

เรียนตัดวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ด้วยโซลิดเวิร์กส์

Finite Element Method Crash Course
with SolidWorks



ปราโมทย์ เดชะอำไพ
เสกฐวรรธ สุจริตภวัตสกุล

เรียนลัดวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ด้วยโซลิดเวิร์กส์

เรียนลัดวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ด้วยโซลิดเวิร์กส์

ปราโมทย์ เตชะอำไพ
เสกฐาวรธร สุจริตภวัตสกุล

 **สำนักพิมพ์**
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2566

399.-

ปราโมทย์ เฉชะอำไพ

เรียนลัดวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโซลิดเวิร์กส์ / ปราโมทย์ เฉชะอำไพ และ

เสกฐาวรธ สุจิตกวัตสกุล

1. การวิเคราะห์โครงสร้าง (วิศวกรรมศาสตร์) -- โปรแกรมคอมพิวเตอร์.
 2. ความร้อน -- การถ่ายเท.
 3. พลศาสตร์ของไหล.
 4. ไฟไนต์เอลิเมนต์.
 5. ไฟไนต์เอลิเมนต์ -- การประมวลผลข้อมูล.
 6. ไฟไนต์เอลิเมนต์ -- โปรแกรมคอมพิวเตอร์.
 7. SolidWorks (โปรแกรมคอมพิวเตอร์).
- I. เสกฐาวรธ สุจิตกวัตสกุล.

620.00151825

ISBN (e-book) 978-974-03-4229-8

สพจ. 2626



สรรคุณค่าวิชาการ สู่สังคม
Knowledge to All
www.cupress.chula.ac.th

สิทธิในการผลิตและพิมพ์หนังสือเล่มนี้เป็นของสำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยแต่ผู้เดียว
การผลิตและการลอกเลียนหนังสือเล่มนี้ไม่ว่ารูปแบบใดทั้งสิ้น

ต้องได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากสำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จัดทำโดย สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2566

www.cupress.chula.ac.th [CUB6606-020E]

โทร. 0-2218-3562-3

บรรณาธิการอำนวยการ : ศาสตราจารย์ ดร.อรรณู หาญสืบสาย นางอรทัย นันทนาคิษฐ์

กองบรรณาธิการฝ่ายวิชาการ : ศาสตราจารย์กิตติคุณ ดร.ปิยนดา บุนนาค

รองศาสตราจารย์ ดร.พิมพ์พันธ์ เฉชะคุปต์

รองศาสตราจารย์ นายแพทย์วิชญ์ พันธุ์เจริญ

รองศาสตราจารย์ ดร.วิมลวรรณ พิมพ์พันธุ์

ผู้ประสานงาน : วาสนา ชำเซ็น

พิสูจน์อักษร : ตรีสุนันท์ อุปรมย์

ออกแบบปกและรูปเล่ม : ไกรอัมพร พงษ์จร

สั่งซื้อได้ที่ ศูนย์หนังสือแห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

<http://www.chulabook.com> โทร. 08-6323-3703-4

customer@cubook.chula.ac.th, info@cubook.chula.ac.th

Apps: CU-eBook Store

คำนำ

หนังสือ “เรียนลัดวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโซลิดเวิร์กส์” ได้แต่งขึ้นเพื่อให้ผู้ศึกษาสามารถวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมด้วยซอฟต์แวร์นี้โดยง่าย เนื้อหา รวม 12 บท ครอบคลุมการวิเคราะห์ปัญหาด้านโครงสร้าง ของแข็ง ความร้อน และการไหล เนื้อหาในแต่ละบทประกอบไปด้วยสมการเชิงอนุพันธ์และสมการที่เกี่ยวข้อง วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้วิเคราะห์งานในศาสตร์นั้นๆ ตัวอย่างพื้นฐานเพื่อการศึกษาพร้อมคำอธิบายขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์โดยละเอียด และตัวอย่างในทางปฏิบัติเพื่อแสดงถึงการนำไปประยุกต์ใช้งานได้จริง

ผู้เขียนขอขอบคุณนางสาวไกรอัมพร พงษ์ขจร ผู้พิมพ์เนื้อหาด้านทฤษฎีและจัดรูปเล่ม นายชนพล พงศ์พิพัฒน์ ผู้ตรวจทานต้นฉบับอย่างละเอียด บริษัท Dassault Systems SolidWorks Corporation, USA ที่อนุญาตให้ใช้ซอฟต์แวร์เพื่อการแต่งหนังสือ และขอขอบคุณสำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยผู้จัดพิมพ์และเผยแพร่หนังสือ ก่อให้เกิดประโยชน์แก่นิสิตนักศึกษาไทยและผู้สนใจทั่วไป

ปราโมทย์ เดชะอำไพ

เสฏฐวรรธ สุจริตภักตสกุล

สารบัญ

คำนำ

บทที่ 1	ความรู้เบื้องต้น	1
1.1	การแก้ปัญหาทางวิศวกรรม	1
1.1.1	องค์ประกอบของปัญหา	2
1.1.2	วิธีการแก้เพื่อหาผลลัพธ์	3
1.2	วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	4
1.2.1	วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์คืออะไร	4
1.2.2	ขั้นตอนในวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	5
1.3	ซอฟต์แวร์โซลิดเวิร์กส์	7
1.3.1	ข้อมูลทั่วไป	7
1.3.2	หน้าจอและแถบเครื่องมือ	8
1.3.3	ลำดับขั้นตอนการวิเคราะห์	10
1.4	ประโยชน์ของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	13
บทที่ 2	การวิเคราะห์วัสดุท่อน	15
2.1	สมการพื้นฐาน	15
2.1.1	สมการเชิงอนุพันธ์	15
2.1.2	สมการที่เกี่ยวข้อง	16
2.2	วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	17
2.2.1	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	17
2.2.2	ชนิดของเอลิเมนต์	17
2.3	ตัวอย่างเพื่อการเรียนรู้	19
2.3.1	ปัญหาโครงสร้าง 1 มิติ	19
2.3.2	ปัญหาโครงสร้าง 2 วัสดุท่อน	30

2.4 ตัวอย่างการประยุกต์ใช้	40
2.4.1 ปัญหาโครงสร้าง 21 วัสดุท่อน	40
บทที่ 3 การวิเคราะห์คานและโครงสร้าง	43
3.1 สมการพื้นฐาน	44
3.1.1 สมการเชิงอนุพันธ์	44
3.1.2 สมการที่เกี่ยวข้อง	44
3.2 วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	45
3.2.1 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	45
3.2.2 ชนิดของเอลิเมนต์	46
3.3 ตัวอย่างเพื่อการเรียนรู้	47
3.3.1 ปัญหาพื้นฐานคาน 1 ท่อน	47
3.3.2 ปัญหาโครงสร้าง 2 คาน	58
3.3.3 ปัญหาโครงสร้าง 21 คาน	68
3.4 ตัวอย่างการประยุกต์ใช้	70
3.4.1 ปัญหาโครงสร้างรถแข่งใน 3 มิติ	70
บทที่ 4 การวิเคราะห์ความยืดหยุ่นใน 2 มิติ	71
4.1 สมการพื้นฐาน	71
4.1.1 สมการเชิงอนุพันธ์	71
4.1.2 สมการที่เกี่ยวข้อง	74
4.2 วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	75
4.2.1 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	75
4.2.2 ชนิดของเอลิเมนต์	75
4.3 ตัวอย่างเพื่อการเรียนรู้	78
4.3.1 ปัญหาแผ่นบางมีรูกลมตรงกลาง	78

