

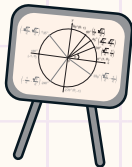
พิชิตข้อสอบ



A-LEVEL

MATH 1

คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1



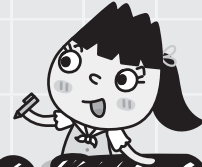
ฉบับสมบูรณ์

จัดเต็มข้อสอบ A-LEVEL MATH 1 ตอบเร็ว ถูกต้อง มั่นใจ!

- ✓ เจาะลึก หลักเกณฑ์ โครงสร้างข้อสอบ และจำนวนข้อ ก่อนสอบ A-LEVEL MATH 1
- ✓ สรุปรวมครบทุกเนื้อหาและเทคนิคที่ใช้ในการสอบ ครบถ้วน เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง
- ✓ มั่นใจด้วยแนวข้อสอบเหมือนจริง รูปแบบใหม่ล่าสุดจาก สสวท.
พร้อมเทคนิคในการทำโจทย์ และเฉลยวิธีทำอย่างละเอียด
- ✓ พิชิตระบบ TCAS ใหม่! ได้คำตอบที่ถูกต้อง รวดเร็ว ทันเวลาสอบ



พิจิตข้อสอบ



A-LEVEL

MATH 1

คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1



ฉบับสมบูรณ์

พีชิตข้อสอบ A-LEVEL MATH 1

คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ฉบับสมบูรณ์

ผู้เขียน

ทวีศักดิ์ จันทรมณี

บรรณาธิการ

ศดานันท์ แซ่ตัน

ผู้ตรวจทานและพิสูจน์อักษร

สมจิตต์ สมปอง

ศิลปกรรม

กานต์ชนิต ดวงสิทธิตานนท์

ราคา

229 บาท

ISBN

978-616-381-319-0

จัดทำโดย

บริษัท อินส์พัล จำกัด



สำนักพิมพ์ Life Balance

379/13 เอกมัยคอมเพล็กซ์ ถนนสุขุมวิท 63

แขวงคลองตันเหนือ เขตวัฒนา กรุงเทพฯ 10110

โทร. 08-4875-5868, 08-9200-1303

E-mail : dp_publish@hotmail.com

www.inspal.co.th

จัดทำโดย

บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน)

เลขที่ 1858/87-90 ถนนเพชรตัด

แขวงบางนาใต้ เขตบางนา กรุงเทพฯ 10260

โทร. 0-2826-8000 โทรสาร 0-2826-8999

www.se-ed.com

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

National Library of Thailand Cataloging in Publication Data

ทวีศักดิ์ จันทรมณี.

พีชิตข้อสอบ A-LEVEL MATH 1 คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ฉบับสมบูรณ์.-- กรุงเทพฯ : อินส์พัล, 2565.
260 หน้า.

1. คณิตศาสตร์ -- ข้อสอบและเฉลย. 2. คณิตศาสตร์ -- การศึกษาและการสอน
(มัธยมศึกษา). I. ชื่อเรื่อง.

510.76

ISBN 978-616-381-319-0

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 ห้ามคัดลอก ลอกเลียน ทำซ้ำ ทำสำเนา ไม่ว่า
ส่วนหนึ่งส่วนใดหรือทั้งหมดของหนังสือนี้ หรือนำไปเผยแพร่ในช่องทางต่างๆ โดยไม่ได้รับอนุญาตจากทาง
บริษัทเป็นลายลักษณ์อักษร

โลโก้ เครื่องหมายการค้า ชื่อของสินค้าและบริการที่อ้างถึง เป็นของบริษัทนั้นๆ

คำนำ

ปัจจุบันการสอบเข้าศึกษาต่อในระดับมหาวิทยาลัยได้ปรับเปลี่ยนมาใช้ TGAT, TPAT และ A-Level เพื่อลดความซ้ำซ้อนของรายวิชาสอบและเน้นการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ ซึ่งหลายคณะต้องใช้ข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ในการยื่นคะแนนทั้งระบบโควตา แอดมิชชัน และรับตรง เช่น พาณิชยศาสตร์และการบัญชี ทันตแพทย บริหาร เศรษฐศาสตร์ วิทยาศาสตร์ หรือบางคณะใช้ยื่นแทนกลุ่มวิชาภาษาต่างประเทศได้ เช่น คณะอักษรศาสตร์ นิติศาสตร์ รัฐศาสตร์ เป็นต้น

ข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ประกอบไปด้วยทฤษฎีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ การคำนวณเบื้องต้นเพื่อหาคำตอบ และโจทย์ปัญหาการสร้างตัวแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน โดยคณิตศาสตร์ประยุกต์ คือ คณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการการคิดที่ใช้เหตุผล สามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่อยู่รอบตัวโดยใช้หลักคณิตศาสตร์หรือทฤษฎีในการตอบปัญหา

