

ดัมมี่

ตามหลักสูตรแกนกลาง พุทธศักราช 2551
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)



ฟิสิกส์

ม.4-5-6 สอบเข้า
มหาวิทยาลัย
ทุกรูปแบบ

ระบบ
TCAS
สอบตรง สอบโควตา
A-Level



สรุปเนื้อหาครบถ้วน ม.4-5-6
พร้อมตัวอย่างข้อสอบ และวิธีคิด

เรียบเรียงโดย

นิรันดร์ สุวรัตน์

กค.บ. (ฟิสิกส์), ค.ม. (ฟิสิกส์)

หนังสือเล่มนี้พิมพ์จากกระดาษดีบีเอส เอ
กระดาษจากคันทนา ช่วยแก้ปัญหาโลกร้อน



☎ 02 279 6222

LINE @porsor

🌐 www.porsor.com

🐦 @porsor_th

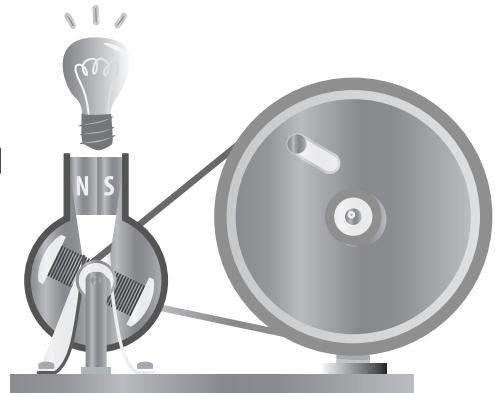
📘 @psattana

📷 @porsor_th

คัมภีร์  Physics

ม.4-5-6

ฟิสิกส์



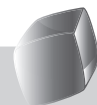
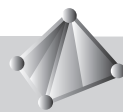
สอบเข้ามหาวิทยาลัย

ระบุ
TCAS

สอบตรง

โควตา

A-Level



เรียบเรียงโดย
นิรันดร์ สุวรัตน์
กศ.บ. (ฟิสิกส์), ค.ม. (ฟิสิกส์)



สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ (ฉบับเพิ่มเติม) พ.ศ. 2558

คัมภีร์พิลึกกล์ สอบเข้ามหาวิทยาลัย **ม.4-5-6**

ชื่อผู้เรียบเรียง นรินทร์ สุวรรตน์

บรรณาธิการ	อรศรี ไกรนพจนวนรตน์
ผู้ช่วยบรรณาธิการ(ศิลปกรรม)	อมรศักดิ์ บุญเรือง
รูปเล่ม	สุโรพรรณ บุญเรือง
ฝ่ายศิลป์	สิทธิณนัท สฤลชัยศิริวิซ
พิสูจน์อักษร	นรินทร์ สุวรรตน์
	พิรุณนิชา ใบสุวรรณ
	ณัฐธินัน ลูกเสืออิรา
ปก	อมรศักดิ์ บุญเรือง

หนังสือเล่มนี้พิมพ์จากกระดาษดีบีเอิล เอ
กระดาษจากก้นนา ช่วยแก้ปัญหาโลกร้อน



จัดพิมพ์ : บริษัท สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา จำกัด
12 หม่อมแฝ้วแยก 3 ถนนพระราม 6 ซอย 41
แขวงสามเสนใน เขตพญาไท กรุงเทพมหานคร 10400
โทร. 02-279-6222
โทรสาร 02-279-6203-4

พิมพ์ที่ : เพิ่มทรัพย์การพิมพ์
117/22 หมู่ 5 ซอยบางไผ่พัฒนา ถนนนครอินทร์ ตำบลบางไผ่
อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี 11000
ผู้พิมพ์ : ผู้โฆษณา
นายธนพัฒน์ สุขมงคลกุล

สอบตรง

โควตา

A-Level

คำนำ

คัมภีร์



Physics

หนังสือ คัมภีร์ฟิสิกส์ สอบเข้ามหาวิทยาลัย ม. 4-5-6 เล่มนี้ เป็นการเรียบเรียงขึ้นตามหลักสูตรปัจจุบัน เพื่อให้กระชับ เหมาะสมกับเวลาที่นักเรียนใช้ศึกษา และฝึกทำโจทย์ เพื่อเตรียมตัวสอบประจำแต่ละภาคเรียน และเพื่อสอบสอบเข้ามหาวิทยาลัยระบบ TCAS ทั้งสอบตรง สอบโควตา และ A-Level ทุกระบบ

โจทย์ตัวอย่างในหนังสือคัมภีร์ฟิสิกส์เล่มนี้ประกอบด้วยข้อสอบฟิสิกส์ เข้ามหาวิทยาลัย ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2518 จนถึงปัจจุบัน โดยแยกเป็นบทๆ เพื่อฝึกความชำนาญ และสามารถมองเห็นแนวข้อสอบเพื่อสอบ คัดเลือกเข้ามหาวิทยาลัยต่างๆได้

มีนักเรียนมากมายที่ฝึกทำโจทย์จากหนังสือตะลุยโจทย์เล่มก่อน แล้วประสบความสำเร็จ สามารถทำ คะแนนสอบฟิสิกส์ ได้มากกว่า 80 คะแนน ผู้เขียนมั่นใจว่าหนังสือคัมภีร์ฟิสิกส์เล่มนี้ จะทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการสอบ

ด้วยความปรารถนาดี

(นิรันดร์ สุวรรณ์)



สอบตรง

โควตา

A-Level

สารบัญ

คัมภีร์



Physics

บทที่ 1	บทนำ	1
บทที่ 2	การเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติและสองมิติ	12
บทที่ 3	แรง มวล และกฎการเคลื่อนที่	55
บทที่ 4	การเคลื่อนที่แบบต่างๆ	89
บทที่ 5	งานและพลังงาน	131
บทที่ 6	โมเมนตัมและการดล	162
บทที่ 7	การเคลื่อนที่แบบหมุน	192
บทที่ 8	สภาพสมดุลและสภาพยืดหยุ่น	210
บทที่ 9	ของไหล	248
บทที่ 10	ความร้อน	273
บทที่ 11	คลื่นกล	308
บทที่ 12	เสียง	342
บทที่ 13	แสง	379
บทที่ 14	แสงกับทัศนอุปกรณ์	394
บทที่ 15	ไฟฟ้าสถิต	432
บทที่ 16	ไฟฟ้าและแม่เหล็ก 1	471
บทที่ 17	ไฟฟ้าและแม่เหล็ก 2	524
บทที่ 18	คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า	548
บทที่ 19	ฟิสิกส์อะตอม	563
บทที่ 20	ฟิสิกส์นิวเคลียร์	599



บทที่ 1 บทนำ

1.1 ความรู้ทางวิทยาศาสตร์ได้มาอย่างไร

เนื่องจากความรู้ทางวิทยาศาสตร์เป็นการศึกษาหาความจริงต่างๆ จากปรากฏการณ์ทางธรรมชาติทั้งที่มีชีวิต และไม่มีชีวิต ซึ่งการค้นหาคำตอบจากปรากฏการณ์ในธรรมชาติทำได้ 2 แนวทาง คือ

1. จากการสังเกต การบันทึก การทดลอง การวิเคราะห์ข้อมูล และการสรุปผล เพื่อที่จะหาคำอธิบายปรากฏการณ์ที่สังเกตนั้น หรือตั้งเป็นทฤษฎีที่เป็นเหตุเป็นผลสอดคล้องกับสิ่งที่สังเกตเห็น หรือผลการทดลองนั้นๆ ขึ้นมาในแนวทางนี้อาจต้องทำการทดลองซ้ำหลายๆ ครั้ง เพื่อเพิ่มความเชื่อมั่นในความถูกต้องของคำอธิบายและทฤษฎีนั้นๆ

2. จากการสร้างแบบจำลอง เป็นการใช้ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และความรู้ที่มีเหตุผล และมีความรู้พื้นฐานในเรื่องนั้นๆ เป็นอย่างดี นำมาประกอบกัน ในการสร้างทฤษฎีใหม่ขึ้นมา ซึ่งไม่เคยคิดกันมาก่อนโดยทฤษฎีที่สร้างขึ้นมานี้จะเป็นที่ยอมรับว่าใช้ได้ก็ต่อเมื่อสามารถนำไปอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ ได้สอดคล้องกับข้อมูลที่ได้จากการทดลอง หรือต้องมีผลการทดลองที่ยืนยันสนับสนุน ทฤษฎีนั้นจึงเป็นที่ยอมรับว่าใช้ได้

1.2 หน่วยการวัด

ในปี พ.ศ. 2503 ได้มีการประชุมร่วมกันของนักวิทยาศาสตร์ จากหลายๆ ประเทศเพื่อตกลงให้มีระบบการวัด ปริมาณต่างๆ เป็นระบบมาตรฐานระหว่างชาติ ที่เรียกว่า หน่วยระหว่างชาติ (International System of Units หรือ Systeme-International d' Unites) และกำหนดให้ใช้อักษรย่อแทนชื่อระบบนี้ว่า “SI” หรือหน่วยเอสไอ (SI unit) เพื่อใช้ในการวัดทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ระบบหน่วยระหว่างชาติ หรือเอสไอ ประกอบด้วย หน่วยฐาน หน่วยเสริม หน่วยอนุพัทธ์ และค่าอุปสรรค ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1.2.1 หน่วยฐาน (Base Units) เป็นหน่วยหลักของเอสไอ มีทั้งหมด 7 หน่วย ดังตาราง 1.1

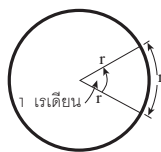
ตาราง 1.1 แสดงชื่อและสัญลักษณ์ของหน่วยฐาน

ปริมาณฐาน (Base quantities)	ชื่อหน่วย Unit	สัญลักษณ์ Symbol
ความยาว (Length)	เมตร	m
มวล (Mass)	กิโลกรัม	kg
เวลา (Time)	วินาที	s
กระแสไฟฟ้า (Electric Current)	แอมแปร์	A
อุณหภูมิอุณหพลวัต (Thermodynamic Temperature)	เคลวิน	K
ปริมาณของสาร (Amount of Substance)	โมล	mol
ความเข้มของการส่องสว่าง (Luminous Intensity)	แคนเดลา	cd

1.2.2 หน่วยเสริม (Supplementary Units) ของระบบ SI มี 2 หน่วย คือ

(1) เรเดียน (Radian ; rad) เป็นหน่วยวัดมุมในระนาบ โดยมุม 1 เรเดียน คือมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่รองรับ ความยาวของส่วนโค้งที่มีความยาวเท่ากับรัศมี

(2) สเตอเรเดียน (Steradian ; sr) เป็นหน่วยวัดมุมตัน โดยมุม 1 สเตอเรเดียนคือมุมที่จุดศูนย์กลางของทรงกลมที่รองรับพื้นที่ผิวโค้งที่มีพื้นที่เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านเท่ากับรัศมี



รูปแสดงขนาดมุม 1 เวดียน



รูปแสดงขนาดมุม 1 สเตอเวเดียน

จากนิยาม

มุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลมมีขนาด 2π เวดียนมุมรอบจุดศูนย์กลางของทรงกลมมีขนาด 4π สเตอเวเดียน

