



ADVANCE SCIENCE

ม.ต้น **เข้มข้น เนื้อหา + ข้อสอบ ฉบับปรับปรุง** 

สรุปกระชับเนื้อหาครบ เจาะลึกกว่า หลักสูตรเพื่อสอบ
เข้า ม.4 และปูพื้นฐานเพื่อแข่งขันทางวิชาการระดับนานาชาติ

ฝึกฝนด้วยแนวข้อสอบจริง ที่มีเอกลักษณ์เฉพาะของแต่ละ
โรงเรียนชั้นนำ ครอบคลุมทั้งปรนัย, อัตนัย, บทความ และ Lab

เข้มข้นกว่า ลึกกว่า ครบทั้งเนื้อหาและแนวข้อสอบ เตรียมอุดมศึกษา, มหิดลวิทยานุสรณ์, กำเนิดวิทย์ และ รร.วิทยาศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เจาะเข้บทะลุหลักสูตร ทั้งฟิสิกส์, เคมี, ชีววิทยา, โลกและอวกาศ ด้วยภาพสื่อตลอดเล่ม



มีเพียง “ความรู้” เท่านั้นที่มนุษย์ใช้พลิก “โลก”
และเปลี่ยน “ชีวิต” เราจึงสร้างสรรค์ และส่งมอบ “ความรู้”
ในรูปแบบที่ดีกว่า เพื่อให้คนไทย “เรียนรู้” ได้ตลอดชีวิต

Only “Knowledge” can help human
change “The World” and “Their Lives”.

With this truth, it drives us to deliver
“Knowledge” for Thai being able to
“Learn” better everyday.



Advance Science ม.ต้น เข้มข้น เนื้อหา + ข้อสอบ มั่นใจเต็ม 100 ฉบับปรับปรุง

AUTHORS

ดร.ไตร อัญญโพธิ์
สุชญา เกโทสง
ชลธิชา ลุนสำโรง
นุชนารณ แสนพุก

EDITORIAL

ศิริกาญจน์ วงศ์เศวตศิลา
sirikarn_r@idcpremier.com

GRAPHIC DESIGNERS

ชวนันท์ รัตนะ, วุฒิพันธ์ สมพระเมฆ

PAGE LAYOUT

สิริลักษณ์ วาระเลิศ

PROOFREADER

สุนทรี บรรลือศักดิ์

PUBLISHING COORDINATORS

วรพล ณธิกุล, สุพัตรา อาจปฐ, วัชรพงศ์ ยงปัญญาสกุล

PUBLISHED AND DISTRIBUTED BY



บริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด
200 หมู่ 4 ชั้น 19 ห้อง 1901
อาคารจัดมินิอินเตอร์เนชั่นแนลทาวเวอร์
ถ.แจ้งวัฒนะ อ.ปากเกร็ด จ.นนทบุรี 11120
โทรศัพท์ 0-2962-1081 (อัตโนมัติ 10 คู่สาย)
โทรสาร 0-2962-1084

สมาชิกสัมพันธ์
โทรศัพท์ 0-2962-1081-3 ต่อ 121 โทรสาร 0-2962-1084
ร้านค้าและตัวแทนจำหน่าย
โทรศัพท์ 0-2962-1081-3 ต่อ 112-114 โทรสาร 0-2962-1084



พิมพ์ครั้งที่ 1 พฤษภาคม 2565

ข้อมูลทางบรรณานุกรม

ดร.ไตร อัญญโพธิ์
Advance Science ม.ต้น เข้มข้น เนื้อหา + ข้อสอบ มั่นใจเต็ม 100
ฉบับปรับปรุง

นนทบุรี : ไอดีซี, 2565
408 หน้า

1. วิชาวิทยาศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

- I สุชญา เกโทสง
- II ชลธิชา ลุนสำโรง
- III นุชนารณ แสนพุก
- IV ชื่อเรื่อง

500

Barcode 885-916-100-993-1

เครื่องหมายการค้าอื่นๆ ที่อ้างถึงเป็นของบริษัทนั้นๆ

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 โดยบริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด ห้ามลอกเลียนไม่ว่าส่วนใดส่วนหนึ่งของหนังสือเล่มนี้ ไม่ว่าในรูปแบบใดๆ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากผู้จัดพิมพ์เท่านั้น

บริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด จัดตั้งขึ้นเพื่อเผยแพร่ความรู้ที่มีคุณภาพสู่ผู้อ่านชาวไทย เรายินดีรับงานเขียนของนักวิชาการและนักเขียนทุกท่าน ท่านผู้สนใจกรุณาติดต่อผ่านทางอีเมลที่ infopress@idcpremier.com หรือทางโทรศัพท์หมายเลข 0-2962-1081 (อัตโนมัติ 10 คู่สาย) โทรสาร 0-2962-1084

ราคา 450 บาท

คำนำ

หนังสือ Advance Science ม.ต้น เข้มข้น เนื้อหา + ข้อสอบ มั่นใจเต็ม 100 ได้สรุปเนื้อหาวิชาวิทยาศาสตร์สำหรับใช้อ่านเพื่อสอบเข้าเรียนต่อระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย และโรงเรียนกำเนิดวิทย์ โดยเนื้อหาแบ่งออกเป็นวิทยาศาสตร์ 4 กลุ่ม คือ ฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยา และโลกและอวกาศ มีตัวอย่างประกอบเนื้อหาที่ชัดเจนเข้าใจง่าย พร้อมแนวข้อสอบเฉพาะในแต่ละโรงเรียน เฉลยอย่างละเอียดจากนักเขียนผู้มีประสบการณ์ เพื่อสามารถนำไปใช้เตรียมตัวสอบให้พร้อมในโรงเรียนที่ใฝ่ฝันได้อย่างมั่นใจ

ทั้งนี้ ขอกราบขอบพระคุณในความอนุเคราะห์ของอาจารย์ผู้ตรวจสอบทางวิชาการ ที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่ามาช่วยตรวจทานความถูกต้องของเนื้อหาในหนังสือเล่มนี้ เพื่อให้หนังสือมีคุณภาพและเกิดประโยชน์ต่อผู้อ่านสูงสุด

ดร.ปรีนทร จันท์เลิศ

วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาฟิสิกส์ (เกียรตินิยมอันดับ 1) คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมวัสดุ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล
Doctor of Philosophy (Ph.D.) Condensed Matter Physics, Tokyo Institute of Technology, Japan

ทิปกร หาญวิสุทธิ์

การศึกษาศาสตรบัณฑิต วิชาเอกวิทยาศาสตร์-ชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

หทัยทิพย์ สีส่วน

ครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชามัธยมศึกษา (วิทยาศาสตร์-เคมี) คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการวิจัยทางการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ดร.ชัยศาสตร์ คเชนทร์สุวรรณ

การศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
การศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการบริหารการศึกษา วิทยาลัยการจัดการ มหาวิทยาลัยพะเยา

คณะผู้จัดทำ





สารบัญ

Part 1 ฟิสิกส์

บทที่ 1 แรงและการเคลื่อนที่

1.1 การเคลื่อนที่แนวตรง.....	3
1.2 มวล แรง และกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน	5
1.3 สมดุลและโมเมนต์ของแรง	9
1.4 โมเมนตัมและการชน.....	10
1.5 การเคลื่อนที่แบบวงกลม	12
1.6 การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์.....	13

บทที่ 2 งานและพลังงาน

2.1 งานและกำลัง	15
2.2 พลังงานกล	17
2.3 กฎการอนุรักษ์พลังงาน	18
2.4 เครื่องกลอย่างง่าย.....	19
2.5 ความร้อน	21
2.6 การขยายตัวเชิงเส้น.....	22

บทที่ 3 ของไหล

3.1 ความหนาแน่น	25
3.2 ความดันในของไหล	26
3.3 กฎพาสคัล	28
3.4 แรงพยุงและหลักของอาร์คิมิดีส	29



บทที่ 4 แสงและการเกิดภาพ

4.1 การสะท้อนของกระจกเงาระนาบ	31
4.2 การหักเหและการสะท้อนกลับหมด.....	32
4.3 ลึกลับจริงและลึกลับปรากฏ.....	33
4.4 การเกิดภาพจากกระจกและเลนส์บาง.....	34

บทที่ 5 ไฟฟ้ากระแสตรง

5.1 กระแสไฟฟ้า.....	41
5.2 ความต่างศักย์และกฎของโอห์ม	41
5.3 วงจรไฟฟ้า.....	45
5.4 กำลังไฟฟ้า พลังงานไฟฟ้า และการคิดค่าไฟฟ้า	47
5.5 หม้อแปลงไฟฟ้า	48
แนวข้อสอบโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา	49
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา.....	54
แนวข้อสอบโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์.....	69
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์.....	75
แนวข้อสอบโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย	91
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย.....	97
แนวข้อสอบโรงเรียนกำเนิดวิทย์.....	109
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนกำเนิดวิทย์	115

Part 2 เคมี

บทที่ 1 การจำแนกสารและการแยกสาร

1.1 ความหมายของสาร.....	125
1.2 สถานะของสาร.....	126
1.3 การเปลี่ยนแปลงสถานะของสาร	126
1.4 การจำแนกประเภทของสาร.....	128
1.5 การแยกสาร	129



บทที่ 2 สมบัติของธาตุและสารประกอบ

2.1 วิวัฒนาการของอะตอม	136
2.2 ตารางธาตุ.....	139
2.3 สารประกอบ.....	141
2.4 รูปร่างโมเลกุลโคเวเลนต์.....	142
2.5 ธาตุกัมมันตรังสี.....	144
2.6 ปฏิกิริยานิวเคลียร์	144

บทที่ 3 สารละลาย

3.1 สารละลาย.....	147
3.2 หน่วยความเข้มข้นของสารละลาย.....	148
3.3 การเจือจางสารละลาย	152
3.4 การผสมสารละลาย	152
3.5 สมบัติของสารละลาย	153
3.6 สูตรโมเลกุลและสูตรเอมพิริคัล	153
3.7 การหาสูตรอย่างง่ายและสูตรโมเลกุล.....	154

บทที่ 4 สมการเคมีและปฏิกิริยาเคมี

4.1 สมการเคมี.....	157
4.2 ปฏิกิริยาเคมี.....	160

บทที่ 5 สารละลายกรด-เบส

5.1 สมบัติของสารละลายกรด-เบส.....	166
5.2 ความแรงของกรด-เบส.....	167
5.3 กรด-เบสในชีวิตประจำวัน.....	168
แนวข้อสอบโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา	171
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา.....	176



แนวข้อสอบโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์	181
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์	186
แนวข้อสอบโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย	192
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย	196
แนวข้อสอบโรงเรียนกำเนิดวิทย์	203
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนกำเนิดวิทย์	209

Part 3 ชีววิทยา

บทที่ 1 กล้องจุลทรรศน์

1.1 กล้องจุลทรรศน์แบบใช้แสง	215
1.2 กล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอน	218

บทที่ 2 โครงสร้างและหน้าที่ของเซลล์

2.1 ส่วนที่ห่อหุ้มเซลล์	223
2.2 โปรโทพลาสซึม	224

บทที่ 3 การเคลื่อนที่ของสารผ่านเข้าออกเซลล์

3.1 ผ่านเยื่อหุ้มเซลล์	229
3.2 ไม่ผ่านเยื่อหุ้มเซลล์	231

บทที่ 4 การแบ่งเซลล์

4.1 การแบ่งเซลล์แบบไมโทซิส	234
4.2 การแบ่งเซลล์แบบไมโอซิส	235

บทที่ 5 การดำรงชีวิตของพืช

5.1 การสืบพันธุ์และการขยายพันธุ์ของพืชดอก	239
5.2 การสังเคราะห์ด้วยแสง	245
5.3 การลำเลียงน้ำ แร่ธาตุ และอาหารของพืช	248



บทที่ 6 สารอาหาร

6.1 สารอาหารที่ให้พลังงาน.....	251
6.2 สารอาหารที่ไม่ให้พลังงาน.....	256

บทที่ 7 ระบบร่างกาย

7.1 ระบบย่อยอาหาร.....	261
7.2 ระบบหมุนเวียนเลือด	267
7.3 ระบบหายใจ.....	272
7.4 ระบบสืบพันธุ์	275
7.5 ระบบประสาท.....	279

บทที่ 8 การถ่ายทอดลักษณะทางพันธุกรรม

8.1 เซลล์ในสิ่งมีชีวิต	284
8.2 ยีน	285
8.3 รูปแบบการถ่ายทอดลักษณะที่ถูกควบคุมโดยยีน	287
8.4 เมนเดล บิดาแห่งพันธุศาสตร์.....	288
8.5 โรคและลักษณะการถ่ายทอดทางพันธุกรรม	291

บทที่ 9 ระบบนิเวศและประชากร

9.1 ประเภทของระบบนิเวศ	295
9.2 ความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งมีชีวิตกับสิ่งมีชีวิต	297
9.3 ความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งมีชีวิตกับสิ่งแวดล้อม.....	299
9.4 วัฏจักรการหมุนเวียนของสาร.....	300
9.5 ประชากร.....	301
แนวข้อสอบโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา	303
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา.....	308
แนวข้อสอบโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์	312
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์.....	317



แนวข้อสอบโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย	321
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย	325
แนวข้อสอบโรงเรียนกำเนิดวิทย์	330
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนกำเนิดวิทย์	338

Part 4 โลกและอวกาศ

บทที่ 1 ปฏิสัมพันธ์ในระบบสุริยะ

1.1 ปรากฏการณ์ที่เกิดจากโลกหมุนรอบตัวเอง	343
1.2 ปรากฏการณ์ที่เกิดจากโลกโคจรรอบดวงอาทิตย์	344
1.3 ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นในระบบโลก ดวงจันทร์ และดวงอาทิตย์	345