หนังสือเล่มนี้ได้ออกแบบแนวข้อสอบเสมือนจริง A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 เพื่อให้น้องๆ ที่กำลังเตรียมตัวสอบได้ฝึกฝนทำโจทย์ที่ใกล้เคียงข้อสอบจริง เพื่อเป็นการเสริมสร้างประสบการณ์ในการทำข้อสอบ พร้อมเฉลยวิธีทำอย่างละเอียด และแทรกเทคนิคในการทำโจทย์ อีกทั้งยังมีสรุปเนื้อหาและสูตรที่ใช้ในการสอบแบบเข้าใจง่าย นำไปใช้งานได้จริง เป็นการเสริมจุดแข็ง ปิดจุดอ่อนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ครูบอยหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะช่วยพัฒนาศักยภาพในวิชาคณิตศาสตร์ให้กับน้องๆ ทุกคน และประสบความสำเร็จในการสอบทุกสนามครับ

ทวีศักดิ์ จันทรมณี

ติวเตอร์บอย

สารบัญ

เจาะลึก A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

10

- รู้จักข้อสอบ A-Level 11
- ข้อสอบ A-Level คืออะไร 12
- ไขความลับข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 12
 - ลักษณะของข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 12
 - ขอบเขตเนื้อหาข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 13
 - ข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 คืออะไร 14
 - คำแนะนำเพิ่มเติม 14

สรุปเข้ม A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

15

- บทที่ 1 เซต 16
 - เซต 16
 - การเขียนแทนเซต 16
 - การแบ่งประเภทของเซต 16
 - เซตที่เท่ากันและเซตที่เทียบเท่ากัน 16
 - เอกภพสัมพัทธ์ (Relative Universe) 16
 - สับเซตและเพาเวอร์เซต (Subsets and Power Sets) 16
 - สับเซตแท้ 17
 - การดำเนินการของเซต (Operation of Set) 17
 - กฎของโอเปอเรชัน (Operation of Law) 18
 - จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด 19
- บทที่ 2 จำนวนจริงและพหุนาม 20
 - โครงสร้างของจำนวนจริง 20
 - สมบัติของจำนวนจริง 20
 - สูตรการแยกตัวประกอบที่ควรรู้ 21
 - สมการกำลังสอง 21
 - ทฤษฎีบทเศษเหลือ 21
 - สมบัติของรากที่สองที่ควรรู้ 21
 - การแก้สมการตัวแปรเดียว 22

- ค่าสัมบูรณ์ (Absolute Value)	22
- อสมการค่าสัมบูรณ์	22
- สมบัติความบริสุทธิ์	22
• บทที่ 3 ตรรกศาสตร์	23
- ประพจน์	23
- ประโยคเปิด	23
- การเชื่อมประพจน์	23
- ประพจน์ที่สมมูลกัน	23
- รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน	23
- สัจนิรันดร์	24
- ตัวบ่งปริมาณ	24
- ค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ 1 ตัว	25
- นิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ	25
- การอ้างเหตุผล	25
• บทที่ 4 ฟังก์ชัน	26
- ผลคูณคาร์ทีเซียน	26
- ความสัมพันธ์	26
- โดเมนและเรนจ์	26
- ฟังก์ชัน	26
- ชนิดของฟังก์ชัน	26
- ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	27
- การดำเนินการของฟังก์ชัน	27
- ฟังก์ชันประกอบ	27
- ตัวผกผันของความสัมพันธ์	27
• บทที่ 5 เรขาคณิตวิเคราะห์	28
- ระยะห่างระหว่างจุด 2 จุด	28
- จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด และจุดที่แบ่งอัตราส่วนเป็น $m : n$	28
- การหาค่าความชันของกราฟเส้นตรง	28
- เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก	28
- การหาจุดตัดแกน X และแกน Y ของสมการเส้นตรง	29
- สมการเส้นตรง	29
- ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด	29
- การหาพื้นที่ระหว่างจุด 3 จุด	30

• บทที่ 6 ภาคตัดกรวย	31
- วงกลม	31
- พาราโบลา	31
- วงรี	32
- ไฮเพอร์โบลา	33
• บทที่ 7 เมทริกซ์	34
- ความหมายของเมทริกซ์	34
- การบวกและการลบเมทริกซ์	34
- การคูณเมทริกซ์	34
- ทรานสโพสของเมทริกซ์	34
- สมบัติเกี่ยวกับเมทริกซ์ที่สำคัญ	34
- การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์	35
- ไมเนอร์ของ a_{ij}	35
- โคแฟกเตอร์ของ a_{ij}	35
- การหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์	35
- สมบัติเกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ที่สำคัญ	36
- กฎของคราเมอร์	36
- สมบัติอื่นๆ ของเมทริกซ์	36
• บทที่ 8 พังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและพังก์ชันลอการิทึม	37
- พังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	37
- สมบัติเลขยกกำลัง	37
- พังก์ชันลอการิทึม	38
- สมบัติของลอการิทึม	38
• บทที่ 9 พังก์ชันตรีโกณมิติ	39
- ความหมายของแต่ละพังก์ชัน	39
- วงกลมหนึ่งหน่วย	39
- เอกลักษณ์ตรีโกณมิติที่สำคัญ	40
- มุมติดลบ	40
- ผลบวกและผลต่างของมุม	40
- มุมสองเท่า มุมสามเท่า และครึ่งมุม	40
- การเปลี่ยนรูปผลคูณ vs ผลบวกหรือผลต่าง	41
- กฎของไซน์และกฎของโคไซน์	41
- พังก์ชันอินเวอร์สของตรีโกณมิติ	42