1.2.3 หน่วยอนุพัทธ์ (Derived Units) เป็นหน่วยซึ่งมีหน่วยฐานหลายหน่วยมาเกี่ยวข้องกัน เช่น หน่วยของความเร็วเป็น เมตร/วินาที ซึ่งมีเมตรและวินาทีเป็นหน่วยฐาน หน่วยนี้มีอยู่หลายหน่วย และบางหน่วยก็ใช้ชื่อสัญลักษณ์เป็นพิเศษ ดังตัวอย่างในตาราง 1.2

ตาราง 1.2 แสดงชื่อและสัญลักษณ์ของหน่วยอนุพัทธ์

ปริมาณ Quantity	ชื่อหน่วย Unit	สัญลักษณ์ Symbol
ความเร็ว (Velocity)	เมตร/วินาที	m/s
ความเร่ง (Acceleration)	เมตร/วินาที ²	m/s ²
แรง (Force)	นิวตัน	N
งาน (work)	จูล	J
กำลัง (Power)	วัตต์	W
ความถี่ (Frequency)	เฮิร์ตซ์	Hz
ความดัน (Pressure)	พาสคาล	Pa

ฯลฯ

1.2.4 คำอุปสรรค (Prefixes) เมื่อค่าในหน่วยฐานหรือหน่วยอนุพัทธ์น้อยหรือมากเกินไปเราอาจเขียนค่านั้นอยู่ในรูปตัวเลขคูณด้วยตัวพหุคูณ (ตัวพหุคูณ คือ เลขสิบยกกำลังบวกหรือลบ) ได้ เช่น ระยะทาง 0.002 เมตร เขียนเป็น 2×10^{-3} เมตร ตัวพหุคูณ 10^{-3} แทนด้วยคำอุปสรรคมิลลิ (m) ดังนั้น ระยะทาง 0.002 เมตร อาจเขียนได้ว่า 2 มิลลิเมตร คำอุปสรรคที่ใช้แทนตัวพหุคูณและสัญลักษณ์ แสดงไว้ในตาราง 1.3

ตาราง 1.3 แสดงคำอุปสรรคและสัญลักษณ์

คำอุปสรรคที่ใช้แทนตัวพหุคูณ

ตัวพหุคูณ	ชื่อ	สัญลักษณ์	ตัวพหุคูณ	ชื่อ	สัญลักษณ์
10^{18}	เอกซะ (exa)	E	10^{-1}	เดซิ (deci)	d
10^{15}	เพตะ (peta)	P	10^{-2}	เซนติ (centi)	c
10^{12}	เทระ (tera)	T	10^{-3}	มิลลิ (milli)	m
10^9	จิกะ (giga)	G	10^{-6}	ไมโคร (micro)	μ
10^6	เมกะ (mega)	M	10^{-9}	นาโน (nano)	n
10^3	กิโล (kilo)	k	10^{-12}	พิโก (pico)	p
10^2	เฮกโต (hecto)	h	10^{-15}	เฟมโต (femto)	f
10^1	เดคา (deca)	da	10^{-18}	อัตโต (atto)	a

ประโยชน์ของคำอุปสรรค ช่วยเปลี่ยนหน่วยให้เหมาะสม ง่ายต่อการวัด สบายงาม ดังตัวอย่างที่จะได้พบต่อไป



1. มวลขนาด 0.4 มิลลิกรัมมีขนาดกี่กิโลกรัม

วิเคราะห์โจทย์

เปลี่ยนมิลลิกรัม $\rightarrow$ กรัม $\rightarrow$ กิโลกรัม ตามลำดับ

$$\begin{aligned}\text{จาก } 0.4 \text{ mg} &= 0.4 \times 10^{-3} \text{ g} \\ &= \frac{0.4 \times 10^{-3} \times 10^3}{10^3} \text{ g} \quad (10^3 \text{ g} = \text{kg}) = \frac{0.4 \times 10^{-3}}{10^3} \text{ kg}\end{aligned}$$

$$0.4 \text{ mg} = 0.4 \times 10^{-6} \text{ kg}$$

$\therefore$ 0.4 มิลลิกรัม มีขนาดเท่ากับ 0.4×10^{-6} กิโลกรัม

อาจใช้สูตรเปลี่ยนลัด ดังนี้

เอาตัวตั้งคูณ ตัวเปลี่ยนหาร

จากข้อ 1 ต้องการเปลี่ยน 0.4 mg ให้เป็น kg

ตัวตั้ง คือ m (มิลลิ) = 10^{-3}

ตัวเปลี่ยน คือ k (กิโล) = 10^3

$$\text{ดังนั้น } 0.4 \text{ mg} = \frac{0.4 \times 10^{-3}}{10^3} \text{ kg}$$

$$\therefore 0.4 \text{ mg} = 0.4 \times 10^{-6} \text{ kg}$$

2. ระยะทาง 100 กิโลเมตรมีค่ากี่มิลลิเมตร, ไมโครเมตร, เมกะเมตร

วิเคราะห์โจทย์

ตัวตั้งคือกิโล (k), ตัวเปลี่ยนคือมิลลิ (m), ไมโคร (μ), เมกะ (M)

$$\text{ดังนั้น } 100 \text{ km} = \frac{100 \times 10^3}{10^{-3}} \text{ mm}$$

$$100 \text{ km} = 10^8 \text{ mm}$$

$$\text{และ } 100 \text{ km} = \frac{100 \times 10^3}{10^{-6}} \text{ } \mu\text{m}$$

$$\therefore 100 \text{ km} = 10^{11} \text{ } \mu\text{m}$$

$$\text{และ } 100 \text{ km} = \frac{100 \times 10^3}{10^6} \text{ Mm}$$

$$\therefore 100 \text{ km} = 0.1 \text{ Mm}$$

3. เวลา 0.4 ชั่วโมงมีค่ากี่มิลลิวินาที, นาโนวินาที

วิเคราะห์โจทย์

เปลี่ยนจาก 0.4 ชั่วโมงให้เป็นวินาทีก่อน

โดยเวลา 1 ชั่วโมง เทียบเท่ากับเวลา 60×60 วินาที

เวลา 0.4 ชั่วโมง เทียบเท่ากับเวลา $0.4 \times 60 \times 60 = 1,440$ วินาที

จากโจทย์ตัวตั้ง คือ 1 ตัวเปลี่ยนคือ มิลลิ (m : 10^{-3}), นาโน (n : 10^{-9})

$$\text{ดังนั้น } 1440 \text{ s} = \frac{1440}{10^{-3}} \text{ ms}$$

$$\therefore 0.4 \text{ hr} = 1.44 \times 10^6 \text{ ms}$$

$$\text{และ } 1440 \text{ s} = \frac{1440}{10^{-9}} \text{ ns}$$

$$\therefore 0.4 \text{ hr} = 1.44 \times 10^{12} \text{ ns}$$



4. จงเปลี่ยนพื้นที่ 1 ตารางเซนติเมตร ให้เป็นตารางเมตร

วิเคราะห์โจทย์

พื้นที่ 1 mm^2 ทำให้เป็น m^2 มีหลักการคล้ายกับการเปลี่ยนหน่วยกำลังหนึ่ง โดยเปลี่ยน mm ให้เป็น m ก่อนแล้วยกกำลังสองทั้งสองข้างก็จะได้ mm^2 และ m^2

$$\text{จาก } 1 \text{ mm} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

$$(1 \text{ mm})^2 = (1 \times 10^{-3} \text{ m})^2$$

$$\text{ดังนั้น } 1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\text{จาก } 1 \text{ mm} = \frac{1 \times 10^{-2}}{10^{-3}} \text{ cm}$$

$$1 \text{ mm} = 10^{-1} \text{ cm}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

$$(1 \text{ mm})^2 = (10^{-1} \text{ cm})^2$$

$$\text{ดังนั้น } 1 \text{ mm}^2 = 10^{-2} \text{ cm}^2$$

5. จงเปลี่ยนปริมาตร 1 ลบ.เซนติเมตร ให้เป็น ลบ.เมตร, ลบ.เดซิเมตร, ลบ.มิลลิเมตร

วิเคราะห์โจทย์

หลักการเปลี่ยน คล้ายข้อ 4 ตัวตั้งคือ เซนติ ($\text{c} : 10^{-2}$) ตัวเปลี่ยนคือ 1, เดซิ ($\text{d} : 10^{-1}$) และ มิลลิ ($\text{m} : 10^{-3}$) ตามลำดับ

$$\text{จาก } 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$$

ยกกำลังสามทั้งสองข้าง

$$(1 \text{ cm})^3 = (10^{-2} \text{ m})^3$$

$$\text{ดังนั้น } 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\text{จาก } 1 \text{ cm} = \frac{1 \times 10^{-2}}{10^{-1}} \text{ dm}$$

$$1 \text{ cm} = 10^{-1} \text{ dm}$$

ยกกำลังสามทั้งสองข้าง

$$(1 \text{ cm})^3 = (10^{-1} \text{ dm})^3$$

$$\text{ดังนั้น } 1 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ dm}^3$$

$$\text{จาก } 1 \text{ cm} = \frac{1 \times 10^{-2}}{10^{-3}} \text{ mm}$$

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

ยกกำลังสามทั้งสองข้าง

$$(1 \text{ cm})^3 = (10 \text{ mm})^3$$

$$\text{ดังนั้น } 1 \text{ cm}^3 = 10^3 \text{ mm}^3$$

6. รถยนต์คันหนึ่งแล่นด้วยอัตราเร็ว 108 กิโลเมตรต่อชั่วโมง คิดเป็นอัตราเร็วเท่าใดในหน่วยเมตรต่อวินาที

วิเคราะห์โจทย์

การเปลี่ยนหน่วยของปริมาณอนุพัทธ์ ทำได้โดยการเปลี่ยนหน่วยทั้งเศษและส่วน
อัตราเร็วรถ = 108 km/h

$$= \frac{108 \times 10^3 \text{ m}}{60 \times 60 \text{ s}} = \frac{108 \times 1000}{3600} \text{ m/s}$$



$$= 108 \times \frac{5}{18} \text{ m/s}$$

$$\therefore \text{อัตราเร็วรถ} = 30 \text{ m/s}$$

ดังนั้น อัตราเร็วรถมีค่า 30 เมตรต่อวินาที

ข้อควรจำ จากตัวอย่างข้อ 6 อาจสรุปได้ว่า

1. การเปลี่ยนอัตราเร็วจากกิโลเมตรต่อชั่วโมงเป็นเมตรต่อวินาที ให้นำตัวเลข $\frac{5}{18}$ มาคูณ
2. การเปลี่ยนอัตราเร็วจากเมตรต่อวินาทีเป็นกิโลเมตรต่อชั่วโมง ให้นำตัวเลข $\frac{18}{5}$ มาคูณ

7. จงเปลี่ยนความหนาแน่นของน้ำ 1 กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตรให้เป็นกิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร

วิเคราะห์โจทย์

ต้องเปลี่ยน $g \rightarrow kg$ และ $cm^3 \rightarrow m^3$ โดย $k = 10^3$, $c = 10^{-2}$

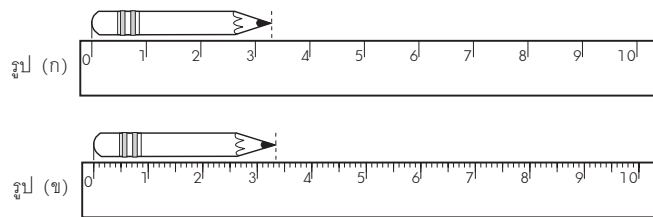
$$\text{จาก } 1 \text{ g/cm}^3 = \frac{1 \times 10^{-3}}{(10^{-2})^3} \text{ kg/m}^3$$

$$\therefore 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{ดังนั้น } 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

