◀ เฉลยละเอียด ▶

คณิตศาสตร์

9 วิชาสามัญ

ข้อสอบจริง

(ปี 55-62)

WWW.ALIST-ACADEMY.COM

คำนำ

9 วิชาสามัญคือ สนามสอบที่สำคัญเป็นอย่างมาก สำหรับน้องๆ ที่เตรียมสอบแพทย์หรือสายวิทยาศาสตร์สุขภาพ รวมทั้งคณะอื่นๆ ในสายศิลป์ โดยปัจจุบันระบบ TCAS ในรอบต่างๆ ได้นำคะแนนดิบในแต่ละวิชามาเป็นองค์ประกอบ

ดังนั้น หนังสือเฉลยละเอียดวิชาคณิตศาสตร์เล่มนี้ จึงเป็นประโยชน์อย่างมาก ที่จะช่วยให้น้องๆ เตรียมตัวสอบเข้าคณะ/มหาวิทยาลัยที่ใฝ่ฝันได้เป็นอย่างดี เพราะได้รวบรวมข้อสอบจริง ย้ำ! ข้อสอบจริง ที่ สทศ. จัดสอบขึ้นในแต่ละปี ตั้งแต่ปี 2555-2562 (รวม 8 ปีล่าสุด) ไว้ภายในเล่มนี้ โดยในเนื้อหาจะเป็นข้อสอบเก่าแยกในแต่ปี และเฉลยละเอียดแนบท้าย เพื่อให้น้อง ๆ ได้ฝึกทำและประเมินความพร้อมไปในตัว โดยธรรมชาติของข้อสอบจะมีรูปแบบการออกข้อสอบคล้ายๆ เดิมในแต่ละปี ถ้าน้องๆ ฝึกทำซ้ำๆ จะเกิดการเรียนรู้และคุ้นชินกับการออกข้อสอบในแต่ละวิชาได้เป็นอย่างดี ช่วยลดเวลาในการอ่านหนังสือ และเพิ่มความมั่นใจก่อนลงสนามสอบจริง

ทางสถาบันฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะเป็นตัวช่วยให้น้องๆ สอบติดในคณะ/มหาวิทยาลัยที่ใฝ่ฝันได้สำเร็จ ขอเพียงมุ่งมั่น และตั้งใจอย่างต่อเนื่อง รับรองว่าความฝันไม่ไกลเกินเอื้อมอย่างแน่นนอน พี่ๆ ขอเป็นอีกหนึ่งกำลังใจให้น้องๆ ทุกคนเดินตามฝันให้สำเร็จนะครับ

คณะผู้จัดทำ

บริษัท เอลิสท์เอ็ดดูเคชั่น จำกัด

สารบัญ

ข้อสอบ

9 วิชาสามัญคณิตศาสตร์ ปี 2555 1

เฉลยละเอียดคณิตศาสตร์ ปี 2555..... 7

ข้อสอบ

9 วิชาสามัญคณิตศาสตร์ ปี 2556 39

เฉลยละเอียดคณิตศาสตร์ ปี 2556..... 45

ข้อสอบ

9 วิชาสามัญคณิตศาสตร์ ปี 2557 66

เฉลยละเอียดคณิตศาสตร์ ปี 2557..... 73

ข้อสอบ

9 วิชาสามัญคณิตศาสตร์ ปี 2558 100

เฉลยละเอียดคณิตศาสตร์ ปี 2558..... 108

ข้อสอบ

9 วิชาสามัญคณิตศาสตร์ ปี 2559 133

เฉลยละเอียดคณิตศาสตร์ ปี 2559..... 141

ข้อสอบ

9 วิชาสามัญคณิตศาสตร์ ปี 2560 166

เฉลยละเอียดคณิตศาสตร์ ปี 2560..... 175

ข้อสอบ

9 วิชาสามัญคณิตศาสตร์ ปี 2561 197

เฉลยละเอียดคณิตศาสตร์ ปี 256..... 205

ข้อสอบ

9 วิชาสามัญคณิตศาสตร์ ปี 2562 236

เฉลยละเอียดคณิตศาสตร์ ปี 2562..... 243

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ปีการศึกษา 2555

ตอนที่ 1 : แบบระบายตัวเลขที่เป็นคำตอบ จำนวน 10 ข้อ ๆ ละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน

