับตั้งแต่ 5 ถึง 50 จำนวนใดบ้างที่มี 5 เป็นตัวประกอบ

3. จงเขียนเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่มีข้อความเป็นจริง และเขียนเครื่องหมาย ✗ หน้าข้อที่มีข้อความเท็จ

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| (1) 1 เป็นตัวประกอบของ 17 | (2) 3 เป็นตัวประกอบของ 15 |
| (3) 7 เป็นตัวประกอบของ 22 | (4) 3 เป็นตัวประกอบของ 19 |
| (5) 12 เป็นตัวประกอบของ 36 | (6) 7 เป็นตัวประกอบของ 23 |
| (7) 5 เป็นตัวประกอบของ 45 | (8) 6 เป็นตัวประกอบของ 49 |
| (9) 4 เป็นตัวประกอบของ 78 | (10) 8 เป็นตัวประกอบของ 72 |

4. จำนวนนับใดต่อไปนี้ มี 2 เป็นตัวประกอบ

1 2 5 12 24 37 48 100 105

5. จำนวนนับใดต่อไปนี้ มี 5 เป็นตัวประกอบ

1 5 12 51 58 65 70 105 108

6. จงหาตัวประกอบทุกตัวของจำนวนนับต่อไปนี้

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|---------|
| (1) 2 | (2) 4 | (3) 5 | (4) 9 | (5) 24 |
| (6) 36 | (7) 41 | (8) 45 | (9) 55 | (10) 86 |

1.3 จำนวนเฉพาะ

พิจารณาตัวประกอบของจำนวนนับต่อไปนี้

ตัวประกอบของ 1 คือ 1

ตัวประกอบของ 2 คือ 1, 2

ตัวประกอบของ 3 คือ 1, 3

ตัวประกอบของ 4 คือ 1, 2, 4

ตัวประกอบของ 5 คือ 1, 5

ตัวประกอบของ 6 คือ 1, 2, 3, 6

ตัวประกอบของ 7 คือ 1, 7

ตัวประกอบของ 8 คือ 1, 2, 4, 8

ตัวประกอบของ 9 คือ 1, 3, 9

ตัวประกอบของ 10 คือ 1, 2, 5, 10

จะเห็นว่า จำนวนนับ 2, 3, 5 และ 7 มีตัวประกอบเพียง 2 ตัว คือ 1 กับจำนวนนับนั้น จะเรียก 2, 3, 5 และ 7 ว่าเป็น**จำนวนเฉพาะ**

จำนวนนับที่มีตัวประกอบเพียงสองตัว คือ 1 กับจำนวนนับนั้น เรียกว่า **"จำนวนเฉพาะ"**

หมายเหตุ

- 1 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ เพราะ 1 มีตัวประกอบ 1 ตัวเท่านั้น
- 2 เป็นจำนวนเฉพาะที่น้อยที่สุด และเป็นจำนวนเฉพาะที่เป็นจำนวนคู่เพียงจำนวนเดียว



แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงหาจำนวนเฉพาะจากตารางแสดงจำนวนตั้งแต่ 1 ถึง 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. จำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ เพราะเหตุใด
9 13 27 39 41 57
3. จำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 30 มีจำนวนเฉพาะกี่จำนวน
4. จำนวนนับที่อยู่ระหว่าง 101 และ 131 มีจำนวนใดบ้างที่เป็นจำนวนเฉพาะ
5. จงหาผลบวกของจำนวนเฉพาะระหว่าง 1 และ 10

1.4 ตัวประกอบเฉพาะ

พิจารณาการแยกตัวประกอบของ 84

$$84 = 1 \times 84$$

$$84 = 2 \times 42$$

$$84 = 3 \times 28$$

$$84 = 4 \times 21$$

$$84 = 6 \times 14$$

$$84 = 7 \times 12$$

ตัวประกอบของ 84 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42 และ 84

ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะคือ 2, 3 และ 7

เรียก 2, 3 และ 7 ว่าตัวประกอบเฉพาะของ 84

ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ เรียกว่า “ตัวประกอบเฉพาะ”

