



สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การวิเคราะห์และออกแบบ วงจรดิจิทัล

Digital Circuit Analysis and Design

ทรงยศ นาคอริยกุล

การวิเคราะห์และออกแบบ

วงจรดิจิทัล

Digital Circuit Analysis and Design

ตำรานี้ได้รับทุนสนับสนุนการเขียนตำรา
จากมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ พ.ศ. 2557

การวิเคราะห์และออกแบบ

วงจรดิจิทัล

Digital Circuit Analysis and Design

ทรงยศ นาคอริยกุล



สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2560

330.-

ทรงยศ นาคอริยกุล

การวิเคราะห์และออกแบบวงจรดิจิทัล / ทรงยศ นาคอริยกุล

1. ดิจิทัลอิเล็กทรอนิกส์.

621.3815

ISBN 978-974-03-3594-8

สพจ. 2146



สรสคุณคำวิชาการ ผู้สังคม

www.ChulaPress.com

Knowledge to All

ลิขสิทธิ์ของสำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พิมพ์ครั้งที่ 1 จำนวน 1,000 เล่ม พ.ศ. 2560

การผลิตและการลอกเลียนหนังสือเล่มนี้ไม่ว่ารูปแบบใดทั้งสิ้น

ต้องได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากสำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผู้จัดทำหน่วย ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

สาขา

ศาลาพระเกี้ยว โทร. 0-2218-7000-3 โทรสาร 0-2255-4441

สยามสแควร์ โทร. 0-2218-9881-2 โทรสาร 0-2254-9495

ม.นเรศวร จ.พิษณุโลก โทร. 0-5526-0162-4 โทรสาร 0-5526-0165

ม.เทคโนโลยีสุรนารี จ.นครราชสีมา โทร. 0-4421-6131-4 โทรสาร 0-4421-6135

ม.บูรพา จ.ชลบุรี โทร. 0-3839-4855-9 โทรสาร 0-3839-3239

โรงเรียนนายร้อย จปร. จ.นครนายก โทร. 0-3739-3023 โทรสาร 0-3739-3023

ม.พะเยา จ.พะเยา โทร. 0-5446-6799-800 โทรสาร 0-5446-6798

จัตุรัสจามจุรี (CHAMCHURI SQUARE) ชั้น 4 โทร. 0-2160-5301-2 โทรสาร 0-2160-5304

รัตนานิเบศร์ (แยกแคราย) โทร. 0-2950-5408-9 โทรสาร 0-2950-5405

ม.เทคโนโลยีราชมงคลอีสาน จ.นครราชสีมา โทร. 0-4492-2662-3 โทรสาร 0-4492-2664

มือถือ 08-6392-7785

Call Center (จัดส่งทั่วประเทศ) โทร. 0-2255-4433 <http://www.chulabook.com>

และเครือข่าย

ร้านค้า หนังสือเข้าชั้นเรียน ติดต่อแผนกขายส่ง สาขารัตนาธิเบศร์ (แยกแคราย) โทร. 0-2950-5408-9

โทรสาร 0-2950-5405

มีจำหน่ายที่ ร้านซีเอ็ดทุกสาขา ร้านนายอินทร์ทุกสาขา และร้านหนังสือชั้นนำทั่วประเทศ

กองบรรณาธิการ : จุฬามาศ พิทักษ์วัชร

พิสูจน์อักษร : รวิวรรณ จันทรมั่น

ออกแบบปกและรูปเล่ม : ชวินทร์ นามมุงคุณ

พิมพ์ที่ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย [6006-036]

โทร. 0-2218-3557 โทรสาร 0-2218-3551

www.cuprint.chula.ac.th

คำนำ

ตำราเล่มนี้อธิบายการทำงานของวงจรดิจิทัล โดยเน้นขั้นตอนการวิเคราะห์และออกแบบวงจรดิจิทัล เพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนวิชาการออกแบบวงจรดิจิทัลเบื้องต้น เหมาะสำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า และผู้ที่มีความสนใจเกี่ยวกับวงจรดิจิทัล ผู้เขียนได้รวบรวมเนื้อหาและเขียนตำราเล่มนี้ขึ้นจากประสบการณ์การสอนของตนเองที่ได้เป็นผู้สอนวิชานี้มานานหลายปี ซึ่งผู้เขียนพบว่าตำราต่างประเทศเกี่ยวกับวิชานี้หลายเล่ม แต่ตำราภาษาไทยนั้นยังมีจำนวนไม่มากนัก และนักศึกษาส่วนใหญ่ก็มีปัญหาในการอ่านตำราภาษาอังกฤษ อีกทั้งตำราภาษาอังกฤษเหล่านี้ก็มีราคาแพง ดังนั้น ผู้เขียนจึงตั้งใจเขียนตำราเล่มนี้ขึ้น โดยเน้นการใช้ศัพท์วิชาการภาษาไทย เพื่ออธิบายเนื้อหาให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น และได้เพิ่มเติมแบบฝึกหัดท้ายบท เพื่อให้ นักศึกษาได้มีโอกาสทดลองแก้ปัญหาด้วยตนเองเพิ่มเติม

การศึกษาวงจรดิจิทัลนั้นมีเนื้อหาครอบคลุมหัวข้อสำคัญ ๆ หลายหัวข้อ จึงเป็นการยากที่จะทำการสอนให้ได้ทั้งหมดใน 1 ภาคการศึกษา ดังนั้น ผู้เขียนจึงได้รวบรวมเฉพาะเนื้อหาที่สำคัญ ๆ ที่ผู้เขียนเห็นว่านักศึกษาสมควรต้องเข้าใจไว้ในตำราเล่มนี้ โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 9 บทครอบคลุมหัวข้อต่อไปนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงหลักการทำงานเบื้องต้นของวงจรดิจิทัล ซึ่งทำงานในระบบจำนวนฐานสองที่แตกต่างจากระบบจำนวนฐานสิบที่เราใช้ในชีวิตประจำวัน โดยบทนี้จะอธิบายการแปลงผันจากฐานสิบเป็นฐานสองและฐานอื่น ๆ ที่สำคัญต่อวงจรดิจิทัล รวมถึงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในระบบจำนวนฐานอื่น ๆ นอกเหนือจากระบบจำนวนฐานสิบด้วย

บทที่ 2 แสดงการทำงานของลอจิกเกตประเภทต่าง ๆ ซึ่งเป็นวงจรอิเล็กทรอนิกส์พื้นฐานของวงจรดิจิทัล วิธีการสร้างวงจรดิจิทัลจากลอจิกเกต และอธิบายทฤษฎีบทบูลีนและการเขียนฟังก์ชันบูลีนเพื่อใช้แสดงความสัมพันธ์ทางตรรกะของสัญญาณอินพุตและเอาต์พุตของวงจรดิจิทัล ซึ่งจะรวมถึงการเขียนฟังก์ชันบูลีนในรูปแบบมาตรฐาน เพื่อให้การสร้างวงจรดิจิทัลมีขนาดเล็กและทำงานเร็วที่สุด

แผนที่คาร์นอฟซึ่งเป็นหัวข้อสำคัญในการลดรูปฟังก์ชันบูลีนนั้นอยู่ในบทที่ 3 การใช้แผนที่คาร์นอฟในการลดรูปฟังก์ชันบูลีนเป็นพื้นฐานสำคัญในการออกแบบวงจรดิจิทัล ซึ่งจะถูกนำไปใช้ในบทต่อ ๆ ไป

บทที่ 4 อธิบายขั้นตอนการวิเคราะห์และออกแบบวงจรเชิงผสม พร้อมแสดงการออกแบบวงจรเชิงผสมที่สำคัญ ๆ เช่น วงจรเปลี่ยนรหัสบีซีดีไปหน่วยแสดงผล 7 ส่วน

บทที่ 5 ครอบคลุมหัวข้อเกี่ยวกับการทำงานของวงจรเชิงผสมมาตรฐาน อันประกอบด้วยวงจรถอดรหัส วงจรเข้ารหัส อุปกรณ์รวมส่งสัญญาณ วงจรบวกฐานสอง วงจรลบฐานสอง และวงจรคูณฐานสอง ซึ่งเป็นวงจรพื้นฐานที่นำไปประยุกต์ใช้สร้างวงจรดิจิทัลที่มีความซับซ้อนมากขึ้นต่อไป รวมถึงอธิบายการทำงานของพีแอลดี ซึ่งเป็นอุปกรณ์ตรรกะแบบโปรแกรมได้ เพื่อใช้ออกแบบวงจรที่มีจำนวนอินพุตและจำนวนเอาต์พุตเป็นจำนวนมาก