ข้อ 1. ถ้าเซตคำตอบของอสมการ $|3-2x|-|3x-7|\geq 0$ คือช่วง $[a,b]$ แล้ว $a+b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 2. ถ้า S เป็นเซตคำตอบของจำนวนนับ n ซึ่ง ค.ร.น. ของ 720 และ n มีค่าเท่ากับ 10800 แล้วสมาชิกของ S ที่มีค่าน้อยที่สุดมีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 3. $\sec^2\left(2\tan^{-1}\sqrt{2}\right)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 4. กำหนดให้ O เป็นจุดกำเนิด $A=(1,-4,-3)$ และ $B=(3,-6,2)$ ถ้า C เป็นจุดบน OB ซึ่งทำให้ AC ตั้งฉากกับ OB แล้ว OC ยาวเท่าใด

ข้อ 5. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $3^x+3^{2-x}=4\sqrt{3}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 6. ถ้า $\log\left[x+27^{\log_3 2}\right]=1$ แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 7. ในการกระจาย $\left(x^2+\frac{2}{x^3}\right)^{10}$ โดยใช้ทฤษฎีบททวินาม จะได้ว่าพจน์ค่าคงตัวมีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 8. ในการสอบวิชาประวัติศาสตร์ มีการสอบ 5 ครั้ง โดยที่อาจารย์ผู้สอนให้น้ำหนักของผลการสอบครั้งสุดท้ายเป็นสองเท่าของผลการสอบครั้งอื่น ในการสอบสี่ครั้งแรก เด็กชายพลูสอบได้คะแนนเฉลี่ย 86 เปอร์เซ็นต์ ถ้าเขาต้องการผลการสอบวิชานี้เป็น 90 เปอร์เซ็นต์แล้วเขาจะต้องได้คะแนนในการสอบครั้งที่ 5 เท่ากับกี่เปอร์เซ็นต์

ข้อ 9. กำหนดให้ L_1 เป็นเส้นตรงซึ่งมีสมการเป็น $4x-3y+10=0$

และ L_2 เป็นเส้นสัมผัสของเส้นโค้ง $y=x^2-\frac{8}{3}x+\frac{7}{3}$

ถ้า L_2 ขนานกับ L_1 แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรง L_1 และ L_2 เท่ากับเท่าใด

ข้อ 10. $\int_0^2 6x|x-2|dx$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ตอนที่ 2 : แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกที่สุด จำนวน 20 ข้อ ๆ ละ 4 คะแนน รวม 80 คะแนน

ข้อ 11. กำหนดให้ $P(x)$ เป็นพหุนามดีกรี 3 ถ้า $x-1, x-2$ และ $x-3$ ต่างก็หาร $P(x)$ แล้วเหลือเศษ 1 และ $x-4$ หาร $P(x)$ ลงตัว แล้ว $P(5)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -3 2. -1 3. 0 4. 1 5. 3

ข้อ 12. ถ้า z เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่งมี $\mathrm{Im}(z)>0$ และสอดคล้องกับสมการ $\left(z+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=-\frac{1}{4}$ แล้ว z^8 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$
2. $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$
3. $\frac{1}{2}$
4. $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$
5. $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

ข้อ 13. กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่ง $ab-25a-25b=1575$

ถ้า ห.ร.ม. $(a,b)=5$ แล้ว $|a-b|$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 15
2. 45
3. 90
4. 210
5. 435

ข้อ 14. กำหนดให้ $\overline{u}$ และ $\overline{v}$ เป็นเวกเตอร์สามมิติซึ่งทำมุมป้านต่อกัน และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีด้านประกอบมุมเป็น $\overline{u}$ และ $\overline{v}$ มีค่าเท่ากับ 3 ตารางหน่วย ถ้า $\overline{u}$ และ $\overline{v}$ มีขนาด 1 และ 5 หน่วย ตามลำดับแล้ว $(2\overline{u}+\overline{v})\cdot(\overline{u}-\overline{v})$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -27 2. -19 3. 0 4. 19 5. 27

ข้อ 15. กำหนดให้ H เป็นไฮเพอร์โบลาซึ่งมีสมการเป็น $9x^2-72x-16y^2-32y=16$ ถ้า E เป็นวงรีซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่จุดโฟกัสของ H และมีความเยื้องศูนย์กลางเท่ากับ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ แล้ว E สมการในข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{(x-4)^2}{25}+\frac{(y+1)^2}{16}=1$
2. $\frac{(x+4)^2}{25}+\frac{(y-1)^2}{16}=1$
3. $\frac{(x-4)^2}{25}+\frac{(y+1)^2}{20}=1$
4. $\frac{(x+4)^2}{25}+\frac{(y-1)^2}{20}=1$
5. $\frac{(x-4)^2}{16}+\frac{(y+1)^2}{9}=1$