บทที่ 2 เทหวัตถุฟ้า

2.1 การระบุตำแหน่งดาวเบื้องต้น	351
2.2 กลุ่มดาวที่สำคัญ	352

บทที่ 3 เกือบถกดาราศาสตร์

3.1 เทหวัตถุ	355
3.2 ปรากฏการณ์ทางดาราศาสตร์	356
3.3 อื่นๆ	358

บทที่ 4 โครงสร้างโลก

4.1 โครงสร้างโลก	361
------------------------	-----

บทที่ 5 ธรณีประวัติ

5.1 ธรณีวิทยา	363
5.2 ซากดึกดำบรรพ์	366
5.3 การลำดับชั้นหินและประเภทของหิน	366
5.4 แร่	367



บทที่ 6 บรรยายภาค

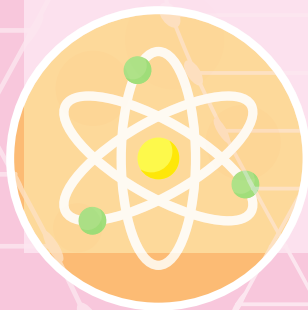
6.1 เสถียรภาพอากาศและเมฆ	369
6.2 หยาดน้ำฟ้า.....	370
6.3 ปรากฏการณ์ในบรรยากาศ	371
6.4 การศึกษาสภาพอากาศ.....	371
แนวข้อสอบโลกและอวกาศ	373
เฉลยแนวข้อสอบโลกและอวกาศ	383





Part

01



ฟิสิกส์



บทที่ 01



แสงและการเคลื่อนที่

1.1 การเคลื่อนที่แนวตรง

หน่วยระหว่างชาติ (The International System of Units) เรียกสั้นๆ ว่า “ระบบเอสไอ” เป็นระบบสากลเพื่อใช้ในการวัดทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ประกอบด้วยหน่วยฐาน หน่วยเสริม และหน่วยอนุพัทธ์

- ▶ หน่วยฐาน (Base Units) มีทั้งหมด 7 จำนวน ดังตาราง

ปริมาณฐาน	หน่วยฐาน	สัญลักษณ์
ความยาว	เมตร	m
เวลา	วินาที	s
มวล	กิโลกรัม	kg
อุณหภูมิ	เคลวิน	K
กระแสไฟฟ้า	แอมแปร์	A
ปริมาณสาร	โมล	mol
ความเข้มการส่องสว่าง	แคนเดลา	cd

- ▶ หน่วยเสริม (Supplementary Units) มี 2 ปริมาณ ได้แก่ มุมในระนาบและมุมใน 3 มิติ
- ▶ หน่วยอนุพัทธ์ (Derived Units) เป็นหน่วยที่สร้างจากหน่วยฐานและหน่วยเสริม

ปริมาณทางวิทยาศาสตร์

- ▶ ปริมาณสเกลาร์ (Scalar quantity) คือ ปริมาณที่บอกขนาดอย่างเดียวก็สามารถเข้าใจได้
- ▶ ปริมาณเวกเตอร์ (Vector quantity) คือ ปริมาณที่ต้องบอกทั้งขนาดและทิศทาง จึงจะสามารถเข้าใจความหมายได้อย่างสมบูรณ์ และการหาผลลัพธ์ต้องอาศัยวิธีการของเวกเตอร์

สมการสำหรับคำนวณหาปริมาณต่างๆ ของการเคลื่อนที่แนวตรง

กรณีความเร็วคงตัว (ความเร่งเป็นศูนย์)

$$s = vt$$



กรณีความเร่งคงตัว

$$v = u + at$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

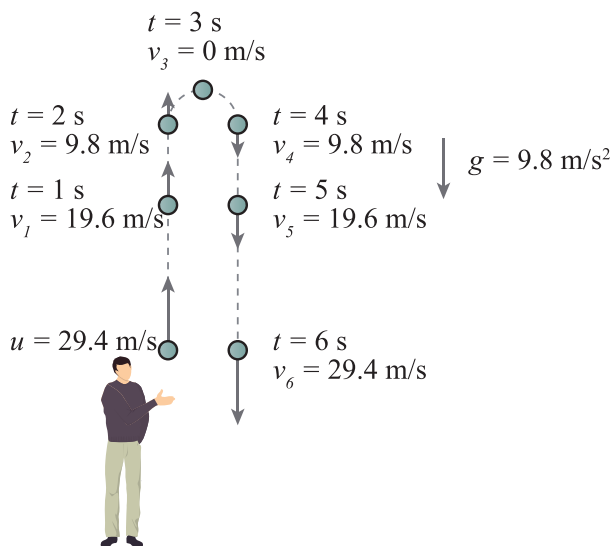
$$s = \left(\frac{u+v}{2} \right) t$$

กราฟและความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงด้วยความเร่งคงตัว

กราฟตำแหน่งกับเวลา	กราฟความเร็วกับเวลา	กราฟความเร่งกับเวลา
ความชัน = ความเร็ว ณ เวลานั้น	ความชัน = ความเร่ง ณ เวลานั้น พื้นที่ = ผลต่างของตำแหน่ง	พื้นที่ = ผลต่างของความเร็ว

การตกอย่างเสรี (Free falling) เป็นการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งภายใต้ความโน้มถ่วงของโลก หรือเป็นการเคลื่อนที่อย่างอิสระของวัตถุ โดยมีความเร่งคงที่เท่ากับความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก (g) มีทิศทางพุ่งลงสู่จุดศูนย์กลางของโลก

สมการสำหรับคำนวณการตกอย่างเสรี ($a_y = g = 9.8 \text{ m/s}^2$)



$$v_y = u_y + a_y t$$

$$s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

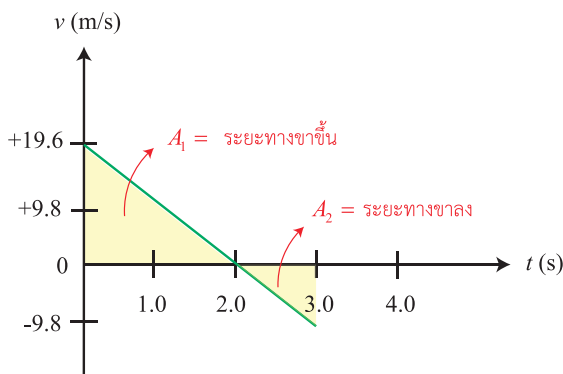
$$s_y = \left(\frac{u_y + v_y}{2} \right) t$$

$$v_y^2 = u_y^2 + 2a_y s_y$$

ตัวอย่าง ในการโยนวัตถุขึ้นฟ้าตรงๆ ในแนวตั้งด้วยความเร็วต้น 19.6 m/s หลังจากขึ้นไปได้สูงสุดแล้ววัตถุก็ตกลงมาถึงตำแหน่งที่มีอัตราเร็วเป็น 9.8 m/s ระยะทางที่วัตถุนี้เคลื่อนที่ได้เป็นเท่าใด และวัตถุขึ้นไปได้สูงสุดเท่าใด

แนวคิด เราสามารถใช้ความรู้เรื่องกราฟในการเคลื่อนที่เพื่อหาระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้

ขั้นที่ 1 เราต้องเขียนกราฟระหว่างความเร็วของวัตถุกับเวลา ซึ่งจากความรู้เรื่องการตกเสรี สำหรับกรณีนี้ วัตถุใช้เวลาในการเคลื่อนที่ขึ้น 2 วินาที และตอนตกลงมาอีก 1 วินาที จึงสามารถเขียนกราฟได้ดังนี้



ขั้นที่ 2 หาระยะทางแต่ละช่วงจากพื้นที่ใต้กราฟระหว่างความเร็วกับเวลา

$$\text{ระยะทางขาขึ้น} = A_1 = \frac{1}{2}(2.0)(19.6) = 19.6 \text{ m}$$

$$\text{ระยะทางขาลง} = A_2 = \frac{1}{2}(1.0)(9.8) = 4.9 \text{ m}$$

ดังนั้น ระยะทางทั้งหมดมีค่าเป็น $19.6 + 4.9 = 24.5 \text{ m}$ และระยะสูงสุดมีค่าเป็น 19.6 m

1.2 มวล แรง และกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

เซอร์ไอแซก นิวตัน (Sir Isaac Newton) ได้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเคลื่อนที่ของวัตถุไว้เป็นกฎ 3 ข้อ ดังนี้

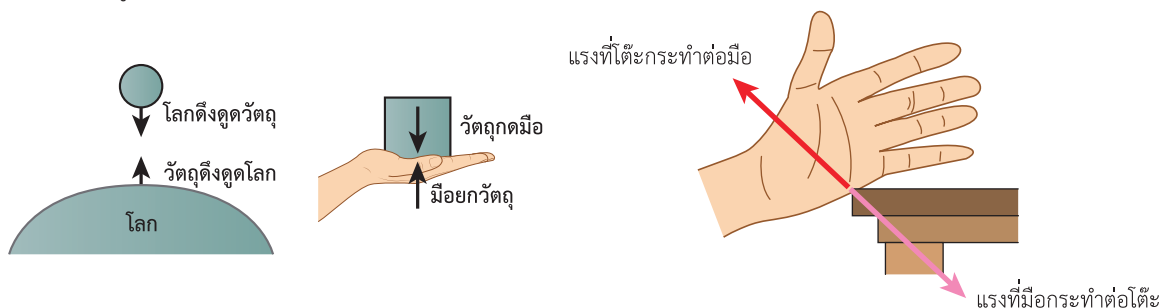
กฎข้อที่ 1 : กฎของนิวตันจะเป็นจริง เมื่อวัตถุนั้นอยู่ในกรอบอ้างอิงเฉื่อยเท่านั้น โดยกรอบอ้างอิงเฉื่อย คือ “กรอบอ้างอิงที่อยู่นิ่ง หรือความเร็วคงที่”

กฎข้อที่ 2 : “เมื่อมีแรงลัพธ์ที่ขนาดไม่เท่ากับศูนย์มากระทำต่อวัตถุ วัตถุจะเกิดความเร็วในทิศทางเดียวกับแรงลัพธ์ โดยความเร็วนี้อาจเพิ่มหรือลดลงก็ได้”



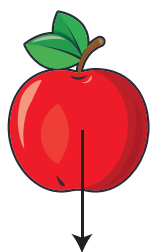


กฎข้อที่ 3 : “ทุกแรงกิริยาต้องมีแรงปฏิกิริยาที่มีขนาดเท่ากัน แต่ทิศทางตรงกันข้ามเสมอ” (มีผู้กระทำและผู้ถูกกระทำจากแรงเป็นคู่เดียวกัน)

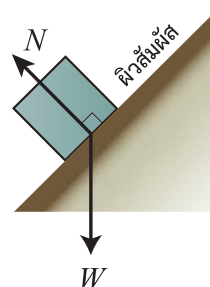
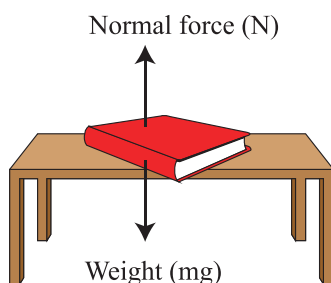


น้ำหนักหรือแรงโน้มถ่วง (Weight) เป็นแรงที่ “โลกดึงดูดวัตถุ” มีทิศสู่ใจกลางโลกเสมอ

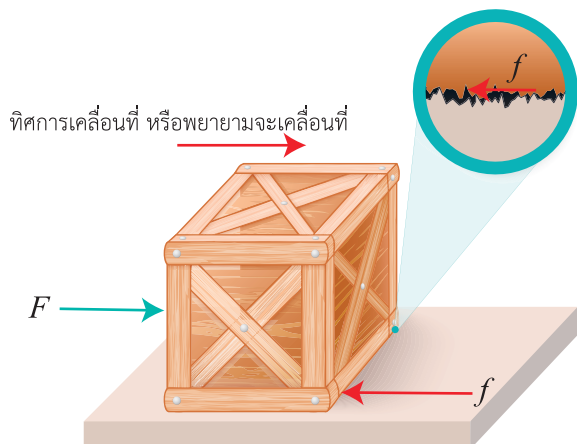
แรงปฏิกิริยาดังฉาก (Normal force) เป็นแรงที่ “โต้ตอบแรงกิริยา” มีทิศพุ่งตั้งฉากกับผิวสัมผัสเข้าหาวัตถุเสมอ



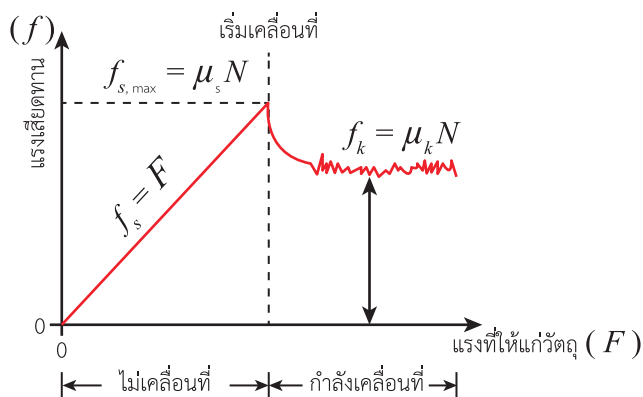
$$W = mg$$



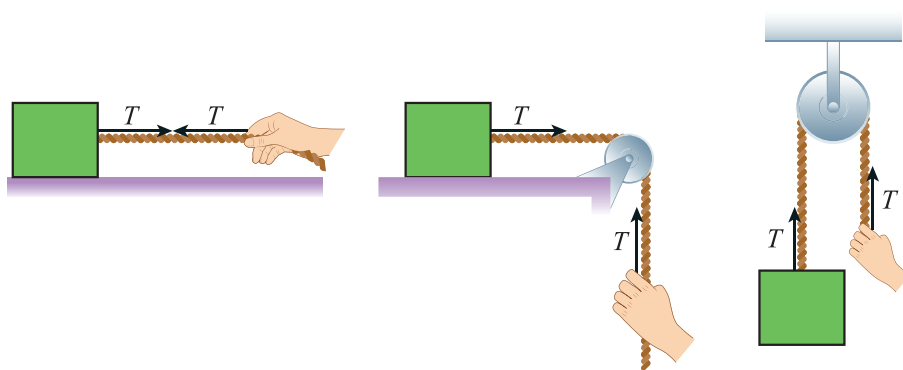
แรงเสียดทาน (Friction) เป็นแรงที่ “ผิวสัมผัสต้านการเคลื่อนที่” มีทิศตรงข้ามผิวสัมผัสที่พยายามเคลื่อนที่ มีทั้งหมด 2 ชนิด คือ แรงเสียดทานจลน์ (วัตถุเคลื่อนที่เทียบกับผิว) และแรงเสียดทานสถิต (วัตถุหยุดนิ่งเทียบกับผิว)