ตัวอย่างที่ 5

จงหาตัวประกอบเฉพาะของ 75

วิธีทำ ตัวประกอบของ 75 คือ 1, 3, 5, 15, 25 และ 75

ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ คือ 3 และ 5

ดังนั้น ตัวประกอบเฉพาะของ 75 คือ 3 และ 5

ตอบ 3 และ 5



แบบฝึกหัดที่ 4

1. จงหาตัวประกอบและตัวประกอบเฉพาะทั้งหมดของจำนวนต่อไปนี้

(1) 18

(2) 32

(3) 45

(4) 57

(5) 63

(6) 72

(7) 88

(8) 90

(9) 108

(10) 150

2. 13 เป็นตัวประกอบเฉพาะของจำนวนใดบ้าง 39, 51, 77, 91 เพราะเหตุใด

3. ตัวประกอบเฉพาะของ 70 และ 105 มีอะไรบ้าง

1.5 การแยกตัวประกอบ



พิจารณาการเขียน 72 ในรูปการคูณของตัวประกอบที่ไม่มีตัวใดเป็น 1

$$72 = 2 \times 36 \text{ หรือ } 72 = 3 \times 24 \text{ หรือ } 72 = 4 \times 18 \text{ หรือ } 72 = 6 \times 12 \text{ หรือ } 72 = 8 \times 9$$

เขียน 72 ให้อยู่ในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะจะได้

$$\begin{aligned} 72 &= 2 \times 36 \\ &= 2 \times 2 \times 18 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 9 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned} 72 &= 2 \times 36 \\ &\quad 2 \times 2 \quad 18 \\ &\quad 2 \times 2 \times 2 \times 9 \\ &\quad 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

อาจคิดแบบนี้ก็ได้

$$\begin{aligned} 72 &= 8 \times 9 \\ &\quad 2 \times 4 \times 3 \times 3 \\ &\quad 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \end{aligned}$$



การแยกตัวประกอบของจำนวนนับใด ๆ เป็นการเขียนจำนวนนับนั้นในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะ

จำนวนที่คุณตัวเองซ้ำหลาย ๆ ครั้ง สามารถเขียนในรูปเลขยกกำลังได้ เช่น

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3 \text{ อ่านว่า สองยกกำลังสาม หรือ สองกำลังสาม}$$

$$3 \times 3 = 3^2 \text{ อ่านว่า สามยกกำลังสอง หรือ สามกำลังสอง}$$

ดังนั้น 72 เขียนการแยกตัวประกอบในรูปเลขยกกำลังได้ดังนี้

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

หรือ

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$3 \times 3 = 3^2$$

ตัวอย่างที่ 6

จงแยกตัวประกอบของ 27, 30, 48 และ 120 โดยหากจำนวนใดมีตัวประกอบซ้ำให้เขียนในรูปเลขยกกำลัง

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 27 &= 3 \times 9 \\ &= 3 \times 3 \times 3 \\ &= 3^3 \end{aligned}$$

ตอบ $27 = 3^3$

$$\begin{aligned} 30 &= 2 \times 15 \\ &= 2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

ตอบ $30 = 2 \times 3 \times 5$

$$\begin{aligned} 48 &= 2 \times 24 \\ &= 2 \times 2 \times 12 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 6 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ &= 2^4 \times 3 \end{aligned}$$

ตอบ $48 = 2^4 \times 3$

$$\begin{aligned} 120 &= 2 \times 60 \\ &= 2 \times 2 \times 30 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 15 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ &= 2^3 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

ตอบ $120 = 2^3 \times 3 \times 5$



แบบฝึกหัดที่ 5

จงแยกตัวประกอบของจำนวนต่อไปนี้ โดยหากจำนวนใดมีตัวประกอบซ้ำให้เขียนในรูปเลขยกกำลัง

1. 15

2. 28

3. 32

4. 42

5. 45

6. 50

7. 56

8. 58

9. 61

10. 100

11. 124

12. 162

การแยกตัวประกอบโดยวิธีตั้งหาร



ขั้นตอนในการแยกตัวประกอบ

นำจำนวนเฉพาะมาหารจำนวนที่ต้องการแยกตัวประกอบ

พิจารณาว่าผลหารที่ได้เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ ถ้าผลหารที่ได้ยังไม่เป็นจำนวนเฉพาะ ให้หาจำนวนเฉพาะมาหารต่อไปเรื่อย ๆ จนได้ผลหารเป็นจำนวนเฉพาะ