• บทที่ 10 เวกเตอร์ในสามมิติ	43
- เวกเตอร์	43
- พืซคณิตของเวกเตอร์	43
- ผลคูณเชิงสเกลาร์	43
- สมบัติของผลคูณเชิงสเกลาร์	43
- ผลคูณเชิงเวกเตอร์	44
- สมบัติของผลคูณเชิงเวกเตอร์	44
- การหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน	44
- ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน (Parallelepiped)	44
• บทที่ 11 จำนวนเชิงซ้อน	45
- จำนวนเชิงซ้อน	45
- ค่าของ i^n ที่ควรรู้	45
- พืซคณิตของจำนวนเชิงซ้อน	45
- สังยุคของจำนวนเชิงซ้อน	45
- ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน	46
- การเขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปของพิกัดเชิงขั้ว (Polar Form)	46
- สูตรของเดอมัวร์	46
- การแก้สมการจำนวนเชิงซ้อน	46
• บทที่ 12 สถิติ	47
- สถิติ	47
- ตารางแจกแจงความถี่	47
- ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	47
- มัธยฐาน	48
- ฐานนิยม	48
- พิสัย	48
- ค่ากึ่งกลางพิสัย	48
- ควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์	49
- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)	49
- ความแปรปรวน	49
- ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (Mean Deviation)	49
- ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (Quartile Deviation)	49
- ความแปรปรวนรวม	50
- การวัดการกระจายสัมพัทธ์	50

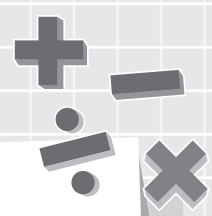
- ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายข้อมูล	50
• บทที่ 13 ความน่าจะเป็น	51
- แฟกทอเรียล (Factorial)	51
- หลักการนับเบื้องต้น	51
- ความน่าจะเป็น	51
- สมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็น	52
- ทฤษฎีบททวินาม	52
• บทที่ 14 ลำดับและอนุกรม	53
- ลำดับเลขคณิต	53
- ลำดับเรขาคณิต	53
- ทฤษฎีบทของลิมิต	53
- สมบัติของซิกมา (Σ)	53
- สูตรของซิกมา (Σ)	54
- อนุกรมเลขคณิต	54
- อนุกรมเรขาคณิต	54
- อนุกรมเรขาคณิตอนันต์	54
• บทที่ 15 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน	55
- ดอกเบี้ยคงต้น	55
- ดอกเบี้ยทบต้น	55
- มูลค่าของเงิน	55
- ค่ายางงวด	55
• บทที่ 16 แคลคูลัส	57
- ทฤษฎีบทของลิมิตของฟังก์ชัน	57
- ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน	57
- กฎของโลปีตาล	57
- อัตราการเปลี่ยนแปลงโดยเฉลี่ย	57
- อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x	58
- สูตรที่ใช้หาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน	58
- ความชันของเส้นโค้ง	58
- ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	58
- จุดสูงสุดสัมพัทธ์ จุดต่ำสุดสัมพัทธ์ จุดสูงสุดสัมบูรณ์ และจุดต่ำสุดสัมบูรณ์	58

- ปริพันธ์ (Integrate)	59
- ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต	59
- ปริพันธ์จำกัดเขต	59
- พื้นที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง	59
• บทที่ 17 การแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น	60
- ตัวแปรสุ่ม	60
- การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง	60
- การแจกแจงทวินาม	60
- การแจกแจงปกติ	60
- ค่ามาตรฐาน (Z-Score)	61

ตะลุยโจทย์ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 63

• ตะลุยโจทย์ ชุดที่ 1	64
- เฉลยตะลุยโจทย์ ชุดที่ 1	72
• ตะลุยโจทย์ ชุดที่ 2	92
- เฉลยตะลุยโจทย์ ชุดที่ 2	102
• ตะลุยโจทย์ ชุดที่ 3	122
- เฉลยตะลุยโจทย์ ชุดที่ 3	132
• ตะลุยโจทย์ ชุดที่ 4	157
- เฉลยตะลุยโจทย์ ชุดที่ 4	168
• ตะลุยโจทย์ ชุดที่ 5	193
- เฉลยตะลุยโจทย์ ชุดที่ 5	202
• ตะลุยโจทย์ ชุดที่ 6	224
- เฉลยตะลุยโจทย์ ชุดที่ 6	234