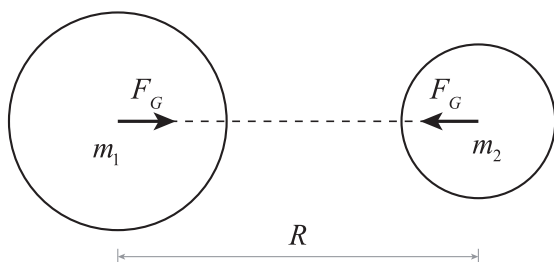
$$f = \mu N$$



แรงดึงเชือก (Tension) เป็นแรงที่ “เชือกดึงวัตถุ” มีทิศพุ่งออกจากวัตถุตามแนวเชือก



แรงดึงดูดระหว่างมวล (Gravitational force) เป็นแรงที่ “วัตถุดึงดูดซึ่งกันและกัน” มีทิศเข้าหากัน

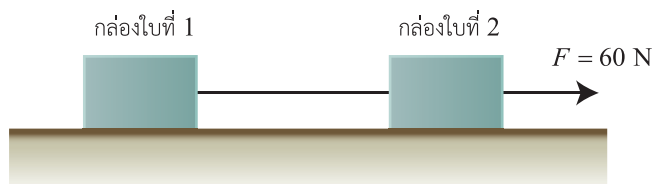


$$F_G = \frac{Gm_1m_2}{R^2}$$

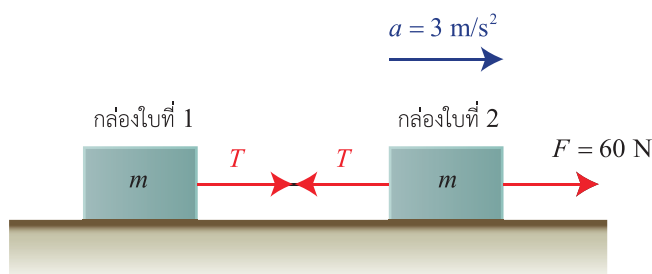
โดยที่ $G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$



ตัวอย่าง กล้องสองใบมวลเท่ากันผูกกันด้วยเชือกเบา ดังรูป ถ้ากล้องใบที่ 2 ถูกดึงด้วยแรง 60 N และกล้องกำลังเคลื่อนที่ไปด้วยความเร็ว 3 m/s^2 บนผิวลื่น แรงตึงระหว่างเชือกทั้งสองมีค่าเป็นเท่าใด และกล้องแต่ละใบมีมวลเท่าใด



แนวคิด เราสามารถใช้ความรู้เรื่องกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันในการแก้ปัญหาข้อนี้ได้
ขั้นที่ 1 หามวลของวัตถุแต่ละก้อน โดยอาศัยกฎของนิวตัน



$$\Sigma F = ma$$

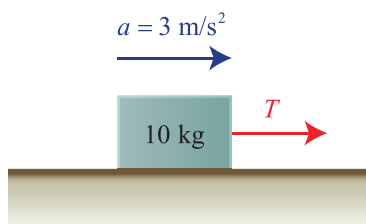
$$(60 \text{ N}) - T + T = (m + m)(3 \text{ m/s}^2)$$

$$m = \frac{(60 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2)}{2(3 \text{ m/s}^2)}$$

$$m = 10 \text{ kg}$$

ดังนั้น วัตถุแต่ละก้อนมีมวลเป็น 10 กิโลกรัม

ขั้นที่ 2 หาแรงตึงเชือก โดยอาศัยกฎของนิวตัน



$$\Sigma F = ma$$

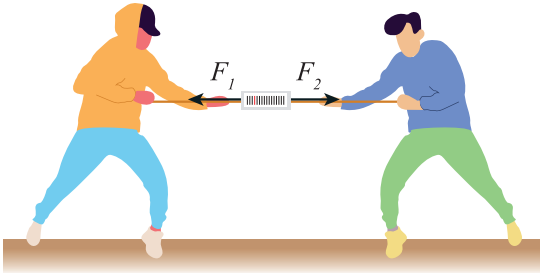
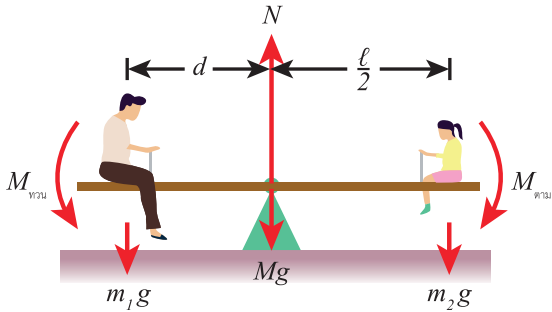
$$T = (10 \text{ kg})(3 \text{ m/s}^2)$$

$$T = 30 \text{ N}$$

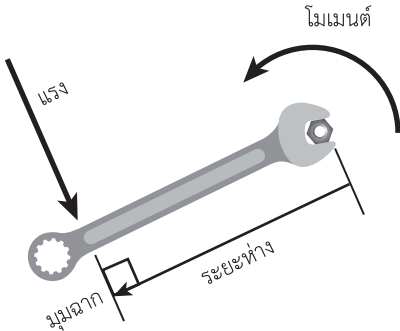
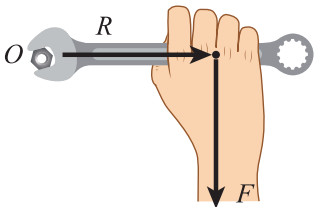
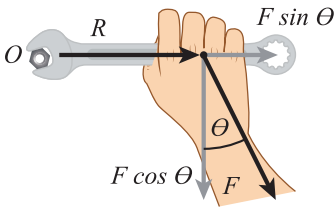
ดังนั้น แรงตึงเชือกมีค่าเป็น 30 นิวตัน

1.3 สมดุลและโมเมนต์ของแรง

สภาพสมดุล (Equilibrium) คือ การที่วัตถุหรือระบบที่เราสนใจไม่เปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่
สมดุลสัมบูรณ์ (Absolute equilibrium) คือ สมดุลที่เกิดทั้งการเลื่อนที่และการหมุน

สมดุลต่อการเลื่อนที่ (หยุดนิ่ง หรือมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่)	สมดุลต่อการหมุน (ไม่หมุน หรือหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่)
	
$\Sigma F = 0$	$\Sigma M_{\text{ทวนเข็ม}} = \Sigma M_{\text{ตามเข็ม}}$

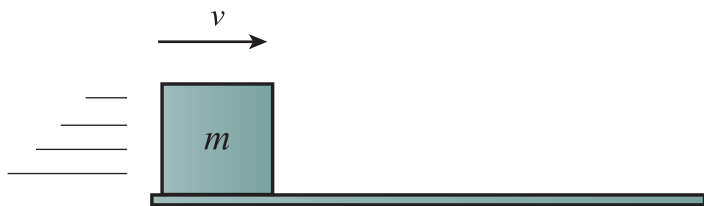
โมเมนต์ของแรง (Moment of force) คือ ปริมาณที่พยายามทำให้วัตถุหมุน เป็นผลมาจากแรงและระยะที่แรงกระทำ

			$M = FR_{\perp}$ โมเมนต์ = แรง × ระยะทางที่ตั้งฉากกับแรง
แรงตั้งฉากกับระยะ	แรงทำมุมกับระยะ	แรงขนานกับระยะ	
			
$M = RF$	$M = R(F \cos \theta)$	$M = 0$	



1.4 โมเมนตัมและการชน

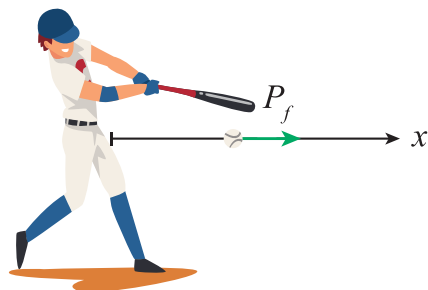
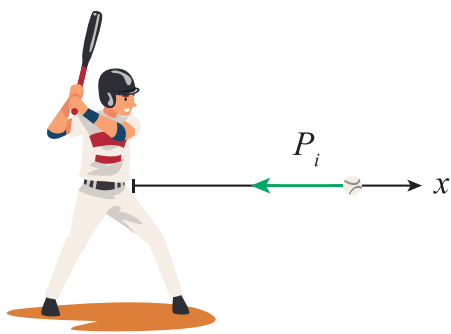
โมเมนตัม (Momentum) คือ ปริมาณที่อธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุ มีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างมวลกับความเร็ว



$$P = mv$$

โมเมนตัม = มวล × ความเร็ว

การดล (Impulse) คือ การเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมของวัตถุ เกิดเมื่อวัตถุถูก “แรงดล (Impulse force)” มากระทำ



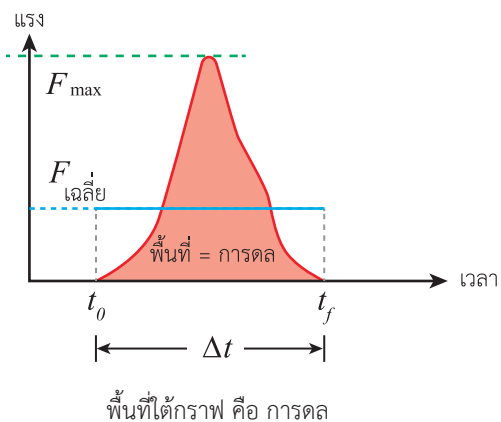
การดล (Impulse) คือ โมเมนตัมที่เปลี่ยนไป

$$I = \Delta P = P_f - P_i = mv - mu$$

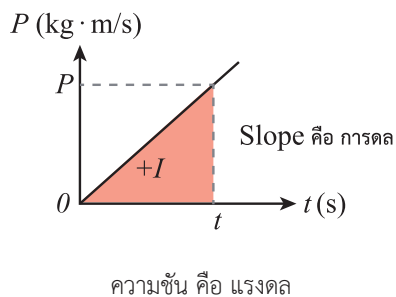
แรงดล คือ แรงที่ทำให้โมเมนตัมเปลี่ยนไป

$$F_I = \frac{\Delta P}{t} = \frac{m(v-u)}{t}$$

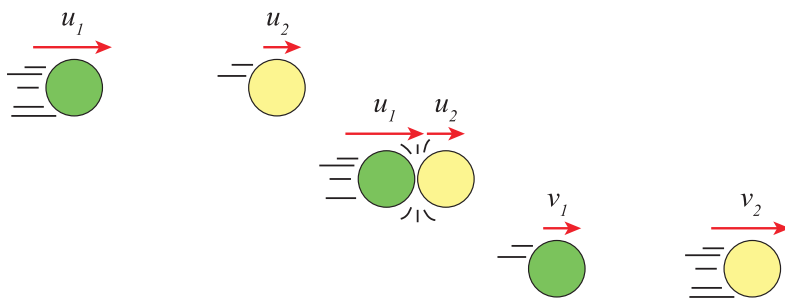
กราฟแรงกับเวลา



กราฟโมเมนตัมกับเวลา



กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม ใช้สำหรับอธิบายการชนหรือการระเบิด โดยผลรวมของโมเมนตัมทั้งหมดในระบบจะคงที่เสมอ

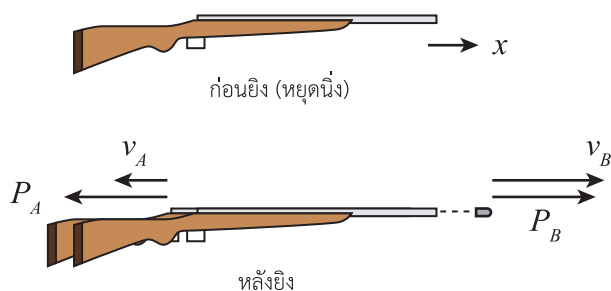


$$\sum P_{\text{ก่อนชน}} = \sum P_{\text{หลังชน}}$$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

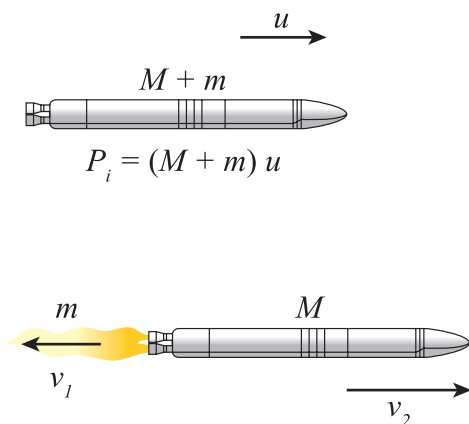
การชนแบบยืดหยุ่น (Elastic collision) ของวัตถุสองวัตถุใดๆ ก็คือ การชนกันที่ทำให้พลังงานจลน์และโมเมนตัมรวมของระบบก่อนและหลังการชนกันมีค่าเท่ากัน ให้ใช้สมการ $u_1 - u_2 = -(v_1 - v_2)$ เพิ่ม