4.4 ตัวอย่างการประยุกต์ใช้	87
4.4.1 ปัญหาความแข็งแรงของล้อย่นเพื่อง	87
บทที่ 5 การวิเคราะห์แผ่นบาง	91
5.1 สมการพื้นฐาน	91
5.1.1 สมการเชิงอนุพันธ์	91
5.1.2 สมการที่เกี่ยวข้อง	93
5.2 วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	93
5.2.1 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	93
5.2.2 ชนิดของเอลิเมนต์	94
5.3 ตัวอย่างเพื่อการเรียนรู้	95
5.3.1 ปัญหาการโค้งงอของแผ่นบาง	95
5.4 ตัวอย่างการประยุกต์ใช้	103
5.4.1 ปัญหาความแข็งแรงเหล็กฉากชั้นวางของ	103
บทที่ 6 การวิเคราะห์ความยืดหยุ่นใน 3 มิติ	107
6.1 สมการพื้นฐาน	108
6.1.1 สมการเชิงอนุพันธ์	108
6.1.2 สมการที่เกี่ยวข้อง	108
6.2 วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	109
6.2.1 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	109
6.2.2 ชนิดของเอลิเมนต์	110
6.3 ตัวอย่างเพื่อการเรียนรู้	113
6.3.1 ปัญหาชิ้นงาน 3 มิติ	113
6.4 ตัวอย่างการประยุกต์ใช้	122
6.4.1 ปัญหาความแข็งแรงของชิ้นส่วนในปีกเครื่องบิน	122

บทที่ 7	การวิเคราะห์พลศาสตร์โครงสร้าง	125
7.1	สมการพื้นฐาน	126
7.1.1	สมการเชิงอนุพันธ์	126
7.1.2	สมการที่เกี่ยวข้อง	129
7.2	วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	131
7.2.1	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	131
7.2.2	ชนิดของเอลิเมนต์	131
7.3	ตัวอย่างเพื่อการเรียนรู้	133
7.3.1	ปัญหาการสั่นของแผ่นบาง	133
7.4	ตัวอย่างการประยุกต์ใช้	139
7.4.1	ปัญหาความถี่ของการสั่นในโครงสร้างรถยนต์	139
บทที่ 8	การวิเคราะห์ความเสียหาย	143
8.1	การโก่งงอ	144
8.1.1	ความรู้พื้นฐาน	144
8.1.2	ตัวอย่างเพื่อการเรียนรู้	146
8.1.3	ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งาน	153
8.2	ความล้าและการประเมินอายุ	155
8.2.1	ความรู้พื้นฐาน	155
8.2.2	ตัวอย่างเพื่อการเรียนรู้	157
8.2.3	ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งาน	168
บทที่ 9	การวิเคราะห์ปัญหาความร้อน	173
9.1	สมการพื้นฐาน	174
9.1.1	สมการเชิงอนุพันธ์	174
9.1.2	สมการที่เกี่ยวข้อง	175

9.2	วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	176
9.2.1	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	176
9.2.2	ชนิดของเอลิเมนต์	177
9.3	ตัวอย่างเพื่อการเรียนรู้	180
9.3.1	ปัญหาแผ่นสี่เหลี่ยมกำหนดอุณหภูมิที่ขอบทั้งสี่	180
9.4	ตัวอย่างการประยุกต์ใช้	187
9.4.1	ปัญหาการระบายความร้อนใน 3 มิติ	187
บทที่ 10	การวิเคราะห์ความเค้นจากอุณหภูมิ	191
10.1	สมการพื้นฐาน	192
10.1.1	สมการเชิงอนุพันธ์	192
10.1.2	สมการที่เกี่ยวข้อง	193
10.2	วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	194
10.2.1	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	194
10.2.2	ชนิดของเอลิเมนต์	195
10.3	ตัวอย่างเพื่อการเรียนรู้	196
10.3.1	ปัญหาความเค้นจากอุณหภูมิในแผ่นบาง	196
10.4	ตัวอย่างการประยุกต์ใช้	208
10.4.1	ความเค้นเนื่องจากความร้อนในลูกสูบสันดาปภายใน	208
บทที่ 11	การวิเคราะห์การไหลแบบไม่อัดตัว	213
11.1	สมการพื้นฐาน	214
11.1.1	สมการเชิงอนุพันธ์	214
11.1.2	แนวคิดในการแก้ปัญหา	215
11.2	วิธีไฟไนต์วอลุ่ม	216
11.2.1	สมการไฟไนต์วอลุ่ม	217
11.2.2	วิธี SIMPLE	217

11.3 ตัวอย่างเพื่อการเรียนรู้	219
11.3.1 ปัญหาการไหลหมุนวนในช่องสี่เหลี่ยม	219
11.3.2 ปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอกในช่องแคบ	231
11.4 ตัวอย่างการประยุกต์ใช้	235
11.4.1 ปัญหาการไหลของน้ำในระบบท่อ	235
บทที่ 12 การวิเคราะห์การไหลแบบอัดตัวได้	239
12.1 สมการพื้นฐาน	240
12.1.1 สมการเชิงอนุพันธ์	240
12.1.2 สมการที่เกี่ยวข้อง	241
12.2 วิถีไฟในตัวลุ่ม	242
12.2.1 สมการไฟในตัวลุ่ม	242
12.2.2 กระบวนการคำนวณ	244
12.3 ตัวอย่างเพื่อการเรียนรู้	246
12.3.1 ปัญหาการไหลผ่านพื้นเอียง	246
12.3.2 ปัญหาการไหลผ่านทรงกระบอก	256
12.4 ตัวอย่างการประยุกต์ใช้	264
12.4.1 ปัญหาการไหลผ่านกระสวยอวกาศ	264
บรรณานุกรม	269
ดัชนี	273
ประวัติผู้แต่ง	283

บทที่ 1

ความรู้เบื้องต้น

1.1 การแก้ปัญหาทางวิศวกรรม

เทคโนโลยีการคำนวณทางคณิตศาสตร์ด้วยการใช้ซอฟต์แวร์ทำให้การแก้ปัญหาทางวิศวกรรมสะดวกและรวดเร็วขึ้นมาก ผู้ออกแบบในปัจจุบันสามารถใช้ซอฟต์แวร์ก่อให้เกิดชิ้นงานที่มีความแข็งแรง ใช้เนื้อวัสดุน้อย ลดค่าใช้จ่าย และที่สำคัญคือใช้เวลาสั้น สามารถแข่งขันได้ หลีกเลี่ยงการลองผิดลองถูกไปโดยสิ้นเชิง

ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ช่วยในการออกแบบงานทางวิศวกรรม (Computer-Aided Engineering, CAE) ได้เข้ามามีบทบาทในภาคอุตสาหกรรมเป็นอย่างมาก ทำให้สถาบันการศึกษาจำเป็นต้องสอนองค์ความรู้ที่บรรจุในซอฟต์แวร์เหล่านี้ เพื่อให้ผู้ใช้สามารถใช้ซอฟต์แวร์เหล่านี้ได้อย่างเหมาะสมถูกต้อง

ซอฟต์แวร์เหล่านี้ตั้งอยู่บนทฤษฎีของความเป็นจริง เช่น มวลต้องไม่มีการสูญหาย (conservation of mass) โมเมนตัมและพลังงานต้องเกิดการอนุรักษ์ (conservation of momentums and energy) แรงต้องอยู่ในสภาวะสมดุล (equilibrium of forces) หรือกฎข้อที่สองของนิวตัน (Newton's second law) ที่ว่าแรงเท่ากับมวล (mass) คูณกับความเร่ง (acceleration) ต้องเป็นจริงอยู่เสมอ