เขียนจำนวนนับที่ต้องการแยกตัวประกอบในรูปการคูณของตัวหารทุกตัวกับผลหารสุดท้ายที่เป็นจำนวนเฉพาะ



ตัวอย่างที่ 7

จงแยกตัวประกอบของจำนวนต่อไปนี้โดยวิธีตั้งหาร โดยหากจำนวนใดมีตัวประกอบซ้ำ ให้เขียนในรูปเลขยกกำลัง

(1) 72

วิธีทำ (1)

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)72} \\ \underline{2} \\ 36 \\ \underline{2} \\ 18 \\ \underline{2} \\ 9 \\ \underline{3} \\ 3 \\ \underline{3} \\ 0 \end{array}$$

ดังนั้น $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$
 $= 2^3 \times 3^2$

ตอบ $72 = 2^3 \times 3^2$

(2) 196

(2)

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)196} \\ \underline{2} \\ 98 \\ \underline{2} \\ 49 \\ \underline{7} \\ 7 \\ \underline{7} \\ 0 \end{array}$$

ดังนั้น $196 = 2 \times 2 \times 7 \times 7$
 $= 2^2 \times 7^2$

ตอบ $196 = 2^2 \times 7^2$



แบบฝึกหัดที่ 6

- จงแยกตัวประกอบของจำนวนต่อไปนี้ โดยหากจำนวนใดมีตัวประกอบซ้ำให้เขียนในรูปเลขยกกำลัง

(1) 245	(2) 510	(3) 380	(4) 2,028	(5) 27,000
---------	---------	---------	-----------	------------
- จงแยกตัวประกอบของจำนวนต่อไปนี้โดยวิธีตั้งหาร โดยหากจำนวนใดมีตัวประกอบซ้ำให้เขียนในรูปเลขยกกำลัง

(1) 9	(2) 36	(3) 81	(4) 106	(5) 132
(6) 140	(7) 144	(8) 175	(9) 210	(10) 280



กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ที่ 1

- ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน พิจารณาการแยกตัวประกอบต่อไปนี้

$$8 = 2 \times 4$$

$$36 = 6 \times 6$$

$$81 = 3^4$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$250 = 2 \times 5^3$$

$$93 = 1 \times 93$$

$$100 = 4 \times 25$$

$$500 = 2^2 \times 5^3$$

$$4,900 = 7^2 \times 10^2$$

$$1,728 = 2^6 \times 3^3$$

- ช่วยกันพิจารณาว่าข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบ ข้อใดไม่เป็นการแยกตัวประกอบ พร้อมทั้งบอกเหตุผล
- ครูสุ่มตัวแทนจากแต่ละกลุ่มนำเสนอผลการวิเคราะห์หน้าชั้นเรียน
- เพื่อนกลุ่มอื่นคอยตรวจสอบความถูกต้อง

2. ห.ร.ม. และ ค.ร.น.



แนวคิดสำคัญ

ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปเรียกว่าตัวหารร่วมมากของจำนวนนับนั้นๆ ใช้ตัวย่อ **ห.ร.ม.**

ตัวคูณร่วมน้อยที่สุดของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปเรียกว่าตัวคูณร่วมน้อยของจำนวนนับนั้นๆ ใช้ตัวย่อ **ค.ร.น.**

2.1 ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)

ตัวหารร่วมหรือตัวประกอบร่วม

พิจารณาตัวหารร่วมหรือตัวประกอบร่วมของ 12 และ 18

ตัวประกอบของ 12 คือ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

$$\begin{aligned} 12 &= 1 \times 12 \\ 12 &= 2 \times 6 \\ 12 &= 3 \times 4 \end{aligned}$$

ตัวประกอบของ 18 คือ 1, 2, 3, 6, 9 และ 18

$$\begin{aligned} 18 &= 1 \times 18 \\ 18 &= 2 \times 9 \\ 18 &= 3 \times 6 \end{aligned}$$