ข้อ 16. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม A และมุม B เป็นมุมแหลม ถ้า

$$\cos 2A+3\cos 2B=-2$$
$$\cos A-\sqrt{2}\cos B=0$$

แล้ว $\cos C$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{5}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$
2. $\frac{1}{5}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$
3. $\frac{1}{5}\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$
4. $\frac{1}{5}\left(\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right)$
5. $\frac{1}{5}\left(2\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$

ข้อ 17. ถ้า x, y, z สอดคล้องกับระบบสมการ

$$\begin{aligned} 2x+y+2z&=a \\ x+y-z&=b \\ 3x+2y-2z&=c \end{aligned}$$

โดยที่ดีเทอร์มิแนนท์ $\begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 4 \\ a & b & c \end{vmatrix} = 24$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -4 2. $-\frac{4}{5}$ 3. 0 4. $\frac{4}{5}$ 5. 4

ข้อ 18. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์มิติ 3×3 และ $AX_i = B_i$ เมื่อ $i = 1,2,3$

ถ้า $X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

แล้ว $\det(A)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -8 2. $-\frac{1}{8}$ 3. $\frac{1}{8}$ 4. 1 5. 8

ข้อ 19. ถ้า $S_1 = \left\{ x \middle| \log_{\frac{1}{2}}(x+1) + 2\log_{\frac{1}{4}}(x+2) - \log_{\frac{1}{2}}(9x-3) \le 0 \right\}$

และ $S_2 = \{ x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มซึ่ง $-10 \le x \le 10 \}$

แล้ว $S_1 \cap S_2$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 5 2. 6 3. 7 4. 8 5. 9

ข้อ 20. ในการจัดเด็ก 7 คนซึ่งมีอายุ $1,2,3,4,5,6,7$ ขวบนั่งเก้าอี้ 7 ตัวซึ่งติดหมายเลข $1,2,3,4,5,6,7$ โดย กำหนดให้เด็กที่นั่งเก้าอี้หมายเลข k ต้องมีอายุมากกว่าหรือเท่ากับ $k-1$ ขวบ จะมีจำนวนวิธีในการจัดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 32 2. 60 3. 64 4. 120 5. 128

ข้อ 21. ข้อมูลชุดหนึ่งเป็นคะแนนจากการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ถ้าเพิ่มคะแนนให้นักเรียนทุกคน ๆ ละ 3 คะแนน แล้วจะทำให้ค่าสถิติในข้อใดต่อไปนี้มีค่าลดลง

1. ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของคะแนน
2. สัมประสิทธิ์ของพิสัยของคะแนน
3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนน
4. ค่ามัธยฐานของคะแนน
5. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

ข้อ 22. น้ำหนักซึ่งบรรจุอาการขายส่งของบริษัทแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ถ้าถุงที่มีน้ำหนักเกิน 117.8 กรัม มีอยู่ 67% และถุงที่มีน้ำหนักเกิน 126.7กรัม มีอยู่ 9% แล้ว จำนวนเปอร์เซ็นต์ที่มีน้ำหนักน้อยกว่า 125 กรัม เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ โดยกำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ ดังนี้

Z	0.17	0.44	1	1.1	1.2	1.34
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.4554	0.1700	0.3413	0.3643	0.3849	0.41

1. 84.13
2. 86.43
3. 88.49
4. 89.25
5. 90

ข้อ 23. พาราโบลารูปหนึ่งมีแกนสมมาตรขนานกับแขน y มีจุดยอดอยู่ที่จุด (3, 9) และผ่านจุด (1, 5) บริเวณที่ปิดล้อมด้วยพาราโบลารูปนี้ และแกน X มีพื้นที่เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 9 ตารางหน่วย
2. 18 ตารางหน่วย
3. 27 ตารางหน่วย
4. 36 ตารางหน่วย
5. 54 ตารางหน่วย

ข้อ 24. กำหนดให้ g เป็นฟังก์ชันพหุนามซึ่งมีจุด $(2,-1)$ เป็นจุดต่ำสุดสัมพันธ์ และกราฟของ g ผ่านจุด $(1,4)$ ถ้า C เป็นค่าคงตัวที่ทำให้ฟังก์ชัน f นิยามโดย $f(x)=\begin{cases}(cx^2+1)g(x) & \text{เมื่อ } x\ge 1\\ 2x+10 & \text{เมื่อ } x<1\end{cases}$ ต่อเนื่องที่จุด $x=1$ แล้ว $f'(2)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -8
2. -4
3. 0
4. 4
5. 8