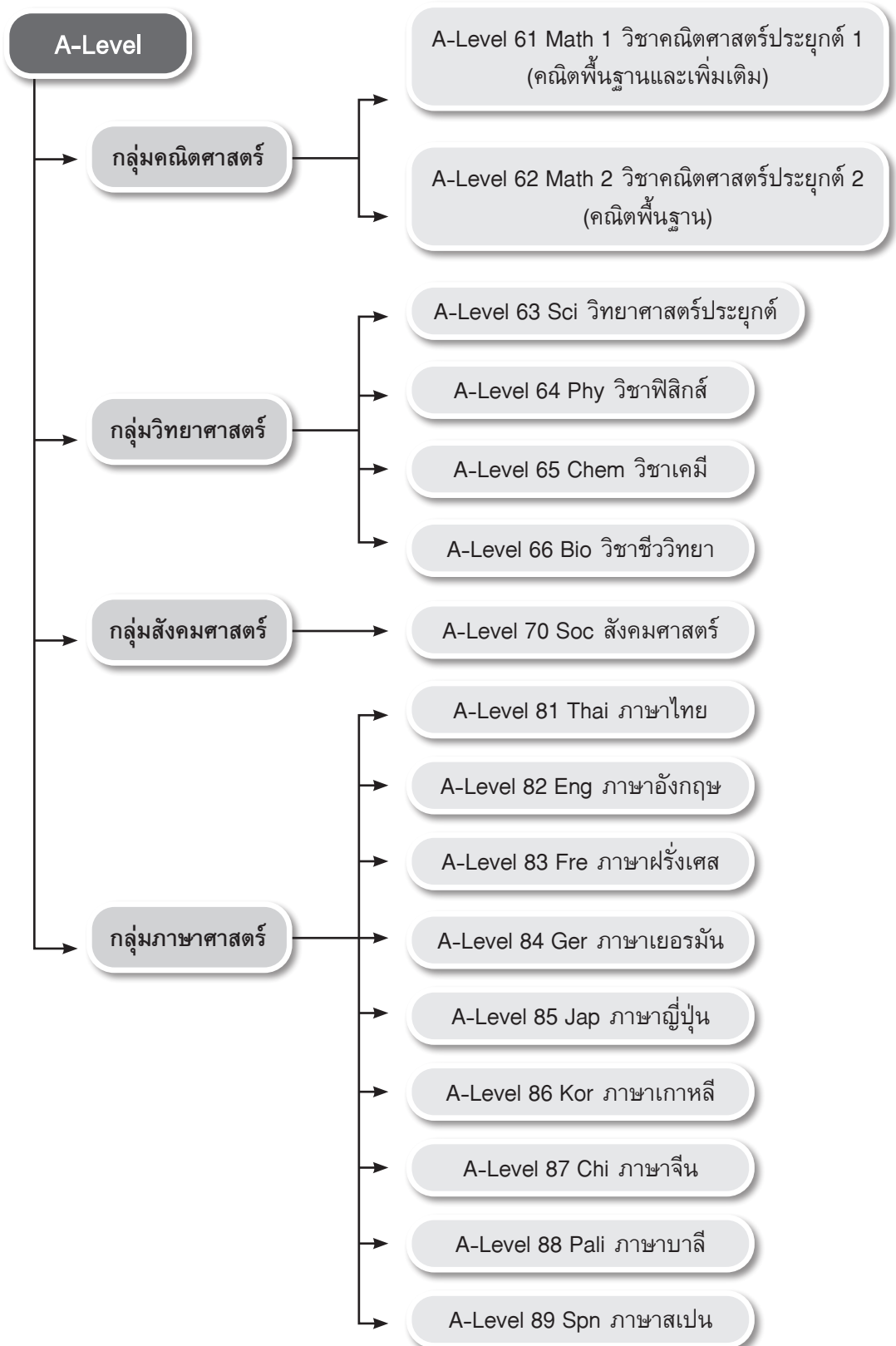
เจาะลึก

A-Level 61 Math 1

วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1



รู้จักข้อสอบ A-Level





ข้อสอบ A-Level คืออะไร

ข้อสอบ A-Level คือ การวัดความรู้เชิงวิชาการในระบบ TCAS ซึ่งเป็นการรวมกันระหว่าง 9 วิชาสามัญ และ PAT โดยข้อสอบจะมีการประยุกต์มากยิ่งขึ้น มีวิชาที่สอบดังนี้

- A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 (คณิตพื้นฐานและเพิ่มเติม)
- A-Level 62 Math 2 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 2 (คณิตพื้นฐาน)
- A-Level 63 Sci วิทยาศาสตร์ประยุกต์
- A-Level 64 Phy วิชาฟิสิกส์
- A-Level 65 Chem วิชาเคมี
- A-Level 66 Bio วิชาชีววิทยา
- A-Level 70 Soc สังคมศาสตร์
- A-Level 81 Thai ภาษาไทย
- A-Level 82 Eng ภาษาอังกฤษ
- A-Level 83 Fre ภาษาฝรั่งเศส
- A-Level 84 Ger ภาษาเยอรมัน
- A-Level 85 Jap ภาษาญี่ปุ่น
- A-Level 86 Kor ภาษาเกาหลี
- A-Level 87 Chi ภาษาจีน
- A-Level 88 Pali ภาษาบาลี
- A-Level 89 Spn ภาษาสเปน



ไขความลับข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

- ลักษณะของข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

ข้อสอบมีจำนวน 30 ข้อ คะแนนเต็ม 100 คะแนน มีระยะเวลาทำข้อสอบ 90 นาที

ข้อสอบ		ลักษณะ	จำนวนข้อ	คะแนน
ตอนที่ 1	ปรนัย 5 ตัวเลือก	เลือก 1 คำตอบ ที่ถูกต้อง	25	75
ตอนที่ 2	อัตนัย	ระบายคำตอบ ที่เป็นค่า / ตัวเลข	5	25
รวมทั้งหมด			30	100

• ขอบเขตเนื้อหาข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

มีขอบเขตเนื้อหาตามสาระการเรียนรู้แกนกลางและสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