12 และ 18 มีตัวประกอบที่เหมือนกันคือ 1, 2, 3 และ 6

ดังนั้น ตัวหารร่วมหรือตัวประกอบร่วมของ 12 และ 18 คือ 1, 2, 3 และ 6 กล่าวได้ว่า 6 เป็นตัวประกอบร่วมที่มากที่สุดของ 12 และ 18

เรียก 6 ว่า **ตัวหารร่วมมาก** ใช้ตัวย่อ **ห.ร.ม.**

จำนวนนับที่หารจำนวนตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปลงตัว เรียกว่า “ตัวหารร่วม” หรือตัวประกอบร่วมของจำนวนนับเหล่านั้น

ตัวหารร่วมที่มากที่สุด เรียกว่า “ตัวหารร่วมมาก” ใช้ตัวย่อ “**ห.ร.ม.**”

ตัวอย่างที่ 1

จงหาตัวหารร่วมหรือตัวประกอบร่วมของ 16 และ 24

วิธีทำ ตัวประกอบของ 16 คือ 1, 2, 4, 8, 16

ตัวประกอบของ 24 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

16 และ 24 มีตัวประกอบที่เหมือนกันคือ 1, 2, 4 และ 8

ดังนั้น ตัวหารร่วมหรือตัวประกอบร่วมของ 16 และ 24 คือ 1, 2, 4 และ 8

ตอบ ๑, ๒, ๔ และ ๘



แบบฝึกหัดที่ 7

จงหาตัวหารร่วมหรือตัวประกอบร่วมของจำนวนต่อไปนี้

- | | | |
|----------------|----------------------|----------------------|
| 1. 8, 12 | 2. 15, 45 | 3. 100, 150 |
| 4. 24, 40 | 5. 20, 44 | 6. 12, 18, 36 |
| 7. 15, 20, 30 | 8. 20, 28, 44 | 9. 24, 40, 56 |
| 10. 30, 42, 66 | 11. 14, 56, 112, 168 | 12. 22, 66, 132, 198 |

การหา ห.ร.ม. โดยวิธีหาตัวประกอบร่วม

พิจารณาการหาตัวประกอบร่วมของ 12 และ 18

ขั้นที่ 1 หาตัวประกอบของ 12 และ 18

ตัวประกอบของ 12 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 12

ตัวประกอบของ 18 คือ 1, 2, 3, 6, 9, 18

ขั้นที่ 2 หาตัวประกอบร่วมของ 12 และ 18

ตัวประกอบร่วมของ 12 และ 18 คือ 1, 2, 3 และ 6

ขั้นที่ 3 หาตัวประกอบร่วมที่มากที่สุดของ 12 และ 18 คือ 6

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 12 และ 18 คือ 6

การหา ห.ร.ม. โดยวิธีหาตัวประกอบร่วมหาได้จากจำนวนนับที่มากที่สุดที่เป็นตัวประกอบร่วมของทุกจำนวน

ตัวอย่างที่ 2

จงหา ห.ร.ม. ของ 20, 30 และ 40 โดยวิธีหาตัวประกอบร่วม

วิธีทำ ตัวประกอบของ 20 คือ 1, 2, 4, 5, 10, 20

ตัวประกอบของ 30 คือ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

ตัวประกอบของ 40 คือ 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

ตัวประกอบร่วมของ 20, 30 และ 40 คือ 1, 2, 5 และ 10

ตัวประกอบร่วมที่มากที่สุดของ 20, 30 และ 40 คือ 10

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 20, 30 และ 40 คือ 10

ตอบ ๑๐



แบบฝึกหัดที่ 8

จงหา ห.ร.ม. โดยวิธีหาตัวประกอบร่วม

1. 10, 20

2. 17, 34

3. 24, 32

4. 3, 15

5. 19, 38

6. 6, 8, 10

7. 10, 12, 18

8. 13, 26, 39

9. 50, 60, 70

10. 18, 27, 54

11. 56, 112, 168

12. 100, 150, 200

การหา ห.ร.ม. โดยวิธีแยกตัวประกอบ

การหา ห.ร.ม. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป ทำได้โดยแยกตัวประกอบของจำนวนนับเหล่านั้น แล้วพิจารณาจำนวนที่เป็นตัวประกอบร่วมของจำนวนนับนั้นที่ซ้ำกัน ผลคูณของตัวประกอบร่วมทั้งหมดคือ ห.ร.ม. ของจำนวนนับเหล่านั้น