ข้อ 25. ถ้า $a_n=\begin{cases}n & \text{เมื่อ n เป็นจำนวนคี่}\\ 2n & \text{เมื่อ n เป็นจำนวนคู่}\end{cases}$ แล้ว $\sum_{k=1}^{40} a_k$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 860
2. 1060
3. 1080
4. 1240
5. 1440

ข้อ 26. ถ้า $A=\begin{bmatrix} a & 1-a \\ 1+a & -a \end{bmatrix}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงและ $I=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

แล้ว $\det\left(A-\sqrt{2}I\right)\left(A-\sqrt{3}I\right)\left(A-\sqrt{5}I\right)\left(A-\sqrt{7}I\right)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $48-13a$
2. $\left(a-\sqrt{2}\right)\left(a-\sqrt{3}\right)\left(a-\sqrt{5}\right)\left(a-\sqrt{7}\right)$
3. $17a$
4. 17
5. 48

ข้อ 27. กำหนดให้ E_n เป็นวงรีที่มีสมการเป็น $\frac{x^2}{a_n^2}+\frac{y^2}{b_n^2}=1$ โดยที่ $a_n=2b_n\geq 0$ ถ้า $a_1=2$

และ จุดยอด ของ วงรี E_n เป็นโฟกัสของวงรี E_{n-1} ทุก $n\geq 2$ แล้ว $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $6+4\sqrt{3}$
2. $8+4\sqrt{3}$
3. $10+4\sqrt{3}$
4. 15
5. 17

ข้อ 28. ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1. $f(x)=x|x+1|$ มีอนุพันธ์ที่จุด $x=0$
2. $f(x)=\frac{x}{|x+1|}$ มีอนุพันธ์ที่จุด $x=0$
3. $f(x)=|x|(x+1)$ มีอนุพันธ์ที่จุด $x=0$
4. $f(x)=x^2|x+1|$ มีอนุพันธ์ที่จุด $x=0$
5. $f(x)=x|x|$ มีอนุพันธ์ที่จุด $x=0$

ข้อ 29 กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย $a_1,a_2,a_3,\ldots,a_{91}$ โดยที่ $a_n=\begin{cases} n & \text{เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกคู่} \\ 3+4n & \text{เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกคี่} \end{cases}$

มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 63
2. 68
3. 71
4. 74
5. 76

ข้อ 30. กำหนดให้ $M=\left\{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \middle| a,b,c,d\in\{-1,0,1\}\right\}$ ถ้าสุ่มเลือกเมทริกซ์หนึ่งจากเซต M แล้ว

ความน่าจะเป็นที่จะได้เมทริกซ์ที่มีอินเวอร์สการคูณมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{21}{81}$
2. $\frac{31}{81}$
3. $\frac{33}{81}$
4. $\frac{48}{81}$
5. $\frac{50}{81}$

เฉลยข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ปีการศึกษา 2555

ข้อ	ตอบ	ข้อ	ตอบ	ข้อ	ตอบ
1.	6	11.	1	21.	2
2.	675	12.	5	22.	1
3.	9	13.	1	23.	4
4.	3	14.	2	24.	1
5.	2	15.	3	25.	4
6.	2	16.	3	26.	5
7.	3360	17.	5	27.	2
8.	98	18.	2	28.	3
9.	3	19.	3	29.	4
10.	8	20.	3	30.	4

ตอนที่ 1 : แบบระบายตัวเลขที่เป็นคำตอบ จำนวน 10 ข้อ ๆ ละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน

ข้อ 1. ตอบ 6

แนวคิด $|3-2x|-|3x-7|\geq 0$

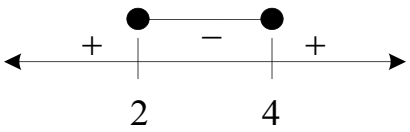
$$|2x-3|\geq|3x-7|$$

$$(2x-3)^2\geq(3x-7)^2$$

$$0\geq(3x-7)^2-(2x-3)^2$$

$$(3x-7+2x-3)(3x-7-(2x-3))\leq 0$$

$$(5x-10)(x-4)\leq 0$$



ดังนั้น เซตคำตอบของอสมการ คือ $[2, 4]$

โจทย์กำหนดให้เซตคำตอบของอสกมาร คือ ช่วง $[a, b]$

จะได้ $a = 2$ และ $b = 4$ นั่นคือ $a+b = 2+4 = 6$

ข้อ 2.ตอบ 675

ตัวอย่าง $a = 2^3 \times 3^2 \times 5^4 \times 7$

$b = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^3$

$c = 2^0 \times 3^4 \times 5^3 \times 7^{11}$

หา ค.ร.น. ให้เอาตัวที่มากที่สุดในแต่ละชุด

หา ห.ร.ม. ให้เอาตัวที่น้อยที่สุดในแต่ละชุด

$$\begin{aligned} a &= 2^3 \times 3^2 \times 5^4 \times 7 \\ b &= 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^3 \\ c &= 2^0 \times 3^4 \times 5^3 \times 7^{11} \end{aligned}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