วงจรแลตซ์และฟลิปฟล็อปถูกแนะนำในบทที่ 6 วงจรเหล่านี้ถูกใช้เป็นหน่วยความจำของวงจรเชิงลำดับหรือวงจรมีความจำ โดยวงจรฟลิปฟล็อปเป็นหน่วยความจำของวงจรเชิงลำดับแบบประสานเวลา และวงจรแลตซ์เป็นหน่วยความจำของวงจรเชิงลำดับแบบไม่ประสานเวลา

บทที่ 7 เสนอพร้อมยกตัวอย่างการวิเคราะห์และออกแบบวงจรเชิงลำดับแบบประสานเวลา โดยอธิบายเทคนิคและวิธีการที่เป็นที่นิยมที่ใช้ช่วยในการออกแบบวงจรโดยใช้ฟลิปฟล็อปประเภทต่าง ๆ วงจรที่สำคัญที่ศึกษา เช่น วงจรจดจำลำดับ

บทที่ 8 กล่าวถึงวงจรเชิงลำดับแบบประสานเวลาที่สำคัญอย่างมากในวงจรดิจิทัลคือ เรจิสเตอร์และวงจรมัลติเพลกเซอร์ โดยหน้าที่หลักของเรจิสเตอร์คือใช้ทำหน้าที่เก็บข้อมูลในหน่วยความจำก่อนนำไปประมวลผลในวงจรดิจิทัล ส่วนวงจรมัลติเพลกเซอร์นั้นเป็นวงจรเชิงลำดับที่ใช้รับจำนวนในระบบจำนวนฐานสอง

บทที่ 9 อธิบายการทำงานเบื้องต้นของวงจรเชิงลำดับแบบไม่ประสานเวลา ถึงแม้ว่าวงจรเชิงลำดับแบบไม่ประสานเวลาจะไม่ใช่ที่นิยมใช้มากนักในปัจจุบัน แต่การศึกษาการทำงานของวงจรมัลติเพลกเซอร์จะช่วยให้ผู้อ่านเข้าใจปัญหาการออกแบบของวงจรดิจิทัลโดยทั่วไปได้ดียิ่งขึ้น

สุดท้ายนี้ ผู้เขียนขอขอบคุณมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ที่มองเห็นความสำคัญและมอบทุนสนับสนุนการเขียนตำราเล่มนี้ และผลอันเป็นประโยชน์อันใดที่เกิดขึ้นจากตำราเล่มนี้ ผู้เขียนขอมอบแด่บุพการีและครอบครัวที่คอยสนับสนุนและให้กำลังใจผู้เขียนเสมอมา

รองศาสตราจารย์ ดร.ทรงยศ นาคอริยกุล

ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์

มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

มีนาคม 2560

สารบัญ

คำนำ

สารบัญ

บทที่ 1 วงจรดิจิทัลและระบบจำนวน..... 1

บทนำ	1
1.1 วงจรดิจิทัล.....	2
1.2 ระบบจำนวน.....	4
1.3 การแปลงผันระบบจำนวน	9
1.4 การดำเนินการบวก	15
1.5 การดำเนินการคูณ	20
1.6 การแสดงจำนวนลบในระบบจำนวนฐานสอง.....	25
1.7 การดำเนินการลบในระบบจำนวนฐานสอง.....	30
1.8 บทสรุป	34
เอกสารอ้างอิง	35
แบบฝึกหัดท้ายบท	36

บทที่ 2 ลอจิกเกตและพีชคณิตบูลีน 39

บทนำ	39
2.1 ลอจิกเกตหรือประตูสัญญาณตรรกะ.....	40
2.2 พีชคณิตบูลีน.....	51
2.3 การใช้แชนด์เกตและนอร์เกตในการสร้างวงจรลอจิก	61
2.4 แผนภาพเวลา	65
2.5 บทสรุป	67
เอกสารอ้างอิง	70
แบบฝึกหัดท้ายบท	71

บทที่ 3 แผนที่คาร์บอนฟุตพริ้นท์..... 73

บทนำ.....	73
3.1 มินิเทอมและแมกซ์เทอม	74
3.2 การลดรูปฟังก์ชันโดยใช้แผนที่คาร์บอนฟุตพริ้นท์.....	79
3.3 การลดรูปฟังก์ชันบูลีนในรูปแบบใด ๆ โดยใช้แผนที่คาร์บอนฟุตพริ้นท์.....	101
3.4 การลดรูปฟังก์ชันให้อยู่ในรูปผลคูณของผลบวก	105
3.5 กรณีที่ไม่สนใจ	108
3.6 การลดรูปวงจรที่มีหลายเอาต์พุต	111
3.7 บทสรุป	113
เอกสารอ้างอิง	115
แบบฝึกหัดท้ายบท	116

บทที่ 4 วงจรเชิงผสม..... 119

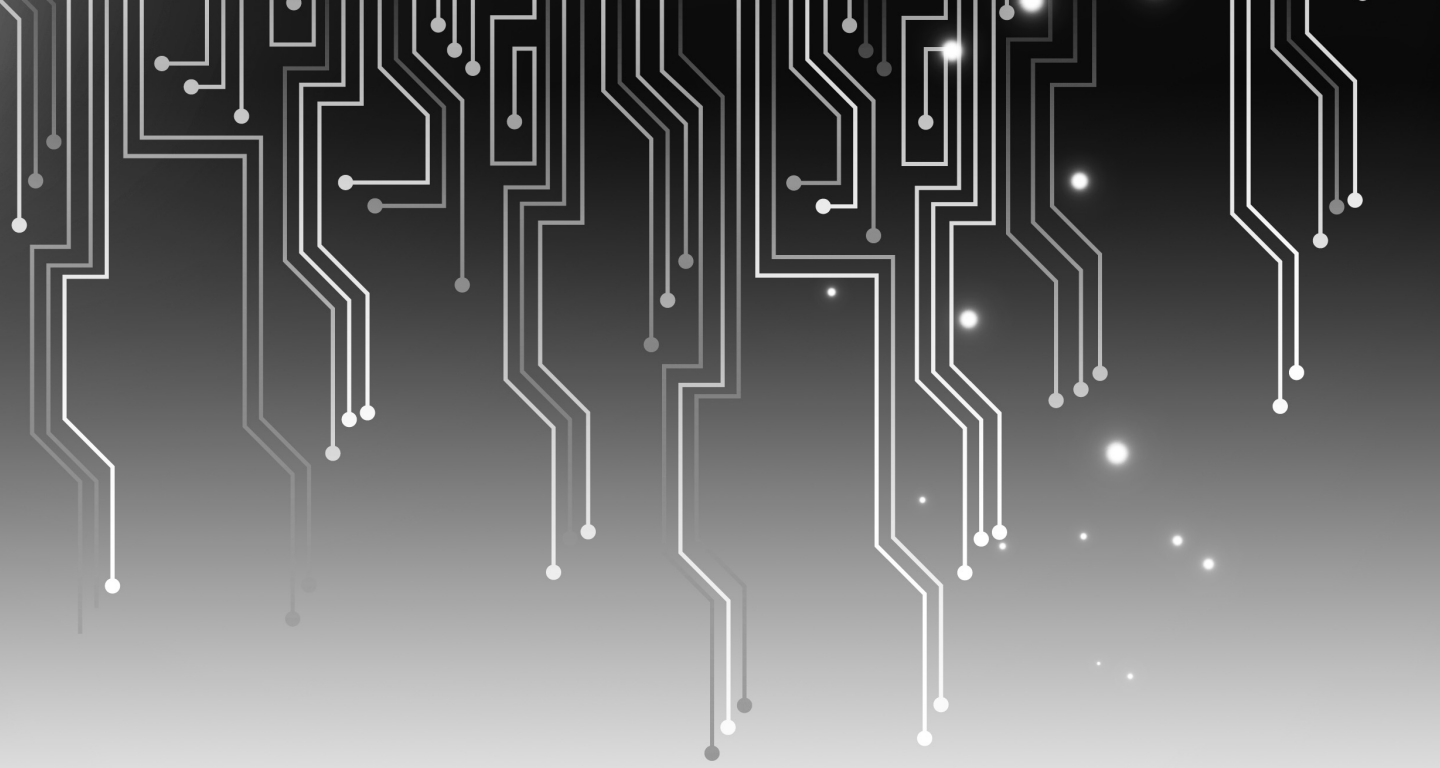
บทนำ.....	119
4.1 การวิเคราะห์วงจรเชิงผสม.....	120
4.2 การออกแบบวงจรเชิงผสม.....	124
4.3 บทสรุป	133
เอกสารอ้างอิง	134
แบบฝึกหัดท้ายบท	135