ทฤษฎีของความเป็นจริงดังกล่าวข้างต้นปรากฏอยู่ในตำราเรียนทางสายวิศวกรรมต่าง ๆ เช่น วิชาพลศาสตร์ของไหล (fluid dynamics) วิชาการถ่ายเทความร้อน (heat transfer) ด้วยการนำ (conduction) การพา (convection) และการแผ่รังสี (radiation) วิชากลศาสตร์ของแข็ง (solid mechanics) เพื่อหาความเค้น (stress) และการสั่นสะเทือน (vibration) ส่งผลทำให้การออกแบบงานต่าง ๆ เป็นไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ

หากเปิดตำราเรียนในศาสตร์ต่าง ๆ ข้างต้น เราจะพบว่าทฤษฎีของความเป็นจริงเหล่านี้ล้วนเขียนอยู่ในรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ (differential equations) เมื่อเราแก้สมการเชิงอนุพันธ์เหล่านี้ได้ เราก็จะได้ผลลัพธ์ที่แสดงถึงปรากฏการณ์ซึ่งเกิดขึ้นในงานเหล่านั้น ความเข้าใจในคณิตศาสตร์จึงเป็นบันไดขั้นแรกและเป็นสาเหตุสำคัญทำให้แคลคูลัส (calculus) และสมการเชิงอนุพันธ์ กลายเป็นวิชาบังคับในการศึกษาขั้นพื้นฐาน

1.1.1 องค์ประกอบของปัญหา

ผลลัพธ์ (solution) หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นนั้น ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบหลัก 3 ประการ คือ

(ก) สมการเชิงอนุพันธ์ (differential equations) ซึ่งบ่งบอกความเป็นจริงของปัญหานั้น ยกตัวอย่างเช่น หากเราต้องการทราบปรากฏการณ์การไหลวนของอากาศเย็นภายในห้องปรับอากาศ เราจำเป็นต้องแก้สมการเชิงอนุพันธ์ซึ่งแทนความเป็นจริงที่ว่า มวลของอากาศ โมเมนตัมของการไหล และพลังงาน ณ ตำแหน่งใด ๆ ต้องเกิดการอนุรักษ์ (conserved) สมการเชิงอนุพันธ์เหล่านี้ปรากฏอยู่ในบทแรก ๆ ของตำราของไหล (fluid textbooks) ที่ใช้เรียนกันในระดับอุดมศึกษา ซึ่งประกอบไปด้วยพจน์อนุพันธ์ (partial derivative terms) แสดงโดยใช้สัญลักษณ์กรีก (Greek symbol) คล้ายเลขหกหันหัวกลับทาง

(ข) เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) ผลลัพธ์ของปัญหาจะแตกต่างออกไปหากเงื่อนไขขอบเขตเปลี่ยนแปลงไป ดังเช่นในตัวอย่างของห้องปรับอากาศข้างต้น หากเราเปลี่ยนความเร็วของพัดลมเพื่อทำให้อากาศเย็นพุ่งออกมาจากเครื่องด้วยความเร็วสูงขึ้น ลักษณะการหมุนวนของอากาศเย็นภายในห้องก็จะแตกต่างไปจากเดิม ลมเย็นจะกระทบตัวเราด้วยความเร็วสูงขึ้นทำให้เรารู้สึกเย็นขึ้น

(ค) *รูปร่าง (geometry)* ของปัญหา หากเราเพิ่มโต๊ะทำงานหรือตู้ใส่เอกสารลงในห้องปรับอากาศเดียวกันนี้ เนื้อที่ของการไหลก็จะลดน้อยลงทำให้รูปแบบของการไหลวนในห้องเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมอีกเช่นกัน

องค์ประกอบทั้ง 3 นี้ส่งผลกระทบต่อผลลัพธ์ในทุก ๆ งานทางวิศวกรรม ยกตัวอย่างเช่น โครงสะพานเหล็กทางรถไฟจะเกิดความเค้น ตามตำแหน่งต่าง ๆ แตกต่างกันไป ขึ้นอยู่กับน้ำหนักของขบวนรถไฟซึ่งก็คือเงื่อนไขขอบเขตของปัญหา ความเค้นนี้ยังเปลี่ยนแปลงออกไปหากโครงสร้างนี้ใช้คานขนาดแตกต่างกันหรือออกแบบให้มีรูปร่างต่างออกไปจากเดิมซึ่งก็คือการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของปัญหานั้นเอง

1.1.2 วิธีการแก้เพื่อหาผลลัพธ์

กระบวนการหาผลลัพธ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นมี 2 วิธีหลัก ๆ คือ

(ก) *วิธีเชิงวิเคราะห์ (analytical method)* เป็นวิธีที่เราคุ้นเคยในช่วงของการเรียนระดับอุดมศึกษา กล่าวคือเป็นการแก้สมการเชิงอนุพันธ์เพื่อหาผลเฉลยแน่นอนตรง (exact solution) วิธีเชิงวิเคราะห์นี้มีขีดจำกัด สามารถหาผลลัพธ์ให้ได้สำหรับปัญหาที่มีรูปทรงง่าย ๆ เท่านั้น เช่น ท่อนโลหะ 1 ท่อน หรือแผ่นโลหะบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 แผ่น ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตที่ง่าย ๆ เช่นกัน โดยเฉพาะเมื่อสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาลดรูปจากสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation) ไปเป็นสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (ordinary differential equation) จะทำให้การแก้เพื่อหาผลลัพธ์นั้นเป็นไปได้และเกิดความสะดวกมากยิ่งขึ้น

หากปัญหามีความซับซ้อนมากขึ้น เช่น โลหะแผ่นบางมีขอบโค้งและเจาะรูภายใน หรือเป็นโครงสร้างผนังตัวรถยนต์ซึ่งโค้งเว้าใน 3 มิติ กระบวนการหาผลลัพธ์ด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์ข้างต้นนี้ไม่อาจนำมาใช้เพื่อหาผลลัพธ์ให้ได้ ดังนั้นในอดีต ผู้ออกแบบจึงมักใช้ประสบการณ์ที่สั่งสมมา หรือไม่ก็ลองผิดลองถูกบ้างซึ่งตั้งอยู่บนประสบการณ์ที่มีอยู่นั้น

(ข) *วิธีเชิงตัวเลข (numerical method)* เป็นวิธีที่เริ่มใช้กันมากขึ้น โดยเฉพาะเมื่อคอมพิวเตอร์ได้รับการพัฒนาให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น วิธีเชิงตัวเลขนี้ประกอบไปด้วยระดับพื้นฐานและระดับสูง แนวคิดที่สำคัญในวิธีเชิงตัวเลขก็คือการเปลี่ยนสมการทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยสัญลักษณ์ต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ การหาค่าอนุพันธ์ การหาค่าอินทิเกรต ฯลฯ ไปเป็นสมการทางพีชคณิตอันประกอบด้วยกระบวนการบวก ลบ คูณ

และหารตัวเลขด้วยกันเท่านั้น แล้วประดิษฐ์โปรแกรมให้คอมพิวเตอร์ทำงานแทนการกดเครื่องคิดเลขด้วยมือ

วิธีเชิงตัวเลขระดับพื้นฐาน (fundamentals) ประกอบไปด้วยหัวข้อของการหาราก (root) ของสมการเดียวและระบบสมการขนาดใหญ่ทั้งแบบเชิงเส้น (linear) และแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear) การประดิษฐ์ฟังก์ชันการประมาณภายใน (interpolation functions) การหาค่าอนุพันธ์ (differentiation) การอินทิเกรต (integration) การแก้สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (ordinary differential equation) รวมถึงวิธีผลต่างแบบสืบเนื่อง (finite difference method) ผู้ที่เข้าใจวิธีเชิงตัวเลขเบื้องต้นนี้จะพบว่าผลลัพธ์ของบางปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถหาได้อย่างง่ายดายขึ้นมาก