1.3 การบันทึกตัวเลขที่เหมาะสม

การบันทึกผลการวัดจะมีความละเอียดมากน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับความละเอียดของเครื่องมือวัด ตัวเลขที่ได้จากการวัดจึงบอกถึงความละเอียดของเครื่องมือวัดที่ใช้ดังรูป 1.1



รูป 1.1 แสดงการวัดโดยเครื่องมือวัดต่างกัน

จากรูป 1.1 (ก) ไม่บรรทัดมีความละเอียดแค่ 1 เซนติเมตร วัดความยาว AB ได้ 3.3 เซนติเมตร เลขตัวสุดท้าย คือ 3 เป็นตัวเลขที่ประมาณขึ้นมา ซึ่งอาจประมาณเป็น 2 หรือ 4 ก็ได้

จากรูป 1.1 (ข) ไม่บรรทัดมีความละเอียดถึง 0.1 เซนติเมตร วัดความยาว AB ได้ 3.32 เซนติเมตร เลขตัวสุดท้ายคือ 2 เป็นตัวเลขที่ประมาณขึ้นมา ซึ่งอาจประมาณเป็น 1 หรือ 3 ก็ได้

ดังนั้นการบันทึกตัวเลขที่เหมาะสม ต้องบันทึกตามค่าที่อ่านได้จริงจากเครื่องมือ และประมาณตัวเลขต่อท้ายอีก 1 ตัว เพื่อให้ผลการวัดใกล้เคียงความจริงมากที่สุด

1.4 เลขนัยสำคัญ (Significant)

เลขนัยสำคัญ เป็นตัวเลขที่อ่านได้จากเครื่องมือวัดแบบสเกลโดยตรงรวมกับตัวเลขที่ได้จากการประมาณอีก 1 ตัว ตามหลักการบันทึกตัวเลขที่เหมาะสม เช่น ผลการวัดความยาวค่าหนึ่ง อ่านได้จากเครื่องมือวัด 105.23 เซนติเมตร

โดย	105.2	เป็นตัวเลขที่วัดได้จริง
ส่วน	0.03	เป็นตัวเลขที่ประมาณขึ้นมา
		เราเรียกตัวเลข 105.23 ว่าเลขนัยสำคัญ



1.4.1 หลักการนับจำนวนเลขนัยสำคัญ

1. ถ้าอยู่ในรูปจำนวนเลขทศนิยมให้เริ่มนับตัวเลขตัวแรกที่เป็นเลขโดด (1 ถึง 9) ตัวเลขถัดไปให้นับหมดทุกตัว เช่น 0.561, 5.02, 0.052, 10.00, 0.50 มีจำนวนเลขนัยสำคัญ 3, 3, 2, 4 และ 2 ตัว ตามลำดับ

2. ถ้าอยู่ในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $(1 \leq A < 10)$ และ n เป็นเลขจำนวนเต็ม ให้พิจารณาที่ค่า A เท่านั้นโดยใช้หลักเหมือนกับข้อ 1 โดยไม่ต้องคำนึงถึง n เช่น 1.5×10^9 , 0.012×10^{-7} (หรือ 1.2×10^{-9}), 56.06×10^{21} (หรือ 5.606×10^{22}), 0.0010×10^{-30} (หรือ 1.0×10^{-33}) มีจำนวนเลขนัยสำคัญ 2, 2, 4 และ 2 ตัว ตามลำดับ

3. ถ้าอยู่ในรูปจำนวนเต็มให้นับหมดทุกตัว เช่น 16, 125, 5134, 60215 มีจำนวนเลขนัยสำคัญ 2, 3, 4 และ 5 ตัว ตามลำดับ แต่ถ้าเลขตัวท้ายๆ เป็นเลขศูนย์ ต้องจัดให้อยู่ในรูป $A \times 10^n$ แล้วตอบตามรูปของการจัดเท่าที่เป็นไปได้ โดยมีความหมายเหมือนเดิม

เช่น 15,000 สามารถเขียนได้เป็น

1.5×10^4	มีจำนวนเลขนัยสำคัญ 2 ตัว
1.50×10^4	มีจำนวนเลขนัยสำคัญ 3 ตัว
1.500×10^4	มีจำนวนเลขนัยสำคัญ 4 ตัว
1.5000×10^4	มีจำนวนเลขนัยสำคัญ 5 ตัว

แต่ 1.50000×10^4 จัดไม่ได้ เพราะความหมายผิดจากเดิม คือได้ 15000.0 ซึ่งละเอียดกว่า 15000 ดังนั้น 15000 จึงมีจำนวนเลขนัยสำคัญ 2 ถึง 5 ตัว

1.4.2 การบวกและการลบเลขนัยสำคัญ ให้บวกลบแบบวิธีทางคณิตศาสตร์ก่อนแล้วพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ โดยผลลัพธ์ของเลขนัยสำคัญที่ได้ต้องมีตำแหน่งทศนิยมละเอียดเท่ากับปริมาณที่มีความละเอียดน้อยที่สุด เช่น

$$(1) \quad \begin{array}{rcl} 2.12 + 3.895 + 5.4236 & = & 11.4386 \\ \text{ปริมาณ } 2.12 & \text{มีความละเอียดถึงทศนิยมตำแหน่งที่ } 2 & \\ 3.895 & \text{มีความละเอียดถึงทศนิยมตำแหน่งที่ } 3 & \\ 5.4236 & \text{มีความละเอียดถึงทศนิยมตำแหน่งที่ } 4 & \end{array}$$

ผลลัพธ์ 11.4386 มีความละเอียดถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 4 ละเอียดมากกว่าเครื่องมือวัดที่อ่านได้ 2.12, 3.895 ดังนั้นผลลัพธ์ของเลขนัยสำคัญต้องมีความละเอียดไม่เกินทศนิยมตำแหน่งที่ 2 แต่ให้พิจารณาเลยไปถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 3 ว่าถึง 5 หรือไม่ ถ้าถึงก็ให้เพิ่มค่าทศนิยมตำแหน่งที่ 2 อีก 1

ดังนั้น **ผลลัพธ์ คือ 11.44**

$$(2) \quad 15.7962 + 6.31 - 16.8 = 5.3062$$

จากตัวอย่าง (1) **ผลลัพธ์คือ 5.3**

1.4.3 การคูณและการหารเลขนัยสำคัญ ให้ใช้วิธีการคูณและหารเหมือนทางคณิตศาสตร์ก่อนแล้วพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ โดยผลลัพธ์จะต้องมีจำนวนเลขนัยสำคัญเท่ากับจำนวนเลขนัยสำคัญของตัวคูณหรือตัวหารที่น้อยที่สุด เช่น

$$(3) \quad \begin{array}{rcl} 432.10 \times 5.5 & = & 2376.55 \\ \text{ปริมาณ } 432.10 & \text{มีจำนวนเลขนัยสำคัญ } 5 & \text{ตัว} \\ 5.5 & \text{มีจำนวนเลขนัยสำคัญ } 2 & \text{ตัว} \end{array}$$



ผลลัพธ์ 2376.55 มีจำนวนเลขนัยสำคัญ 6 ตัว แต่ผลลัพธ์ที่ได้ จะมีจำนวนเลขนัยสำคัญได้เพียง 2 ตัว เท่านั้น ก็คือ 2 และ 3 แต่ตัวที่สามถัดจาก 3 เป็นเลข 7 ให้เพิ่มค่าตัวหน้าคือ 3 อีก 1 เป็น 4 ดังนั้นคำตอบควรได้ 2400 แต่ต้องจัดให้มีเลขนัยสำคัญเพียง 2 ตัว จึงจัดได้เป็น 2.4×10^3

$$(4) \quad 0.6214 \div 4.52 = 0.1374778$$

จากตัวอย่าง (3) ผลลัพธ์ คือ 0.137

8. จงพิจารณาโจทย์ต่อไปนี้

ก. $1.2 + 62.543 + 10.12 = ?$

ข. $123.45 \times 2.0 = ?$

จากโจทย์ที่ปรากฏข้างบนนี้ มีข้อความใดบ้างที่ถูกต้อง

1. ผลลัพธ์ของข้อ ก. มีเลขนัยสำคัญ 3 ตัว และผลลัพธ์ของข้อ ข. มีเลขนัยสำคัญ 2 ตัว
2. ผลลัพธ์ของข้อ ก. มีเลขนัยสำคัญ 2 ตัว และผลลัพธ์ของข้อ ข. มีเลขนัยสำคัญ 5 ตัว
3. ผลลัพธ์ของข้อ ก. และผลลัพธ์ของข้อ ข. มีเลขนัยสำคัญ 5 ตัว
4. คำตอบเป็นอย่างอื่น

วิเคราะห์โจทย์

ก. การบวก - ลบ เลขนัยสำคัญ ตอบตามทศนิยมน้อยสุด

$$1.2 + 62.543 + 10.12 = 73.863 \quad \text{ตอบ} \quad 73.9$$

(มีเลขนัยสำคัญ 3 ตัว)

ข. การคูณ -หาร เลขนัยสำคัญตอบตามจำนวนเลขนัยสำคัญน้อยสุด

$$123.45 \times 2.0 = 246.90 \quad \text{ตอบ} \quad 2.5 \times 10^2$$

(มีเลขนัยสำคัญ 2 ตัว)

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 1

9. เหล็กแท่งหนึ่งมวล 47.0 กรัม มีปริมาตร 6.0 ลูกบาศก์เซนติเมตร ถ้ามวลตัวเลขที่เหมาะสมสำหรับค่าความหนาแน่นนี้ เป็นกี่กรัม/ลูกบาศก์เซนติเมตร

1. 7.8

2. 7.83

3. 7.833

4. 7.8333

วิเคราะห์โจทย์

เมื่อรู้ $m = 47.0 \text{ g}$ (มีเลขนัยสำคัญ 3 ตัว), $V = 6.0 \text{ cm}^3$

(มีเลขนัยสำคัญ 2 ตัว) ต้องการ หา ρ

$$\text{จาก} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{47.0}{6.0} = 7.8333...$$

ตอบได้แค่เลขนัยสำคัญ 2 ตัว คือ 7.8 g/cm^3

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 1

1.5 ความไม่แน่นอนในการวัด

ในการวัดประมาณต่างๆ ด้วยเครื่องมือ เพื่อใช้เป็นข้อมูลของการทดลอง ย่อมไม่สามารถวัดได้อย่างแม่นยำ โดยทั่วไปจะมีความผิดพลาด (error) หรือความคลาดเคลื่อนอยู่เสมอ เพียงแต่จะมากหรือน้อยเท่านั้น ซึ่งความคลาดเคลื่อนจากการวัดขึ้นอยู่กับเครื่องมือ วิธีการและสถานการณ์ขณะที่ทำการวัด นอกจากนี้ยังอาจขึ้นอยู่กับประสบการณ์และความสามารถของผู้วัดด้วย