กลุ่มสาระการเรียนรู้	เนื้อหา	จำนวนข้อสอบ
สาระจำนวนและพีชคณิต	เซต	15-17 ข้อ
	ตรรกศาสตร์	
	จำนวนจริงและพหุนาม	
	ฟังก์ชัน	
	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	
	ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	
	จำนวนเชิงซ้อน	
	เมทริกซ์	
	ลำดับและอนุกรม	
สาระการวัดและเรขาคณิต	เรขาคณิตวิเคราะห์	3-5 ข้อ
	เวกเตอร์ในสามมิติ	
สาระสถิติและความน่าจะเป็น	สถิติ	6-8 ข้อ
	การแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น	
	หลักการนับเบื้องต้น	
	ความน่าจะเป็น	
สาระแคลคูลัส	แคลคูลัสเบื้องต้น	2-4 ข้อ

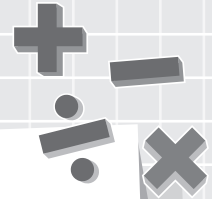
- ข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 คืออะไร

ข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 เป็นข้อสอบที่เน้นโจทย์ปัญหาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้การประยุกต์ความรู้ เน้นกระบวนการคิดที่ใช้เหตุผล อีกทั้งยังสามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ที่อยู่รอบตัว โดยใช้หลักคณิตศาสตร์หรือทฤษฎีในการตอบปัญหา ซึ่งแตกต่างจาก PAT 1 และ 9 วิชาสามัญที่เน้นการคำนวณหาคำตอบแบบซ้ำซ้อนมากเกินไป

- คำแนะนำเพิ่มเติม

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องอาศัยทักษะและการฝึกฝนประสบการณ์ในการทำโจทย์มาอย่างต่อเนื่อง ต้องอ่านเนื้อหาให้ครบทุกบทเพราะในแต่ละบทมีความเกี่ยวข้องกัน ถ้ามีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งแม่นยำในสูตรและการนำไปใช้ ไม่จำแค่สูตรลัด แต่รู้ที่มาที่ไปของสูตร ฝึกทำโจทย์ตั้งแต่ระดับพื้นฐานจนถึงระดับที่ยากขึ้น ก็จะทำให้มั่นใจและสามารถพิชิตทุกสนามสอบ





สรุปเข้ม

A-Level 61 Math 1

วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1





เซต

เซตเป็นนิยาม โดยทั่วไปหมายถึงกลุ่มของสิ่งต่างๆ ซึ่งต้องทราบแน่นอนว่ามีสิ่งใดอยู่ในกลุ่มบ้าง โดยเรียกสิ่งที่อยู่ในกลุ่มว่า สมาชิก

การเขียนแทนเซต

1. แบบแจกแจงสมาชิก เช่น $A = \{1, 2, 3, 4\}$
2. แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก เช่น $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 = 25\}$ เครื่องหมาย $\mid$ แทนคำว่า โดยที่

การแบ่งประเภทของเซต

1. เซตจำกัด คือ เซตที่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้ เช่น $A = \{1, 2, 3\}$
2. เซตอนันต์ คือ เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด (ไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้) เช่น $A = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots\}$
3. เซตว่าง คือ เซตที่ไม่มีสมาชิกอยู่เลย แทนด้วยสัญลักษณ์ $\emptyset$ หรือ $\{ \}$

ข้อสังเกต

1. เซตว่างเป็นเซตจำกัด
2. การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก นิยมเขียนสมาชิกแต่ละตัวเพียงครั้งเดียวเท่านั้น

เซตที่เท่ากันและเซตที่เทียบเท่ากัน

1. เซตที่เท่ากัน คือ เซต 2 เซตเท่ากัน เมื่อมีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว
เช่น $A = \{0, 1, 2, 3\}$ และ $B = \{1, 0, 3, 2\}$ จะได้ว่า $A = B$
2. เซตที่เทียบเท่ากัน คือ เซต 2 เซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน
เช่น $A = \{0, 1, 2, 3\}$ และ $B = \{a, b, c, d\}$ จะได้ว่า $A \sim B$

เอกภพสัมพัทธ์ (Relative Universe)

คือ เซตที่กำหนดขอบข่ายที่จะพิจารณา ใช้สัญลักษณ์ U เช่น กำหนดให้ U คือเซตของจำนวนจริง และ $A = \{x \mid x^2 = 4\}$, $B = \{x \mid x^3 = -1\}$ จะได้ว่า $A = \{-2, 2\}$, $B = \{-1\}$

สับเซตและเพาเวอร์เซต (Subsets and Power Sets)

1. A เป็นสับเซตของ B เมื่อสมาชิกของเซต A ทุกตัวเป็นสมาชิกของเซต B
เขียนแทนด้วย $A \subset B$ กล่าวเป็นภาษาคณิตศาสตร์ คือ $[A \subset B] \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
2. เพาเวอร์เซต A คือ เซตของสับเซตทั้งหมดที่เป็นไปได้ของเซต A

ข้อสังเกต

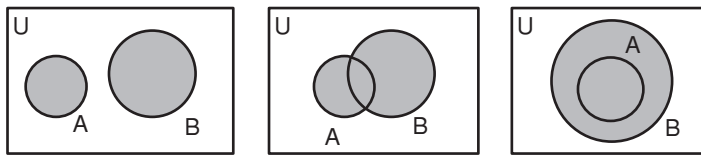
1. $\emptyset \subset A$ และ $A \subset A$ ทำให้ $\emptyset \in P(A)$ และ $A \in P(A)$
2. ถ้า A มีสมาชิก n ตัวแล้ว จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A เท่ากับ 2^n เซต
3. ถ้า A มีสมาชิก n ตัวแล้ว $n(P(A)) = 2^n$