วิธีเชิงตัวเลขระดับสูง (advanced) เพื่อใช้แก้ปัญหาทางวิศวกรรมในปัจจุบันประกอบด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method) และวิธีไฟไนต์วอลุ่ม (finite volume method) วิธีทั้งสองนี้ได้รับการยอมรับว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพ ก่อให้เกิดซอฟต์แวร์เชิงพาณิชย์ (commercial software) จำหน่ายกันในราคาสูง ซอฟต์แวร์เหล่านี้ตั้งอยู่บนศาสตร์จำเพาะของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และไฟไนต์วอลุ่ม ซึ่งตั้งอยู่บนองค์ความรู้ของวิธีเชิงตัวเลขระดับพื้นฐานอีกต่อหนึ่ง

ดังนั้นโดยสรุปก็คือ ผู้ที่ใช้ซอฟต์แวร์ในระดับสูงเช่นนี้ได้อย่างถูกต้องเหมาะสมจึงควรมีความรู้ในระเบียบวิธีเชิงตัวเลข อย่างน้อยก็ควรทราบคร่าว ๆ ว่าผลลัพธ์ที่ปรากฏเป็นทोनีสต่างกันบนหน้าจอคอมพิวเตอร์นั้นเกิดขึ้นมาได้อย่างไร จึงสามารถบอกได้ว่าผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นนี้มีความเที่ยงตรงและถูกต้อง

1.2 วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ซอฟต์แวร์เชิงพาณิชย์ส่วนใหญ่ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อหาผลลัพธ์ เราจึงมาทำความเข้าใจวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก่อนในหัวข้อย่อนี้

1.2.1 วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์คืออะไร

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นกระบวนการเชิงตัวเลขเพื่อหาผลลัพธ์โดยประมาณ (approximate solution) สำหรับปัญหาที่ประกอบไปด้วย 3 องค์ประกอบหลักซึ่งคือสมการเชิงอนุพันธ์ เงื่อนไขขอบเขต และรูปร่างของปัญหาได้โดยคร่าว ๆ เนื่องจากปัญหาทาง

วิศวกรรมศาสตร์ วิทยาศาสตร์ รวมทั้งศาสตร์อื่น ๆ มักถูกครอบคลุม (governed) ด้วยองค์ประกอบทั้งสามนี้ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จึงถูกประยุกต์นำไปใช้แก้ปัญหาได้หลากหลาย ทำให้นิยมใช้กันโดยแพร่หลาย ก่อให้เกิดซอฟต์แวร์ตามขึ้นมาเป็นจำนวนมากเช่นกัน

ซอฟต์แวร์ไฟไนต์เอลิเมนต์ในสมัยแรก เช่น NASTRAN (NAsa STRuctural ANalysis program) ซึ่งเน้นทางด้านกลศาสตร์ของแข็งเพียงอย่างเดียว ได้ถูกผลักดันโดยองค์การอวกาศนาซาด้วยการให้ทุนเพื่อประดิษฐ์ซอฟต์แวร์นี้ในปี พ.ศ. 2508 จำนวน 3 ล้านเหรียญดอลลาร์สหรัฐ หากคิดเป็นราคาในปัจจุบันจะตกประมาณ 30 ล้านเหรียญดอลลาร์สหรัฐหรือพันกว่าล้านบาทไทย เพียงไม่กี่ปีหลังจากซอฟต์แวร์ NASTRAN ได้ถูกประดิษฐ์ขึ้น ซอฟต์แวร์ไฟไนต์เอลิเมนต์อื่น ๆ ได้ถูกประดิษฐ์ขึ้นตามมาอีกเป็นจำนวนมากเพื่อใช้ในการศึกษา การวิจัยและพัฒนา รวมทั้งการใช้งานในเชิงพาณิชย์

ตลอดช่วงเวลาที่ผ่านมามหาวิทยาลัยต่าง ๆ ได้เปิดการเรียนการสอนวิชาทางด้านไฟไนต์เอลิเมนต์นี้กันอย่างกว้างขวาง ก่อให้เกิดตำรา (textbooks) ของวิธีนี้ในสาขาแตกต่างกันเป็นจำนวนมากหลายร้อยเล่ม ในขณะที่เดียวกันก็มีนักวิจัยเป็นจำนวนมากได้ศึกษาค้นคว้าทำให้วิธีนี้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น เกิดความเที่ยงตรงของผลลัพธ์มากขึ้นและใช้เวลาในการคำนวณน้อยลง

แนวคิดหลักของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์คือการแบ่งโดเมน (domain) ของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ (element) ย่อย ๆ จากนั้นจึงสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากสมการเชิงอนุพันธ์สำหรับเอลิเมนต์เหล่านี้ ก่อนนำสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของทุกเอลิเมนต์มารวมกันเข้าเพื่อก่อให้เกิดระบบสมการขนาดใหญ่ แล้วจึงประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตลงบนระบบสมการใหญ่นี้เพื่อแก้หาผลลัพธ์

กระบวนการโดยรวมข้างต้นนี้มีรูปแบบที่ชัดเจนและครอบคลุม 3 องค์ประกอบที่สำคัญในการแก้ปัญหาทั่วไปเพื่อหาผลลัพธ์ เราจะมาศึกษาขั้นตอนโดยละเอียดมากยิ่งขึ้นในหัวข้อย่อยต่อไปนี้

1.2.2 ขั้นตอนในวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

กระบวนการแก้ปัญหาภายในซอฟต์แวร์ไฟไนต์เอลิเมนต์ประกอบด้วย 6 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นตอนนี้เริ่มจากการสร้างโดเมนรูปร่างของปัญหา ซึ่งอาจประกอบด้วยพื้นผิว ขอบตรง ขอบโค้ง ฯลฯ ซอฟต์แวร์ส่วนใหญ่จึงมีวิธีการสร้างรูปทรงทางเรขาคณิตที่มีขั้นตอนเฉพาะในตัวเอง ผู้เริ่มต้นจึงต้องฝึกฝนจนเกิดความเคยชิน จากนั้นซอฟต์แวร์จะแบ่งโดเมนรูปร่างของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย ๆ เอลิเมนต์เหล่านี้ต่อกันที่จุดต่อ (node) ซึ่งเป็นตำแหน่งที่จะหาตัวไม่รู้ค่า (unknown)

ขั้นตอนที่ 2 เอลิเมนต์ย่อย ๆ ที่เกิดขึ้นอาจเป็นรูปสามเหลี่ยมหรือสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าหากเป็นปัญหาใน 2 มิติ เอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมอาจประกอบด้วย 3 จุดต่อที่มุมทั้งสาม หรือ 6 จุดต่อ คือที่มุมทั้งสามและที่จุดกึ่งกลางของด้านทั้งสามด้วย จำนวนจุดต่อเหล่านี้มีผลโดยตรงสู่ลักษณะการกระจายของผลลัพธ์บนเอลิเมนต์นั้น ๆ ที่เราเรียกว่าฟังก์ชันการประมาณภายใน (interpolation functions) เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบ 6 จุดต่อ มีฟังก์ชันการประมาณภายใน เอลิเมนต์ที่ซับซ้อนกว่าเอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบ 3 จุดต่อ ดังนั้น จึงให้ผลลัพธ์ที่เที่ยงตรงมากกว่า แต่ในทางตรงกันข้ามก็จะใช้เวลาในการคำนวณมากขึ้นเพราะจำนวนจุดต่อบ่งบอกจำนวนตัวไม่รู้ค่าของปัญหานั้นมีมากขึ้น ในทำนองเดียวกัน โดเมนของปัญหาใน 3 มิติ อาจถูกแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์ทรงตันย่อย ๆ เช่น รูปทรงลูกบาศก์คล้ายลูกเต๋าแต่ละด้านนั้นไม่ขนานกัน เอลิเมนต์แบบ 3 มิตินี้ อาจประกอบไปด้วย 8 จุดต่อที่มุมทั้งแปด หรือ 20 จุดต่อหากมีจุดต่อที่กึ่งกลางของสันขอบด้วย