ค.ร.น. $\underline{\underline{2^4 \times 3^4 \times 5^4 \times 7^{11}}}$

$$\begin{aligned} a &= 2^3 \times 3^2 \times 5^4 \times 7 \\ b &= 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^3 \\ c &= 2^0 \times 3^4 \times 5^3 \times 7^{11} \end{aligned}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

ห.ร.ม. $\underline{\underline{2^0 \times 3^2 \times 5^2 \times 7}}$

พิจารณา จากโจทย์ $10,800 = 2^4 \times 3^3 \times 5^2$

และ และ $720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$

โจทย์กำหนดให้ n เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุด ซึ่ง ค.ร.น. ของ n และ 720 เท่ากับ $10,800$ แสดงว่า n ต้องมี 3^3 กับ 5^2 เป็นตัวประกอบ ส่วนเลข 2 มีหรือไม่ก็ได้

จะได้ดังนั้น n ที่มีค่าน้อยที่สุด $n = 3^3 \times 5^2 = 675$

ข้อ 3.ตอบ 9

แนวคิด ให้ $A = \arctan\sqrt{2}$ จะได้ $\tan A = \sqrt{2}$

$\sec^2\left(2\tan^{-1}\sqrt{2}\right)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

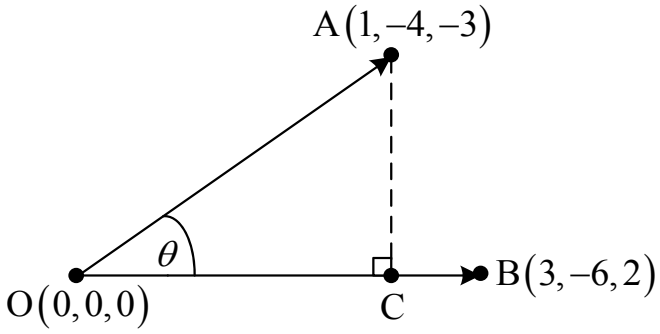
$$\sec^2(2A) = 1 + \tan^2 2A$$

$$\tan 2A = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A} = \frac{2\left(\sqrt{2}\right)}{1-\left(\sqrt{2}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{1-2} = -2\sqrt{2}$$

$$\sec^2 2A = 1 + \tan^2 2A = 1 + \left(-2\sqrt{2}\right)^2 = 1 + 8 = 9$$

ข้อ 4. ตอบ 3

แนวคิด กำหนดให้ $O(0,0,0)$ เป็นจุดกำเนิด $A=(1,-4,-3)$ และ $B=(3,-6,2)$ ถ้า C เป็นจุดบน OB ซึ่งทำให้ AC ตั้งฉากกับ OB แล้ว OC ยาวเท่าใด



$$\therefore \overrightarrow{OC}=\left|\overrightarrow{OA}\right|\cos\theta \qquad \therefore \overrightarrow{OA}=\begin{bmatrix}1-0\\-4-0\\-3-0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\-4\\-3\end{bmatrix}$$

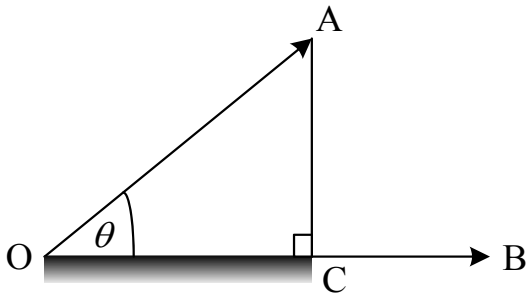
$$\therefore \overrightarrow{OB}=\begin{bmatrix}3-0\\-6-0\\2-0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\-6\\2\end{bmatrix} \qquad \therefore \left|\overrightarrow{OB}\right|=\sqrt{3^2+(-6)^2+(2)^2}=7$$

$$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=(1)(3)+(-4)(-6)+(-3)(2)=21$$

$$\therefore \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\left|\overrightarrow{OA}\right|\left|\overrightarrow{OB}\right|\cos\theta$$