ตัวอย่าง เช่น ต้องการวัดความยาวเส้นผ่าศูนย์กลางของลูกปิงปอง (ปริมาณ A) ซึ่งยาว 2.5 เซนติเมตรกว่าๆ แต่ไม่ถึง 2.6 เซนติเมตร ดังนั้นจึงควรบันทึก 2.55 หรือ 2.54 หรือ 2.56 เซนติเมตร โดยตัวเลขตัวสุดท้าย (5, 4, 6) เป็นตัวเลขที่เราคาดคะเนขึ้นมา ดังนั้น จึงมีโอกาที่จะผิดพลาดได้ เพื่อที่จะลดโอกาสความผิดพลาดหรือความคลาดเคลื่อนให้น้อยลง เราควรบันทึกเป็น 2.55 ± 0.01 ซึ่งหมายความว่า ความยาวเส้นผ่าศูนย์กลางของลูกปิงปอง อาจมีความยาว 2.54 ถึง 2.56 เซนติเมตร ซึ่งค่าความคลาดเคลื่อน หรือความไม่แน่นอนของการวัด ± 0.01 ($\pm \Delta A$)

ดังนั้นจึงพอสรุปได้ว่า แต่ละปริมาณที่ทำการวัดโดยตรง A ย่อมมีโอกาสผิดพลาดของ A ที่เป็นไปได้เป็นปริมาณ $\pm \Delta A$ จึงเขียนแสดงผลการวัด ได้ว่า $A \pm \Delta A$

ความคลาดเคลื่อนของผลการทดลองที่มาจากการวัดหลายปริมาณ เช่น จากปริมาณ A, B และ C โดยที่ทุกปริมาณมีค่าความคลาดเคลื่อน ΔA , ΔB และ ΔC ตามลำดับ จึงเขียนผลการวัดได้ว่า $A \pm \Delta A$, $B \pm \Delta B$ และ $C \pm \Delta C$ ตามลำดับ ในการหาความคลาดเคลื่อนของผลลัพธ์แยกเป็น 2 แบบ

๑ การบวกหรือลบกัน ความคลาดเคลื่อนของผลลัพธ์ต้องคิดจากปริมาณความคลาดเคลื่อนจริงมาบวกกันเสมอ เช่น

1.

$$R = A + B$$

$$\Delta R = \Delta A + \Delta B$$

$$\text{ผลลัพธ์} = (A + B) \pm (\Delta A + \Delta B)$$

2.

$$R = A - B + 2C$$

$$\Delta R = \Delta A + \Delta B + 2\Delta C$$

$$\text{ผลลัพธ์} = (A - B + 2C) \pm (\Delta A + \Delta B + 2\Delta C)$$

๑ การคูณหรือหารกัน พิจารณาหาเปอร์เซ็นต์ (%) ความคลาดเคลื่อนของผลลัพธ์จากการคูณหรือหาร โดยนำเปอร์เซ็นต์ (%) ของความคลาดเคลื่อนของแต่ละปริมาณมาบวกกัน

$$\text{จาก } \% \text{ ความคลาดเคลื่อนของ } A = \frac{\Delta A}{A} \times 100\%$$

$$\% \text{ ความคลาดเคลื่อนของ } B = \frac{\Delta B}{B} \times 100\%$$

$$\% \text{ ความคลาดเคลื่อนของ } C = \frac{\Delta C}{C} \times 100\%$$

เมื่อ

$$1. R = A \cdot B$$

$$R = (A \cdot B) \pm \left(\frac{\Delta A}{A} \times 100 + \frac{\Delta B}{B} \times 100 \right) \%$$

$$2. R = \frac{A}{B}$$

$$R = \left(\frac{A}{B} \right) \pm \left(\frac{\Delta A}{A} \times 100 + \frac{\Delta B}{B} \times 100 \right) \%$$

$$3. R = AB^2$$

$$R = (AB^2) \pm \left(\frac{\Delta A}{A} \times 100 + 2 \frac{\Delta B}{B} \times 100 \right) \%$$



$$4. \quad R = \frac{AB}{\sqrt{C}}$$

$$R = \left(\frac{AB}{\sqrt{C}} \right) \pm \left(\frac{\Delta A}{A} \times 100 + \frac{\Delta B}{B} \times 100 + \frac{1}{2} \frac{\Delta C}{C} \times 100 \right) \%$$

10. เชือกเส้นแรกยาว 16.32 ± 0.02 เซนติเมตร เชือกเส้นที่สองยาว 20.68 ± 0.01 เซนติเมตร

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- | | | |
|---|-------|-----------|
| (1) เชือกเส้นแรกยาวมากที่สุดเท่ากับ | ----- | เซนติเมตร |
| (2) เชือกเส้นแรกยาวน้อยที่สุด เท่ากับ | ----- | เซนติเมตร |
| (3) เชือกเส้นที่สองยาวมากที่สุดเท่ากับ | ----- | เซนติเมตร |
| (4) เชือกเส้นที่สองยาวน้อยที่สุดเท่ากับ | ----- | เซนติเมตร |
| (5) ผลบวกมากที่สุดของเชือก 2 เส้น นี้เท่ากับ | ----- | เซนติเมตร |
| (6) ผลบวกน้อยที่สุดของเชือก 2 เส้นนี้เท่ากับ | ----- | เซนติเมตร |
| (7) ผลต่างมากที่สุดของเชือก 2 เส้นนี้เท่ากับ | ----- | เซนติเมตร |
| (8) ผลต่างน้อยที่สุดของเชือก 2 เส้นนี้เท่ากับ | ----- | เซนติเมตร |

วิเคราะห์โจทย์

เมื่อรู้ $A \pm \Delta A = 16.32 \pm 0.02 \text{ cm}$, $B \pm \Delta B = 20.68 \pm 0.01 \text{ cm}$

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| (1) หา A มากที่สุด | |
| จาก A (มากที่สุด) | = $16.32 + 0.02$ |
| $\therefore$ A มากที่สุด | = 16.34 cm |
| (2) หา A น้อยที่สุด | |
| จาก A (น้อยที่สุด) | = $16.32 - 0.02$ |
| $\therefore$ A น้อยที่สุด | = 16.30 cm |
| (3) หา B มากที่สุด | |
| จาก B (มากที่สุด) | = $20.68 + 0.01$ |
| $\therefore$ B มากที่สุด | = 20.69 cm |
| (4) หา B น้อยที่สุด | |
| จาก B (น้อยที่สุด) | = $20.68 - 0.01$ |
| $\therefore$ B น้อยที่สุด | = 20.67 cm |
| (5) หา (A + B) มากที่สุด | |
| จาก (A + B)มากที่สุด | = A มากที่สุด + B มากที่สุด |
| | = $16.34 + 20.69$ |
| $\therefore$ ผลบวกมากที่สุด | = 37.03 cm |
| (6) หา (A + B) น้อยที่สุด | |
| จาก (A + B) น้อยที่สุด | = A น้อยที่สุด + B น้อยที่สุด |
| | = $16.30 + 20.67$ |
| $\therefore$ ผลบวกน้อยที่สุด | = 36.97 cm |



- (7) หา $(B - A)$ มากสุด
 จาก $(B - A)$ มากสุด = $B_{\text{มากที่สุด}} - A_{\text{น้อยสุด}}$
 $= 20.69 - 16.30$
 $\therefore$ ผลต่างมากที่สุด = 4.39 cm
- (8) หา $(B - A)$ น้อยสุด
 จาก $(B - A)$ น้อยสุด = $B_{\text{น้อยสุด}} - A_{\text{มากที่สุด}}$
 $= 20.67 - 16.34$
 $\therefore$ ผลต่างน้อยสุด = 4.33 cm

11. โตะสี่เหลี่ยมผืนผ้าหนึ่งมีด้านกว้าง 40.5 ± 0.1 เซนติเมตร มีด้านยาว 115.2 ± 0.2 เซนติเมตร อยากทราบว่าโตะตัวนี้มีพื้นที่มากที่สุดเท่าใด

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $a = 40.5 \pm 0.1 \text{ cm}$, $b = 115.2 \pm 0.2 \text{ cm}$ ต้องการหาพื้นที่มากที่สุด

$$\begin{aligned} \text{จาก พื้นที่โตะ} &= a \times b \\ &= (a.b) \pm \left[\left(\frac{\Delta a}{a} \times 100 \right) + \left(\frac{\Delta b}{b} \times 100 \right) \right] \% \\ &= (40.5 \times 115.2) \pm \left(\frac{0.1}{40.5} + \frac{0.2}{115.2} \right) 100 \% \\ &= 4665.6 \pm (0.42) \% \end{aligned}$$

$$\text{พื้นที่โตะ} = 4665.6 \pm 19.6$$

$$\therefore \text{พื้นที่โตะมากที่สุด} = 4665.6 + 19.6 = 4685.2 \text{ cm}^2$$

ดังนั้นพื้นที่โตะมีค่ามากที่สุด 4685.2 ตารางเซนติเมตร

12. ปริมาตรของกล่องสี่เหลี่ยมรูปลูกบาศก์มีความยาวด้านละ 1.50 ± 0.02 เมตร จะเป็นเท่าใด และคลาดเคลื่อนเท่าใด ความคลาดเคลื่อนคิดเป็นเปอร์เซ็นต์

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $a = 1.50 \pm 0.02 \text{ m}$ ต้องการหา V , ΔV และ $\%$ ของ ΔV

$$\begin{aligned} \text{จาก ปริมาตร } V &= a^3 \\ &= (a^3) \pm \left(3 \frac{\Delta a}{a} \times 100 \right) \% \\ &= (1.50)^3 \pm 3 \left(\frac{0.02}{1.50} \right) 100 \% \end{aligned}$$

$$V = 3.38 + 4.0 \%$$

$$V = 3.38 \pm 0.14$$

ดังนั้น ปริมาตรของกล่องมีค่า 3.38 ลูกบาศก์เมตรและคลาดเคลื่อน 0.14 ลูกบาศก์เมตร ความคลาดเคลื่อนคิดเป็น 4.0 เปอร์เซ็นต์



13. ลูกกลมมีรัศมี 1.20 ± 0.01 เมตร จะมีปริมาตรที่อาจคลาดเคลื่อนได้กี่เปอร์เซ็นต์ และคิดเป็นความคลาดเคลื่อนเท่าใด

วิเคราะห์โจทย์

เมื่อรู้ $R = 1.20 \pm 0.01$ m ต้องการหา % ของ ΔV , ΔV

$$\begin{aligned}\text{จาก } V &= \frac{4}{3} \pi R^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} (1.20)^3 \pm \left(\frac{3\Delta R}{R} \times 100\% \right) \\ &= 7.24 \pm \left(\frac{3 \times 0.01}{1.02} \times 100\% \right) \\ V &= 7.24 \pm 2.5\%\end{aligned}$$

$$\Delta V = \frac{7.24 \times 2.5}{100}$$

$$\therefore \Delta V = 0.18 \text{ m}^3$$

ดังนั้น ลูกกลมจะมีปริมาตรที่อาจคลาดเคลื่อนได้ 2.5 เปอร์เซ็นต์ และคิดเป็นความคลาดเคลื่อน ได้ 0.18 ลูกบาศก์เมตร

14. ในการศึกษาการแกว่งลูกตุ้มอย่างง่ายมีความยาวสายแขวนเป็น 90.0 ± 0.2 เซนติเมตร ค่าของคาบที่คำนวณได้

จากสูตร $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ จะมีค่าเป็นเท่าใด ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