ขั้นตอนที่ 3 ประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้น ขั้นตอนนี้เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และศึกษากันโดยละเอียดในการเรียนวิชาไฟไนต์เอลิเมนต์ สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เกิดขึ้นเป็นสมการทางพีชคณิต (algebraic equations) ซึ่งประกอบด้วยกระบวนการทำบวก ลบ คูณ และหารตัวเลขเป็นจำนวนมาก จึงสามารถนำไปประดิษฐ์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้ สมการไฟไนต์เอลิเมนต์เหล่านี้ยังขึ้นอยู่กับชนิดของเอลิเมนต์ที่เลือกใช้ซึ่งมีฟังก์ชันการประมาณภายในที่แตกต่างกัน

ขั้นตอนที่ 4 การนำสมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากทุกเอลิเมนต์มารวมกันขึ้นเป็นระบบสมการทางพีชคณิต (system of algebraic equations) ขนาดใหญ่ การรวมสมการจากเอลิเมนต์ย่อยเข้าด้วยกันต้องทำอย่างเหมาะสม เปรียบเสมือนการประกอบตัวต่อ (jigsaw puzzle) ขึ้นเป็นรูปภาพใหญ่ ตัวต่อแต่ละตัวจำเป็นต้องอยู่ในตำแหน่งที่ถูกต้อง จึงจะนำมาสู่ภาพใหญ่ที่ถูกต้องสมบูรณ์ขึ้นมาได้

ขั้นตอนที่ 5 การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตของปัญหาเข้ากับระบบสมการทางพีชคณิตขนาดใหญ่นี้ แล้วจึงแก้เพื่อหาผลลัพธ์ที่จุดต่อต่าง ๆ ขั้นตอนนี้จัดว่าใช้เวลาในการคำนวณมาก โดยเฉพาะหากเป็นปัญหามีขนาดใหญ่ซึ่งอาจประกอบไปด้วยหลายแสนหรือหลายล้านสมการ หรือเป็นปัญหาแบบไม่เชิงเส้นซึ่งระบบสมการทางพีชคณิตขนาดใหญ่เช่นนี้ ต้องถูกแก้ซ้ำแล้วซ้ำอีกหลายครั้ง

ขั้นตอนที่ 6 เมื่อได้ผลลัพธ์ที่จุดต่อจากขั้นตอนที่ 5 แล้ว ค่าอื่น ๆ ที่มีความสำคัญเช่นกัน จึงสามารถหาตามมาได้ ทำให้การแก้ปัญหานั้นเสร็จสิ้นโดยสมบูรณ์ ยกตัวอย่างเช่น เมื่อได้ค่าการเสียรูป (displacements) ตามจุดต่อต่าง ๆ ของโครงสร้างแล้ว ก็สามารถคำนวณหาค่าความเครียด (strains) และค่าความเค้น (stresses) ที่เกิดขึ้นตามมาได้ ตามลำดับ

จากขั้นตอนทั้ง 6 ดังอธิบายข้างต้นนี้จะเห็นได้ว่าวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีกระบวนการที่เป็นขั้นเป็นตอนอย่างชัดเจน ให้ผลลัพธ์โดยสมบูรณ์ และสามารถประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาโดยทั่วไปได้ โดยองค์ประกอบที่สำคัญของปัญหาคือสมการเชิงอนุพันธ์ เงื่อนไขขอบเขต และรูปร่างของปัญหา ได้ถูกจัดการดูแลโดยครบถ้วนในขั้นตอนที่ 3, 5 และ 1 ของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ตามลำดับ

1.3 ซอฟต์แวร์โซลิดเวิร์กส์

1.3.1 ข้อมูลทั่วไป

โซลิดเวิร์กส์ (SolidWorks) เป็นซอฟต์แวร์เพื่อการออกแบบด้วยคอมพิวเตอร์ (CAD, Computer-Aided Design) และการวิเคราะห์ด้วยคอมพิวเตอร์ (CAE, Computer-Aided Analysis) ประดิษฐ์ขึ้นโดย จอน เฮิร์สชทิก (Jon Hirschtick) ในปี พ.ศ. 2536 ที่ MIT (Massachusetts Institute of Technology) มีจุดประสงค์เพื่อการออกแบบงานต่าง ๆ บนหน้าจอคอมพิวเตอร์ให้ง่ายด้วยวินโดวส์ (Windows) ซอฟต์แวร์ได้รับการพัฒนาปรับปรุงมาเป็นลำดับ จนถึงปัจจุบันคาดว่ามีผู้ใช้ซอฟต์แวร์นี้มากกว่า 3 ล้านคนจากเกือบ 2 แสนบริษัททั่วโลก

จุดเด่นของโซลิดเวิร์กส์อยู่ที่ศักยภาพการสร้างรูปร่างใน 3 มิติได้อย่างสมจริง ผู้ใช้สามารถปรับเปลี่ยนขนาดชิ้นงาน ปรับมุมมองด้วยการใช้ CAD ได้โดยสะดวก ก่อให้เกิด

ความเข้าใจในกระบวนการออกแบบได้อย่างชัดเจน ทำให้เป็นที่นิยมใช้กันโดยแพร่หลาย ในเวลาต่อมาโซลิดเวิร์กส์ได้ขยายศักยภาพสู่การวิเคราะห์ชิ้นงานด้วยการใช้ CAE ซึ่งตั้งอยู่บนวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นหลัก แนวคิดของการใช้ CAE ในซอฟต์แวร์ยังคงเป็นเช่นเดิมคือง่ายต่อการใช้งาน ผู้ใช้ไม่จำเป็นต้องมีความรู้ลึกซึ้งในวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มากนัก เพียงแต่เข้าใจในกระบวนการและดำเนินขั้นตอนด้วยการกดปุ่มต่าง ๆ อย่างเหมาะสม ก็จะได้ผลลัพธ์แสดงด้วยเจดสีต่าง ๆ ปรากฏขึ้นบนหน้าจอคอมพิวเตอร์