▶ ตัวอย่างการระเบิด หรือการแยกตัวออกจากกัน



$$\sum P_{\text{Before}} = \sum P_{\text{After}}$$

$$0 = m_B v_B + m_A (-v_A)$$



$$\sum P_{\text{Before}} = \sum P_{\text{After}}$$

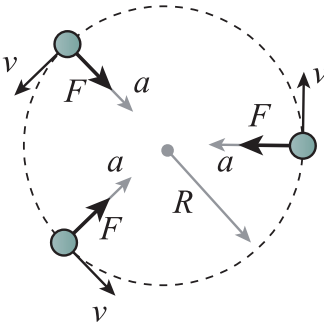
$$(m + M)u = m(-v_1) + Mv_2$$



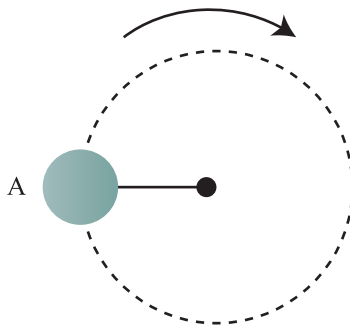
1.5 การเคลื่อนที่แบบวงกลม

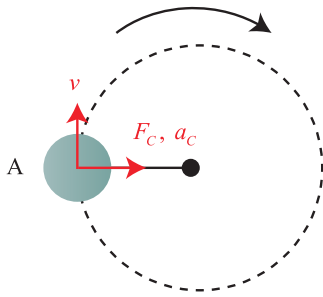
การเคลื่อนที่แบบวงกลม (Circular motion) เป็นการเคลื่อนที่ใน 2 มิติของวัตถุที่มีเส้นทางการเคลื่อนที่เป็นวงกลม โดยความเร็วของวัตถุจะมีทิศตามแนวเส้นสัมผัส แต่แรงกับความเร่งจะมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลาง

แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง (Centripetal force : F_c) เป็นผลรวมของแรงที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมได้ มีทิศทางเข้าสู่ศูนย์กลางของวงกลมและตั้งฉากกับทิศการเคลื่อนที่เสมอ

	แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง $F_c = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$
	ความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลาง $a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
คาบ คือ เวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่ 1 รอบ $T = \frac{\text{เวลา}}{\text{รอบ}}$	ความถี่ คือ จำนวนรอบที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ใน 1 วินาที $f = \frac{\text{เวลา}}{\text{รอบ}}$
อัตราเร็วเชิงเส้น คือ ระยะทางที่เคลื่อนที่ใน 1 วินาที $v = \frac{2\pi R}{T}$	อัตราเร็วเชิงมุม คือ มุมที่กวาดไปได้ใน 1 วินาที $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

ตัวอย่าง ลูกบอลถูกผูกด้วยเชือกแล้วแกว่งให้เป็นวงกลมบนโต๊ะตามทิศตามเข็มนาฬิกา ดังรูป เมื่อลูกบอลอยู่ที่ตำแหน่ง A ทิศทางของความเร็ว แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง และความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางมีทิศทางใด

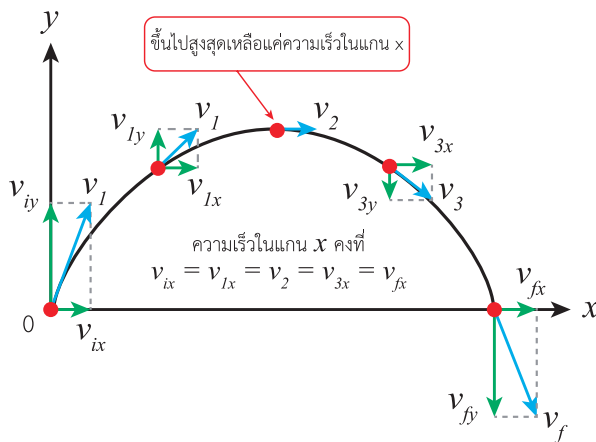




การเคลื่อนที่แบบวงกลม วัตถุจะมีแรงและความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลาง มีทิศเข้าสู่ศูนย์กลางของวงกลม ดังนั้น ที่ตำแหน่ง A จึงมีทิศไปทางขวา ($\rightarrow$)
ส่วนความเร็วจะขนานกับเส้นสัมผัสของวงกลม หรือตั้งฉากกับแรงเข้าสู่ศูนย์กลาง ดังนั้น ที่ตำแหน่ง A จึงมีทิศขึ้นด้านบน ($\uparrow$)

1.6 การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ (Projectile) เป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุในสองแกนพร้อมกัน โดยความเร็วในแนวระดับมีค่าคงที่ ส่วนความเร็วในแนวตั้งมีค่าเปลี่ยนแปลงเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก และการคำนวณให้แยกออกเป็น 2 แกน โดยทั้ง 2 แกนเคลื่อนที่พร้อมกัน (เวลาเท่ากัน)



แนวราบ (แกน x) เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว

$$s_x = v_x t$$

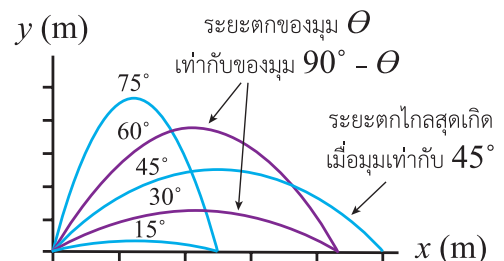
แนวตั้ง (แกน y) เคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว

$$v_y = u_y + a_y t$$

$$s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$s_y = \frac{(u_y + v_y) t}{2}$$

กรณียิงจากพื้นสู่พื้นด้วยอัตราเร็วต้นเท่ากัน วัตถุจะตกไกลสุดที่มุม 45 องศา และจะตกที่ตำแหน่งเดียวกันถ้ามุมทั้งสองรวมกันได้ 90 องศา



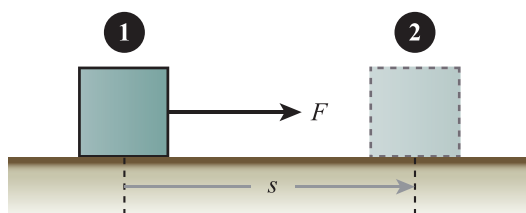
บทที่ 02

งานและพลังงาน



2.1 งานและกำลัง

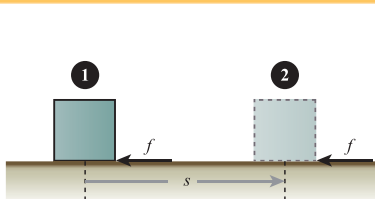
งานทางฟิสิกส์ (Work) คือ ผลของการออกแรงกระทำต่อวัตถุแล้วทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปตามแนวแรงนั้น มีหน่วยเป็น จูล



$$W = FS$$

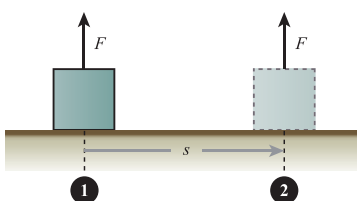
งาน = แรง × การกระจัดตามแนวแรง

แรงตรงข้ามกับการกระจัด



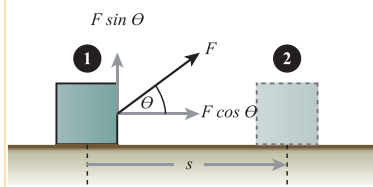
$$W = -FS$$

แรงตั้งฉากกับการกระจัด



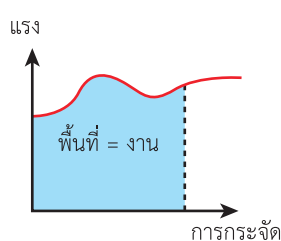
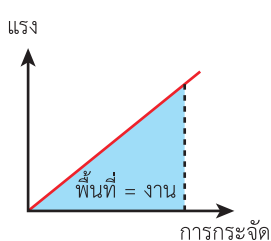
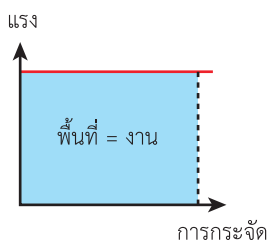
$$W = 0$$

แรงทำมุม θ กับการกระจัด



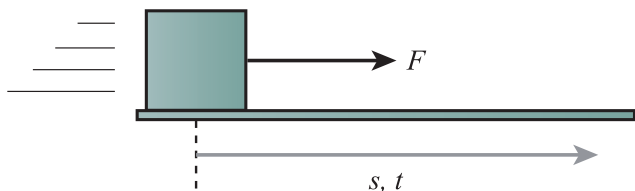
$$W = FS \cos \theta$$

เมื่อเราทราบกราฟระหว่างแรงและระยะทางที่อยู่ในแนวเดียวกับแรงแล้ว จะได้ว่า พื้นที่ใต้กราฟ คือ งานของแรงนั้น





กำลัง (Power) คือ ปริมาณงานที่ทำได้ใน 1 วินาที หรืออัตราการทำงาน มีหน่วยเป็น จูล/วินาที หรือวัตต์



$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{FS}{t} = F_{av} v_{av}$$

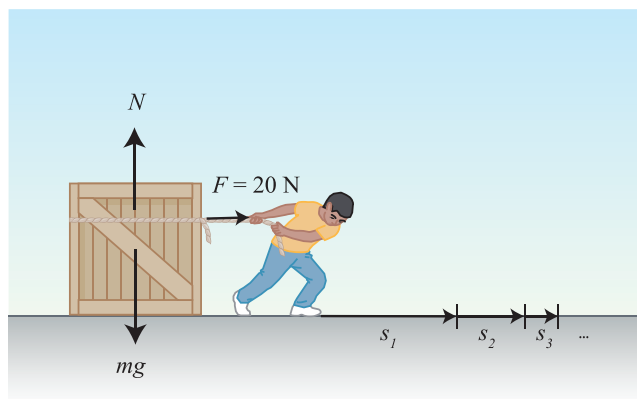


Note!!

กำลังม้า (1 Horse power = 746 watt)

ตัวอย่าง เด็กเล็กๆ คนหนึ่งออกแรงลากกล่องด้วยแรงคงที่ในแนวระดับเท่ากับ 20 N ตั้งแต่เริ่มลากจนกระทั่งหยุด โดยที่ทุกก้าวถัดไปเขาก้าวได้ยาวเพียงครึ่งหนึ่งของก้าวครั้งก่อน อยากทราบว่าตั้งแต่เริ่มลากจนกระทั่งหยุด เด็กทำงานไปกี่จูล ถ้าหากว่าก้าวแรกยาว 0.25 m

แนวคิด เราใช้ความรู้เรื่องงานและพลังงานในการหางานที่เด็กคนนี้ใช้ลากกล่อง



ขั้นที่ 1 หาระยะทั้งหมดที่เด็กเดินได้ (ลดลงครึ่งหนึ่งในทุกๆ ก้าว)

$$s = s_{\text{ก้าวที่ 1}} + s_{\text{ก้าวที่ 2}} + s_{\text{ก้าวที่ 3}} + \dots$$

$$s = s_1 + \frac{1}{2}s_1 + \frac{1}{2}s_2 + \dots$$

$$s = s_1 + \frac{1}{2}s_1 + \frac{1}{4}s_1 + \dots = s_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \right)$$

อาศัยความรู้ของเรื่องอนุกรมจะได้เป็น

$$s = s_1 \left(\frac{r^n - 1}{r - 1} \right) = 0.25 \left(\frac{\frac{1}{2}^\infty - 1}{\frac{1}{2} - 1} \right) = 0.5 \text{ m}$$

ขั้นที่ 2 หางานจากนิยามพื้นฐาน

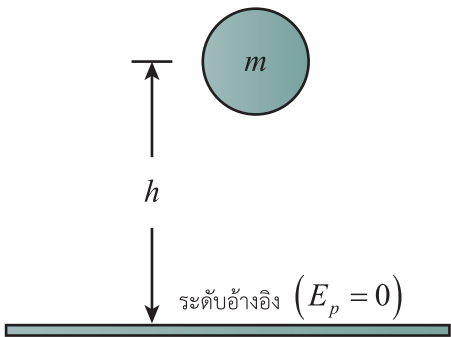
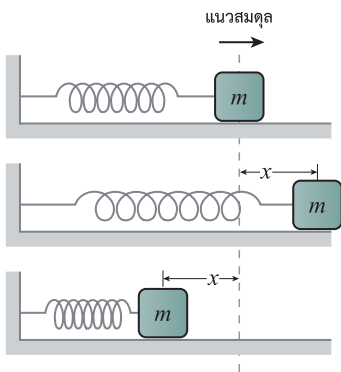
$$W = Fs$$

$$W = 20(0.5) = 10 \text{ J}$$

ดังนั้น งานของเด็กคนนี้มีค่าเป็น 10 จูล

2.2 พลังงานกล

พลังงานกล (Mechanical energy) เป็นพลังงานที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ พลังงานศักย์เป็นพลังงานที่สะสมอยู่ในวัตถุ และพลังงานจลน์เป็นพลังงานของวัตถุขณะที่วัตถุเคลื่อนที่

พลังงานศักย์โน้มถ่วง (Gravitational potential energy : E_p) พลังงานที่สะสมอยู่ในวัตถุที่มีความสูงจากแกนอ้างอิง	พลังงานศักย์ยืดหยุ่น (Elastic potential energy : E_{ps}) พลังงานที่สะสมอยู่ในวัตถุที่มีระยะยืดจากจุดสมดุล
	
$E_p = mgh$	$E_{ps} = \frac{1}{2} kx^2$



พลังงานจลน์ (Kinetic energy : E_k) พลังงานที่สะสมอยู่ในวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่	พลังงานจลน์การหมุน (Rotational kinetic energy : E_r) พลังงานที่สะสมอยู่ในวัตถุที่กำลังหมุน
$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	$E_r = \frac{1}{2}I\omega^2$

2.3 กฎการอนุรักษ์พลังงาน

กฎการอนุรักษ์พลังงาน (Law of conservation of energy) ใช้เมื่อไม่มีแรงภายนอกมากระทำต่อวัตถุ จะได้ว่าผลรวมของพลังงานกลมีค่าคงที่เสมอ ($\sum E = E_p + E_{ps} + E_k + E_r$)

$$\sum E_{Before} = \sum E_{After}$$

ทฤษฎีบทงานพลังงานจลน์ (Work-kinetic energy theorem) ใช้เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำหรือไม่ก็ได้