พิจารณาการหา ห.ร.ม. ของ 12 และ 18 โดยวิธีแยกตัวประกอบ

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

ตัวประกอบร่วมของ 12 และ 18 คือ 2, 3 และ $2 \times 3 = 6$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 12 และ 18 คือ $2 \times 3 = 6$

การหา ห.ร.ม. โดยวิธีแยกตัวประกอบหาได้จากผลคูณของจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวประกอบร่วมหรือตัวหารร่วม

ตัวอย่างที่ 3

จงหา ห.ร.ม. ของ 16 และ 24 โดยวิธีแยกตัวประกอบ

วิธีทำ

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 16 และ 24 คือ $2 \times 2 \times 2 = 8$

ตอบ ๘

ตัวอย่างที่ 4

จงหา ห.ร.ม. ของ 20, 30 และ 40 โดยวิธีแยกตัวประกอบ

วิธีทำ

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 20, 30 และ 40 คือ $2 \times 5 = 10$

ตอบ ๑๐



แบบฝึกหัดที่ 9

จงหา ห.ร.ม. โดยวิธีแยกตัวประกอบ

- | | | |
|-----------------|-------------------|-------------------|
| 1. 4, 12 | 2. 6, 24 | 3. 30, 35 |
| 4. 15, 27 | 5. 24, 40 | 6. 14, 18, 22 |
| 7. 15, 20, 25 | 8. 16, 24, 48 | 9. 7, 28, 42 |
| 10. 52, 72, 108 | 11. 100, 120, 150 | 12. 105, 155, 210 |

การหา ห.ร.ม. โดยวิธีตั้งหาร

พิจารณาการหา ห.ร.ม. ของ 12 และ 18 โดยวิธีตั้งหาร ดังนี้

1 หาจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวหารร่วมของ 12 และ 18 เช่น 2 นำ 2 ไปหาร 12 และ 18 ได้ผลหาร 6 และ 9 ตามลำดับ

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)12 \quad 18} \\ \underline{6 \quad 9} \end{array}$$

หาจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวหารร่วมของ 6 และ 9 เช่น 3 นำ 3 ไปหาร 6 และ 9 ได้ผลหาร 2 และ 3 ตามลำดับ

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)12 \quad 18} \\ \underline{3 \overline{)6 \quad 9}} \\ \underline{2 \quad 3} \end{array}$$

3 หาจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวหารร่วมของ 2 และ 3 แต่ไม่มีจำนวนเฉพาะใดที่เป็นตัวหารร่วมของ 2 และ 3 จึงยุติการหาร

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)12 \quad 18} \\ \underline{3 \overline{)6 \quad 9}} \\ \underline{\underline{2 \quad 3}} \end{array}$$

ห.ร.ม. ที่ได้คือผลคูณของจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวหารร่วมทุกตัว ซึ่งจะได้ $2 \times 3 = 6$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 12 และ 18 คือ 6

การหา ห.ร.ม. โดยวิธีตั้งหารหาได้จากผลคูณของจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวหารร่วมทุกตัว

ตัวอย่างที่ 5

จงหา ห.ร.ม. ของ 16 และ 24 โดยวิธีตั้งหาร

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)16} \quad 24 \\ 2 \overline{)8} \quad 12 \\ 2 \overline{)4} \quad 6 \\ \underline{\underline{2}} \quad 3 \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 16 และ 24 คือ $2 \times 2 \times 2 = 8$

ตอบ ๘

ตัวอย่างที่ 6

จงหา ห.ร.ม. ของ 20, 30 และ 40 โดยวิธีตั้งหาร

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)20} \quad 30 \quad 40 \\ 5 \overline{)10} \quad 15 \quad 20 \\ \underline{\underline{2}} \quad \underline{\underline{3}} \quad \underline{\underline{4}} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 20, 30 และ 40 คือ $2 \times 5 = 10$