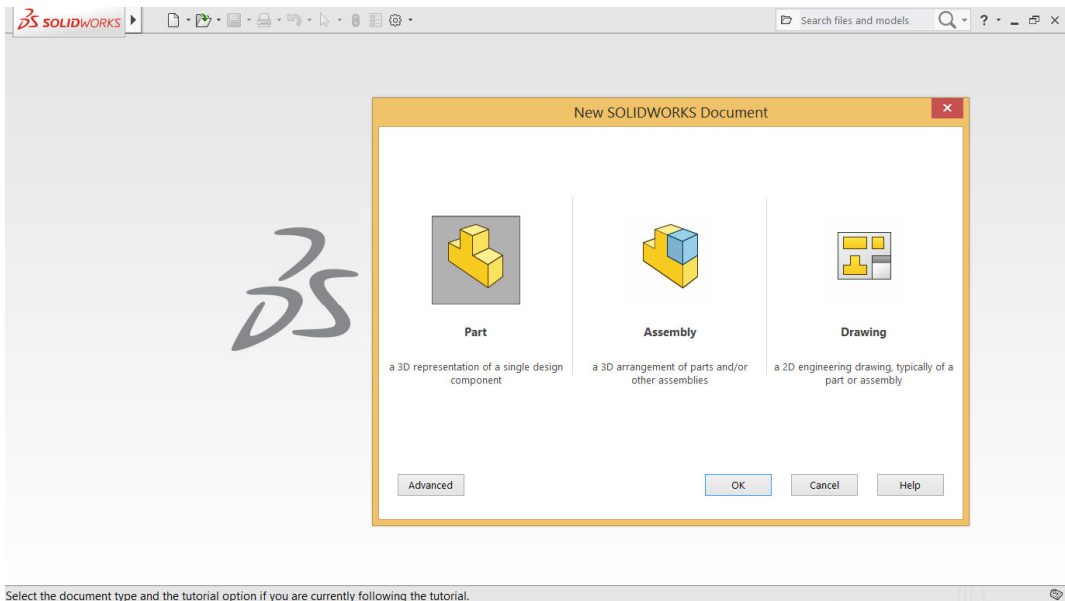
เนื่องจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตั้งอยู่บนคณิตศาสตร์และการคำนวณขั้นสูง ผลลัพธ์ที่ได้อาจไม่เที่ยงตรงหรือผิดไปจากความเป็นจริง ดังนั้นหนังสือเล่มนี้จึงอธิบายพื้นฐานวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในศาสตร์ต่าง ๆ แล้วจึงแสดงขั้นตอนการกดปุ่มสำหรับตัวอย่างง่าย ๆ ผู้ศึกษาควรเรียนรู้ตัวอย่างเหล่านี้ก่อนแก้ปัญหาจริงในทางปฏิบัติ เพื่อให้มีความมั่นใจในความถูกต้องของผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากซอฟต์แวร์

1.3.2 หน้าจอและแถบเครื่องมือ

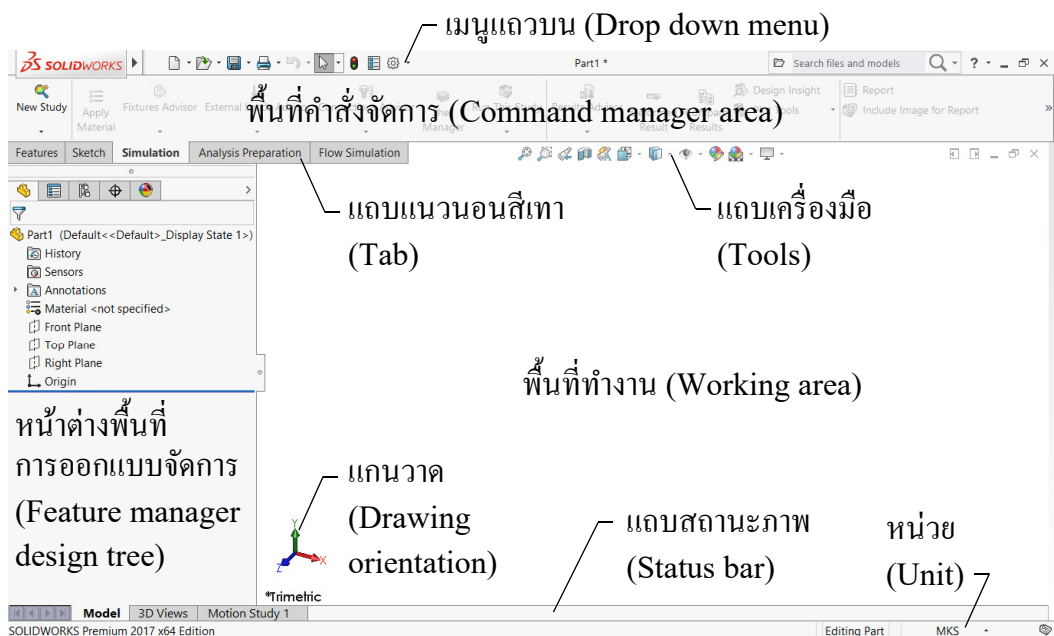
เมื่อเปิดซอฟต์แวร์โซลิดเวิร์กส์ขึ้น หน้าจอประกอบไปด้วยแถบเมนู (Menu bar) ในตอนบน เมื่อคลิกที่ปุ่มไฟล์ (File) จะปรากฏไฟล์ใหม่ (New) ดังแสดงในรูป



จากนั้นเมื่อคลิกไฟล์ใหม่ หน้าต่าง New SOLIDWORKS Document จะปรากฏขึ้น ดังแสดงในรูป



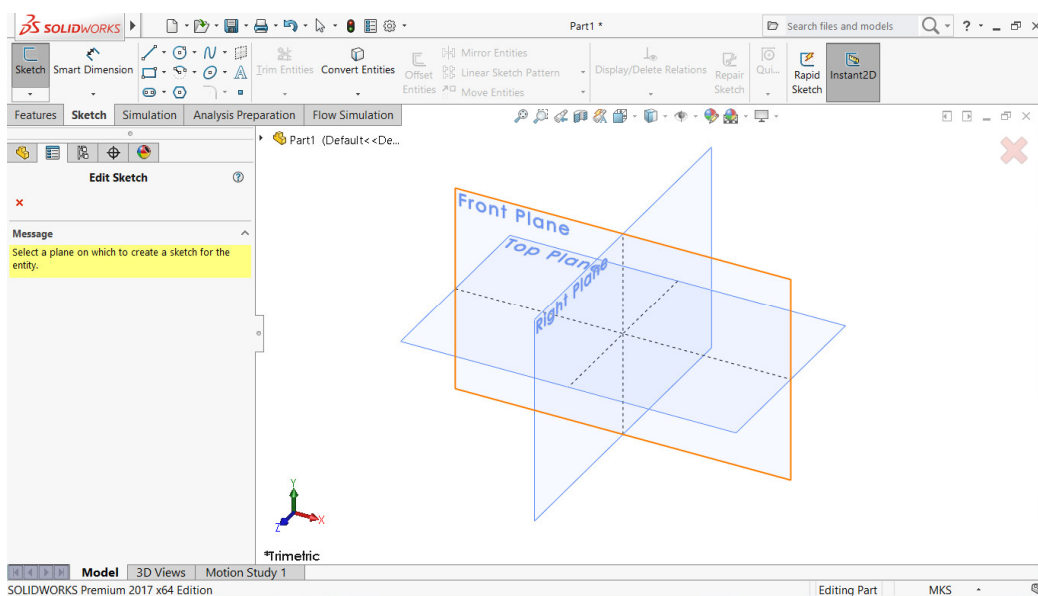
เมื่อคลิกที่ป้าย **Part** แล้วตามด้วยปุ่ม **OK** หน้าต่างโซลิดเวิร์กส์หลักเพื่อใช้ในการทำงานจะปรากฏขึ้นดังแสดงในรูป หน้าต่างนี้ประกอบไปด้วยหลายส่วน ตั้งแต่เมนูแถบบน (Drop down menu), พื้นที่คำสั่งจัดการ (Command manager area) ซึ่งเป็นแถบใหญ่ตอนบน, แถบแนวนอนสีเทา (Tab), แถบเครื่องมือ (Tools), พื้นที่ขั้นตอนการออกแบบจัดการ (Feature manager design tree) ในหน้าต่างด้านซ้าย, พื้นที่ทำงาน (Working area)



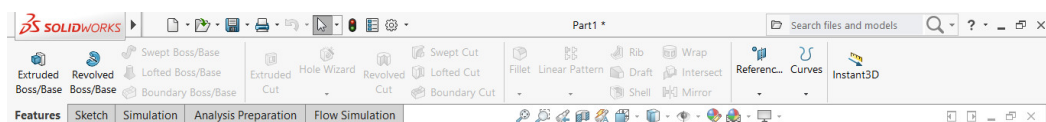
ซึ่งเป็นที่โล่งว่างกลางจอ, ทิศแกน **X-Y-Z** (Drawing orientation) ที่ใช้ในการวาดโมเดล, แถบแสดงสถานะภาพ (Status bar) ในตอนล่าง และแถบของหน่วย (Unit) ที่ใช้ในการสร้างโมเดลในตอนล่างขวาของจอ