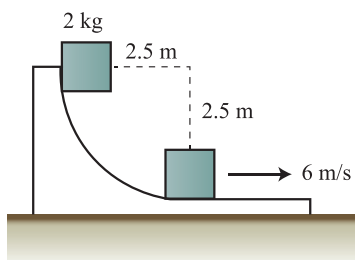
$$\sum W = \Delta E_k$$

ตัวอย่าง การแก้ปัญหาโจทย์ที่วัตถุพุ่งมาชนสปริงในแนวดิ่งจนหดสั้นที่สุด

	กฎการอนุรักษ์พลังงาน
	$\sum E_1 = \sum E_2$ $E_k + E_p = E_{ps}$ $\frac{1}{2}mu^2 + mg(h+x) = \frac{1}{2}kx^2$
	ทฤษฎีบทงานพลังงานจลน์
	$\sum W = \Delta E_k$ $E_p + E_{ps} = E_{kf} - E_{ki}$ $(mg)(h+x) - \frac{1}{2}kx^2 = 0 - \frac{1}{2}mu^2$

ตัวอย่าง แท่งวัตถุมวล 2.0 kg ไถลลงมาตามรางส่วนโค้ง ดังรูป จงหางานเนื่องจากความเสียดของราง กำหนดให้ $g = 10 \text{ m/s}^2$

แนวคิด



จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน

$$\sum E_{\text{เหตุการณ์ที่ 1}} = \sum E_{\text{เหตุการณ์ที่ 2}}$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + W_f$$

$$(2)(10)(2.5) = \frac{1}{2}(2)(6)^2 + W_f$$

$$W_f = 14 \text{ J}$$

2.4 เครื่องกลอย่างง่าย

เครื่องกล (Simple machines) เป็นอุปกรณ์ที่ช่วยให้การทำงานสะดวกขึ้นหรือง่ายขึ้น **เครื่องกลอย่างง่าย** มี 6 ประเภท ได้แก่ คาน พั่นเอียง ล้อและเฟลา สกรู รอก และลิ้ม อธิบายโดยใช้หลักการการทำงานของเครื่องกลนั้นๆ โดยเราจะยังไม่สนใจเรื่องแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นในเครื่องกล จึงเขียนเป็นสมการได้เป็น

งานที่ให้กับเครื่องกล = งานที่ได้รับจากเครื่องกล

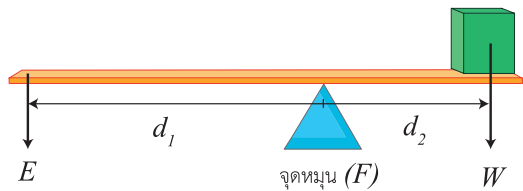
$$ES_1 = WS_2$$

การได้เปรียบเชิงกลในอุดมคติ (Ideal mechanical advantage : IMA) เป็นตัวบอกว่าเครื่องกลนั้นช่วยผ่อนแรงได้เท่าใด

$$IMA = \frac{\text{แรงต้าน } (W)}{\text{แรงพยายาม } (E)}$$

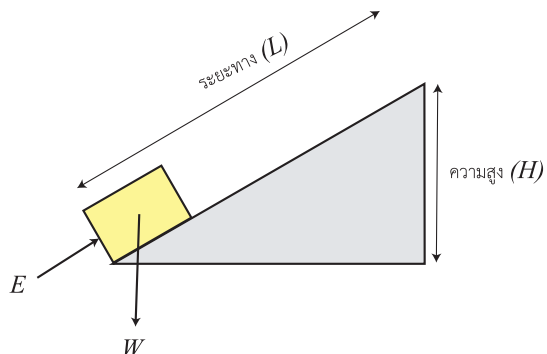


1. คาน (Lever)



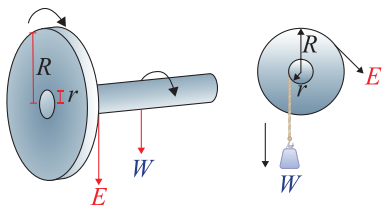
$$Ed_1 = Wd_2 \text{ และ } IMA = \frac{d_1}{d_2}$$

2. พื้นเอียง (Inclined plane)



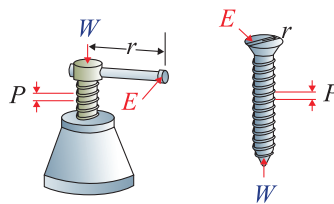
$$EL = WH \text{ และ } IMA = \frac{L}{H}$$

3. ล้อและเพลลา (Wheel and axle)



$$ER = Wr \text{ และ } IMA = \frac{R}{r}$$

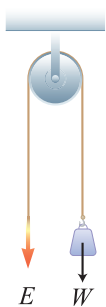
4. สกรู (Screw)



$$E2\pi r = WP \text{ และ } IMA = \frac{2\pi r}{P}$$

5. รอก (Pulley)

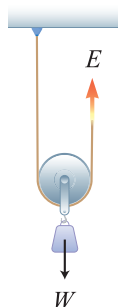
5.1 รอกเดี่ยวตายตัว (Fixed pulley)



$$E = W$$

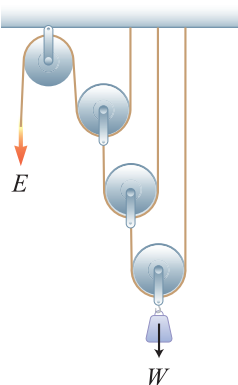
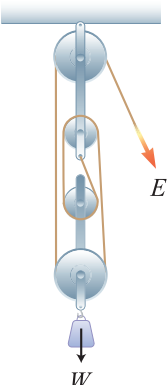
$$IMA = 1$$

5.2 รอกเดี่ยวเคลื่อนที่ (Movable pulley)

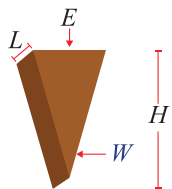


$$E = \frac{W}{2}$$

$$IMA = 2$$

5.3 รอกระบบที่ 1		5.4 รอกระบบที่ 2	
	$E = \frac{W}{2^n}$		$E = \frac{W}{n}$
	$\text{IMA} = 2^n$		$\text{IMA} = n$
เมื่อ n คือ จำนวนรอกเดี่ยวเคลื่อนที่		เมื่อ n คือ จำนวนเชือกที่คล้องกับรอกชุดล่าง	

6. ลิ้ม (Wedge)

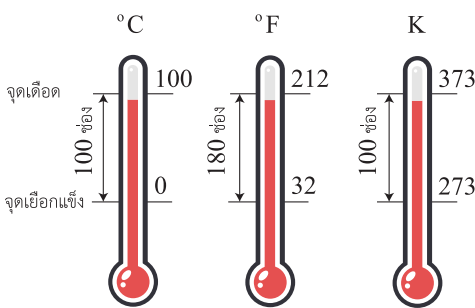


$$EH = WL$$

$$\text{IMA} = \frac{H}{L}$$

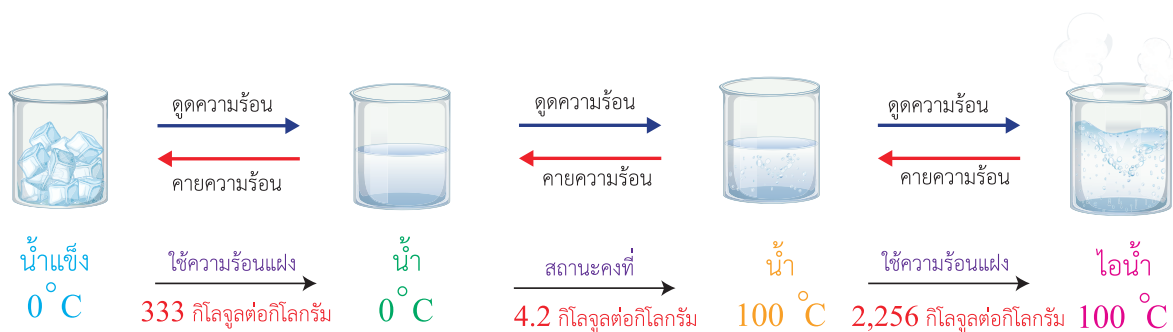
2.5 ความร้อน

อุณหภูมิ (Temperature) คือ การบอกระดับความร้อนเย็นของสสาร โดยถ้ามีค่ามาก แสดงว่าร้อนกว่าตัวที่มีค่าน้อย

	องศาเซลเซียส องศาฟาเรนไฮต์ เคลวิน $\frac{^{\circ}\text{C}}{100} = \frac{^{\circ}\text{F} - 32}{180} = \frac{\text{K} - 273}{100}$
---	--

ความร้อน (Heat) คือ พลังงานที่ถูกถ่ายเทระหว่างสสารทำให้อุณหภูมิหรือสถานะของสสารเปลี่ยนแปลงได้

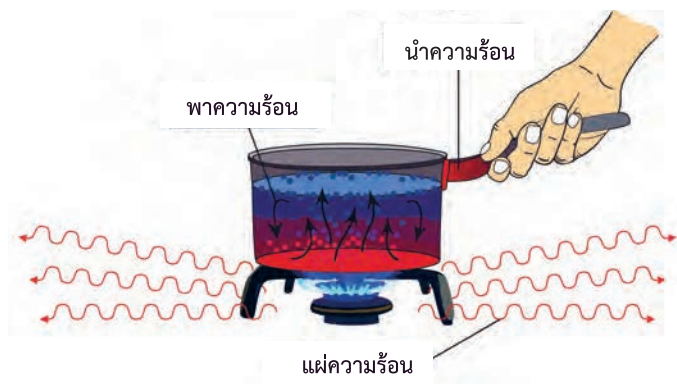
กรณีเปลี่ยนอุณหภูมิ	กรณีเปลี่ยนสถานะ
$Q = mc\Delta T$	$Q = mL$



สมดุลความร้อน (Thermal equilibrium) คือ ภาวะที่สารที่มีอุณหภูมิต่างกันสัมผัสกันและถ่ายโอนความร้อนจนกระทั่งสารทั้งสองมีอุณหภูมิเท่ากัน เช่น การผสมน้ำร้อนกับน้ำเย็นเข้าด้วยกัน น้ำร้อนจะถ่ายโอนพลังงานความร้อนให้กับน้ำเย็นจนกระทั่งน้ำที่ผสมมีอุณหภูมิเท่ากัน

การถ่ายโอนความร้อน (Heat transfer) จะไหลจากที่อุณหภูมิสูงไปสู่ที่อุณหภูมิต่ำกว่า โดยมีทั้งหมด 3 แบบ คือ

1. การนำ (Conduction) เป็นการถ่ายโอนพลังงานความร้อนผ่านตัวกลางที่เป็นของแข็ง
2. การพา (Convection) เป็นการถ่ายโอนความร้อนโดยการเคลื่อนที่ของโมเลกุลของตัวกลาง
3. การแผ่รังสี (Radiation) เป็นการถ่ายโอนความร้อนที่อยู่ในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งไม่ต้องอาศัยตัวกลาง

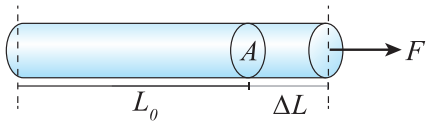
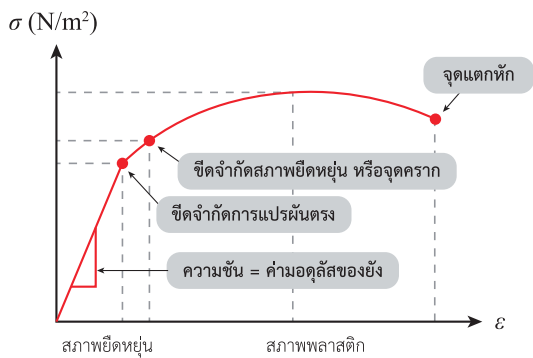


2.6 การขยายตัวเชิงเส้น

สภาพยืดหยุ่นของของแข็ง เป็นสมบัติของของแข็งที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเมื่อมีแรงมากระทำ

สภาพยืดหยุ่น (Elasticity) วัตถุสามารถกลับคืนสู่สภาพเดิมได้หลังจากถูกแรงกระทำ	สภาพพลาสติก (Plasticity) วัตถุเปลี่ยนแปลงไปอย่างถาวรหลังจากถูกแรงกระทำ

มอดูลัสของยัง หรือมอดูลัสยืดหยุ่น (Modulus of elasticity) เป็นค่าบอกระดับความแข็งแรง (Stiffness) ซึ่งเป็นค่าเฉพาะตัวของวัสดุ สามารถหาได้จากความชันของกราฟความสัมพันธ์ความเค้น-ความเครียด

	ความเค้น (Stress) อัตราส่วนระหว่างแรงกระทำที่ตั้งฉากกับพื้นที่ $\sigma = \frac{F_{\perp}}{A}$ ความเครียด (Strain) อัตราส่วนระหว่างความยาวที่เปลี่ยนไปกับความยาวเดิม $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$
กราฟความสัมพันธ์ความเค้น-ความเครียด (Stress-Strain curve) 	มอดูลัสของยัง (Young's modulus) อัตราส่วนระหว่างความเค้นกับความเครียด $Y = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \left(\frac{F}{A} \right) \left(\frac{L_0}{\Delta L} \right)$

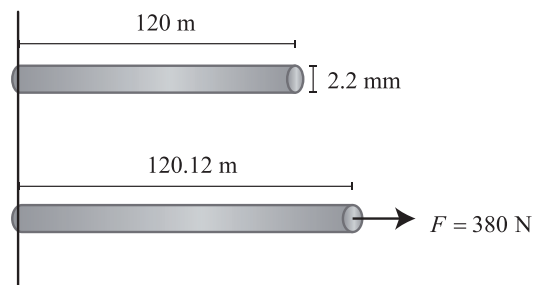


Note!!