บทที่ 5 วงจรเชิงผสมมาตรฐานและพีแอลดี..... 137

บทนำ.....	137
5.1 วงจรถอดรหัส	138
5.2 วงจรเข้ารหัส.....	142
5.3 อุปกรณ์รวมส่งสัญญาณ	146
5.4 วงจรบวกฐานสอง	153
5.5 วงจรลบฐานสอง	163

5.6	วงจรคุณฐานสอง	166
5.7	พีแอลดี	168
5.8	บทสรุป	176
	เอกสารอ้างอิง	178
	แบบฝึกหัดท้ายบท	179
บทที่ 6	แลตซ์และฟลิปฟล็อป	183
	บทนำ	183
6.1	วงจรแลตซ์	184
6.2	วงจรฟลิปฟล็อป	193
6.3	บทสรุป	209
	เอกสารอ้างอิง	210
	แบบฝึกหัดท้ายบท	211
บทที่ 7	วงจรเชิงลำดับแบบประสานเวลา	215
	บทนำ	215
7.1	การวิเคราะห์วงจรเชิงลำดับแบบประสานเวลา	217
7.2	การออกแบบวงจรเชิงลำดับแบบประสานเวลา	233
7.3	การลดทอนจำนวนสถานะ	262
7.4	บทสรุป	267
	เอกสารอ้างอิง	268
	แบบฝึกหัดท้ายบท	269
บทที่ 8	เรจิสเตอร์และวงจรมัลติเพลกเซอร์	273
	บทนำ	273
8.1	เรจิสเตอร์	274
8.2	วงจรมัลติเพลกเซอร์	280

8.3 บทสรุป	293
เอกสารอ้างอิง	294
แบบฝึกหัดท้ายบท	295
 บทที่ 9 วงจรเชิงลำดับแบบไม่ประสานเวลา	297
บทนำ	297
9.1 การวิเคราะห์วงจรเชิงลำดับแบบไม่ประสานเวลา.....	300
9.2 กรณีเกิดการแข่งขัน	307
9.3 การออกแบบวงจรเชิงลำดับแบบไม่ประสานเวลา.....	310
9.4 การลดทอนจำนวนสถานะ	321
9.5 ภัย.....	327
9.6 บทสรุป	335
เอกสารอ้างอิง	336
แบบฝึกหัดท้ายบท	337
 อภิธานศัพท์.....	341
ดัชนี	349



บทที่ 1

วงจรดิจิทัลและระบบจำนวน

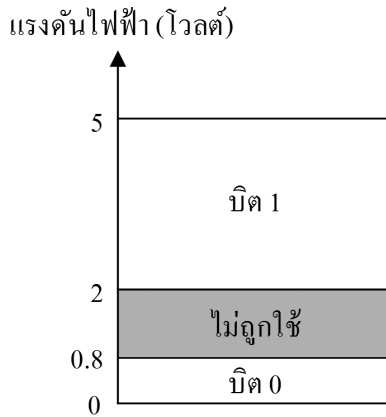
บทนำ

ในช่วงหลายทศวรรษที่ผ่านมา วงจรดิจิทัลได้รับการพัฒนาและแก้ไขอย่างต่อเนื่อง เพราะเป็นองค์ประกอบสำคัญของเครื่องคอมพิวเตอร์และอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์อื่น ๆ เช่น โทรศัพท์มือถือ โทรศัพท์ดิจิทัล เครื่องเล่นเพลง MP3 ฯลฯ การศึกษาและเข้าใจการทำงานของวงจรดิจิทัลจึงมีความสำคัญอย่างมากสำหรับวิศวกรไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์ บทนี้อธิบายการทำงานพื้นฐานของวงจรดิจิทัล เพื่อศึกษาข้อดีและข้อเสียเมื่อเปรียบเทียบกับวงจรแอนะล็อก และศึกษาระบบจำนวนที่ใช้ในวงจรดิจิทัล พร้อมทั้งอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างระบบจำนวนที่ใช้ในวงจรดิจิทัลและระบบจำนวนที่มนุษย์ใช้สื่อสาร นอกจากนี้ เรายังแสดงการดำเนินการคำนวณทางคณิตศาสตร์ พร้อมยกตัวอย่างไม่ว่าจะเป็นการบวก การลบ และการคูณในระบบจำนวนฐานอื่น ๆ ที่สำคัญสำหรับวงจรดิจิทัล เพื่อใช้เป็นความรู้พื้นฐานในการวิเคราะห์และออกแบบวงจรดิจิทัลในบทต่อ ๆ ไป

1.1 วงจรดิจิทัล (Digital Circuit)

วงจรดิจิทัล คือ อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่แสดงค่าและประมวลผลสัญญาณในรูปแบบไม่ต่อเนื่อง (discrete) ซึ่งแตกต่างจากวงจรแอนะล็อกที่ประมวลผลสัญญาณในรูปแบบต่อเนื่อง (continuous) ตัวอย่างการแสดงผลสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องในระบบดิจิทัล คือ การแสดงผลของเวลาในนาฬิกาดิจิทัลจะแสดงหน่วยเป็นชั่วโมงและนาที (และวินาที ในบางรุ่น) ในรูปแบบระบบจำนวนฐานสิบ โดยเปลี่ยนเป็นขั้น ขั้นละ 1 นาที (หรือวินาที) แบบไม่ต่อเนื่อง แต่นาฬิกาในระบบแอนะล็อกจะมีลักษณะเป็นเข็มสั้น เข็มยาว และเข็มวินาที ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงเคลื่อนไหวตลอดเวลา การแสดงตัวเลขในระบบดิจิทัลเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง จึงทำให้ง่ายต่อการอ่านค่ามากกว่าการอ่านค่าตัวเลขในระบบแอนะล็อกที่บ่อยครั้งผู้อ่านต้องกะประมาณหรือปัดค่าตัวเลขที่ได้จากการอ่าน

สัญญาณที่ใช้ในวงจรดิจิทัลโดยส่วนมากจะเป็นค่าแรงดันไฟฟ้า (voltage) หรือ ค่ากระแสไฟฟ้า (current) โดยจะถูกควบคุมผ่านอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่ชื่อทรานซิสเตอร์ (transistor) ที่แสดงค่าสัญญาณ 2 ระดับคือ สูงและต่ำ เพราะเหตุนี้วงจรดิจิทัลเกือบทุกชนิดจะแสดงผลสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องโดยใช้ค่าเพียง 2 ค่าเท่านั้นคือ 1 แทนค่าสูง และ 0 แทนค่าต่ำ โดยเราเรียกค่าเหล่านี้ว่า เลขโดดฐานสอง (binary digit) หรือบิต (bit) หากเราใช้ค่าแรงดันไฟฟ้าในการแสดงสัญญาณ ค่าบิต 0 จะถูกกำหนดให้กับค่าแรงดันไฟฟ้า 0 โวลต์และค่าบิต 1 จะถูกกำหนดให้กับค่าแรงดันไฟฟ้า +5 โวลต์ แต่เนื่องจากค่าแรงดันไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้านั้นอาจเปลี่ยนแปลงได้ง่ายจากสัญญาณรบกวน การกำหนดค่าบิตให้กับช่วงค่าแรงดันไฟฟ้าจึงกำหนดเป็นช่วงนั่นคือ บิต 0 สำหรับค่าแรงดันไฟฟ้าอยู่ในช่วงของ 0 ถึง 0.8 โวลต์ และบิต 1 สำหรับค่าแรงดันไฟฟ้าอยู่ในช่วงของ 2 ถึง 5 โวลต์ [1] ดังแสดงในรูปที่ 1.1 การกำหนดค่าให้กับสัญญาณเพียง 2 ค่าคือ ค่าบิต 0 และ 1 นั้น ก็เพื่อให้วงจรไม่อ่านค่าผิดพลาดได้ง่ายเมื่อมีสัญญาณรบกวน เช่น ค่าแรงดันไฟฟ้า 3.5 โวลต์ จะถูกอ่านเป็นค่าเดียวกับค่าแรงดันไฟฟ้า 4.7 โวลต์ คือค่าบิต 1 นั้นเอง แต่ถ้าหากทำการกำหนดค่าให้กับสัญญาณเป็น 10 ค่า คือแต่ละค่าใช้แสดงช่วงค่าแรงดันไฟฟ้าเท่ากับ 0.5 โวลต์เท่านั้น การอ่านค่าก็จะผิดพลาดได้ง่ายเมื่อมีสัญญาณรบกวนจึงไม่ควรกระทำ