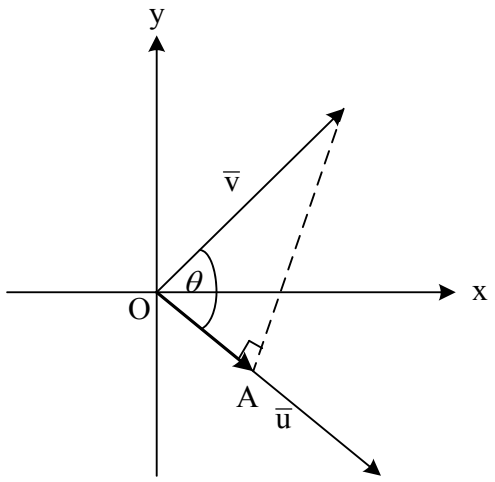
$$\left|\overrightarrow{OA}\right|\cos\theta=\frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{\left|\overrightarrow{OB}\right|}=\frac{21}{7}=3$$

ภาพฉายเชิงเวกเตอร์ (Projection Vectors)



$$\therefore \overrightarrow{OC} = \frac{|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|\cos\theta}{|\overrightarrow{OB}|} = \frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OB}|} = \frac{\begin{bmatrix}1\\-4\\-3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\-6\\2\end{bmatrix}}{\sqrt{3^2+(-6)^2+2^2}} = \frac{21}{7} = 3$$

ภาพฉายเชิงเวกเตอร์ (Projection Vectors)



จากรูป จะได้ว่า $\overrightarrow{OA}$ คือภาพฉายเชิงเวกเตอร์ (Projection Vectors) ของ $\overline{v}$ บน $\overline{u}$

เราจะได้ว่า $\overrightarrow{OA} = \left(\frac{\overline{u}.\overline{v}}{|\overline{u}|^2}\right)\overline{u}$

ข้อ 5. ตอบ 2

แนวคิด $3^x + 3^{2-x} = 4\sqrt{3}$

$$3^x + 3^2\left(3^{-x}\right) = 4\sqrt{3}$$

กำหนด ให้ $A = 3^x$

จะได้ $A + \frac{9}{A} = 4\sqrt{3}$

$$A^2 - 4\sqrt{3}A + 9 = 0$$

$$(A - 3\sqrt{3})(A - \sqrt{3}) = 0$$

$$A = 3\sqrt{3}, \sqrt{3}$$

$3^x = 3\sqrt{3} = 3^{\frac{3}{2}}$ หรือ $3^x = \sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$

$x = \frac{3}{2}$ หรือ $x = \frac{1}{2}$

ดังนั้น ผลรวมของคำตอบที่ได้จากสมการเท่ากับ $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$

ข้อ 6. ตอบ 2

แนวคิด $\log\left[x + 27^{\log_3 2}\right] = 1$

$$x + 27^{\log_3 2} = 10^1$$

$$x + 3^{3\log_3 2} = 10$$

$$x + 3^{\log_3 2^3} = 10$$

$$x + 2^3 = 10$$

$$x + 8 = 10$$

$$x = 2$$

ข้อ 7. ตอบ 3360

แนวคิด โจทย์กำหนดให้ $\left(x^2 + \frac{2}{x^3}\right)^{10}$

ใช้สูตร $T_{r+1} = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$

จากการกระจาย $\left(x^2 + \frac{2}{x^3}\right)^{10}$

จะได้ พจน์ที่ $r+1 = \binom{10}{r}\left(x^2\right)^{10-r}\left(\frac{2}{x^3}\right)^r$

$$= \binom{10}{r} x^{20-2r} \cdot 2x^{-3r}$$

$$= \binom{10}{r} 2^r \cdot x^{20-5r} \quad \ldots ❶$$

พิจารณาพจน์ที่ไม่มีตัวแปร จากเลขชี้กำลังของตัวแปร x ต้องเท่ากับ 0

นั่นคือ

$$20-5r = 0$$
$$20 = 5r$$
$$\therefore \quad r = 4$$

แทนค่า $r = 4$ ใน ❶ จะได้

$$\text{พจน์ที่} \quad T_{4+1} = \binom{10}{4}2^4$$
$$= \frac{10!}{6!4!}\times 6$$
$$= \frac{10\times 9\times 8\times 7\times 6!}{6!24}\times 16$$
$$= 3,360$$

ข้อ 8. ตอบ 98

แนวคิด มีการสอบ 5 ครั้ง โดยที่อาจารย์ผู้สอนให้น้ำหนักของผลการสอบครั้งสุดท้ายเป็นสองเท่าของผลการสอบครั้งอื่นนั้นคือ ให้น้ำหนักคะแนนแต่ละครั้งเป็น $w, w, w, w, 2w$

$$\bar{x} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + w_4x_4 + w_5x_5}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5}$$