สับเซตแท้

A เป็นสับเซตแท้ของ B เมื่อสมาชิกของเซต A ทุกตัวเป็นสมาชิกของเซต B แต่ $A \neq B$ เขียนแทนด้วย $A \subset B$ ดังนั้น ถ้า A มีสมาชิก n ตัวแล้ว จำนวนสับเซตแท้ของ A เท่ากับ $2^n - 1$ เซต

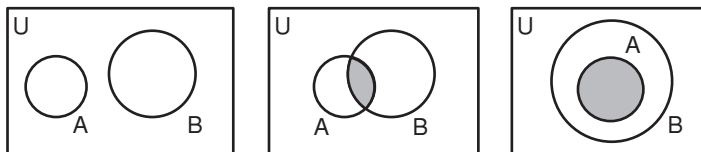
การดำเนินการของเซต (Operation of Set)

1. ยูเนียน (Union) ใช้สัญลักษณ์ $\cup$ เช่น $A \cup B$ (ท่องเที่ยว เอามารวมกัน) ยูเนียนของ A กับ B คือเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกจากเซต A หรือเซต B เช่น $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{3, 4, 5\}$ จะได้ว่า $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$



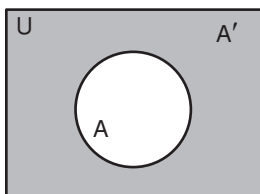
แผนภาพแสดง $A \cup B$ ในแต่ละกรณี

2. อินเตอร์เซกชัน (Intersection) ใช้สัญลักษณ์ $\cap$ เช่น $A \cap B$ (ท่องเที่ยว เลือกตัวที่ซ้ำกัน) อินเตอร์เซกชันของ A กับ B คือเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกทั้งเซต A และ B เช่น $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{2, 3, 4\}$ จะได้ว่า $A \cap B = \{2, 3\}$



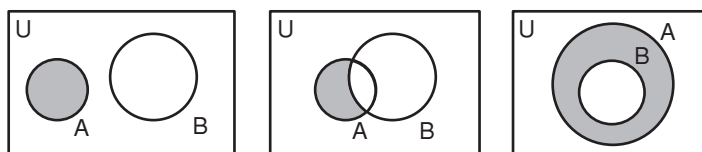
แผนภาพแสดง $A \cap B$ ในแต่ละกรณี

3. คอมพลีเมนต์ (Complement) ใช้สัญลักษณ์ ' หรือ c เช่น A' , A^c (ท่องเที่ยว ไม่เอาตัวเอง)
 คอมพลีเมนต์ของ A คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเอกภพสัมพัทธ์ที่ไม่ใช่สมาชิกของ A
 เช่น $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ และ $A = \{5, 7, 9\}$ จะได้ว่า $A' = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$



แผนภาพแสดง A'

4. ผลต่าง (Difference) ใช้สัญลักษณ์ - เช่น $A - B$ (ท่องเที่ยว เลือกตัวที่มีใน A แต่ไม่ซ้ำกับ B)
 $A - B$ คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของ A ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต B
 เช่น $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{3, 4, 5, 6\}$ จะได้ว่า $A - B = \{1, 2\}$, $B - A = \{5, 6\}$



แผนภาพแสดง $A - B$ ในแต่ละกรณี

กฎของโอปอเรชัน (Operation of Law)

1. การกระทำตัวเอง

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

2. การสลับที่

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

3. การเปลี่ยนกลุ่ม

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

4. การแจกแจง

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

5. คอมพลีเมนต์

$$(A')' = A$$

$$U' = \emptyset$$

$$\emptyset' = U$$

$$A \cup A' = U$$

$$A \cap A' = \emptyset$$

6. การกระทำกับเซตว่าง

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

7. การกระทำกับเอกภพสัมพัทธ์

$$A \cup U = U$$

$$A \cap U = A$$

8. เดอมอร์แกน

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

9. การเปลี่ยนรูป

$$A - B = A \cap B', A \cap B = A - B'$$

$$A - B = B' - A', B - A = A' - B'$$

10. อื่นๆ

$$(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$$

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$$

$$C - (A \cap B) = (C - A) \cup (C - B)$$

$$C - (A \cup B) = (C - A) \cap (C - B)$$

จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด

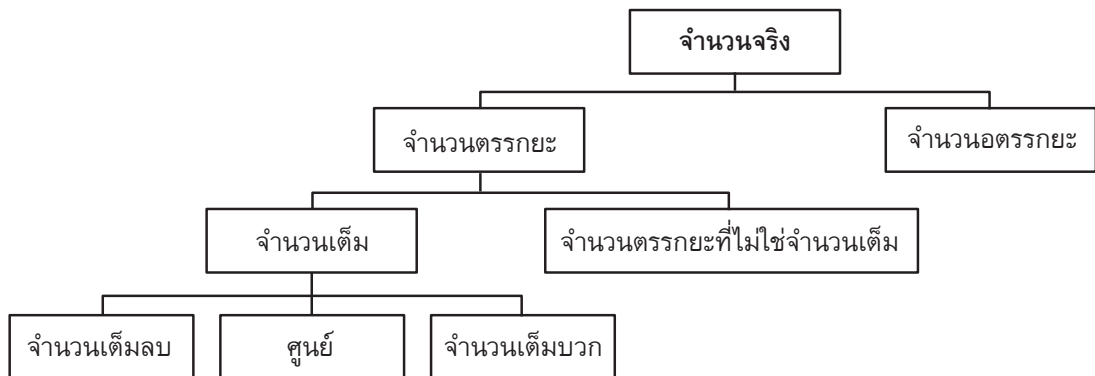
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$