รูปที่ 1.1 การกำหนดค่าบิตให้กับช่วงค่าแรงดันไฟฟ้าในระบบดิจิทัล

วงจรดิจิทัลที่เป็นที่รู้จักกันดีในปัจจุบัน เช่น คอมพิวเตอร์ดิจิทัล โทรศัพท์ดิจิทัล เครื่องคิดเลข นาฬิกาดิจิทัล โทรศัพท์มือถือ เครื่องเล่นเพลงแบบพกพาดิจิทัล กล้องถ่ายรูปดิจิทัล ฯลฯ ตัวอย่างวงจรแอนะล็อกที่ใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น เครื่องขยายเสียง ไมโครโฟน และโทรศัพท์แอนะล็อก อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ในปัจจุบันส่วนมากเป็นระบบดิจิทัลมากกว่าที่จะเป็นระบบแอนะล็อก โดยมีเหตุผลหลัก ๆ ที่ผู้ผลิตอุปกรณ์เหล่านี้ได้เปลี่ยนมาใช้ระบบดิจิทัลแทนนั้นสามารถสรุปเป็นข้อใหญ่ ๆ ได้ดังนี้ [1]

1. ระบบดิจิทัลง่ายต่อการออกแบบ วงจรที่ใช้ระบบดิจิทัลนั้นประกอบไปด้วยอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่เหมือนสวิตช์เปิด-ปิดที่ให้ค่าสูงและค่าต่ำ เพราะฉะนั้นค่าแรงดันไฟฟ้าหรือกระแสไฟฟ้าที่แม่นยำจึงไม่จำเป็น เฉพาะค่าในช่วงสูงหรือต่ำที่ถูกกำหนดเท่านั้นที่จะถูกนำไปใช้ในการออกแบบในระบบดิจิทัล

2. การเก็บข้อมูลในระบบดิจิทัลนั้นทำได้ง่าย โดยสามารถเก็บข้อมูลจำนวนหลายล้านบิตไว้ในอุปกรณ์ขนาดเล็กได้อย่างง่ายดาย ในขณะที่การเก็บข้อมูลจำนวนมากในระบบแอนะล็อกไม่สามารถทำได้ง่ายนัก

3. ความแม่นยำของข้อมูลในระบบดิจิทัลมีสูงกว่า เพราะว่าค่าแรงดันไฟฟ้าหรือกระแสไฟฟ้าที่ถูกบันทึกไว้ในระบบดิจิทัลอยู่ในรูปแบบสูงหรือต่ำ เมื่อค่าสัญญาณเหล่านี้มีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยอันเนื่องมาจากสัญญาณรบกวน ค่าตัวเลขในระบบดิจิทัลจะไม่เปลี่ยนแปลง ซึ่งแตกต่างจากระบบแอนะล็อก

4. คำสั่งในระบบดิจิทัลสามารถโปรแกรมได้ง่าย โดยการใส่คำสั่งในการเขียนโปรแกรมผ่านระบบคอมพิวเตอร์หรือวงจรดิจิทัลต่าง ๆ และทำได้อย่างรวดเร็ว ในขณะที่ระบบแอนะล็อกก็สามารถโปรแกรมได้แต่การเขียนคำสั่งทำได้อย่างยากลำบากและจำกัด

5. วงจรดิจิทัลสามารถประดิษฐ์ (fabricate) ลงบนไอซีหรือวงจรรวม (IC หรือ integrated circuit) ได้ง่ายและมีราคาถูก ระบบดิจิทัลได้รับผลประโยชน์จากเทคโนโลยีไอซีมากกว่าระบบแอนะล็อก จึงทำให้มีราคาถูกกว่าเป็นอย่างมาก

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้น วงจรดิจิทัลจึงประมวลผลสัญญาณและแสดงค่าจำนวนในระบบจำนวนฐานสองคือ 0 และ 1 เท่านั้น แต่ระบบจำนวนที่ใช้ในชีวิตประจำวันของมนุษย์คือ ระบบจำนวนฐานสิบ ดังนั้น เราจึงมีความจำเป็นที่ต้องศึกษาและอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างระบบจำนวนที่สำคัญ ๆ ที่ใช้แสดงจำนวนในวงจรดิจิทัล ก่อนที่เราจะทำการวิเคราะห์และออกแบบวงจรดิจิทัลในบทต่อ ๆ ไป

1.2 ระบบจำนวน (Number System)

ระบบจำนวนที่ใช้แสดงจำนวนนั้นมีอยู่หลายระบบ โดยระบบที่เป็นที่นิยม ได้แก่ ระบบจำนวนฐานสอง ระบบจำนวนฐานแปด ระบบจำนวนฐานสิบ และระบบจำนวนฐานสิบหก โดยระบบจำนวนฐานสองนั้นเป็นระบบจำนวนฐานหลักที่ใช้ในวงจรดิจิทัล ระบบจำนวนฐานสิบเป็นระบบที่ใช้สื่อสารกันระหว่างมนุษย์ ส่วนระบบจำนวนฐานแปดและฐานสิบหกนั้นใช้เพื่อแสดงจำนวนฐานสองในทางอ้อม เนื่องจากจำนวนฐานเหล่านี้สามารถถูกแปลงเป็นจำนวนฐานสองได้ง่าย

1.2.1 ระบบจำนวนฐานสิบ (Decimal Number System)

ระบบจำนวนฐานสิบเป็นที่เข้าใจได้ง่ายที่สุดเพราะว่าเป็นระบบจำนวนที่ใช้ในชีวิตประจำวันของมนุษย์โดยสัญลักษณ์ที่ใช้ในระบบนี้อยู่ทั้งหมด 10 ตัวด้วยกัน ได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9 ที่เราใช้ระบบจำนวนนี้ก็เนื่องจากมนุษย์นั้นมีนิ้วมือ 10 นิ้วนั่นเอง ค่าจำนวนใด ๆ ก็ตามสามารถถูกแสดงโดยใช้สัญลักษณ์เหล่านี้ โดยค่าของแต่ละสัญลักษณ์ขึ้นอยู่กับตำแหน่งที่สัญลักษณ์นั้นถูกแสดง ยกตัวอย่างเช่น จำนวนฐานสิบ 4,632.5 นั้นใช้สำหรับแสดงค่า จำนวน 4 พันบวก 6 ร้อยบวก 3 สิบบวก 2 และเศษ 5 ส่วนสิบหน่วย โดย

หลักพัน หลักร้อย และหลักอื่น ๆ เป็นค่าประจำหลักในระบบจำนวนฐานสิบ ซึ่งมีค่าเท่ากับ เลขสิบยกกำลังตำแหน่งของตำแหน่งประจำหลัก นั่นคือ จำนวน 4,632.5 เขียนในรูปแบบ สมการได้ดังนี้

$$4,632.5 = (4 \times 10^{+3}) + (6 \times 10^{+2}) + (3 \times 10^{+1}) + (2 \times 10^{+0}) + (5 \times 10^{-1})$$

สำหรับตัวอย่างข้างต้น เลข 4 เป็นตัวเลขที่มีนัยสำคัญสูงสุด (most significant digit หรือ MSD) เพราะมีค่าประจำหลักเป็นหนึ่งพันและเลข 5 เป็นตัวเลขที่มีนัยสำคัญต่ำสุด (least significant digit หรือ LSD) เพราะมีค่าประจำหลักเป็นเศษหนึ่งส่วนสิบเท่านั้น โดยทั่วไปแล้วจำนวนใด ๆ ในระบบจำนวนฐานสิบสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปคือ

$$A_n A_{n-1} \dots A_1 A_0 . A_{-1} \dots A_{-m}$$

โดย

- . คือ จุดทศนิยม (decimal point) ที่ใช้แยกจำนวนเต็มและจำนวนเศษส่วน
- A_i คือ ค่าสัมประสิทธิ์ในระบบจำนวนฐานสิบ (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
- A_n คือ ตัวเลขที่มีนัยสำคัญสูงสุด (MSD)
- A_{-m} คือ ตัวเลขที่มีนัยสำคัญต่ำสุด (LSD)

และตัวห้อย i ในแต่ละตำแหน่งใช้ระบุค่ากำลังของเลขประจำตำแหน่งนั้น เพราะฉะนั้น ตัวอย่างข้างต้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบคณิตศาสตร์ได้คือ

$$A_n \times 10^n + A_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + A_1 \times 10^1 + A_0 \times 10^0 + A_{-1} \times 10^{-1} + \dots + A_{-m} \times 10^{-m}$$

เลข 10 คือเลขฐานสำหรับระบบจำนวนฐานสิบ และ 10^i คือค่าที่ใช้คูณกับค่าสัมประสิทธิ์ A_i ในแต่ละหลัก

ขอบเขตของจำนวนที่สามารถแสดงได้นั้นขึ้นอยู่กับจำนวนหลักทั้งหมดที่ใช้ในการแสดงจำนวน ในระบบจำนวนฐานสิบเนื่องจากแต่ละหลักในระบบจำนวนฐานสิบสามารถแสดงค่าได้ 10 สัญลักษณ์ในการแสดงเลขจำนวนเต็ม (ไม่มีตัวเลขหลังจุดทศนิยม) ถ้าตัวเลขมีทั้งหมด N หลัก จะสามารถแสดงค่าได้ทั้งหมด 10^N จำนวนโดยมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง $10^N - 1$