วิเคราะห์โจทย์

เมื่อรู้ $\ell = 90.0 \pm 0.2$ cm, $g = 10 \text{ m/s}^2$

ต้องการหา T และความคลาดเคลื่อน (ΔT)

$$\text{จาก } T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$\begin{aligned}\text{แสดงความคลาดเคลื่อนได้ว่า } T &= 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \pm \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta \ell}{\ell} \times 100\% \right) \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \sqrt{\frac{0.9}{10}} \pm \left(\frac{1}{2} \times \frac{0.2}{90} \times 100\% \right) \\ T &= 1.886 \pm 0.11\% \\ T &= 1.886 \pm \left(\frac{1.886 \times 0.11}{100} \right) \\ T &= 1.886 \pm 0.002\end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคาบที่คำนวณได้มีค่า 1.886 ± 0.002 วินาที

15. ในการหาความหนาแน่นของวัตถุซึ่งมีมวล 72.4 ± 0.1 กรัม และมีปริมาตร 18.1 ± 0.2 ลูกบาศก์เซนติเมตร จะมีค่าเท่าใด

วิเคราะห์โจทย์

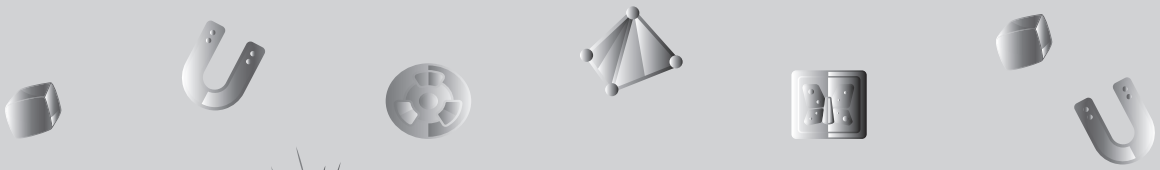
เมื่อรู้ $m = 72.4 \pm 0.1$ กรัม ; $V = 18.1 \pm 0.2 \text{ cm}^3$ ต้องการหา D

$$\text{จาก } D = \frac{m}{V}$$

$$\begin{aligned}\text{ได้ว่า } D &= \frac{m}{V} \pm \left(\frac{\Delta m}{m} \times 100 + \frac{\Delta V}{V} \times 100 \right) \% \\ &= \frac{72.4}{18.1} \pm \left(\frac{0.1}{72.4} + \frac{0.2}{18.1} \right) 100\% \\ &= 4.00 \pm 1.24\%\end{aligned}$$

$$\therefore D = 4.00 \pm 0.05 \text{ g/cm}^3$$

ดังนั้น ค่าความหนาแน่น มีค่า 4.00 ± 0.05 กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร



บทที่ 2



การเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติและสองมิติ

2.1

ปริมาณทางฟิสิกส์

1. ปริมาณสเกลาร์ (Scalar quantity) คือปริมาณที่บอกแต่ขนาดอย่างเดียวก็ได้ความหมายสมบูรณ์ ไม่ต้องบอกทิศทาง เช่น ระยะทาง มวล เวลา ปริมาตร ความหนาแน่น งาน พลังงาน ฯลฯ การหาผลลัพธ์ของปริมาณสเกลาร์ ก็อาศัยหลักทางพีชคณิต คือ วิธีการ บวก ลบ คูณ หาร

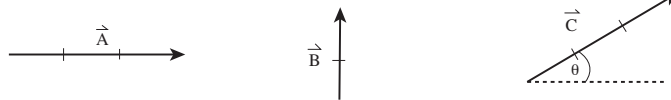
2. ปริมาณเวกเตอร์ (Vector quantity) คือ ปริมาณที่ต้องบอกทั้งขนาดและทิศทางจึงจะได้ความหมายสมบูรณ์ เช่น การกระจัด ความเร็ว ความเร่ง แรง โมเมนตัม ฯลฯ การหาผลลัพธ์ของปริมาณเวกเตอร์ ต้องอาศัยวิธีการทางเวกเตอร์โดยต้องหาผลลัพธ์ทั้งขนาดและทิศทาง

2.2

ปริมาณเวกเตอร์

2.2.1 สัญลักษณ์ของปริมาณเวกเตอร์

การแสดงความขนาดและทิศทางของปริมาณเวกเตอร์จะใช้ลูกศรแทน โดยขนาดของปริมาณเวกเตอร์ แทนด้วยความยาวของลูกศรตามอัตราส่วนที่เหมาะสม และทิศทางของปริมาณเวกเตอร์ แทนด้วยทิศทางของหัวลูกศร ดังรูป 2.1



รูป 2.1 แสดงเวกเตอร์ $\vec{A}$, $\vec{B}$ และ $\vec{C}$

จากรูป 2.1 เวกเตอร์ $\vec{A}$ ขนาด 3 หน่วย ไปทางทิศตะวันออก
 เวกเตอร์ $\vec{B}$ ขนาด 2 หน่วย ไปทางทิศเหนือ
 เวกเตอร์ $\vec{C}$ ขนาด 3 หน่วย ทำมุม θ กับแนวระดับ

2.2.2 เวกเตอร์ที่เท่ากัน

เวกเตอร์ 2 เวกเตอร์เท่ากัน เมื่อเวกเตอร์ทั้งสองมีขนาดเท่ากันและทิศไปทางเดียวกัน

ดังรูป 2.2



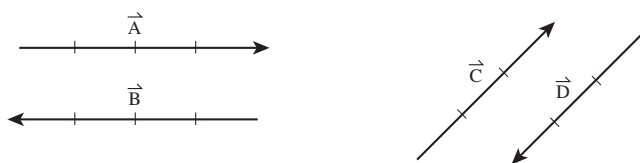
รูป 2.2 แสดงเวกเตอร์ที่เท่ากัน

จากรูป 2.2 $\vec{A} = \vec{B}$ และ $\vec{C} = \vec{D}$

2.2.3 เวกเตอร์ตรงข้ามกัน

เวกเตอร์ 2 เวกเตอร์ ตรงข้ามกัน เมื่อเวกเตอร์ทั้งสองมีขนาดเท่ากัน แต่ทิศทางตรงข้ามกัน

ดังรูป 2.3



รูป 2.3 แสดงเวกเตอร์ตรงข้ามกัน

จากรูป 2.3

$$\begin{aligned} \vec{A} &= -\vec{B} & \text{หรือ} & \vec{B} = -\vec{A} \\ \vec{C} &= -\vec{D} & \text{หรือ} & \vec{D} = -\vec{C} \end{aligned}$$

2.3

การบวกเวกเตอร์

การบวก - ลบปริมาณเวกเตอร์ หรือการหาเวกเตอร์ลัพธ์ สามารถทำได้ 2 วิธีคือ

1. วิธีการเขียนรูป
2. วิธีการคำนวณ

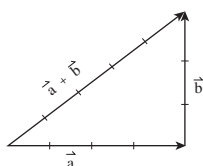
2.3.1 การหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยวิธีการเขียนรูปแบบหางต่อหัว

การหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยวิธีการเขียนรูปแบบหางต่อหัว มีขั้นตอนดังนี้

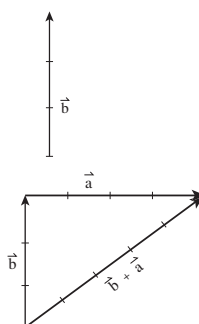
- (1) เขียนลูกศร แทนเวกเตอร์แรกตามขนาดและทิศทางที่กำหนด
- (2) นำหางลูกศร แทนเวกเตอร์ที่ 2 ต่อกับหัวลูกศรของเวกเตอร์แรก
- (3) นำหางลูกศรแทนเวกเตอร์ที่ 3 ต่อกับหัวลูกศรของเวกเตอร์ที่ 2
- (4) ถ้ามีเวกเตอร์ย่อยๆ อีก ให้นำเวกเตอร์อันต่อไป มากระทำดังข้อ (3) จนครบทุกเวกเตอร์
- (5) เวกเตอร์ลัพธ์ของเวกเตอร์ย่อยๆ เหล่านั้นหาได้โดยการลากลูกศรจากหางของเวกเตอร์ แรกไปยังหัวลูกศรของเวกเตอร์อันสุดท้าย ลูกศรที่ลากนี้แทนทั้งขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์

1. $\vec{a}$ และ $\vec{b}$ มีขนาดและทิศทางดังรูป จงหา

ก. $\vec{a} + \vec{b}$



ข. $\vec{b} + \vec{a}$



จากข้อ (ก) และ (ข) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

คุณสมบัติของการบวกเวกเตอร์

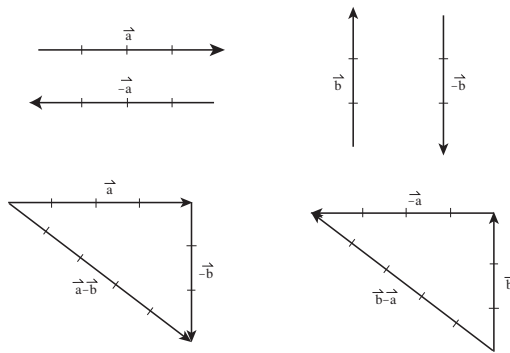
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

คุณสมบัติการสลับที่

หรือ $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$

คุณสมบัติการจัดหมู่

การลบเวกเตอร์ ในทางเวกเตอร์การลบเวกเตอร์ไม่มี แต่มีการบวกเวกเตอร์ตรงข้ามซึ่งให้ผลลัพธ์เหมือนการลบเวกเตอร์ ดังรูป 2.4



รูป 2.4 แสดงการลบเวกเตอร์โดยวิธีการวาดรูป

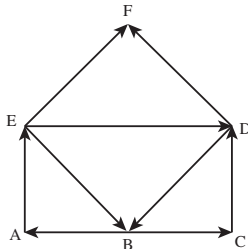
จากรูปที่ 2.4 $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$
 และ $\vec{b} - \vec{a} = \vec{b} + (-\vec{a})$
 โดย $\vec{a} - \vec{b} \neq \vec{b} - \vec{a}$

แสดงว่า การลบเวกเตอร์ ไม่มีสมบัติการสลับที่

2. จากรูปจงหาเวกเตอร์ลัพธ์

วิเคราะห์ให้โจทย์

จากรูปเวกเตอร์ ถ้าหัวเวกเตอร์ตัวสุดท้าย ต่อกับหางเวกเตอร์ตัวแรก เวกเตอร์ลัพธ์มีค่าเป็นศูนย์



จากรูป $\vec{BA} + \vec{AE} + \vec{EB} = 0$

และ $\vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DB} = 0$

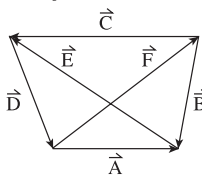
และ $\vec{ED} + \vec{DF} = \vec{EF}$

จึงได้ว่า $\vec{ED} + \vec{DF} + \vec{EF} = \vec{EF} + \vec{EF}$

$\therefore \vec{ED} + \vec{DF} + \vec{EF} = 2\vec{EF}$

ดังนั้น เวกเตอร์ลัพธ์ ของเวกเตอร์ดังรูปมีค่า $2\vec{EF}$

3. จากรูป แสดงเวกเตอร์ A, B, C, D, E และ F ข้อใดถูกต้องตามหลักการรวมเวกเตอร์



1. $\vec{F} + \vec{B} = \vec{E} + \vec{D}$

2. $\vec{A} - \vec{F} = \vec{E} - \vec{C}$

3. $\vec{B} + \vec{E} = \vec{D} + \vec{F}$

4. $\vec{C} - \vec{B} = \vec{D} + \vec{A}$

3. $\vec{B} - \vec{A} = \vec{C} + \vec{D}$

วิเคราะห์ให้โจทย์ พิจารณาที่ละข้อความ

(1) $\vec{F} + \vec{B} = \vec{A}$ และ $\vec{E} + \vec{D} = -\vec{A}$

ข้อ (1) ผิด

(2) $\vec{A} - \vec{F}$ หรือ $-\vec{F} + \vec{A} = \vec{B}$ และ $\vec{E} - \vec{C} = -\vec{B}$