ตอบ ๑๐

อาจหารด้วยตัวหารร่วม
ตัวอื่น เช่น

$$\begin{array}{r} 10 \overline{)20} \quad 30 \quad 40 \\ \underline{\underline{2}} \quad \underline{\underline{3}} \quad \underline{\underline{4}} \end{array}$$



การหา ห.ร.ม. โดยวิธีตั้งหารอาจใช้ตัวหารร่วมตัวอื่นไปหารโดยไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนเฉพาะ แต่ยังคงใช้กระบวนการเดิม เช่น หา ห.ร.ม. ของ 12 และ 18

$$\begin{array}{r} 6 \overline{)12} \quad 18 \\ \underline{\underline{2}} \quad \underline{\underline{3}} \end{array}$$

ห.ร.ม. ของ 12 และ 18 คือ 6



แบบฝึกหัดที่ 10

จงหา ห.ร.ม. โดยวิธีตั้งหาร

- | | | |
|-----------------|------------------|-------------------|
| 1. 2, 6 | 2. 4, 16 | 3. 8, 20 |
| 4. 32, 62 | 5. 25, 60 | 6. 3, 9, 12 |
| 7. 9, 18, 21 | 8. 36, 48, 96 | 9. 40, 50, 60 |
| 10. 50, 75, 100 | 11. 65, 100, 120 | 12. 115, 230, 250 |

2.2 ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)

ตัวคูณร่วม

พิจารณาจำนวนนับที่ 3 และ 4 หารลงตัว

จำนวนนับที่มี 3 เป็นตัวประกอบ คือ 3, 6, 9, **12**, 15, 18, 21, **24**, ...

จำนวนนับที่มี 4 เป็นตัวประกอบ คือ 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, ...

จำนวนนับที่มี 3 และ 4 เป็นตัวประกอบ คือ 12, 24, ...

12, 24, ... เรียกว่า ตัวคูณร่วมของ 3 และ 4

และ 12 เป็นตัวคูณร่วมที่น้อยที่สุดของ 3 และ 4

เรียก 12 ว่า **ตัวคูณร่วมน้อย** ใช้ตัวย่อ **ค.ร.น.**

ตัวคูณร่วมของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป คือ จำนวนนับที่มีจำนวนนับเหล่านั้นเป็นตัวประกอบ

ตัวคูณร่วมที่น้อยที่สุด เรียกว่า “**ตัวคูณร่วมน้อย**” ใช้ตัวย่อ “**ค.ร.น.**”

ตัวอย่างที่ 7

จงหาตัวคูณร่วมของ 9 และ 12

วิธีทำ จำนวนนับที่มี 9 เป็นตัวประกอบ คือ 9, 18, 27, **36**, 45, 54, 63, **72**, ...

จำนวนนับที่มี 12 เป็นตัวประกอบ คือ 12, 24, **36**, 48, 60, **72**, 84, ...

จำนวนนับที่มี 9 และ 12 เป็นตัวประกอบ คือ 36, 72, ...

ดังนั้น ตัวคูณร่วมของ 9 และ 12 คือ 36, 72, ...

ตอบ 36, 72, ...



แบบฝึกหัดที่ 11

จงหาตัวคูณร่วมของจำนวนต่อไปนี้

1. 2, 3

2. 4, 7

3. 5, 10

4. 5, 20

5. 10, 15

6. 2, 3, 6

7. 4, 6, 24

8. 4, 5, 10

9. 5, 10, 15

10. 6, 12, 15

การหา ค.ร.น. โดยวิธีหาตัวคูณร่วม

พิจารณาการหาตัวคูณร่วมของ 4, 6 และ 8

ขั้นที่ 1 หาจำนวนนับที่มี 4 เป็นตัวประกอบ

จำนวนนับที่มี 4 เป็นตัวประกอบ คือ 4, 8, 12, 16, 20, **24**, 28, 32, 36, 40, 44, **48**, ...

หาจำนวนนับที่มี 6 เป็นตัวประกอบ

จำนวนนับที่มี 6 เป็นตัวประกอบ คือ 6, 12, 18, **24**, 30, 36, 42, **48**, ...