ยกตัวอย่างเช่น ตัวเลข 2 หลักในระบบจำนวนฐานสิบจะสามารถแสดงจำนวนเต็มได้ทั้งหมด 10×10 หรือ 100 ค่าตั้งแต่ 0 ถึง 99 นั่นเอง การใช้ตัวเลข N หลักในการแสดงเศษส่วน (ตัวเลขหลังจุดทศนิยม) จะสามารถแสดงค่าได้ตั้งแต่ 0 ถึง $(10^N - 1)/10^N$ เช่น ตัวเลข 2 หลักหลังจุดทศนิยมจะแสดงค่าได้ตั้งแต่ 0 ถึง $(10^2 - 1)/10^2$ หรือตั้งแต่ 0.0 ถึง 0.99

1.2.2 ระบบจำนวนฐานสอง (Binary Number System)

ในระบบจำนวนฐานสองนั้น มีสัญลักษณ์ที่ใช้ในระบบอยู่ 2 ตัวด้วยกันคือ 0 และ 1 โดยค่าของแต่ละสัญลักษณ์นั้นขึ้นอยู่กับตำแหน่งที่ถูกแสดงเช่นเดียวกับระบบจำนวนฐานสิบ แต่ต่างกันที่ค่าประจำหลักจะเป็นเลขยกกำลังของสอง (เปรียบเทียบกับเลขยกกำลังของสิบในระบบจำนวนฐานสิบ) ตัวอย่างของตัวเลขในระบบจำนวนฐานสอง เช่น

$$1011.11_2$$

โดยใช้เครื่องหมาย . ที่เรียกว่าจุดทวินิยม (binary point) ในการแยกจำนวนเต็มและเศษส่วน โดยตัวเลขฐานสองหรือบิตที่อยู่ทางซ้ายของจุดทวินิยมใช้แสดงจำนวนเต็ม และบิตทางขวาของจุดทวินิยมใช้แสดงเศษส่วน บิตที่อยู่ตำแหน่งซ้ายสุดจะมีนัยสำคัญสูงสุด (most significant bit หรือ MSB) เพราะมีค่าประจำหลักสูงที่สุดและบิตที่อยู่ตำแหน่งขวาสุดจะมีนัยสำคัญต่ำสุด (least significant bit หรือ LSB) และเลขห้อย 2 ใช้เพื่อระบุเลขฐานของจำนวน การหาค่าที่เท่ากันในระบบจำนวนฐานสิบ ก็ทำได้ด้วยการนำเลขบิตไปคูณกับค่าประจำหลักของแต่ละบิต จะได้ว่า

$$1011.11_2 = (1 \times 2^{+3}) + (0 \times 2^{+2}) + (1 \times 2^{+1}) + (1 \times 2^{+0}) + (1 \times 2^{-1}) + (1 \times 2^{-2}) = 11.75_{10}$$

โดยค่าประจำตำแหน่งของบิตที่อยู่ทางซ้ายของจุดทวินิยมจะเริ่มต้นที่ 2^0 เป็นต้นไป ขณะที่ค่าประจำตำแหน่งของบิตที่อยู่ทางขวาของจุดทวินิยมจะเริ่มต้นที่ 2^{-1} เป็นต้นไป

ขอบเขตของจำนวนที่สามารถแสดงได้ในระบบจำนวนฐานสองนั้นขึ้นอยู่กับจำนวนบิตทั้งหมดที่ใช้ในการแสดงจำนวน ในการแสดงเลขจำนวนเต็ม (ไม่มีตัวเลขหลังจุดทวินิยม) ถ้าจำนวนมีทั้งหมด N บิต จะสามารถแสดงค่าได้ทั้งหมด 2^N ค่าโดยมีค่าตั้งแต่

0 ถึง $2^N - 1$ ในระบบจำนวนฐานสิบ ยกตัวอย่างเช่น ตัวเลข 8 บิตในระบบจำนวนฐานสอง จะสามารถแสดงจำนวนเต็มได้ตั้งแต่ 0 ถึง $2^8 - 1$ หรือตั้งแต่ 0 ถึง 255 ในระบบจำนวนฐานสิบ การใช้ตัวเลข N หลักในการแสดงเศษส่วน (ตัวเลขหลังจุดทวินิยม) จะสามารถแสดงค่าได้ตั้งแต่ 0 ถึง $(2^N - 1)/2^N$ เช่น ตัวเลข 8 บิตหลังจุดทวินิยมจะแสดงค่าได้ตั้งแต่ 0 ถึง $(2^8 - 1)/2^8$ หรือตั้งแต่ 0.0 ถึง 0.99609375 ในระบบจำนวนฐานสิบ

ตัวอย่างที่ 1.1

การแสดงจำนวนเต็ม 320_{10} ต้องใช้อย่างน้อยกี่บิตในระบบจำนวนฐานสอง

วิธีทำ

ถ้าใช้ 8 บิต เราสามารถแสดงจำนวนเต็มในระบบจำนวนฐานสิบได้ตั้งแต่ 0 ถึง $2^8 - 1 = 255_{10}$ ซึ่งจะเห็นว่าไม่เพียงพอในการแสดงค่า 320_{10} หากเราใช้ 9 บิต เราจะแสดงจำนวนเต็มได้ตั้งแต่ 0 ถึง $2^9 - 1 = 511_{10}$ เพราะฉะนั้นเราจึงต้องใช้อย่างน้อย 9 บิตในการแสดงจำนวนเต็ม 320_{10}

1.2.3 ระบบจำนวนฐานแปดและฐานสิบหก (Octal and Hexadecimal Number System)

ระบบจำนวนฐานแปดมีสัญลักษณ์ที่ใช้อยู่ 8 สัญลักษณ์ อันได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 และ 7 ส่วนระบบจำนวนฐานสิบหกนั้นจะใช้สัญลักษณ์ทั้งหมด 16 สัญลักษณ์ ได้แก่ ตัวเลข 0 ถึง 9 และตัวอักษร A, B, C, D, E และ F ซึ่งมีค่าเท่ากับ 10, 11, 12, 13, 14 และ 15 ในระบบจำนวนฐานสิบตามลำดับ ตารางที่ 1.1 แสดงจำนวน 17 ตัวแรกในระบบจำนวนฐานสิบ ฐานสอง ฐานแปด และฐานสิบหก

ตารางที่ 1.1 จำนวนในระบบจำนวนฐานต่าง ๆ

ฐานสิบ (decimal)	ฐานสอง (binary)	ฐานแปด (octal)	ฐานสิบหก (hexadecimal)
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

ระบบจำนวนฐานแปดและฐานสิบหกมีความสำคัญในการแสดงจำนวนในระบบจำนวนฐานสอง เนื่องจากทั้ง 2 ระบบมีค่าเท่ากับเลขยกกำลังของสอง โดย $2^3 = 8$ และ $2^4 = 16$ ดังนั้น 1 สัญลักษณ์ในระบบจำนวนฐานแปดจึงแปลงเป็นจำนวนฐานสองได้ 3 บิต และ 1 สัญลักษณ์ในระบบจำนวนฐานสิบหกแปลงเป็นจำนวนฐานสองได้ 4 บิต เมื่อจำนวนบิตในระบบจำนวนฐานสองมีจำนวนมาก เรามักจะแสดงกลุ่มตัวเลขดังกล่าวในระบบจำนวนฐานแปดหรือฐานสิบหกซึ่งใช้จำนวนสัญลักษณ์น้อยกว่า 3 และ 4 เท่าตามลำดับ เพื่อสะดวกในการบันทึกและจดจำ โดยเราจะกล่าวถึงวิธีการแปลงผันจากระบบจำนวนฐานสองเป็นฐานแปดหรือฐานสิบหกในหัวข้อต่อไป

1.3 การแปลงผั้ระบบจำนวน

1.3.1 การแปลงผั้จากฐานสองเป็นฐานสิบ

การแปลงผั้จำนวนในระบบจำนวนฐานสองเป็นจำนวนในระบบจำนวนฐานสิบนั้นทำได้โดยการบวกผลคูณของค่าสัมประสิทธิ์ที่เป็น 1 กับค่าประจำตำแหน่งในระบบจำนวนฐานสอง ดังตัวอย่างที่ 1.2