ข้อ (2) ผิด

(3) $\vec{B} + \vec{E} = -\vec{C}$ และ $\vec{D} + \vec{F} = -\vec{C}$

ข้อ (3) ผิด

(4) $\vec{C} - \vec{B}$ หรือ $-\vec{B} + \vec{C} = \vec{E}$ และ $\vec{D} + \vec{A} = -\vec{E}$

ข้อ (4) ผิด

(5) $\vec{B} - \vec{A} = -\vec{F}$ และ $\vec{C} + \vec{D} = -\vec{F}$

ข้อ (5) ถูก

ดังนั้นข้อ 5 $\vec{B} - \vec{A} = \vec{C} + \vec{D} = -\vec{F}$



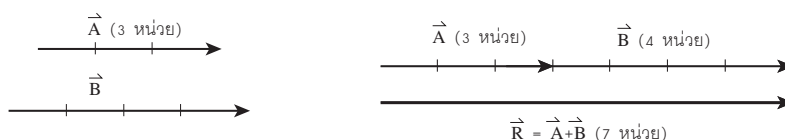
2.3.2 การหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยวิธีการคำนวณ

เนื่องจากการหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยวิธีการวาดรูป ให้ผลลัพธ์ไม่แม่นยำ เพียงแต่ได้คร่าวๆ เท่านั้น เพราะถ้าลากความยาวหรือทิศทางลูกศรแทนเวกเตอร์คลาดเคลื่อนเพียงเล็กน้อยผลของเวกเตอร์ลัพธ์ก็จะคลาดเคลื่อนไปด้วยแต่การหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยการคำนวณจะให้ผลลัพธ์ถูกต้องแน่นอน

การหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยวิธีการคำนวณจะแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

(1) เมื่อมีเวกเตอร์ย่อยเพียง 2 เวกเตอร์เท่านั้น

ก. เวกเตอร์ทั้งสองไปทางเดียวกัน เวกเตอร์ลัพธ์มีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดเวกเตอร์ทั้งสอง ทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์ไปทางเดียวกับเวกเตอร์ทั้งสอง



$$\therefore |\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A}| + |\vec{B}|$$

$$\therefore R = A + B$$

ข. เวกเตอร์ทั้งสองสวนทางกัน เวกเตอร์ลัพธ์มีขนาดเท่ากับผลต่างของขนาดเวกเตอร์ทั้งสอง ทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์ไปทางเดียวกับเวกเตอร์ที่มีขนาดมากกว่า

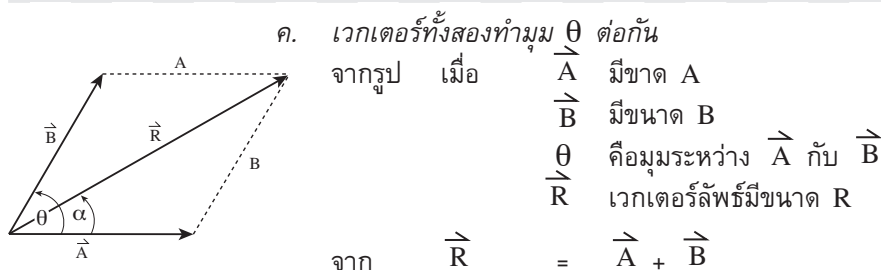


$$\therefore |\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{B}| - |\vec{A}|$$

$$\therefore \begin{aligned} R &= B - A && \text{เมื่อ } B > A \\ R &= A - B && \text{เมื่อ } A > B \end{aligned}$$

ข้อสรุป

เวกเตอร์ลัพธ์ของเวกเตอร์สองเวกเตอร์มีขนาดมากที่สุดเมื่อ เวกเตอร์ทั้งสองมีทิศทางไปทางเดียวกัน และมีขนาดน้อยที่สุดเมื่อเวกเตอร์ทั้งสองมีทิศทางตรงข้ามกัน



ได้ว่า

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

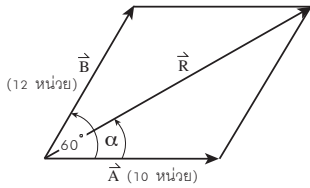
และ

$$\tan \alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$$

เมื่อ α คือมุมระหว่าง $\vec{R}$ กับ $\vec{A}$



4. จงหาเวกเตอร์ลัพธ์ของเวกเตอร์ 10 หน่วย และ 12 หน่วย ทำมุม 60° ซึ่งกันและกัน
วิเคราะห์โจทย์ เขียนรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานเพื่อหาเวกเตอร์ลัพธ์ โดยใช้สูตร



$$\begin{aligned}\text{จาก } R &= \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta} \\ \text{แทนค่า } R &= \sqrt{10^2 + 12^2 + 2(10)(12)\cos 60^\circ} \\ &= \sqrt{100 + 144 + 240 \left(\frac{1}{2}\right)} \\ \therefore R &= \sqrt{364} = 19.08 \text{ หน่วย}\end{aligned}$$

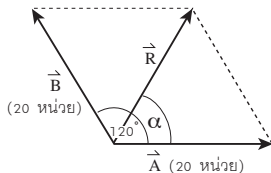
หาทิศทางของ $\vec{R}$

$$\begin{aligned}\text{จาก } \tan \alpha &= \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta} = \frac{12\sin 60^\circ}{10 + 12\cos 60^\circ} \\ &= \frac{12(\sqrt{3}/2)}{10 + 12(1/2)} = \frac{6\sqrt{3}}{16} = 0.6495 \\ \alpha &= \tan^{-1} 0.6495\end{aligned}$$

$$\therefore \alpha = 33^\circ \text{ (เปิดตารางดู)}$$

ดังนั้น เวกเตอร์ลัพธ์มีขนาด 19.08 หน่วย ทำมุม $\tan^{-1} 0.6495$ (หรือ 33°) กับเวกเตอร์ 10 หน่วย

5. เวกเตอร์ขนาด 20 หน่วยเท่ากัน 2 เวกเตอร์ ทำมุม 120° ต่อกันจะมีเวกเตอร์ลัพธ์เท่าใด
วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ทั้งสอง สามารถหาเวกเตอร์ลัพธ์ได้โดยการวาดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและใช้สูตรคำนวณ



$$\begin{aligned}\text{จาก } R &= \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta} \\ &= \sqrt{(20)^2 + (20)^2 + 2(20)(20)\cos 120^\circ} \\ &= \sqrt{400 + 400 + 800 \left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{400} \\ \therefore R &= 20 \text{ หน่วย}\end{aligned}$$

หาทิศทางของ R

$$\text{จาก } \tan \alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta} = \frac{20\sin 120^\circ}{20 + 20\cos 120^\circ} = \frac{20(\sqrt{3}/2)}{20 + 20(-1/2)}$$

$$\tan \alpha = \sqrt{3}$$

$$\therefore \alpha = 60^\circ$$

ดังนั้น เวกเตอร์ลัพธ์มีขนาด 20 หน่วย ทำมุม 60° กับเวกเตอร์ทั้งสอง

ข้อสังเกต

1. เวกเตอร์ลัพธ์ของเวกเตอร์ย่อย 2 เวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากันจะอยู่ตรงกลางระหว่างเวกเตอร์ ทั้งสอง
2. เวกเตอร์ลัพธ์ของเวกเตอร์ย่อย 2 เวกเตอร์ที่มีขนาดต่างกันจะอยู่ระหว่างเวกเตอร์ ทั้งสองโดยอยู่ใกล้เวกเตอร์ที่มีขนาดมากกว่า



6. เวกเตอร์ 2 เวกเตอร์ มีขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์น้อยที่สุด และมากที่สุดเท่ากับ 30 และ 210 หน่วย จงหาขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์ เมื่อเวกเตอร์ทั้งสองตั้งฉากซึ่งกัน และกัน

วิเคราะห์โจทย์

1. เวกเตอร์ลัพธ์ของเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์ มีขนาดน้อยที่สุดเมื่อเวกเตอร์ทั้งสองมีทิศตรงข้ามกัน
2. เวกเตอร์ลัพธ์ของเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์ มีขนาดมากที่สุดเมื่อเวกเตอร์ทั้งสองมีทิศไปทางเดียวกัน
3. เมื่อรู้ขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์สามารถ หาขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์ได้จากสูตร

กำหนดให้ เวกเตอร์ย่อย 2 เวกเตอร์ มีขนาด A และ B เมื่อ $A > B$

จากโจทย์ $A - B = 30$ ①

และ $A + B = 210$ ②

① + ② ; $2A = 240$

$A = 120$ หน่วย

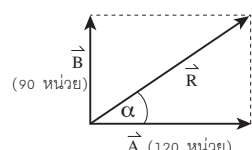
แทนค่า A ใน ② ได้ว่า $B = 90$ หน่วย

เมื่อ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ทำมุม 90° ต่อกัน

จาก $R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

$= \sqrt{(120)^2 + (90)^2 + 2(120)(90)\cos 90^\circ}$

$\therefore R = 150$ หน่วย



หาทิศทางของ R

จาก $\tan\alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$

$= \frac{90\sin 90^\circ}{120 + 90\cos 90^\circ} = \frac{90}{120}$

$\tan\alpha = \frac{3}{4}$

$\alpha = 37^\circ$

เมื่อ $\theta = 90^\circ$

$\tan\alpha = \frac{B}{A} = \frac{90}{120}$

$\tan\alpha = \frac{3}{4}$

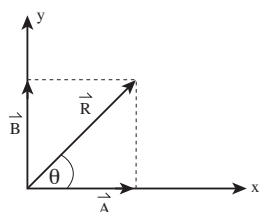
$\alpha = 37^\circ$

ดังนั้น เวกเตอร์ลัพธ์มีขนาด 150 หน่วย ทำมุม 37° กับเวกเตอร์ 120 หน่วย

(2) เมื่อมีเวกเตอร์ย่อยมากกว่า 2 เวกเตอร์

จากหลักการรวมเวกเตอร์ เมื่อมีเวกเตอร์ย่อย 2 เวกเตอร์ สามารถรวมแล้วได้เวกเตอร์ลัพธ์ 1 เวกเตอร์ ในทำนองกลับกัน ถ้ามีเวกเตอร์ 1 เวกเตอร์ ก็สามารถแยกออกเป็นเวกเตอร์ย่อยได้ 2 เวกเตอร์ ซึ่งเวกเตอร์ย่อย 2 เวกเตอร์ อาจมีทิศทางหรือขนาดเท่าใดก็ได้ โดยอาศัยหลักการทางตรีโกณมิติ แยกเวกเตอร์ออกเป็นเวกเตอร์ย่อย 2 เวกเตอร์ตั้งฉากกัน

การแยกเวกเตอร์ $\vec{R}$ ออกเป็นเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ซึ่งตั้งฉากกัน