หาจำนวนนับที่มี 8 เป็นตัวประกอบ

จำนวนนับที่มี 8 เป็นตัวประกอบ คือ 8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 56, 64, ...

ขั้นที่ 2 จำนวนนับที่มี 4, 6 และ 8 เป็นตัวประกอบร่วม คือ 24, 48,

ขั้นที่ 3 จะเห็นว่า 24 เป็นตัวคูณร่วมที่น้อยที่สุด

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 4, 6 และ 8 คือ 24

การหา ค.ร.น. โดยวิธีหาตัวคูณร่วมหาได้จากจำนวนนับที่เป็นตัวคูณร่วมที่น้อยที่สุด
ที่จำนวนเหล่านั้นหารลงตัว

ตัวอย่างที่ 8

จงหา ค.ร.น. ของ 8, 12 และ 16 โดยวิธีหาตัวคูณร่วม

วิธีทำ จำนวนนับที่มี 8 เป็นตัวประกอบ คือ 8, 16, 24, 32, 40, **48**, ...

จำนวนนับที่มี 12 เป็นตัวประกอบ คือ 12, 24, 36, **48**, ...

จำนวนนับที่มี 16 เป็นตัวประกอบ คือ 16, 32, **48**, ...

จะเห็นว่า 48 เป็นตัวคูณร่วมที่น้อยที่สุด

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 8, 12 และ 16 คือ 48

ตอบ ๔๘



แบบฝึกหัดที่ 12

จงหา ค.ร.น. โดยวิธีหาตัวคูณร่วม

1. 3, 5

2. 7, 14

3. 4, 12

4. 3, 6

5. 10, 15

6. 2, 3, 6

7. 6, 12, 15

8. 6, 9, 18

9. 4, 5, 20

10. 8, 10, 40

การหา ค.ร.น. โดยวิธีแยกตัวประกอบ

การหา ค.ร.น. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป หาได้จากผลคูณของจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวประกอบร่วมของจำนวนนับที่กำหนดให้อย่างน้อยสองจำนวนกับตัวประกอบเฉพาะที่เหลือทุกจำนวน

พิจารณาการหา ค.ร.น. ของ 6 และ 8 โดยวิธีแยกตัวประกอบ

$$6 = 2 \times 3$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

จากการแยกตัวประกอบของ 6 และ 8 จะเห็นได้ว่าจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่ 6หารลงตัวคือ 2×3 และจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่ 8หารลงตัวคือ $2 \times 2 \times 2$ ดังนั้น จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่ 6 และ 8 หารลงตัวหาได้จาก

$$\begin{array}{c} \textcircled{2} \times \textcircled{3} \text{ และ } \textcircled{2} \times \textcircled{2} \times \textcircled{2} \\ \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \\ 2 \times 2 \times 2 \times 3 \end{array}$$

ซึ่งก็คือ

อาจแสดงวิธีการหา ค.ร.น. ได้ดังนี้

$$6 = \boxed{2} \times \textcircled{3}$$

$$8 = \boxed{2} \times \textcircled{2} \times \textcircled{2}$$

$$\text{ค.ร.น. ของ 6 และ 8 คือ } \boxed{2} \times \textcircled{3} \times \textcircled{2} \times \textcircled{2} = 24$$

การหา ค.ร.น. โดยวิธีแยกตัวประกอบหาได้จากผลคูณของจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวประกอบร่วมของจำนวนนับที่กำหนดให้อย่างน้อยสองจำนวนกับตัวประกอบเฉพาะที่เหลือทุกจำนวน

ตัวอย่างที่ 9

จงหา ค.ร.น. ของ 9 และ 12 โดยวิธีแยกตัวประกอบ

วิธีทำ

$$9 = \textcircled{3} \times \boxed{3}$$

$$12 = \textcircled{2} \times \textcircled{2} \times \boxed{3}$$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 9 และ 12 คือ $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

ตอบ ๓๖

ตัวอย่างที่ 10

จงหา ค.ร.น. ของ 8, 12 และ 16 โดยวิธีแยกตัวประกอบ

วิธีทำ

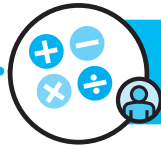
$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

ค.ร.น. ของ 8, 12 และ 16 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2 = 48$