ตัวอย่างที่ 1.2

จงเปลี่ยน 11010.101_2 ในระบบจำนวนฐานสองให้อยู่ในระบบจำนวนฐานสิบ

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 11010.101_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= 16 + 8 + 0 + 2 + 0 + 0.5 + 0 + 0.125 \\ &= 26.625_{10} \end{aligned}$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์ที่เป็น 1 ในระบบจำนวนฐานสองเท่านั้นที่จะส่งผลต่อผลรวมหรือค่าที่ได้ในระบบจำนวนฐานสิบ โดยค่าประจำตำแหน่งของบิตที่อยู่ทางซ้ายของจุดทวินิยมจะเริ่มต้นที่ 2^0 เป็นต้นไป ขณะที่ค่าประจำตำแหน่งของบิตที่อยู่ทางขวาของจุดทวินิยมจะเริ่มต้นที่ 2^{-1} เป็นต้นไป

1.3.2 การแปลงผั้จากฐานสิบเป็นฐานสอง

ในการแปลงผั้จำนวนในระบบจำนวนฐานสิบให้เป็นจำนวนที่มีค่าเท่ากันในระบบจำนวนฐานสองต้องทำการแบ่งจำนวนฐานสิบนั้นออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนที่เป็นจำนวนเต็มกับส่วนที่เป็นเศษส่วน (ในกรณีที่มีเลขนั้นมีเศษส่วน) เพราะว่าวิธีการเปลี่ยนของทั้ง 2 ส่วนนั้นต่างกัน ในการเปลี่ยนจำนวนเต็มทำได้โดยการหารจำนวนนั้นและผลลัพธ์ด้วยเลข 2 ซ้ำ ๆ จนกระทั่งผลลัพธ์เป็น 0 และเศษที่ได้จากการหารแต่ละครั้งคือค่าบิตในจำนวนฐานสอง วิธีการเปลี่ยนเศษส่วนนั้นก็ทำคล้ายกันเพียงแต่เปลี่ยนจากการหารเป็นการคูณ $[2, 3]$ ดังแสดงในตัวอย่างที่ 1.3 ถึง 1.5

ตัวอย่างที่ 1.3

จงเปลี่ยน 19_{10} ในระบบจำนวนฐานสิบให้อยู่ในระบบจำนวนฐานสอง

วิธีทำ

$2 \overline{)19}$	เศษ 1	▲	LSB
$2 \overline{)9}$	เศษ 1		
$2 \overline{)4}$	เศษ 0		อ่านค่าเศษจากล่างขึ้นบน
$2 \overline{)2}$	เศษ 0		
$2 \overline{)1}$	เศษ 1		MSB
0		←	
หยุดเมื่อผลลัพธ์เป็น 0			

เพราะฉะนั้น $19_{10} = 10011_2$

ตัวอย่างที่ 1.4

จงเปลี่ยน 0.375_{10} ในระบบจำนวนฐานสิบให้อยู่ในระบบจำนวนฐานสอง

วิธีทำ

ในตัวอย่างนี้มีกระบวนการคำนวณคล้ายกับการเปลี่ยนเลขจำนวนเต็ม แต่เปลี่ยนจากการหารด้วย 2 เป็นการคูณด้วย 2 และให้นำเฉพาะเศษส่วนที่ได้ไปทำการคูณต่อไปเรื่อย ๆ จนกว่าเศษส่วนที่ได้จะเป็นศูนย์ หรือได้จำนวนบิตหลังจุดทวินิยมตามที่ต้องการ และจำนวนเต็มที่ได้จากการคูณแต่ละครั้งคือค่าบิตในจำนวนฐานสองที่เราต้องการ

	จำนวนเต็ม		เศษส่วน	
$0.375 \times 2 =$	0	↓	+	0.750
$0.750 \times 2 =$	1		+	0.500
$0.500 \times 2 =$	1	↓	+	0.000
อ่านค่าจำนวนเต็มจากบนลงล่าง				หยุดเมื่อเศษส่วนเป็น 0

เพราะฉะนั้น $0.375_{10} = 0.011_2$ ให้สังเกตว่าเวลาอ่านค่าให้อ่านค่าของจำนวนเต็มที่ได้จากการคูณจากบนลงล่าง ซึ่งจะแตกต่างกับการเปลี่ยนเลขจำนวนเต็มในตัวอย่างที่ 1.3 ที่ต้องอ่านค่าของเศษที่ได้จากการหารจากล่างขึ้นบน

ตัวอย่างที่ 1.5

จงเปลี่ยน 22.625_{10} ในระบบจำนวนฐานสิบให้อยู่ในระบบจำนวนฐานสอง

วิธีทำ

สำหรับจำนวนที่ประกอบไปด้วยจำนวนเต็มและเศษส่วน ให้ทำการแยกจำนวนนั้นออกเป็น 2 ส่วนและเปลี่ยนตามขั้นตอน จากนั้นจึงนำผลลัพธ์ที่ได้มารวมกัน

ขั้นที่ 1 เปลี่ยนจำนวนเต็ม 22_{10} เป็นจำนวนฐานสอง

2) <u>22</u>	เศษ 0	↑	LSB
2) <u>11</u>	เศษ 1		
2) <u>5</u>	เศษ 1		อ่านค่าเศษจากล่างขึ้นบน
2) <u>2</u>	เศษ 0		
2) <u>1</u>	เศษ 1		MSB
0	←	หยุดเมื่อผลลัพธ์เป็น 0	

เพราะฉะนั้น $22_{10} = 10110_2$

ขั้นที่ 2 เปลี่ยนเศษส่วน 0.625_{10} เป็นจำนวนฐานสอง

	จำนวนเต็ม		เศษส่วน
$0.625 \times 2 =$	1	↓	0.250
$0.250 \times 2 =$	0		0.500
$0.500 \times 2 =$	1	↓	0.000
	อ่านค่าจำนวนเต็มจากบนลงล่าง		หยุดเมื่อเศษส่วนเป็น 0

เพราะฉะนั้น $0.625_{10} = 0.101_2$

ขั้นที่ 3 รวมผลลัพธ์ที่ได้จากขั้นที่ 1 และ 2 จะได้ว่า $22.625_{10} = 10110.101_2$

1.3.3 การแปลงผัระหว่างฐานแปดหรือฐานสิบหกกับฐานสิบ

ในการแปลงผัระหว่างฐานแปดกับฐานสิบ หรือระหว่างฐานสิบหกกับฐานสิบ ทำได้โดยใช้วิธีที่กล่าวมาแล้วข้างต้น เพียงแต่เปลี่ยนไปใช้ตัวเลขประจำตำแหน่งสำหรับค่าฐานที่เหมาะสมในการแปลงผัคือเลข 8 สำหรับระบบจำนวนฐานแปดและเลข 16 สำหรับระบบจำนวนฐานสิบหก

ตัวอย่างที่ 1.6

จงเปลี่ยน $9C1.B_{16}$ ในระบบจำนวนฐานสิบหกให้อยู่ในระบบจำนวนฐานสิบ

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 9C1.B_{16} &= 9 \times 16^2 + 12 \times 16^1 + 1 \times 16^0 + 11 \times 16^{-1} \\ &= 2304 + 192 + 1 + 0.6875 \\ &= 2497.6875_{10} \end{aligned}$$

โดยที่สัญลักษณ์ B และ C ถูกแทนค่าด้วย 11 และ 12 ในการเปลี่ยนค่าเป็นระบบจำนวนฐานสิบ

ตัวอย่างที่ 1.7

จงเปลี่ยน 22.625_{10} ในระบบจำนวนฐานสิบให้อยู่ในระบบจำนวนฐานแปดและฐานสิบหก

วิธีทำ

ในการเปลี่ยนเป็นระบบจำนวนฐานแปดทำคล้ายระบบจำนวนฐานสองแต่ให้ใช้เลข 8 แทนเลข 2 ดังนี้

$$\begin{array}{r} \text{เปลี่ยนจำนวนเต็ม } 22_{10} \text{ เป็นจำนวนฐานแปด} \\ 8 \overline{)22} \text{ เศษ } 6 \\ 8 \overline{)2} \text{ เศษ } 2 \\ 0 \end{array}$$

เพราะฉะนั้นเมื่ออ่านค่าเศษจากล่างขึ้นบน เราจะได้ว่า $22_{10} = 26_8$

เปลี่ยนเศษส่วน 0.625 เป็นจำนวนฐานแปด

จำนวนเต็ม เศษส่วน

$$0.625 \times 8 = 5 + 0.000$$

เพราะฉะนั้นเมื่ออ่านค่าจำนวนเต็มจากบนลงล่าง เราจะได้ $0.625_{10} = 0.5_8$

เมื่อรวมผลลัพธ์ที่ได้ จึงสรุปได้ว่า $22.625_{10} = 26.5_8$

ในการเปลี่ยนเป็นระบบจำนวนฐานสิบหก เราต้องใช้เลข 16 ในการทำการหารจำนวนเต็ม และคูณเศษส่วนดังต่อไปนี้