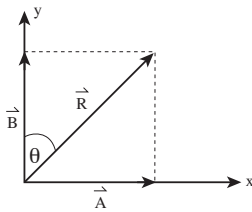


จาก $\cos\theta = \frac{A}{R}$

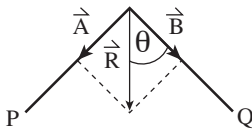
$A = R\cos\theta$

และ $\sin\theta = \frac{B}{R}$

$B = R\sin\theta$



$$\begin{aligned} \text{จาก } \cos\theta &= \frac{B}{R} \\ B &= R\cos\theta \\ \text{และ } \sin\theta &= \frac{A}{R} \\ A &= R\sin\theta \end{aligned}$$

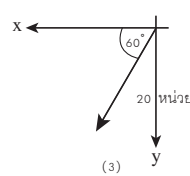
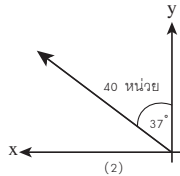
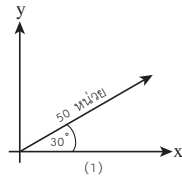


$$\begin{aligned} \text{จาก } \cos\theta &= \frac{B}{R} \\ B &= R\cos\theta \\ \text{และ } \sin\theta &= \frac{A}{R} \\ A &= R\sin\theta \end{aligned}$$

สรุปขั้นตอนการแยกเวกเตอร์

1. พิจารณาเวกเตอร์ที่ต้องการแยกว่าอยู่ระหว่างแกนตั้งฉาก 2 แกนใด
2. หามุมที่เวกเตอร์จะทำกับแกนใดแกนหนึ่ง
3. เวกเตอร์ที่แยกถ้าอยู่บนแกนใดมุมได้ เวกเตอร์นั้นตามด้วย $\cos$ ของมุมนั้น และเวกเตอร์ที่แยกถ้าอยู่บนแกนใดมุมได้เวกเตอร์นั้นตามด้วย $\sin$ ของมุมนั้น

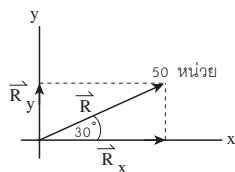
7. จากรูป จงหาเวกเตอร์ย่อยในแนวแกนตั้งฉาก 2 แกนที่กำหนดให้



วิเคราะห์โจทย์

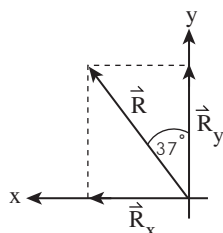
หลักการแยกเวกเตอร์ได้ว่า เวกเตอร์ย่อยบนแกนที่อยู่ใกล้มุม ได้ $\cos$ และเวกเตอร์ย่อยบนแกนที่อยู่ไกลมุมได้ $\sin$

จากรูป 1



$$\begin{aligned} \text{บนแกน } x \quad ; \quad R_x &= R\cos 30^\circ \\ &= 50 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ \therefore R_x &= 25\sqrt{3} \text{ หน่วย} \\ \text{บนแกน } y \quad ; \quad R_y &= R\sin 30^\circ \\ &= 50 \left(\frac{1}{2} \right) \\ \therefore R_y &= 25 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

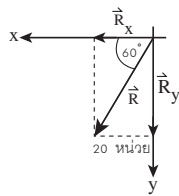
จากรูป 2



$$\begin{aligned} \text{บนแกน } x \quad ; \quad R_x &= R\sin 37^\circ \\ &= 40 \left(\frac{3}{5} \right) \\ \therefore R_x &= 24 \text{ หน่วย} \\ \text{บนแกน } y \quad ; \quad R_y &= R\cos 37^\circ \\ &= 40 \left(\frac{4}{5} \right) \\ \therefore R_y &= 32 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$



จากรูป 3



$$\begin{aligned} \text{บนแกน } x \quad ; \quad R_x &= R \cos 60^\circ \\ &= 20 \left(\frac{1}{2} \right) \\ \therefore R_x &= 10 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{บนแกน } y \quad ; \quad R_y &= R \sin 60^\circ \\ &= 20 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \end{aligned}$$

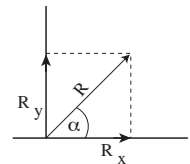
$$\therefore R_y = 10\sqrt{3} \text{ หน่วย}$$

การนำวิธีการแยกเวกเตอร์ไปใช้ในการหาเวกเตอร์ลัพธ์ของเวกเตอร์ย่อยที่มีจำนวนมากกว่า 2 เวกเตอร์ มีขั้นตอนดังนี้

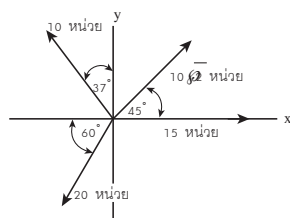
1. ตั้งแกนตั้งฉากกัน 2 แกน ที่จุดตัดของเวกเตอร์เหล่านั้น (อาจเป็นแกน x และแกน y หรือแกนใดๆ ก็ได้ที่ตั้งฉากกัน)
2. แยกเวกเตอร์ย่อยๆ เหล่านั้นให้อยู่บนแกน x และแกน y
3. ถ้าเวกเตอร์หนึ่งเวกเตอร์ใด อยู่บนแกน x หรือแกน y แล้วไม่ต้องแยก
4. รวมเวกเตอร์ย่อยในแต่ละแกนให้เป็นเวกเตอร์ลัพธ์ เช่น
 - บนแกน x กำหนดทิศทางไปทางขวา (+x) เป็นบวก ทิศทางไปทางซ้าย (-x) เป็นลบ
 - บนแกน y กำหนดให้ทิศทางขึ้น (+y) เป็นบวก (+) ทิศทางลง (-y) เป็นลบ (-)
 - เวกเตอร์ลัพธ์ที่ได้จะมี 2 เวกเตอร์คือ เวกเตอร์ลัพธ์ทางแกน x (R_x) และเวกเตอร์ลัพธ์ทางแกน y (R_y)

$$5. \text{หาขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์ (R) ได้จาก} \quad R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$6. \text{หาทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์ (R) ได้จาก} \quad \tan \alpha = \frac{R_y}{R_x}$$



8. จงหาเวกเตอร์ลัพธ์ของเวกเตอร์ย่อยๆ ดังรูป
วิเคราะห์โจทย์



1. แยกเวกเตอร์ย่อยๆ เหล่านั้นให้อยู่บนแกน x และแกน y
2. รวมเวกเตอร์ย่อยๆ บนแต่ละแกนได้เวกเตอร์ลัพธ์ 2 เวกเตอร์บนแกน x และแกน y ซึ่งตั้งฉากกัน
3. รวมเวกเตอร์ลัพธ์บนแกน x และแกน y เข้าด้วยกัน โดยใช้สูตรเป็นเวกเตอร์ ลัพธ์ของเวกเตอร์ทั้งหมด

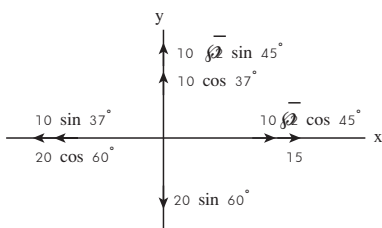
จากการแยกเวกเตอร์ ได้ว่า

$$\begin{aligned} R_x &= 15 + 10\sqrt{2} \cos 45^\circ - 10 \sin 37^\circ - 20 \cos 60^\circ \\ &= 15 + 10\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - 10 \left(\frac{3}{5} \right) - 20 \left(\frac{1}{2} \right) \\ &= 15 + 10 - 6 - 10 \end{aligned}$$

$$\therefore R_x = 9 \text{ หน่วย}$$

$$\begin{aligned} R_y &= 10\sqrt{2} \sin 45^\circ + 10 \cos 37^\circ - 20 \sin 60^\circ \\ &= 10\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + 10 \left(\frac{4}{5} \right) - 20 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= 10 + 8 - 10\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\therefore R_y = 0.68 \text{ หน่วย}$$





การหาขนาดของ $\vec{R}$

$$\begin{aligned} \text{จาก } R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \\ &= \sqrt{(9)^2 + (0.68)^2} \end{aligned}$$

$$\therefore R = 9.03 \text{ หน่วย}$$

หาทิศทางของ $\vec{R}$

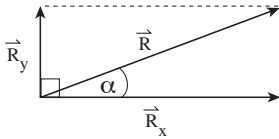
$$\text{จาก } \tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{0.68}{9}$$

$$\tan \alpha = 0.076$$

$$\alpha = \tan^{-1} 0.076$$

$$\text{หรือ } \alpha = 4.32^\circ \text{ (เปิดตารางดู)}$$

ดังนั้น เวกเตอร์ $\vec{R}$ มีขนาด 9.03 หน่วย ทำมุม 4.32° เหนือแกน +x



2.4 การเคลื่อนที่ของวัตถุ

เมื่อวัตถุมีการเคลื่อนที่ ตำแหน่งของวัตถุต้องมีการเปลี่ยนไป

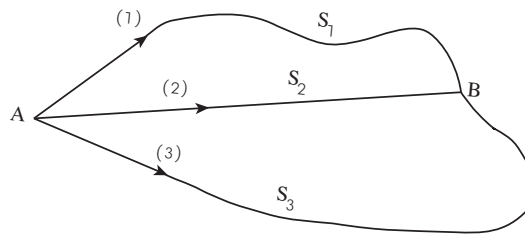
2.5 ระยะทาง (Distance)

คือความยาวตามเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุ ใช้สัญลักษณ์ “S” เป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็นเมตร (m)

2.6 การกระจัด (Displacement)

คือปริมาณบอกตำแหน่งของวัตถุจากตำแหน่งอ้างอิง หาได้โดยการลากลูกศรจากจุดเริ่มต้น (อ้างอิง) ไปยังตำแหน่งของวัตถุ เป็นปริมาณเวกเตอร์ ใช้สัญลักษณ์ “ $\vec{S}$ ” มีหน่วยเป็นเมตร (m)

ตัวอย่างการแสดงระยะทางและการกระจัด เมื่อวัตถุเคลื่อนที่จาก A ไปยัง B ตามแนวเส้นทาง ดังรูป



จากรูป วัตถุเคลื่อนที่จาก A ไป B 3 เส้นทาง จะได้ว่า

ตามเส้นทางที่ 1 ได้ระยะทาง = S_1 และได้การกระจัด = $\vec{S}_2$ ทิศจาก A ไป B

ตามเส้นทางที่ 2 ได้ระยะทาง = S_2 และได้การกระจัด = $\vec{S}_2$ ทิศจาก A ไป B

ตามเส้นทางที่ 3 ได้ระยะทาง = S_3 และได้การกระจัด = $\vec{S}_2$ ทิศจาก A ไป B

ข้อสังเกต การเคลื่อนที่โดยทั่วไป ระยะทางจะมากกว่าการกระจัดเสมอ ยกเว้นเมื่อวัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง การกระจัดจะมีขนาดเท่ากับระยะทางในกรณีที่เราจะศึกษาเฉพาะการเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวเส้นตรง ดังนั้นเราอาจใช้สัญลักษณ์ของการกระจัดและระยะทาง แทนด้วยตัว “S” เหมือนกัน



2.7 อัตราเร็ว (Speed)

หมายถึง ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในหนึ่งหน่วยเวลา เป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็น เมตร/วินาที (m/s)