ตอบ ๔๘



แบบฝึกหัดที่ 13

จงหา ค.ร.น. โดยวิธีแยกตัวประกอบ

1. 4, 6

2. 7, 14

3. 15, 18

4. 4, 16

5. 10, 20

6. 3, 5, 15

7. 3, 18, 24

8. 10, 20, 40

9. 10, 15, 30

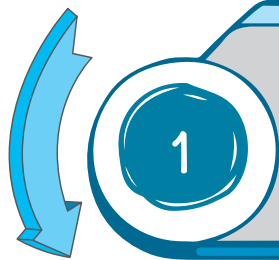
10. 8, 12, 24

11. 18, 27, 54

12. 52, 72, 108

การหา ค.ร.น. โดยวิธีตั้งหาร

พิจารณาการหา ค.ร.น. ของ 12 และ 18 โดยวิธีตั้งหาร ดังนี้



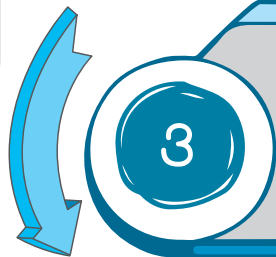
หาจำนวนเฉพาะที่หาร 12 และ 18 ได้ลงตัว เช่น 2
นำ 2 ไปหาร 12 และ 18 ได้ 6 และ 9 ตามลำดับ

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)12 \ 18} \\ \underline{6 \ 9} \end{array}$$

หาจำนวนเฉพาะที่หาร 6 และ 9 ได้ลงตัว เช่น 3
นำ 3 ไปหาร 6 และ 9 ได้ 2 และ 3 ตามลำดับ



$$\begin{array}{r} 2 \overline{)12 \ 18} \\ \underline{3 \ 6 \ 9} \\ \underline{2 \ 3} \end{array}$$



หาจำนวนเฉพาะที่หาร 2 และ 3 ได้ลงตัว
จะเห็นว่าไม่มีจำนวนเฉพาะที่หาร 2 และ 3 ได้ลงตัว
จึงยุติการหาร

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)12 \ 18} \\ \underline{3 \ 6 \ 9} \\ \underline{2 \ 3} \end{array}$$

ค.ร.น. ที่ได้คือผลคูณของตัวหาร
และผลหารขั้นสุดท้ายทุกตัว
ซึ่งจะได้ $2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$



ดังนั้น ค.ร.น. ของ 12 และ 18 คือ 36

การหา ค.ร.น. โดยวิธีตั้งหารหาได้จากผลคูณของตัวหารทุกตัวและผลหารขั้นสุดท้ายทุกตัว

ตัวอย่างที่ 11

จงหา ค.ร.น. ของ 9 และ 12 โดยวิธีตั้งหาร

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)9} \quad 12 \\ \underline{3} \quad 4 \end{array}$$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 9 และ 12 คือ $3 \times 3 \times 4 = 36$

ตอบ 36

ตัวอย่างที่ 12

จงหา ค.ร.น. ของ 8, 12 และ 16 โดยวิธีตั้งหาร

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)8} \quad 12 \quad 16 \\ 2 \overline{)4} \quad 6 \quad 8 \\ 2 \overline{)2} \quad 3 \quad 4 \\ \underline{1} \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

อาจหารด้วยตัวหารร่วมตัวอื่น

$$\begin{array}{r} \text{เช่น } 4 \overline{)8} \quad 12 \quad 16 \\ 2 \overline{)2} \quad 3 \quad 4 \\ \underline{1} \quad 3 \quad 2 \end{array}$$



ดังนั้น ค.ร.น. ของ 8, 12 และ 16 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 = 48$

ตอบ 48

การหา ค.ร.น. โดยวิธีตั้งหารอาจใช้ตัวหารร่วมตัวอื่นไปหารโดยไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนเฉพาะ แต่ยังคงใช้กระบวนการเดิม เช่น หา ค.ร.น. ของ 16 และ 96

$$\begin{array}{r} 16 \overline{)16} \quad 96 \\ \underline{1} \quad 6 \end{array}$$

ค.ร.น. ของ 16 และ 96 คือ $16 \times 6 = 96$