1.3.3 ลำดับขั้นตอนการวิเคราะห์

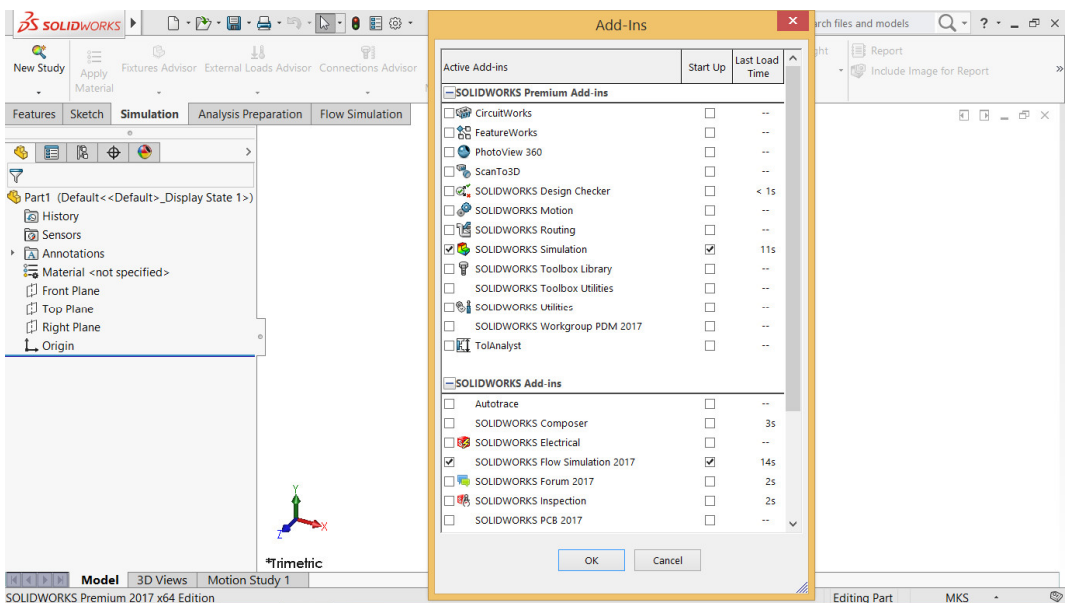
ขั้นตอนแรกเป็นการสร้างโมเดลของปัญหาด้วยการกดปุ่ม **Sketch** ซึ่งอยู่ในแถบแนวนอนสีเทา ตามด้วยป้าย **Sketch** ในแถบใหญ่ของพื้นที่จัดการ จากนั้นระนาบด้านหน้า (Front), ด้านขวา (Right) และด้านบน (Top) จะปรากฏบนพื้นที่ทำงานดังแสดงในรูป ระนาบเหล่านี้มีความสำคัญในช่วงของกระบวนการแก้ปัญหาด้วย CAE เช่น การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) ของแรงและการจับยึดในทิศต่าง ๆ ไปจนถึงการแสดงผลที่ได้จากการคำนวณ



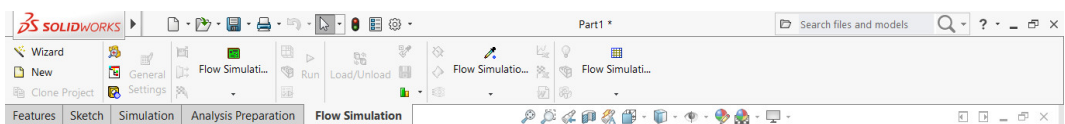
การสร้างโมเดลเริ่มจากระนาบใน 2 มิติก่อน แล้วจึง **Extrude** ไปในทิศตั้งฉากกับระนาบนั้น ก่อให้เกิดเป็นโมเดลใน 3 มิติ คำสั่ง **Extrude** อยู่ในป้ายแถบใหญ่ของพื้นที่จัดการ ซึ่งจะปรากฏขึ้นหลังจากคลิกที่ **Features** ในแถบแนวนอนสีเทาแล้ว



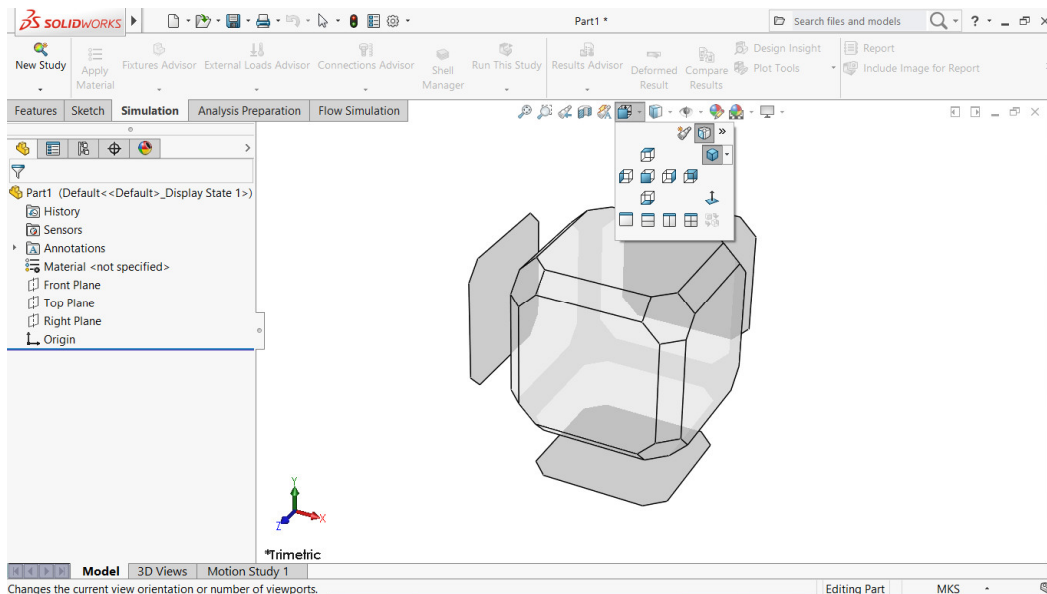
เมื่อสร้างโมเดลเสร็จเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนถัดไปคือการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เช่น การวิเคราะห์หาความเค้นในปัญหาของแข็ง หรือการวิเคราะห์หาระดับอุณหภูมิในปัญหาการถ่ายเทความร้อน เป็นการวิเคราะห์ผ่านซอฟต์แวร์ย่อยที่เรียกว่า **SOLIDWORKS Simulation** อีกต่อหนึ่ง ผู้วิเคราะห์จึงต้องเพิ่ม (Add-Ins) ซอฟต์แวร์ย่อยนี้ลงไปในระบบก่อน ดังแสดงในรูป