โครงสร้างของจำนวนจริง



- จำนวนเต็ม ประกอบด้วยจำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบ
- จำนวนเต็มบวก หรือจำนวนนับ หรือจำนวนธรรมชาติ ได้แก่ 1, 2, 3, ...
- จำนวนเต็มลบ ได้แก่ -1, -2, -3, ...
- จำนวนคู่ หมายถึง จำนวนเต็มที่หารด้วย 2 ลงตัว
- จำนวนคี่ หมายถึง จำนวนเต็มที่หารด้วย 2 ไม่ลงตัว
- จำนวนเฉพาะ หมายถึง จำนวนที่ไม่ใช่ 0 และ ± 1 โดยหารด้วย ± 1 และตัวมันเองลงตัวเท่านั้น
- จำนวนตรรกยะ หมายถึง จำนวนที่สามารถเขียนได้ในรูปเศษส่วนหรือทศนิยมซ้ำ ซึ่งรูปทั่วไปของจำนวนตรรกยะคือ $\frac{a}{b}$ โดยที่ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$
- จำนวนอตรรกยะ หมายถึง จำนวนจริงที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ

สมบัติของจำนวนจริง

ลำดับที่	สมบัติ	การบวก	การคูณ
1.	สมบัติปิด (Closure Property)	$a + b$ เป็นจำนวนจริง	$a \times b$ เป็นจำนวนจริง
2.	สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม (Commutative Property)	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
3.	เอกลักษณ์ (Identity)	$a + 0 = a = 0 + a$	$a \times 1 = a = 1 \times a$
4.	อินเวอร์ส (Inverse)	$a + (-a) = 0$	$a \times a^{-1} = 1$ โดยที่ $a \neq 0$
5.	สมบัติการสลับที่ (Associative Property)	$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
6.	สมบัติการแจกแจง (Distributive Property)	$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$	

สูตรการแยกตัวประกอบที่ควรรู้

1. กำลังสองสมบูรณ์

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

2. ผลต่างกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

3. ผลบวกกำลังสามและผลต่างกำลังสาม

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

4. กำลังสามสมบูรณ์

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

สมการกำลังสอง

คือ สมการที่อยู่ในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$

วิธีแก้ 1. จัดตัวแปรและค่าคงตัวให้อยู่ทางซ้ายมือ ส่วนทางขวามือให้เป็นศูนย์

2. แยกตัวประกอบทางซ้ายมือเป็นสองวงเล็บ

3. ให้แต่ละวงเล็บเท่ากับศูนย์แล้วหาค่าของตัวแปร

4. ถ้าแยกไม่ได้ ให้ใช้สูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ เมื่อ $a \neq 0$

ทฤษฎีบทเศษเหลือ

1. ถ้าหารพหุนาม $P(x)$ ด้วย $x - a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ เศษจะเท่ากับ $P(a)$

2. ถ้า $P(a) = 0$ แสดงว่าเป็นการหารลงตัว

3. ถ้าหารพหุนาม $P(x)$ ด้วย $ax - b$ เศษจะเท่ากับ $P\left(\frac{b}{a}\right)$ เมื่อ $a \neq 0$

สมบัติของรากที่สองที่ควรรู้

1. $\sqrt{a^2} = a$ เมื่อ $a \geq 0$

2. $\sqrt{a^2} = |a|$

3. $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ เมื่อ $a, b \geq 0$

4. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ เมื่อ $a \geq 0, b > 0$

5. $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกคู่

6. $\sqrt[n]{a^n} = a$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกคี่

7. $\sqrt{a}$ จะหาค่าได้ เมื่อ $a \geq 0$

การแก้อสมการตัวแปรเดียว

มีหลักการดังนี้

1. จัดให้อยู่ในรูป $(Ax \pm a)(Bx \pm b)(Cx \pm c) \dots <, \leq, >, \geq 0$ ซ้ายมือเป็นวงเล็บ ตรงกลางเป็นเครื่องหมาย ขวามือเป็นศูนย์ โดยสัมประสิทธิ์ของ x เป็นบวกเสมอ
2. จับแต่ละวงเล็บเท่ากับศูนย์ จะได้ค่า x ออกมา แล้วนำค่า x ไป Plot บนเส้นจำนวน
3. ให้ช่องขวามือสุดเป็น $+$ เสมอ จากนั้นใส่ $-$, $+$ สลับกันไปเรื่อยๆ
4. ถ้าโจทย์กำหนด $<, \leq$ ให้ตอบช่วงลบ ถ้าโจทย์กำหนด $>, \geq$ ให้ตอบช่วงบวก