วัตถุชนิดเดียวกัน จะมีค่ามอดูลัสของยังเท่ากัน



ตัวอย่าง ลวดโลหะยาว 120 m มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.2 mm ถูกดึงด้วยแรง 380 N ทำให้ลวดมีความยาวเป็น 120.12 m จงหาความเค้น ความเครียด และมอดุลัสของยังของเส้นลวดเส้นนี้



ขั้นที่ 1 หาความเค้น

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi r^2}$$

$$\sigma = \frac{380}{\pi \left(\frac{2.2 \times 10^{-3}}{2} \right)^2}$$

$$\sigma = 10^8 \text{ N/m}^2$$

ขั้นที่ 2 หาความเครียด

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\varepsilon = \frac{0.12}{120}$$

$$\varepsilon = 10^{-3}$$

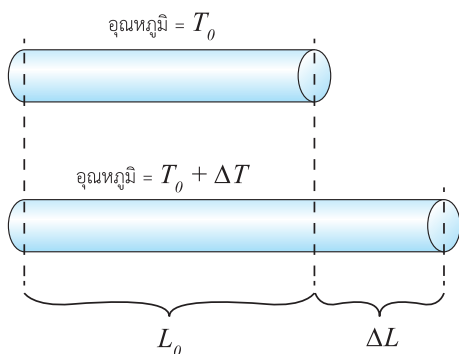
ขั้นที่ 3 หามอดุลัสของยังจากการนำเอาความเค้นและความเครียดมาหารกัน

$$Y = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

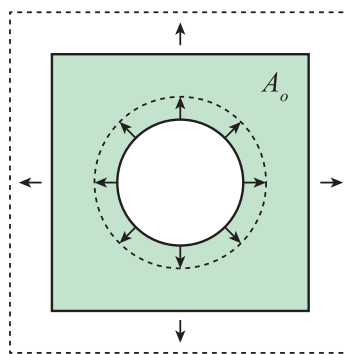
$$Y = \frac{10^8}{10^{-3}}$$

$$Y = 10^{11} \text{ N/m}^2$$

การขยายตัวเชิงความร้อน (Thermal expansion) คือ การขยายตัวเมื่อวัตถุได้รับความร้อน



$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

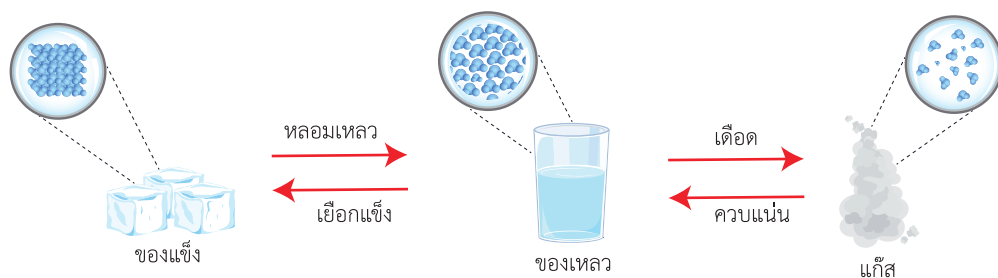


$$\Delta A = 2\alpha A_0 \Delta T$$

บทที่ 03 ของไหล



ของเหลวเป็นสถานะหนึ่งของสสาร มีปริมาตรคงตัวและมีรูปร่างตามภาชนะที่บรรจุ ส่วนแก๊สเป็นอีกสถานะหนึ่งของสสาร มีรูปร่างและปริมาตรไม่คงตัว ขึ้นกับภาชนะที่บรรจุ ทั้งของเหลวและแก๊สสามารถไหลจากที่หนึ่งไปอีกที่หนึ่งได้ จึงเรียกของเหลวและแก๊สว่า **ของไหล (Fluid)**



3.1 ความหนาแน่น

ความหนาแน่น (Density) เป็นสมบัติเฉพาะตัวของสารแต่ละชนิด หาได้จากอัตราส่วนระหว่างมวลและปริมาตร

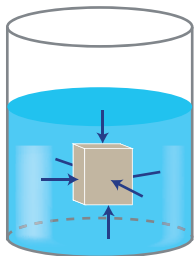
$$\rho = \frac{m}{V}$$

ความหนาแน่นสัมพัทธ์ (Relative density) เป็นความหนาแน่นของสารนั้นเทียบกับความหนาแน่นของสารอ้างอิง โดยถ้าสารอ้างอิงนั้นคือ น้ำที่ 4 องศาเซลเซียส เราจะเรียกว่า **ความถ่วงจำเพาะ (Specific gravity)**



3.2 ความดันในของไหล

ความดัน (Pressure) คือ อัตราส่วนของแรงดันที่กระทำตั้งฉากต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่

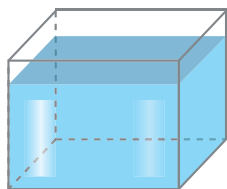
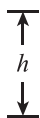
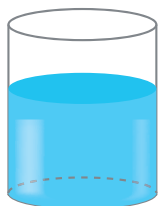


$$P = \frac{F_{\perp}}{A}$$

โดยความดันมีทิศทางตั้งฉากกับผิวสัมผัสเสมอ

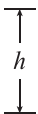
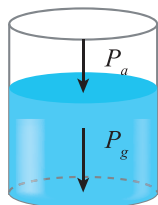
ความดันบรรยากาศ (Atmospheric pressure) คือ ความดันของบรรยากาศของโลก โดยความดันนี้จะแปรเปลี่ยนไปตามสภาพอากาศ โดยที่ระดับน้ำทะเลจะมีค่า (โดยเฉลี่ย) เป็น 101,325 Pa หรือเราเรียกว่า 1 atmosphere (atm) เขียนแทนด้วย $P_a = 1.013 \times 10^5$ Pa และเมื่อสูงขึ้นความดันอากาศจะมีค่าลดลง โดยทุกๆ 11 เมตร ความดันอากาศจะลดลง 1 mmHg และทุกๆ 27 mmHg (หรือ 297 เมตร) จะทำให้จุดเดือดของน้ำลดลง 1 องศาเซลเซียส

ความดันเกจ (Gauge pressure) คือ ผลต่างระหว่างความดันสัมบูรณ์กับความดันบรรยากาศ หรือความดันที่วัดได้จากเครื่องมือวัดความดัน (กรณีของไหลที่อยู่นิ่ง ความดันเกจหาได้จากระดับความลึกของของไหลนั้น)



$$P_g = \rho gh$$

ความดันสัมบูรณ์ (Absolute pressure) คือ ผลรวมของความดันทั้งหมด



$$P = P_a + P_g$$

เครื่องมือที่ใช้หลักการของความดัน มีด้วยกัน 4 ชนิดที่เรียนในระดับนี้ โดยมีหลักการพิจารณาดังนี้

1. ของเหลวที่มีเนื้อเดียวกันและต่อถึงกันนั้น ที่ระดับเดียวกันจะมีความดันเท่ากัน
2. แก๊สที่ต่อถึงกันทุกจุดจะมีความดันเท่ากัน

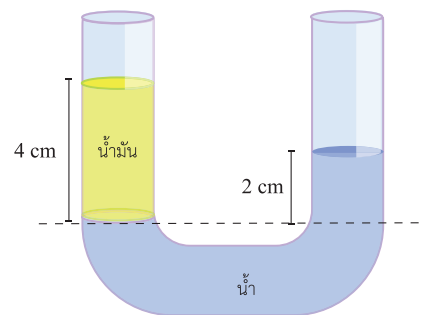
หลอดแก้วรูปตัวยู (U-tube)	หลอดโค้งคว่ำ
$P_A = P_B$	$P_A = P_B$
$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$	$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$
แมนอมิเตอร์ (Manometer)	बारอมิเตอร์ (Barometer)
$P_A = P_B$	$P_A = P_B$
$P_A = \rho g h + P_a$	$P_a = \rho g h$

ตัวอย่าง น้ำและน้ำมันบรรจุในหลอดแก้วรูปตัวยู เมื่อนำเอาน้ำและน้ำมันใส่เข้าไปและอยู่ในสภาวะสมดุล จะเป็นดังรูป ถ้าน้ำมีความหนาแน่นเท่ากับ $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ จงหาความหนาแน่นของน้ำมัน

แนวคิด จากรูป ให้รอยต่อระหว่างน้ำกับน้ำมันเป็นระดับอ้างอิง จะได้ (ความดันทางด้านขวาและทางด้านซ้ายจะเท่ากัน)

$$\begin{aligned}
 P_{\text{ขวา}} &= P_{\text{ซ้าย}} \\
 P_a + P_{g \text{ water}} &= P_a + P_{g \text{ oil}} \\
 \rho_{\text{water}} g h_{\text{water}} &= \rho_{\text{oil}} g h_{\text{oil}} \\
 (1.0 \times 10^3)(2) &= \rho_{\text{oil}}(4) \\
 \rho_{\text{oil}} &= 500 \text{ kg/m}^3
 \end{aligned}$$

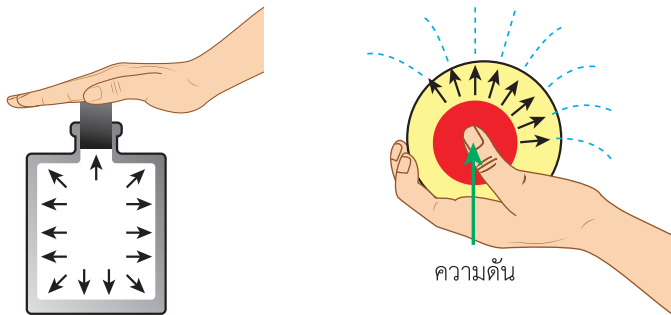
ดังนั้น น้ำมันมีความหนาแน่น 500 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร





3.3 กฎพาสคัล

กฎพาสคัล (Pascal's law) “เมื่อเพิ่มความดันในของเหลวที่อยู่หนึ่งในภาชนะปิด ความดันที่เพิ่มจะถูกถ่ายทอดไปยังทุกๆ ตำแหน่งในของเหลว รวมทั้งที่ผนังของภาชนะนั้นด้วย” โดยกฎของพาสคัลใช้อธิบายการทำงานของเครื่องกลผ่อนแรง เช่น เครื่องอัดไฮดรอลิก



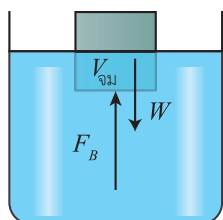
เครื่องอัดไฮดรอลิก (Hydraulic) ประกอบด้วยกระบอกสูบและลูกสูบ 2 ชุดเชื่อมถึงกัน ภายในกระบอกสูบนี้บรรจุของเหลวไว้ เมื่อออกแรงที่ลูกสูบเล็กจะทำให้เกิดความดันตามกฎของพาสคัล ความดันนี้จะไปปรากฏที่ลูกสูบใหญ่ด้วย

ลูกสูบอยู่ที่ระดับเดียวกัน	ลูกสูบอยู่ต่างระดับกัน	แบบมีคานผ่อนแรง
$\frac{W}{A} = \frac{F}{a}$	$\frac{W}{A} = \frac{F}{a} + \rho gh$	$\frac{W}{A} = \frac{F' L}{a \ell}$

3.4 แรงพยุงและหลักของอาร์คิมิดีส

แรงพยุง หรือแรงลอยตัว (Buoyant force) คือ แรงที่ของเหลวพยุงวัตถุไว้ เมื่อวัตถุนั้นอยู่ในของเหลว

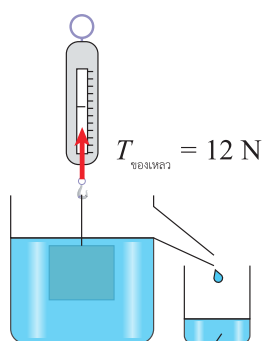
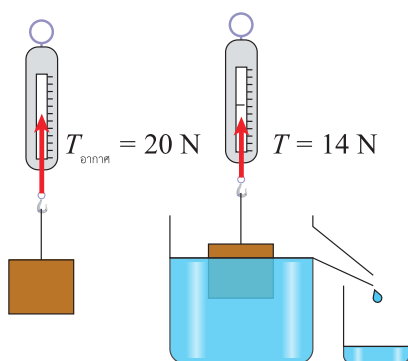
หลักการของอาร์คิมิดีส (Archimedes' Principle) เมื่อวัตถุอยู่ในของเหลวทั้งหมดหรือบางส่วนก็ตาม ของเหลวจะดันวัตถุขึ้นด้วยแรงขนาดเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่ด้วยวัตถุ ซึ่งแรงนี้เองเราเรียกกันว่า “แรงพยุง”



$$F_B = \rho_{\text{ของเหลว}} g V_{\text{จม}}$$

นอกจากนี้ เรายังสามารถหาขนาดของแรงพยุงได้จากอีก 2 วิธี คือ

1. น้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่ (ล้นออกมาจากการใส่วัตถุลงในของเหลว)
2. น้ำหนักที่หายไปจากการชั่งวัตถุในอากาศกับของเหลว (ใช้ได้เฉพาะกรณีที่วัตถุจมน้ำทั้งหมด)



ของเหลวที่ถูกแทนที่ ($W = 8 \text{ N}$)



ตัวอย่าง ท่อนไม้ลอยในของเหลว A พบว่า จมลงในของเหลว A $\frac{1}{2}$ ของปริมาตรทั้งท่อน แต่ถ้าลอยในของเหลว B พบว่า จมลงในของเหลว B $\frac{3}{4}$ ของปริมาตรทั้งท่อน ของเหลว A และ B มีความหนาแน่น ρ_A, ρ_B ตามลำดับ จงหาอัตราส่วน $\frac{\rho_A}{\rho_B}$