ในการสอบสี่ครั้งแรก เด็กชายพลูสอบได้คะแนนเฉลี่ย 86 เปอร์เซ็นต์ ถ้าเขาต้องการผลการสอบวิชานี้เป็น 90 เปอร์เซ็นต์แล้วเขาจะต้องได้คะแนนในการสอบครั้งที่ 5 เท่ากับกี่เปอร์เซ็นต์

จะได้ $$90 = \frac{[wx + wx + wx + wx] + (2w)x_5}{w + w + w + w + 2w}$$

$$90 = \frac{x(4w) + (2w)x_5}{6w}$$

$$90 = \frac{86(4w) + x_5(2w)}{6w}$$

$$90\times 6 = 86(4) + x_5(2)$$

$$540 = 344 + x_5(2)$$

$$x_5 = \frac{540-344}{2} = 98 \quad \text{เปอร์เซ็น}$$

ข้อ 9. ตอบ 3

แนวคิดจากเส้นโค้ง $y = x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{7}{3}$

จะได้ ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุดใด ๆ เท่ากับ $\frac{dy}{dx} = 2x - \frac{8}{3}$

และ ℓ_2 เป็นเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่ โดยที่ ℓ_2 ขนานกับ ℓ_1 ซึ่งเป็นเส้นตรงที่มีสมการเป็น $4x - 3y + 10 = 0$

จะได้ ความชันของ ℓ_2 = ความชันของ $\ell_1 = \frac{4}{3}$

หาจุดสัมผัสระหว่าง ℓ_2 กับเส้นโค้งได้โดยให้

$$2x - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$$
$$2x = 4$$
$$x = 2$$
$$y = (2)^2 - \frac{8}{3}(2) + \frac{7}{3} = 1$$

นั่นคือ ℓ_2 สัมผัสเส้นโค้งที่จุด $(2, 1)$

จะได้ สมการ ℓ_2 คือ

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 1 = \frac{4}{3}(x - 2)$$
$$3y - 3 = 4x - 8$$
$$4x - 3y - 5 = 0$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างเส้นตรง ℓ_1 และ ℓ_2

$$= \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$
$$= \frac{|10 - (-5)|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}}$$
$$= \frac{15}{5} = 3 \text{ หน่วย}$$

ข้อ 10. ตอบ 8

แนวคิดพิจารณา $6x|x-2| = \begin{cases} 6x(x-2) \\ -6x(x-2) \end{cases}$

ในช่วง $x = 0$ ถึง 2 ค่า $|x-2| = -x + 2$ เสมอ (ใน ค่าสัมบูรณ์ ติดลบ)

ดังนั้น $\int_0^2 6x|x-2|dx = \int_0^2 -6x(x-2)dx$

$$= \int_0^2 \left(-6x^2+12x\right)dx$$

$$= -2x^3+6x^2\Big|_0^2$$

$$= \left(-2(2)^3+6(2)^2\right)-\left(-2(0)^3+6(0)^2\right)$$

$$= -16+24-0 = 8$$

ตอนที่ 2 : แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกที่สุด

ข้อ 11. เฉลยข้อ 1

แนวคิด กำหนดให้ $P(x)$ เป็นพหุนามดีกรี 3 ถ้า $x-1, x-2$ และ $x-3$ ต่างก็หาร $P(x)$ แล้วเหลือเศษ 1

$$P(x)=k(x-1)(x-2)(x-3)+1$$

$$P(x)-1=k(x-1)(x-2)(x-3)$$

โจทย์กำหนด $x-4$ หาร $P(x)$ ลงตัว

$$P(4)=0$$

$$P(4)-1=k(4-1)(4-2)(4-3)$$

$$0-1=k(3)(2)(1)$$

$$\therefore k=-\frac{1}{6}$$

จะได้ $P(x)=-\frac{1}{6}(x-1)(x-2)(x-3)+1$

$$P(5)=-\frac{1}{6}(4)(3)(2)+1=-3$$

ข้อ 12. เฉลยข้อ 5

แนวคิด

$$\left(z+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=-\frac{1}{4}$$

$$z+\frac{\sqrt{3}}{2}=\pm\frac{1}{2}i$$

$$z+\frac{\sqrt{3}}{2}=\pm\frac{1}{2}i$$

จึงได้ $z=-\frac{\sqrt{3}}{2}\pm\frac{1}{2}i$

โจทย์กำหนดให้ $\mathrm{Im}(z)>0$ $\therefore z=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