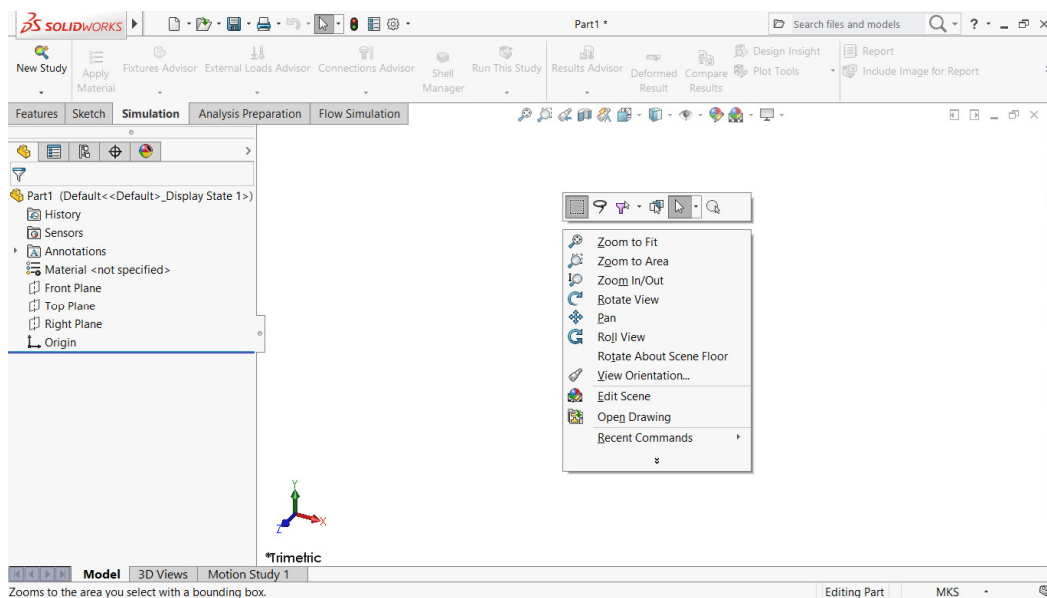
ในทำนองเดียวกัน หากต้องการวิเคราะห์ปัญหาการไหล (Fluid flow) ซอฟต์แวร์ย่อย **SOLIDWORKS Flow Simulation** จำเป็นต้องเพิ่มลงไปในเช่นกัน เมื่อซอฟต์แวร์ย่อยทั้งสองนี้ได้เพิ่มเติมอย่างเหมาะสม คำว่า **Simulation** และ **Flow Simulation** จะปรากฏเพิ่มขึ้นบนแถบแนวนอนสีเทา



ในช่วงของการวิเคราะห์ มุมมองภาพเป็นสิ่งสำคัญ ปุ่ม View Orientation ในแถบเครื่องมือช่วยทำให้เกิดความชัดเจนได้เป็นอย่างมาก ดังแสดงในรูป



นอกจากนั้น การปรับขยายขนาดภาพ การหมุน โมเดล การเคลื่อนย้ายโมเดลไป ตามตำแหน่งต่าง ๆ ของพื้นที่ทำงาน ฯลฯ ช่วยทำให้เกิดความคล่องตัวและมั่นใจในกระบวนการวิเคราะห์ ผู้ใช้เพียงคลิกขวาที่เมาส์บนที่ว่างของพื้นที่ทำงาน หน้าต่างเล็กซึ่งบรรจุคำสั่ง ย่อย ๆ ดังแสดงในรูปจะปรากฏขึ้น เพื่อให้เลือกใช้คำสั่งต่าง ๆ ได้ตามต้องการ



ตัวอย่างในบทต่อจากนี้ อธิบายขั้นตอนการคัปเปอรรวมกรอกข้อมูลที่จำเป็นโดยละเอียด ผู้เริ่มต้นเรียนรู้การใช้โซลิดเวิร์กส์จะพบว่าซอฟต์แวร์นี้สามารถวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้อย่างสะดวกมากทีเดียว

1.4 ประโยชน์ของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ถูกนำไปใช้วิเคราะห์งานหลากหลายชนิดเป็นจำนวนมาก ในปัจจุบัน จนกลายเป็นเครื่องมือที่ได้รับการยอมรับกันทั่วโลก ส่งผลให้เกิดซอฟต์แวร์ที่จำหน่ายกันในราคาสูง งานต่าง ๆ ที่วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถวิเคราะห์ได้ประกอบไปด้วย

- (ก) การวิเคราะห์ความแข็งแรงของโครงสร้างรถยนต์ เครื่องบิน รถไฟ เรือ อาคารสูง สะพาน ลงไปถึงชิ้นงานขนาดเล็ก เช่น ชิ้นส่วนยานยนต์ มอเตอร์ แก๊ส ขวดน้ำ และภาชนะต่าง ๆ
- (ข) การวิเคราะห์การสั่นไหวของเสาไฟฟ้าแรงสูงและป้ายทางด่วนจากแรงลม การยุบตัวของโครงสร้างรถยนต์ขณะเกิดการชน ความเค้นจากอุณหภูมิสูงของกังหันใบพัดเทอร์ไบน์
- (ค) การวิเคราะห์การไหลของอากาศผ่านบ้านและอาคารในเมืองขนาดใหญ่ การหมุนวนของอากาศภายในอาคารเพื่อการประหยัดพลังงาน การทำนายสภาวะอากาศ การเคลื่อนตัวของอากาศเย็นผ่านทวีป ทิศทางการไหลท่วมของน้ำเมื่อเกิดอุทกภัย
- (ง) การวิเคราะห์คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าสำหรับเสาส่งสัญญาณทางอากาศ ทรานซิสเตอร์ มอเตอร์ สายไฟฟ้าแรงสูง
- (จ) การวิเคราะห์การไหลในเส้นเลือดตามร่างกายและหัวใจ ไปจนถึงอุปกรณ์ทางการแพทย์ กระดูกข้อต่อเทียม เท้าเทียม รากฟันเทียม
- (ฉ) และงานอื่น ๆ ที่ไม่สามารถทดลองได้เพราะอาจเป็นอันตรายต่อมนุษย์หรือมีค่าใช้จ่ายสูง เช่น อานุภาพการระเบิดของชิปนาวู การไหลของแก๊สที่เป็นพิษต่อมนุษย์ในโรงงานอุตสาหกรรม

ประโยชน์ต่าง ๆ ดังตัวอย่างข้างต้นนี้เองทำให้สถาบันการศึกษาจำนวนมากบรรจุวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิชาที่นิสิตนักศึกษาในหลายสาขาต้องเรียนรู้กัน ก่อให้เกิดความเข้าใจในทฤษฎีที่ฝังตัวอยู่ในซอฟต์แวร์ เพื่อให้ผู้ใช้ซอฟต์แวร์ได้อย่างถูกต้องจึงมีความมั่นใจในผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น

บทที่ 2

การวิเคราะห์วัสดุท่อน

การวิเคราะห์วัสดุท่อนจัดเป็นพื้นฐานเบื้องต้นในการศึกษาวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพราะมีจำนวนตัวไม่รู้ค่า (unknown) น้อย ตัวไม่รู้ค่าเหล่านี้คือค่าของการเสียรูป (displacement) ซึ่งมีความหมายทางกายภาพที่ง่ายแก่การทำความเข้าใจ วัสดุท่อน (truss, rod) รับแรงดึงหรือแรงกดในแนวแกนได้เพียงอย่างเดียว ทำให้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับสปริง (spring) ได้โดยตรง

2.1 สมการพื้นฐาน

2.1.1 สมการเชิงอนุพันธ์

วัสดุท่อนยาวเรียว วางตัวอยู่ในแนวแกน x อาจถูกยึดที่ปลายข้างหนึ่งและมีแรงดึงหรือแรงกดที่ปลายอีกข้างหนึ่ง จะเกิดการยืดหดตัวขึ้นจนอยู่ในสภาวะสมดุล (equilibrium) ความสมดุลนี้เกิดขึ้นทุกตำแหน่งตลอดความยาวของวัสดุท่อนยาวเรียว นั้น สมการเชิงอนุพันธ์ซึ่งแสดงถึงความสมดุลนี้หากไม่คำนึงถึงแรงจากน้ำหนักของตัววัสดุท่อน (body force) เอง คือ

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = 0$$

โดย σ_x แทนค่าความเค้น (stress) ที่เกิดขึ้นในท่อนวัสดุยาวเรียว นั้น