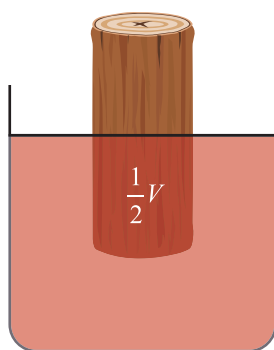
แนวคิด เราสามารถใช้ความรู้เรื่องแรงพุงและกฎของนิวตันในการแก้ปัญหาโจทย์

$$F = ma$$

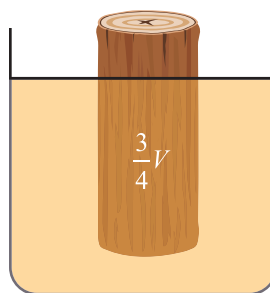
$$mg - F_B = 0$$

$$\rho g V = \rho_{\text{ของเหลว}} g V_{\text{จม}}$$

$$\rho = \rho_{\text{ของเหลว}} \frac{V_{\text{จม}}}{V}$$



ของเหลว A



ของเหลว B

ของเหลว A

$$\rho = \rho_A \frac{\frac{1}{2}V}{V}$$

$$\rho = \frac{1}{2} \rho_A$$

$$\rho_A = 2\rho$$

ของเหลว B

$$\rho = \rho_B \frac{\frac{3}{4}V}{V}$$

$$\rho = \frac{3}{4} \rho_B$$

$$\rho_B = \frac{4}{3} \rho$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{2\rho}{\frac{4}{3}\rho}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3}{2}$$

บทที่

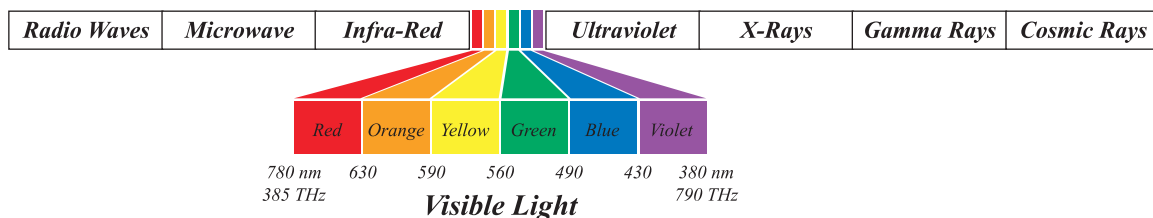
04

แสงและการเกิดภาพ



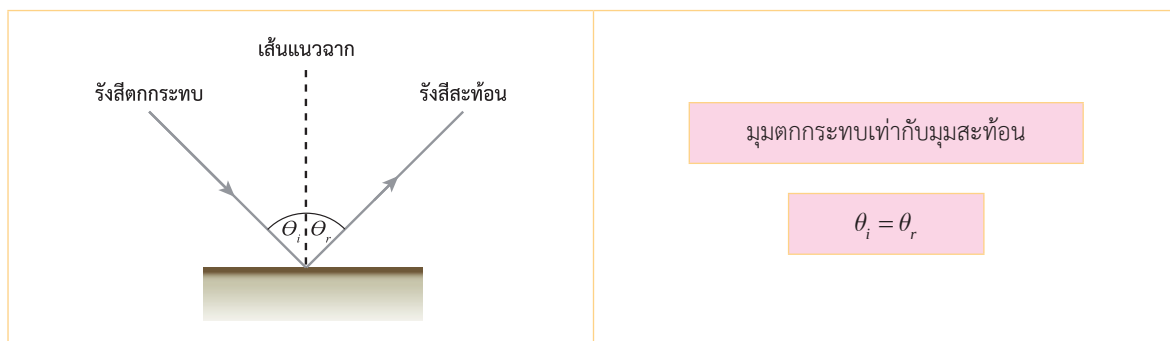
แสง (Light) เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic waves) ที่มีอัตราเร็วในสุญญากาศเท่ากับ 2.9979×10^8 m/s หรือประมาณ 3×10^8 m/s โดยแสงที่ตามองเห็น (Visible light) จะมีความยาวคลื่นในช่วง 400–700 นาโนเมตร

Spectrum Of Electromagnetic Radiation



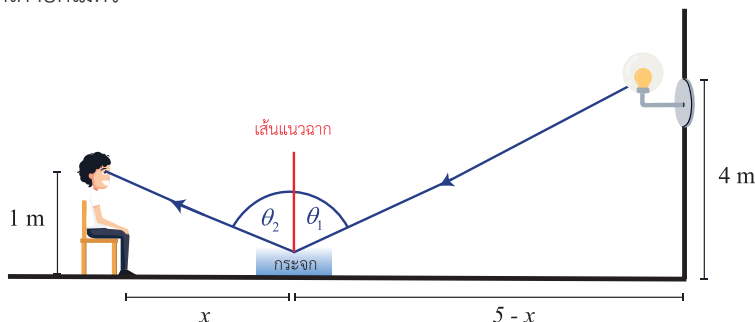
4.1 การสะท้อนของกระจกเงาระนาบ

การสะท้อนของแสง (Reflection) จะเกิดขึ้นเมื่อแสงตกกระทบผิวสะท้อน ซึ่งการสะท้อนจะเป็นไปตามกฎการสะท้อน





ตัวอย่าง หลอดไฟติดไว้บนผนังห้องสูงจากพื้น 4 เมตร ชายคนหนึ่งนั่งอยู่บนเก้าอี้ห่างจากผนัง 5 เมตร และมีนัยน์ตาสูงจากพื้นห้อง 1 เมตร ปรากฏว่าเขาเห็นภาพของหลอดไฟจากกระจกเงารอบที่พื้นได้พอดี กระจกเงานี้ห่างจากเก้าอี้กี่เมตร



จากกฎการสะท้อน ทำให้เรารู้ว่า “มุมตกกระทบ” เท่ากับ “มุมสะท้อน” เราสามารถใช้ความรู้เรื่องสามเหลี่ยมคล้ายแก้ปัญหานี้ได้

$$\frac{x}{5-x} = \frac{1}{4}$$

$$4x = 5 - x$$

$$4x + x = 5$$

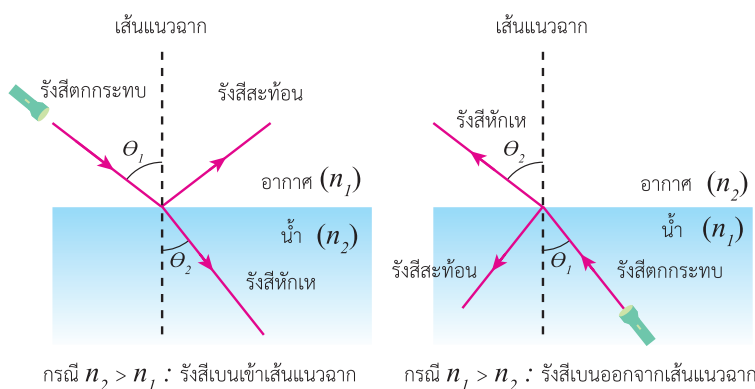
$$x = \frac{5}{5}$$

$$x = 1$$

ดังนั้น กระจกตั้งห่างจากเก้าอี้ 1 เมตร

4.2 การหักเหและการสะท้อนกลับหมด

การหักเหของแสง (Refraction) เมื่อแสงเดินทางผ่านตัวกลางสองชนิดที่สมบัติแตกต่างกัน จะทำให้อัตราเร็วของแสงและความยาวคลื่นเปลี่ยนไป โดยที่ความถี่ไม่เปลี่ยนแปลง ซึ่งเป็นไปตามกฎของสเนลล์ (Snell's law)



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

เมื่อแสงเดินทางจากตัวกลางที่แสงมีความเร็วช้าไปสู่ตัวกลางที่แสงมีความเร็วมาก (จากน้ำไปสู่อากาศ) จะมีผลทำให้มุมหักเหมีขนาดโตกว่ามุมตกกระทบ โดยถ้ามุมหักเหมีขนาดเป็น 90° องศา (มุมฉาก) เราจะเรียกมุมตกกระทบว่า **มุมวิกฤต (Critical angle)** และเรียกปรากฏการณ์นี้ว่า การสะท้อนกลับหมด

การหักเหปกติ (กรณี $n_1 > n_2$)	เกิดมุมวิกฤต (มุมหักเห 90° องศา)	เกิดการสะท้อนกลับหมด ($\theta_1 > \theta_c$)

4.3 ลึกลงและลึกปรากฏ

ลึกจริง-ลึกปรากฏ (Actual depth and Apparent depth) คือ ปรากฏการณ์ที่เรามองเห็นวัตถุผิดไปจากตำแหน่งจริงๆ ของวัตถุ เมื่อมองวัตถุผ่านตัวกลาง 2 ตัวที่แสงเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วไม่เท่ากัน

ผู้มอง

อากาศ ($n_{\text{ตา}}$)

น้ำ ($n_{\text{วัตถุ}}$)

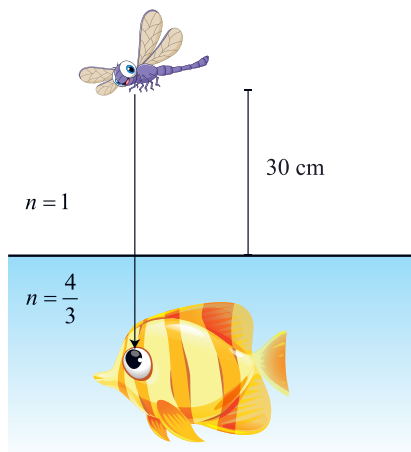
ลึกปรากฏ = s'

ลึกจริง = s

$$\frac{\text{ลึกปรากฏ} (s')}{\text{ลึกจริง} (s)} = \frac{n_{\text{ตา}}}{n_{\text{วัตถุ}}}$$



ตัวอย่าง ปลาเสื้อตัวหนึ่งอยู่ในน้ำ กำลังมองแมลงปอที่บินอยู่ในแนวตรงห่างจากผิวน้ำ 30 cm จะเห็นแมลงปอห่างจากผิวน้ำเท่าใด กำหนดให้ดัชนีหักเหของน้ำเท่ากับ $\frac{4}{3}$



จากความรู้เรื่องลึกลับจริง-ลึกลับปรากฏ จากหลักการการหักเหของแสง

$$\frac{\text{ลึกลับปรากฏ } (s')}{\text{ลึกลับจริง } (s)} = \frac{n_{\text{ตา}}}{n_{\text{วัตถุ}}}$$

$$\frac{s'}{30} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

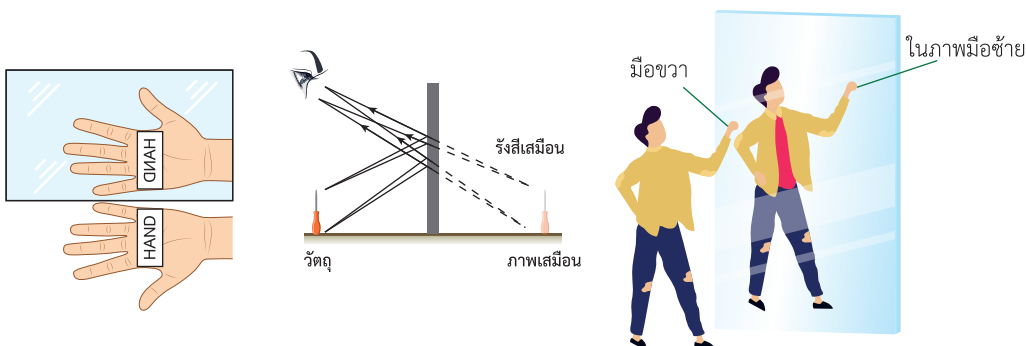
$$s' = 30 \left(\frac{4}{3} \right)$$

$$s' = 40 \text{ cm}$$

ดังนั้น แมลงปอที่ปลาเสื้อเห็นจะอยู่ห่างจากความเป็นจริง $40 - 30 = 10$ เซนติเมตร

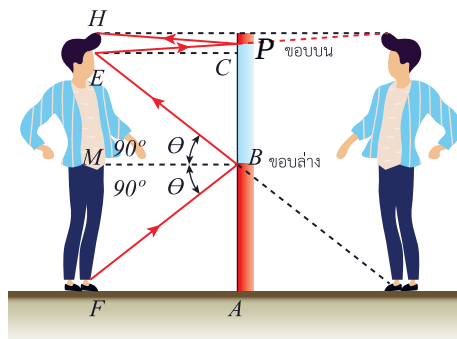
4.4 การเกิดภาพจากกระจกและเลนส์บาง

การเกิดภาพในกระจกเงาราบ จะเกิดเป็นภาพเสมือนหัวตั้งกลับซ้ายขวา ขนาดเท่ากับวัตถุ และเกิดด้านหลังกระจก โดยมีระยะภาพเท่ากับระยะวัตถุเสมอ

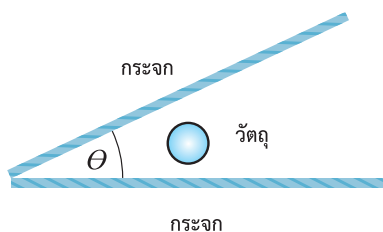


กรณีส่องกระจกและต้องการเห็นตัวเองได้ทั้งตัวพอดี

1. กระจกที่สั้นที่สุดจะเท่ากับครึ่งหนึ่งของความสูง (PB)
2. ขอบบนของกระจกจะอยู่จุดกึ่งกลางระหว่างศีรษะกับดวงตา (P)
3. ขอบล่างของกระจกจะอยู่จุดกึ่งกลางระหว่างศีรษะกับเท้า (B)



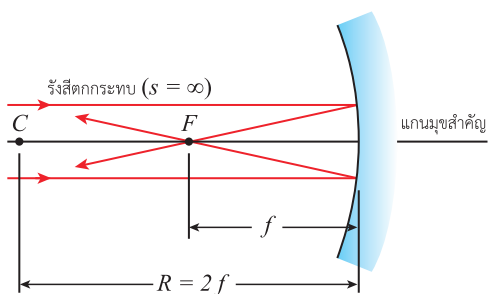
กรณีกระจกเงาสองบานทำมุมกัน เราสามารถหาจำนวนภาพได้จากสูตร (โดยการคำนวณเศษปัดขึ้นเสมอ)