เปลี่ยนจำนวนเต็ม 22_{10} เป็นจำนวนฐานสิบหก

$$16 \overline{)22} \text{ เศษ } 6$$

$$16 \overline{)1} \text{ เศษ } 1$$

0

เพราะฉะนั้น $22_{10} = 16_{16}$

เปลี่ยนเศษส่วน 0.625 เป็นจำนวนฐานสิบหก

จำนวนเต็ม เศษส่วน

$$0.625 \times 16 = 10 + 0.000$$

จำนวนเต็ม 10 ในระบบจำนวนฐานสิบหกคือสัญลักษณ์ A ดังนั้น $0.625_{10} = 0.A_{16}$

เราจึงสรุปได้ว่า $22.625_{10} = 16.A_{16}$

1.3.4 การแปลงผันระหว่างฐานแปดหรือฐานสิบหกกับฐานสอง

การแปลงผันระหว่างฐานสองกับฐานแปดหรือฐานสิบหกสามารถทำได้ง่าย ๆ เพราะ $2^3 = 8$ และ $2^4 = 16$ ดังนั้น ในการเปลี่ยนจำนวนฐานแปดเป็นจำนวนฐานสองจึงทำได้โดยการเปลี่ยนแต่ละสัญลักษณ์ในระบบจำนวนฐานแปดเป็นจำนวนฐานสอง 3 บิตได้โดยตรง และการเปลี่ยนจำนวนฐานสิบหกเป็นจำนวนฐานสองให้เปลี่ยนแต่ละสัญลักษณ์ในระบบจำนวนฐานสิบหกให้เป็นจำนวนฐานสอง 4 บิตดังแสดงในตารางที่ 1.1

ตัวอย่างที่ 1.8

จงเปลี่ยน $2AF_{16}$ ให้อยู่ในระบบจำนวนฐานสอง

วิธีทำ

ให้เปลี่ยนสัญลักษณ์แต่ละตัวในระบบจำนวนฐานสิบหกเป็นจำนวนฐานสองโดยใช้ 4 บิต สำหรับแต่ละสัญลักษณ์ (จากตารางที่ 1.1)

$$2AF_{16} = \underbrace{0010}_2 \underbrace{1010}_A \underbrace{1111}_F = 001010101111_2$$

ในการเปลี่ยนจำนวนฐานสองเป็นจำนวนฐานแปด ให้แบ่งกลุ่มจำนวนฐานสองเป็นกลุ่มละ 3 บิตโดยใช้จุดทวินิยมเป็นจุดอ้างอิง สำหรับกลุ่มจำนวนเต็มทางซ้ายสุดที่ไม่ครบ 3 บิตให้เติม 0 ทางซ้ายจนกว่าจะครบ 3 บิต ส่วนกลุ่มเศษส่วนทางขวาสุดที่ไม่ครบ 3 บิตให้เติม 0 ทางขวาจนกว่าจะครบ 3 บิต จากนั้นจึงแปลงแต่ละกลุ่มเป็นเลขโดดฐานแปด ส่วนการเปลี่ยนจำนวนฐานสองเป็นจำนวนฐานสิบหกให้แบ่งกลุ่มจำนวนฐานสองเป็นกลุ่มละ 4 บิตโดยใช้จุดทวินิยมเป็นจุดอ้างอิง และถ้ากลุ่มจำนวนเต็มที่ไม่ครบ 4 บิตให้เติม 0 ทางซ้ายจนกว่าจะครบ 4 บิตและกลุ่มเศษส่วนที่ไม่ครบ 4 บิตก็ให้เติม 0 ทางขวาจนกว่าจะครบ 4 บิต จากนั้นจึงแปลงแต่ละกลุ่มเป็นสัญลักษณ์ในระบบจำนวนฐานสิบหก

ตัวอย่างที่ 1.9

จงเปลี่ยน 1011010.01_2 ให้อยู่ในระบบจำนวนฐานแปดและฐานสิบหก

วิธีทำ

เปลี่ยน 1011010.01_2 ให้อยู่ในระบบจำนวนฐานแปด

$$1011010.01_2 = 001011010.010 = \underbrace{001}_1 \underbrace{011}_3 \underbrace{010}_2 \underbrace{010}_2 = 132.2_8$$

เปลี่ยน 1011010.01_2 ให้อยู่ในระบบจำนวนฐานสิบหก

$$1011010.01_2 = 01011010.0100_2 = \underbrace{0101}_{5} \underbrace{1010}_{A} \underbrace{0100}_{4} = 5A.4_{16}$$

ผู้อ่านสามารถตรวจคำตอบที่ได้ โดยทำการแปลงคำตอบที่ได้นี้ในระบบจำนวนฐานแปดและฐานสิบหกเป็นระบบจำนวนฐานสิบ เพื่อเปรียบเทียบกับค่าตรงกับค่าที่ได้จากการเปลี่ยนจำนวน 1011010.01_2 เป็นระบบจำนวนฐานสิบหรือไม่ โดยค่าที่ได้ต้องตรงกันเนื่องจากใช้แสดงค่าจำนวนเดียวกันนั่นเอง

1.4 การดำเนินการบวก

การดำเนินการบวกในระบบจำนวนฐานสอง ฐานแปด และฐานสิบหก ก็กระทำในลักษณะเดียวกันกับระบบจำนวนฐานสิบ โดยจะทำการบวกทีละตำแหน่ง เริ่มจากการบวกตัวเลขหลักทางขวาสุดของตัวตั้งและตัวบวกก่อนซึ่งมีนัยสำคัญต่ำสุด ถ้าผลบวกมีค่ามากกว่าที่จะแสดงได้ทั้งหมดในหลักนั้น ก็จะทำให้เกิดตัวทดไปหลักถัดไปทางซ้าย และจะทำการบวกในลักษณะนี้จนครบทุกหลักจนได้ผลบวกสุดท้าย ในการดำเนินการบวกตัวเลขแต่ละหลักในระบบจำนวนฐานอื่นที่ไม่ใช่ระบบจำนวนฐานสิบ เราสามารถเปลี่ยนตัวเลขหลักนั้นเป็นระบบจำนวนฐานสิบก่อนและดำเนินการบวกในระบบจำนวนฐานสิบ จากนั้นจึงเปลี่ยนผลบวกที่ได้กลับเป็นระบบจำนวนฐานที่ต้องการในหลักนั้น

ในการดำเนินการบวกของจำนวนฐานสอง 2 จำนวนนั้น ให้ดำเนินการบวกทีละบิตโดยเริ่มจากบิตทางขวาสุดก่อน โดยใช้ตารางการบวกเลขโดดฐานสอง (ตารางที่ 1.2) เพื่อช่วยในการบวก ผลบวกในแต่ละหลักเป็นได้แค่ 0 หรือ 1 เท่านั้น หากการบวกในตำแหน่งใดมีผลบวกมากกว่า 1 จะเกิดตัวทดขึ้นในตำแหน่งถัดไป (เปรียบเทียบกับกรบวกในระบบจำนวนฐานสิบที่จะเกิดตัวทดขึ้นในกรณีที่ผลบวกมีค่ามากกว่า 9) ตัวอย่างที่ 1.10 แสดงการบวกจำนวนฐานสองอย่างเป็นขั้นตอน

ตารางที่ 1.2 ตารางการบวกเลขโดดฐานสอง

ผลบวกเลขโดดฐานสอง	หมายเหตุ
$0 + 0 = 0$ $0 + 1 = 1$ $1 + 0 = 1$ $1 + 1 = 10$ (หรือ 2_{10}) $1 + 1 + 1 = 11$ (หรือ 3_{10})	จะได้ผลบวกเป็น 0 และทด 1 ไปหลักถัดไปทางซ้าย จะได้ผลบวกเป็น 1 และทด 1 ไปหลักถัดไปทางซ้าย

ตัวอย่างที่ 1.10

จงหาผลบวกของ $1011_2 + 111_2$ และแสดงผลลัพธ์ในระบบจำนวนฐานสอง

วิธีทำ

ในขั้นแรก เราจะทำการบวกเลขบิตที่มีนัยสำคัญต่ำสุด ที่อยู่ทางขวาสุดของตัวตั้งและตัวบวก จะได้ 1 (ตัวตั้ง) + 1 (ตัวบวก) = 10 นั่นคือจะได้ผลบวกเป็น 0 และทดตัวทด 1 ไปหลักถัดไปทางซ้าย

$$\begin{array}{r}
 \text{ตัวทด} \qquad \qquad \qquad 1 \\
 \text{ตัวตั้ง} \qquad \qquad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \\
 \text{ตัวบวก} \quad + \qquad \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 \hline
 \text{ผลบวก} \qquad \qquad \qquad 0
 \end{array}$$