ค่าสัมบูรณ์ (Absolute Value)

นิยาม ค่าสัมบูรณ์ของ a หรือ $|a| = \begin{cases} a ; a \geq 0 \\ -a ; a \leq 0 \end{cases}$

สมบัติของค่าสัมบูรณ์

1. $|a| \geq 0$
2. $|-a| = |a|$
3. $|a - b| = |b - a|$
4. $|a + b| \leq |a| + |b|$
5. $|a - b| \geq |a| - |b|$
6. $|ab| = |a||b|$
7. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|} ; b \neq 0$
8. $|a|^2 = a^2$
9. $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่บวก
10. $\sqrt[n]{a^n} = a$ เมื่อ n เป็นจำนวนคี่บวก
11. $|a + b| = |a| + |b|$ เมื่อ $ab \geq 0$
12. $|a - b| = |a| + |b|$ เมื่อ $ab \leq 0$

อสมการค่าสัมบูรณ์

1. $|x| > a$ เมื่อ $x < -a$ หรือ $x > a$
2. $|x| \geq a$ เมื่อ $x \leq -a$ หรือ $x \geq a$
3. $|x| < a$ เมื่อ $-a < x < a$
4. $|x| \leq a$ เมื่อ $-a \leq x \leq a$

สมบัติความบริบูรณ์

นิยาม ถ้า $S \subset \mathbb{R}$, a จะเป็นขอบเขตบนของ S ได้ เมื่อไม่มีจำนวนจริงใดใน S มากกว่า a
ถ้า $S \neq \emptyset$, $S \subset \mathbb{R}$ และ S มีขอบเขตบน แล้ว S จะมีค่าขอบเขตบนน้อยที่สุด



ประพจน์

คือ ประโยคบอกเล่าหรือปฏิเสธ ที่บอกได้ว่าจริงหรือเท็จอย่างใดอย่างหนึ่ง แต่ประโยคคำถาม คำสั่ง ขอร้อง อุทาน หรือประโยคที่ไม่มีค่าความจริงไม่เป็นประพจน์

ประโยคเปิด

คือ ประโยคที่ไม่เป็นประพจน์แต่มีตัวแปร ซึ่งถ้าเติมตัวบ่งปริมาณให้ครบทุกตัวแปรหรือนำสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์มาแทนในตัวแปรแล้วจะได้ประโยคใหม่เป็นประพจน์

การเชื่อมประพจน์

ตัวเชื่อมระหว่าง 2 ประพจน์ มีดังนี้

- และ ใช้สัญลักษณ์ $\wedge$
- หรือ ใช้สัญลักษณ์ $\vee$
- ถ้า... แล้ว... ใช้สัญลักษณ์ $\rightarrow$
- ก็ต่อเมื่อ ใช้สัญลักษณ์ $\leftrightarrow$
- นิเสธ ใช้สัญลักษณ์ $\sim$

ตารางค่าความจริง

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\sim p$
T	T	(T)	T	T	(T)	F
T	F	F	T	(F)	F	F
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	(F)	T	(T)	T

ประพจน์ที่สมมูลกัน

ประพจน์ 2 ประพจน์จะสมมูลกันก็ต่อเมื่อประพจน์ทั้งสองมีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี

รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน

1. การจัดหมู่หรือการเปลี่ยนกลุ่ม

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

$$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$$

$$p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r) \equiv (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$$

2. การแจกแจงหรือการกระจาย

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$(p \vee q) \wedge r \equiv (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$$

$$(p \wedge q) \vee r \equiv (p \vee r) \wedge (q \vee r)$$

3. เดอมอร์แกน

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

4. การเปลี่ยนรูป

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv \sim p \leftrightarrow q \equiv p \leftrightarrow \sim q$$

5. นิเสธ $\sim(\sim p) \equiv p$

สัจนิรันดร์

คือ ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงเสมอ ไม่ว่าประพจน์ย่อยมีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จ การตรวจสอบว่าประพจน์ที่กำหนดให้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ ทำได้หลายวิธีดังนี้

1. สร้างตารางค่าความจริงแล้วพิจารณาว่าผลเป็นจริงทุกกรณีหรือไม่ ถ้าเป็นจริงทั้งหมดสรุปว่าเป็นสัจนิรันดร์
2. หาข้อขัดแย้งโดยการสมมติให้ประพจน์นั้นเป็นเท็จ มักใช้กับประโยคที่เชื่อมด้วย $\rightarrow$ ถ้ามีข้อขัดแย้ง สรุปว่า เป็นสัจนิรันดร์
ถ้าไม่มีข้อขัดแย้ง สรุปว่า ไม่เป็นสัจนิรันดร์
3. ประพจน์ที่อยู่ในรูป $A \leftrightarrow B$ ถ้า $A \equiv B$ สรุปว่า $A \leftrightarrow B$ เป็นสัจนิรันดร์

ตัวบ่งปริมาณ

มีอยู่ 2 แบบ ดังนี้

- $\forall$ แทนตัวบ่งปริมาณ “ทั้งหมด” หรือ “สำหรับทุกๆ ค่า ...” อ่านว่า for all
- $\exists$ แทนตัวบ่งปริมาณ “มีอย่างน้อยหนึ่ง” หรือ “สำหรับบางค่าของ ...” อ่านว่า for some