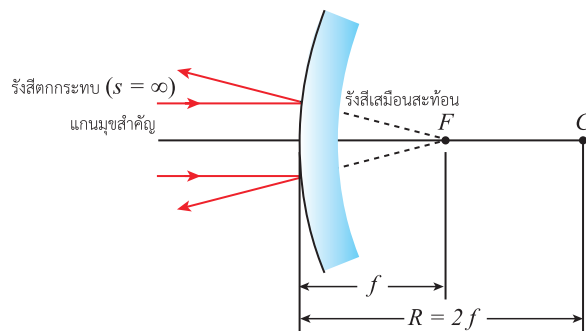
$$N = \frac{360^\circ}{\theta} - 1$$

ส่วนประกอบของกระจกโค้ง

กระจกเว้า (Concave mirror)



กระจกนูน (Convex mirror)



การเขียนทางเดินแสงเพื่อหาการเกิดภาพของกระจก อาศัยเส้นรังสี 3 เส้น ดังนี้ (กรณีเส้นที่เกิดจากการสะท้อนทั้ง 3 ตัดกัน ภาพที่ได้จะเป็นภาพจริง แต่ถ้าหากเป็นเส้นสะท้อนเสมือนตัดกัน ภาพที่ได้จะเป็นภาพเสมือน)

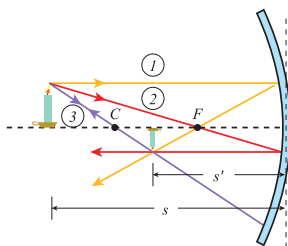
เส้นที่ 1 ลากขนานกับแกนमुखสำคัญและสะท้อนผ่านจุดโฟกัส

เส้นที่ 2 ลากผ่านจุดโฟกัสและสะท้อนขนานกับแกนमुखสำคัญ

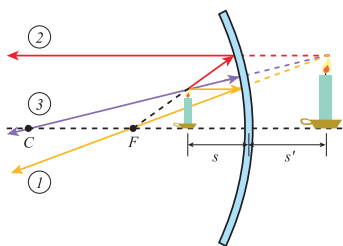
เส้นที่ 3 ลากผ่านจุดศูนย์กลางความโค้งและสะท้อนผ่านจุดศูนย์กลางความโค้ง (ย้อนกลับเส้นทางเดิม)



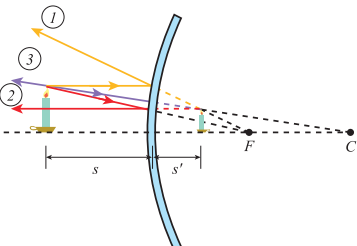
กระจกเว้า (กรณีเกิดภาพจริง)



กระจกเว้า (กรณีเกิดภาพเสมือน)

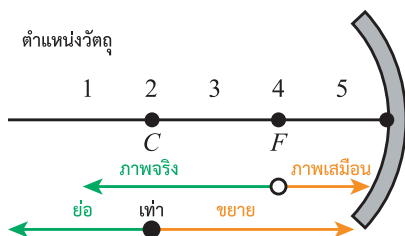


กระจกนูน (กรณีเกิดภาพเสมือน)



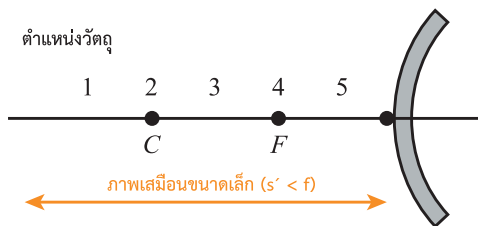
ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของวัตถุกับภาพที่เกิดขึ้น

กระจกเว้า



ตำแหน่งที่ 1 ภาพจริง ขนาดเล็กกว่าวัตถุ
ตำแหน่งที่ 2 ภาพจริง ขนาดเท่าวัตถุ
ตำแหน่งที่ 3 ภาพจริง ขนาดใหญ่กว่าวัตถุ
ตำแหน่งที่ 4 ไม่เกิดภาพ
ตำแหน่งที่ 5 ภาพเสมือน ขนาดใหญ่กว่าวัตถุ

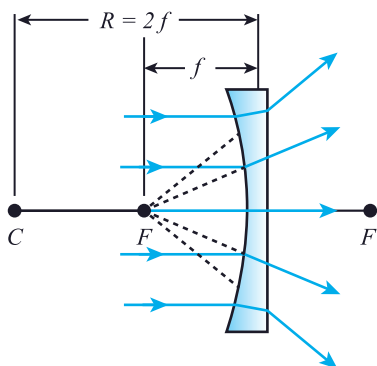
กระจกนูน



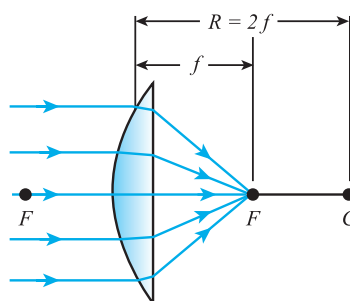
ตำแหน่งที่ 1-5 ภาพเสมือน ขนาดเล็กกว่าวัตถุ

ส่วนประกอบของเลนส์บาง

เลนส์เว้า (Concave lens)



เลนส์นูน (Convex lens)

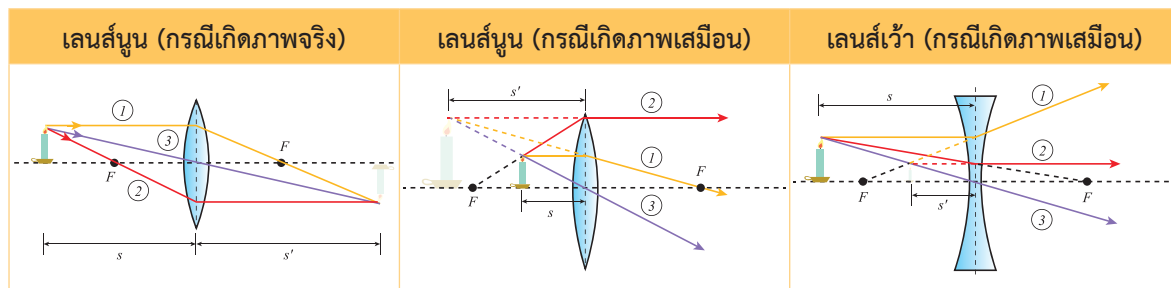


การเขียนทางเดินแสงเพื่อหาการเกิดภาพของเลนส์บาง อาศัยเส้นรังสี 3 เส้น ดังนี้ (กรณีเส้นที่เกิดจากการหักเหทั้ง 3 ตัดกัน ภาพที่ได้จะเป็นภาพจริง แต่ถ้าหากเป็นเส้นรังสีหักเหเสมือนตัดกัน ภาพที่ได้จะเป็นภาพเสมือน)

เส้นที่ 1 ลากขนานกับแกนमुखสำคัญและหักเหผ่านจุดโฟกัส

เส้นที่ 2 ลากผ่านจุดโฟกัสและหักเหขนานกับแกนमुखสำคัญ

เส้นที่ 3 ลากผ่านขั้วเลนส์



ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของวัตถุกับภาพที่เกิดขึ้น

เลนส์นูน	
ตำแหน่งวัตถุ	ตำแหน่งที่ 1 ภาพจริง ขนาดเล็กกว่าวัตถุ ตำแหน่งที่ 2 ภาพจริง ขนาดเท่าวัตถุ ตำแหน่งที่ 3 ภาพจริง ขนาดใหญ่กว่าวัตถุ ตำแหน่งที่ 4 ไม่เกิดภาพ ตำแหน่งที่ 5 ภาพเสมือน ขนาดใหญ่กว่าวัตถุ
เลนส์เว้า	
ตำแหน่งวัตถุ	ตำแหน่งที่ 1-5 ภาพเสมือน ขนาดเล็กกว่าวัตถุ

สูตรการคำนวณเกี่ยวกับกระจกและเลนส์บาง

- ▶ ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งวัตถุ ตำแหน่งภาพ และระยะโฟกัส

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

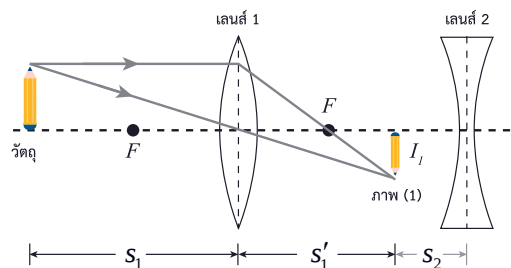
- ▶ กำลังขยายของภาพ

$$m = \frac{I}{O} = \frac{s'}{s} = \frac{f}{s-f}$$

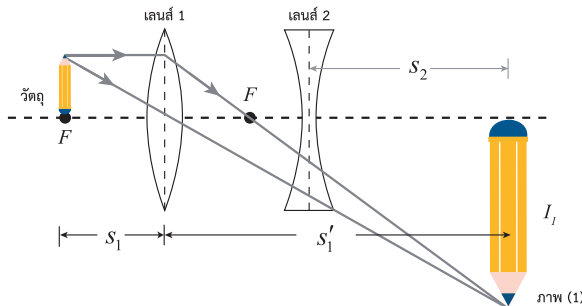


ตัวอย่าง การวิเคราะห์เครื่องหมายของระยะวัตถุของเลนส์ตัวที่ 2

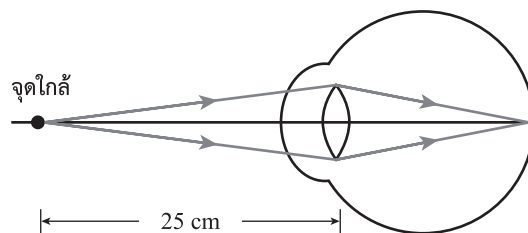
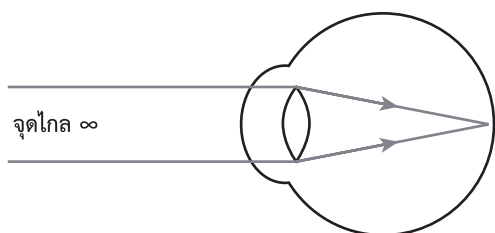
กรณีภาพจากเลนส์ 1 ตกก่อนเลนส์ 2 ให้แทนเป็นบวก



กรณีภาพจากเลนส์ 1 ตกหลังเลนส์ 2 ให้แทนเป็นลบ



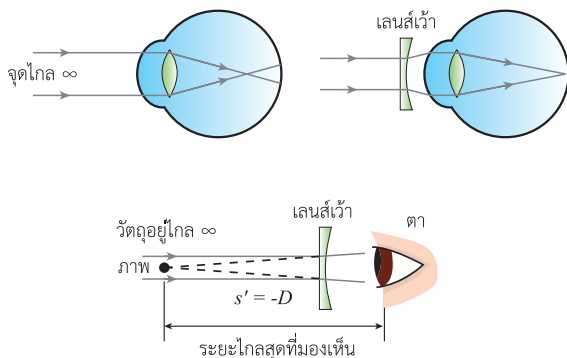
การมองเห็นของดวงตามนุษย์ ปกติเราจะสามารถมองเห็นวัตถุใกล้สุดได้ที่ระยะ 25 cm และใกล้ที่สุดได้ที่ระยะอนันต์



ความผิดปกติของดวงตาและการแก้ปัญหา

สายตาสั้น

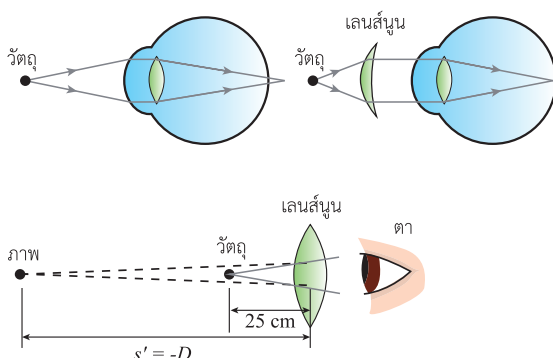
สายตาสั้น (ภาพตกก่อนจุดรับภาพ แก้โดยใช้เลนส์เว้า)
ย้ายภาพวัตถุที่ระยะอนันต์มาไว้ที่ใกล้สุดที่มองเห็นได้ชัด



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-D}$$

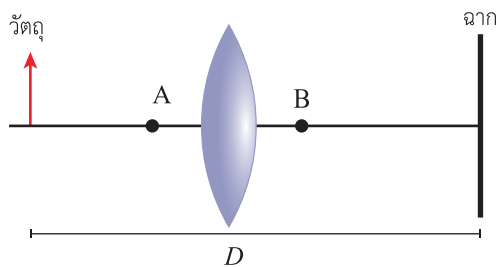
สายตายาว

สายตายาว (ภาพตกเกินจุดรับภาพ แก้โดยใช้เลนส์นูน)
ย้ายภาพวัตถุที่ระยะ 25 cm ไปที่ระยะใกล้สุดที่มองเห็นได้ชัด



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{25} + \frac{1}{-D}$$

ตัวอย่าง ไม่ว่าจะวางเลนส์นูนความยาวโฟกัส f ที่ตำแหน่ง A หรือ B จะทำให้เกิดภาพชัดบนฉากพอดีเสมอ จงหาระยะ AB



แนวคิด

จากความรู้เรื่องเลนส์บาง

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{D-s}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{(D-s) + s}{s(D-s)} = \frac{D}{s(D-s)}$$

$$sD - s^2 = fD$$

$$s^2 - Ds + fD = 0$$

จาก $ax^2 + bx + c = 0$

จะได้ว่า $a = 1$, $b = -D$ และ $c = fD$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$s = \frac{D \pm \sqrt{D^2 - 4fD}}{2}$$

กรณีวางเลนส์ไว้จุด A	กรณีวางเลนส์ไว้จุด B
$s_A = \frac{D - \sqrt{D^2 - 4fD}}{2}$	$s_B = \frac{D + \sqrt{D^2 - 4fD}}{2}$

ดังนั้น ระยะ AB = $s_B - s_A$

$$AB = \frac{D + \sqrt{D^2 - 4fD}}{2} - \frac{D - \sqrt{D^2 - 4fD}}{2}$$

$$AB = \sqrt{D^2 - 4fD}$$