ขั้นต่อไป เราจะบวกบิตตำแหน่งที่สองจากขวาสุด ซึ่งจะต้องนำตัวทดมาคิดด้วย จะได้ 1 (ตัวตั้ง) + 1 (ตัวบวก) + 1 (ตัวทด) = 11 หรือผลบวกเป็น 1 และทด 1 ไปหลักถัดไปทางซ้าย

ตัวทด		1	1	
ตัวตั้ง		1	0	1
ตัวบวก	+		1	1
ผลบวก			1	0

การบวกบิตตำแหน่งที่สามจากขวาสุด จะได้ 0 (ตัวตั้ง) + 1 (ตัวบวก) + 1 (ตัวทด) = 10 หรือผลบวกเป็น 0 และทด 1 ไปหลักถัดไปทางซ้ายนั่นเอง

ตัวทด		1	1	1
ตัวตั้ง		1	0	1
ตัวบวก	+		1	1
ผลบวก		0	1	0

การบวกบิตในตำแหน่งซ้ายสุด เราจะเห็นว่าตัวตั้งเป็น 1 ตัวบวกไม่มีค่าบิตหรือมีค่าเป็น 0 และตัวทดเป็น 1 จึงได้ผลบวกเป็น 1 (ตัวตั้ง) + 0 (ตัวบวก) + 1 (ตัวทด) = 10 หรือผลบวกเป็น 0 และทด 1 ไปหลักถัดไปทางซ้าย แต่เนื่องจากหลักที่ห้าจากทางขวา ตัวตั้งและตัวบวกเป็น 0 ผลบวกที่ได้ในหลักนี้จึงมีค่าเท่ากับตัวทดคือ 1 นั่นเอง

ตัวทด		1	1	1	1
ตัวตั้ง			1	0	1
ตัวบวก	+		0	1	1
ผลบวก		1	0	0	1

เพราะฉะนั้น 1011_2 (หรือ 11_{10}) + 111_2 (หรือ 7_{10}) = 10010_2 (หรือ 18_{10})

ในการบวกจำนวนฐานแปด ผลบวกในแต่ละหลักเป็นได้แค่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 และ 7 หากผลบวกหลักใดเกิน 7 จะเกิดตัวทดไปหลักถัดไปทางซ้าย โดยเราสามารถเปลี่ยนตัวเลขแต่ละหลักในระบบจำนวนฐานแปดเป็นระบบจำนวนฐานสิบ จากนั้นทำการบวกเลขแต่ละหลักในระบบจำนวนฐานสิบ แล้วจึงเปลี่ยนผลบวกในแต่ละหลักที่ได้เป็นระบบจำนวนฐานแปดต่อไป ดังแสดงในตัวอย่างที่ 1.11

ตัวอย่างที่ 1.11

จงหาผลบวกของ $625_8 + 437_8$ และแสดงผลลัพธ์ที่ได้ในระบบจำนวนฐานแปด

วิธีทำ

เราเริ่มทำการบวกเลขในหลักที่อยู่ทางขวาสุดของตัวตั้ง (5_8) และตัวบวก (7_8) ก่อน โดยทำการแปลงทั้ง 2 ตัวเลขเป็นจำนวนฐานสิบจะได้ผลบวกเป็น $5_8 + 7_8 = 5_{10} + 7_{10} = 12_{10}$ จากนั้นจึงเปลี่ยนผลบวก 12_{10} ที่ได้เป็นระบบจำนวนฐานแปดจะได้ $12_{10} = 14_8$ จึงสรุปได้ว่า $5_8 + 7_8 = 14_8$ หรือผลบวกเป็น 4 และทดตัวทด 1 ไปหลักถัดไปทางซ้าย

ตัวทด		1	
ตัวตั้ง		6	2 5
ตัวบวก	+	4	3 7
ผลบวก			4

ในการบวกตัวตั้งและตัวบวกในหลักที่สองจากทางขวา เราต้องนำตัวทดที่ได้มารวมกับผลบวกที่ได้ด้วย โดยจะได้ผลบวกเป็น 2_8 (ตัวตั้ง) + 3_8 (ตัวบวก) + 1_8 (ตัวทด) = $2_{10} + 3_{10} + 1_{10} = 6_{10} = 6_8$ (หรือผลบวกเป็น 6 และได้ตัวทดเป็น 0 ไปหลักถัดไปทางซ้าย)

ตัวทด		0	1
ตัวตั้ง		6	2 5
ตัวบวก	+	4	3 7
ผลบวก			6 4

ในหลักที่สามจากทางขวา เราจะได้ผลบวกเป็น 6_8 (ตัวตั้ง) + 4_8 (ตัวบวก) + 0_8 (ตัวทด) = $6_{10} + 4_{10} + 0_{10} = 10_{10} = 12_8$ (หรือผลบวกเป็น 2 และได้ตัวทดเป็น 1 ไปหลักถัดไปทางซ้าย) และเนื่องจากในหลักถัดไปไม่มีตัวตั้งและตัวบวก เราจึงสามารถสรุปได้ว่าผลบวกในหลักที่สี่จากทางขวามีค่าเท่ากับตัวทดในหลักนั้นนั่นเอง

ตัวทด		1	0	1	
ตัวตั้ง			6	2	5
ตัวบวก	+		4	3	7
ผลบวก		1	2	6	4

เพราะฉะนั้นผลบวกของ $625_8 + 437_8 = 1264_8$

การดำเนินการบวกในระบบจำนวนฐานสิบหกใช้หลักการเดียวกันกับการดำเนินการบวกในระบบจำนวนฐานแปด นั่นคือเราจะเปลี่ยนตัวเลขแต่ละหลักในระบบจำนวนฐานสิบหกเป็นฐานสิบก่อน จากนั้นทำการบวกเลขแต่ละหลักในระบบจำนวนฐานสิบ แล้วจึงเปลี่ยนผลบวกในแต่ละหลักที่ได้เป็นจำนวนฐานสิบหกต่อไป ดังแสดงในตัวอย่างที่ 1.12

ตัวอย่างที่ 1.12

จงหาผลบวกของ $59E_{16} + B46_{16}$ และแสดงผลลัพธ์ที่ได้ในระบบจำนวนฐานสิบหก

วิธีทำ

ในขั้นแรก เราหาผลบวกของหลักทางขวาสุดของตัวตั้งและตัวบวกก่อน จะได้ $E_{16} + 6_{16} = 14_{10} + 6_{10} = 20_{10}$ หรือ 14_{16} (ผลบวกเป็น 4 และทดตัวทด 1 ไปหลักถัดไปทางซ้าย)

ตัวทด		1		
ตัวตั้ง		5	9	E
ตัวบวก	+	B	4	6
ผลบวก			4	

ในการบวกหลักที่สองจากทางขวา เราได้ผลบวกของตัวตั้ง ตัวบวก และตัวทดเป็น $9_{16} + 4_{16} + 1_{16} = 9_{10} + 4_{10} + 1_{10} = 14_{10} = E_{16}$ และตัวทดที่ได้จากการบวกหลักนี้จึงเป็น 0 ดังแสดง

ตัวทด		0	1	
ตัวตั้ง		5	9	E
ตัวบวก	+	B	4	6
ผลบวก		E	4	

ผลบวกในหลักที่สามจากทางขวาจะให้ผลลัพธ์เป็น $5_{16} + B_{16} + 0_{16} = 5_{10} + 11_{10} + 0_{10} = 16_{10} = 10_{16}$ หรือผลบวกเป็น 0 และทด 1 ไปหลักถัดไป

ตัวทด		1	0	1
ตัวตั้ง		5	9	E
ตัวบวก	+	B	4	6
ผลบวก		1	0	E 4

เราจึงสรุปได้ว่าผลบวกของ $59E_{16} + B46_{16} = 10E4_{16}$

1.5 การดำเนินการคูณ

การคูณเลขโดดในระบบจำนวนฐานสองสามารถทำได้โดยง่ายเพราะเลข 1 คูณเลขใดจะได้เลขนั้น และเลข 0 คูณเลขใดจะได้ค่าเป็น 0 ดังสรุปในตารางการคูณเลขโดดฐานสอง (ตารางที่ 1.3) เมื่อตัวตั้งและตัวคูณมีขนาดมากกว่า 1 บิต เราจะนำตัวคูณแต่ละบิตของตัวคูณไปคูณกับตัวตั้งเพื่อให้ได้ผลคูณย่อยสำหรับแต่ละบิตตัวคูณ จากนั้นจึงนำผลคูณย่อยที่ได้ทั้งหมดบวกกันจึงได้ผลคูณที่ต้องการ ดังแสดงในตัวอย่างที่ 1.13