$$z^8=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\pm\frac{1}{2}i\right)^8$$

$$=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)^8\frac{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)}{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)}$$

$$=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)^9\frac{2}{\left(-\sqrt{3}+i\right)}$$

$$=\left[\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)^3\right]^3\frac{2}{\left(-\sqrt{3}+i\right)}\times\frac{\left(-\sqrt{3}+i\right)}{\left(-\sqrt{3}+i\right)}$$

$$=\left[-8\left(\frac{1}{2}i\right)^3\right]^3\frac{2}{\left(-\sqrt{3}+i\right)}\times\frac{\left(-\sqrt{3}-i\right)}{\left(-\sqrt{3}-i\right)}$$

$$=\left[-8\left(\frac{1}{2}i\right)^3\right]^3\frac{2\left(-\sqrt{3}-i\right)}{4}$$

$$=(-i)^3\frac{2\left(-\sqrt{3}-i\right)}{4}$$

$$=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$$

ตัวอย่างที่ 1 . จงหาค่าในแต่ละข้อในรูป **a + bi**

ข้อ	จำนวนเชิงซ้อน	เทคนิค -8 เท่าแต่ให้ตัด $\sqrt{3}$ ทิ้ง
1	$\left(1+\sqrt{3}i\right)^3$	$\left(1+\sqrt{3}i\right)^3=-8\left(1+\cancel{\sqrt{3}i}\right)^3=-8(1)^3=-8$
2	$\left(1-\sqrt{3}i\right)^3$	$\left(1-\sqrt{3}i\right)^3=-8\left(1-\cancel{\sqrt{3}i}\right)^3=-8(1)^3=-8$
3	$\left(-1+\sqrt{3}i\right)^3$	$\left(-1+\sqrt{3}i\right)^3=-8\left(-1+\cancel{\sqrt{3}i}\right)^3=-8(-1)^3=8$
4	$\left(-1-\sqrt{3}i\right)^3$	$\left(-1-\sqrt{3}i\right)^3=-8\left(-1-\cancel{\sqrt{3}i}\right)^3=-8(-1)^3=8$
5	$\left(\sqrt{3}+i\right)^3$	$\left(\sqrt{3}+i\right)^3=-8\left(\cancel{\sqrt{3}}+i\right)^3=-8(i)^3=8i$
6	$\left(\sqrt{3}-i\right)^3$	$\left(\sqrt{3}-i\right)^3=-8\left(\cancel{\sqrt{3}}-i\right)^3=-8(-i)^3=-8i$
7	$\left(-\sqrt{3}+i\right)^3$	$\left(-\sqrt{3}+i\right)^3=-8\left(-\cancel{\sqrt{3}}+i\right)^3=-8(i)^3=8i$
8	$\left(-\sqrt{3}-i\right)^3$	$\left(-\sqrt{3}-i\right)^3=-8\left(-\cancel{\sqrt{3}}-i\right)^3=-8(-i)^3=-8i$

ตัวอย่างที่ 2 . จงหาค่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ในรูป **a + bi**

ข้อ	**จำนวนเชิงซ้อน**	**เทคนิค** -8 **เท่าแต่ให้ตัด** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **ทิ้ง**
1	$\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$	$\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3=-8\left(\frac{1}{2}+\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}i}\right)^3=-8\left(\frac{1}{2}\right)^3=-1$
2	$\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$	$\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3=-8\left(\frac{1}{2}-\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}i}\right)^3=-8\left(\frac{1}{2}\right)^3=-1$
3	$\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$	$\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3=-8\left(-\frac{1}{2}+\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}i}\right)^3=-8\left(-\frac{1}{2}\right)^3=1$
4	$\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$	$\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3=-8\left(-\frac{1}{2}-\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}i}\right)^3=-8\left(-\frac{1}{2}\right)^3=1$
5	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)^3$	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)^3=-8\left(\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}}+\frac{1}{2}i\right)^3=-8\left(\frac{1}{2}i\right)^3=i$
6	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)^3$	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)^3=-8\left(\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}}-\frac{1}{2}i\right)^3=-8\left(-\frac{1}{2}i\right)^3=-i$
7	$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)^3$	$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)^3=-8\left(-\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}}+\frac{1}{2}i\right)^3=-8\left(\frac{1}{2}i\right)^3=i$
8	$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)^3$	$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)^3=-8\left(-\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}}-\frac{1}{2}i\right)^3=-8\left(-\frac{1}{2}i\right)^3=-i$