สัญลักษณ์ คือ v อัตราเร็วแบ่งออกเป็น 3 ประเภทคือ

2.7.1 อัตราเร็วเฉลี่ย (v_{av}) หมายถึง ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในหนึ่งหน่วยเวลา (ในช่วงเวลาหนึ่งที่กำลังพิจารณาเท่านั้น) จากนิยามเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$v_{av} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$\begin{aligned}\Delta t &= t_2 - t_1 \\ t_1 &= \text{เวลาเริ่มต้น} \\ t_2 &= \text{เวลาสุดท้าย}\end{aligned}$$

หรือ

$$v_{av} = \frac{S}{t}$$

เมื่อ $\Delta S, s$ คือ ระยะทางเคลื่อนที่ได้
 $\Delta t, t$ คือ ช่วงเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่
 v_{av} คือ อัตราเร็วเฉลี่ย

2.7.2 อัตราเร็วขณะใดขณะหนึ่ง (v_t) คือ อัตราเร็ว ณ เวลาใดเวลาหนึ่งหรืออัตราเร็วที่จุดใดจุดหนึ่ง หมายถึง ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในหนึ่งหน่วยเวลา เมื่อช่วงเวลาที่เคลื่อนที่น้อยมากๆ (Δt เข้าใกล้ศูนย์) ได้ว่า

$$v_t = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad (\Delta t \rightarrow 0)$$

การหาอัตราเร็วขณะใดขณะหนึ่ง สามารถหาได้จากกราฟของ S กับ t หรือจากเครื่องเคาะสัญญาณเวลา

2.7.3 อัตราเร็วคงที่ (v) เป็นการบอกให้ทราบว่าวัตถุมีการเคลื่อนที่อย่างสม่ำเสมอ ไม่ว่าจะพิจารณาในช่วงเวลาใดๆ เราได้จากระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในเวลาหนึ่งหน่วยได้ว่า

$$v_t = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

ข้อสังเกต ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ อัตราเร็วเฉลี่ย อัตราเร็วขณะใดขณะหนึ่งจะมีค่าเท่ากับอัตราเร็วคงที่นั้น

2.8 ความเร็ว (Velocity)

หมายถึง การกระจัดของวัตถุที่เกิดขึ้นในหนึ่งหน่วยเวลา เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็น เมตร/วินาที (m/s)

สัญลักษณ์ คือ $\vec{v}$ ความเร็วแบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ

2.8.1 ความเร็วเฉลี่ย ($\vec{v}_{av}$) หมายถึง การกระจัดของวัตถุที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่งหน่วย (ในช่วงเวลาหนึ่งที่พิจารณาเท่านั้น) ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า



หรือ

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{S}}{t}$$

ข้อสังเกต ทิศทางของ $\vec{v}_{av}$ จะมีทิศทางเดียวกับ $\Delta \vec{S}$ หรือ $\vec{S}$ (การกระจัดที่เปลี่ยนไป หรือ การกระจัดลัพธ์) เสมอ

2.8.2 ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง ($\vec{v}_t$) คือ ความเร็ว ณ เวลาใดเวลาหนึ่งหรือความเร็วที่จุดใดจุดหนึ่ง หมายถึง การกระจัดที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในหนึ่งหน่วยเวลา เมื่อช่วงเวลาที่เคลื่อนที่น้อยมากๆ (Δt เข้าใกล้ศูนย์)

ได้ว่า

$$\vec{v}_t = \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t} \quad (\Delta t \rightarrow 0)$$

2.8.3 ความเร็วคงที่ ($\vec{v}$) เป็นการบอกให้ทราบว่า วัตถุมีการเคลื่อนที่อย่างสม่ำเสมอในแนวเส้นตรง ไม่ว่าจะพิจารณาในช่วงเวลาใดๆ หาได้จากการกระจัดที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่งหน่วย

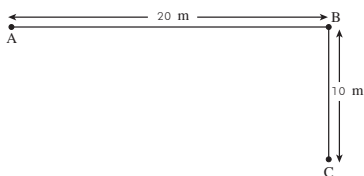
ได้ว่า

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t}$$

ข้อสังเกต ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ความเร็วเฉลี่ย ความเร็วขณะใดขณะหนึ่งจะมีค่าเท่ากับความเร็วคงที่นั้น

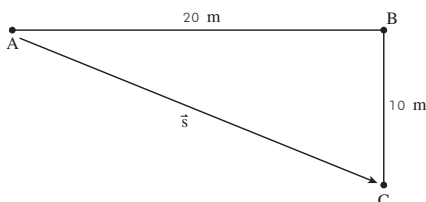
หมายเหตุ ในกรณีที่วัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง พบว่า การกระจัดจะมีค่าเท่ากับระยะทาง ดังนั้นขนาดของความเร็วเฉลี่ยจะเท่ากับอัตราเร็วเฉลี่ยและเรานิยมใช้สัญลักษณ์แทนปริมาณทั้งสองเหมือนกันคือ v เพื่อสะดวกในการตั้งสมการคำนวณ

9. นาย ก. เดินทางจาก A ไป B ใช้เวลา 18 วินาที จากนั้นเดินต่อไปยัง C ดังรูป ใช้เวลา 12 วินาที จงหาขนาดของความเร็วเฉลี่ยของนาย ก. ตลอดการเดินทางนี้



1. 0.67 m/s
2. 0.75 m/s
3. 0.97 m/s
4. 1.0 m/s

วิเคราะห์โจทย์



จากรูป ต้องการหา $\vec{v}_{av}$ ต้องหา $\vec{S}_{AC}$ ก่อน

$$|\vec{S}_{AC}| = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

$$= \sqrt{20^2 + 10^2}$$

$$= 10\sqrt{5} \text{ m}$$

$$= 22.36 \text{ m}$$



$$\text{และ } \vec{v}_{av} = \frac{\vec{S}}{t} = \frac{22.36}{18+12}$$

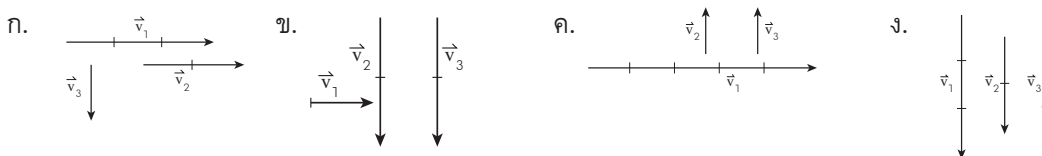
$$\therefore \vec{v}_{av} = 0.75 \text{ m/s}$$

ดังนั้น ขนาดของความเร็วเฉลี่ยของ

นาย ก. เท่ากับ 0.75 เมตร/วินาที

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 2

10. นายแดงวิ่งแล้วหยุด วิ่งแล้วหยุดสามครั้ง โดยใช้เวลารั้ง 20 นาที หยุด 1 นาที เท่ากันทุกครั้ง ถ้าความเร็วของการวิ่งแต่ละครั้งมีค่า $\vec{v}_1$ $\vec{v}_2$ และ $\vec{v}_3$ ตามลำดับ เป็นดังชุดเวกเตอร์ต่อไปนี้ (ใช้มาตราส่วนย่อเดียวกันหมด) คือ



ลำดับข้อของชุดเวกเตอร์ความเร็วที่ให้ขนาดของการจัดลัพท์เรียงจากมากที่สุดไปน้อยสุดคือ

1. ก, ค, ข และ ง
2. ค, ก, ข และ ง
3. ข, ง, ค และ ก
4. ง, ข, ค และ ก

วิเคราะห์โจทย์

เมื่อรู้ความเร็ว ($\vec{v}$) กับเวลา (t) สามารถหาการกระจัด ($\vec{S}$) ได้

$$\text{จาก } \vec{S}_{\text{ลัพท์}} = \vec{v}_{\text{ลัพท์}} \times t$$

เนื่องจากการวิ่งทุกครั้งใช้เวลาเท่ากัน เมื่อ $\vec{v}$ ลัพท์มากที่สุด

$S_{\text{ลัพท์}}$ ก็มากที่สุด จึงหา $\vec{v}_{\text{ลัพท์}}$ แต่ละชุด

รูป (ก)

$$v_n = \sqrt{5^2 + 1^2}$$

$$\therefore v_n = \sqrt{26} \quad \text{หน่วย}$$

รูป (ข)

$$v_{\text{ข}} = \sqrt{1^2 + 4^2}$$

$$\therefore v_{\text{ข}} = \sqrt{17} \quad \text{หน่วย}$$

รูป (ค)

$$v_{\text{ค}} = \sqrt{5^2 + 2^2}$$

$$\therefore v_{\text{ค}} = \sqrt{29} \quad \text{หน่วย}$$

รูป (ง)

$$v_{\text{ง}} = 5 - 1 = 4 \quad \text{หน่วย}$$

$$\therefore v_{\text{ง}} = \sqrt{16} \quad \text{หน่วย}$$

ได้ว่า $v_{\text{ค}} > v_{\text{ก}} > v_{\text{ข}} > v_{\text{ง}}$
ดังนั้น $S_{\text{ค}} > S_{\text{ก}} > S_{\text{ข}} > S_{\text{ง}}$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 2



2.9 ความเร่ง (Acceleration)

หมายถึง ความเร็วที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่งหน่วย หรือ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็ว เป็น ปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็น เมตร/วินาที² (m/s²)

สัญลักษณ์คือ $\vec{a}$ ความเร่งแบ่งออกเป็น 3 ประเภทคือ

2.9.1 ความเร่งเฉลี่ย ($\vec{a}_{av}$) หมายถึง ความเร็วที่เปลี่ยนไปในหนึ่งหน่วยเวลา (ในช่วงเวลาหนึ่งที่พิจารณาเท่านั้น) ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\text{หรือ} \quad \vec{a}_{av} = \frac{\vec{v} - \vec{u}}{t_2 - t_1}$$

$$\text{หรือ} \quad \vec{a}_{av} = \frac{v - u}{t}$$

เมื่อ $\vec{u}, \vec{v}$ คือ ความเร็วที่เวลาเริ่มต้นและที่เวลาสุดท้ายตามลำดับ

Δt คือ ช่วงเวลาที่ใช้ในการเปลี่ยนความเร็วจาก $\vec{u}$ เป็น $\vec{v}$

2.9.2 ความเร่งขณะใดขณะหนึ่ง ($\vec{a}_t$) หมายถึง ความเร่ง ณ จุดใดจุดหนึ่ง หรือ ณ เวลาใดเวลาหนึ่ง ในระหว่างการเคลื่อนที่ หรืออาจหาได้จากความเร่งเฉลี่ย ซึ่งเกิดขึ้นในช่วงเวลาสั้นๆ (Δt เข้าใกล้ศูนย์)

$$\text{ได้ว่า} \quad \vec{a}_t = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (\Delta t \rightarrow 0)$$

2.9.3 ความเร่งคงที่ ($\vec{a}$) หมายถึง การเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีการเปลี่ยนแปลงความเร็วอย่างสม่ำเสมอ ไม่ว่าคิดในช่วงเวลาใดๆ ซึ่งหาได้จาก สมการ

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

ข้อสังเกต

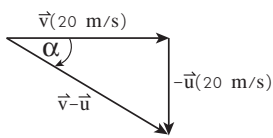
- ทิศทางของความเร่ง ($\vec{a}$) จะอยู่ในทิศทางเดียวกับความเร็วที่เปลี่ยนไป ($\Delta \vec{v}$) เสมอ
- เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ ค่าความเร่งเฉลี่ย ($\vec{v}_{av}$) และค่าความเร่งขณะใดขณะหนึ่ง ($\vec{a}_t$) จะมีค่าเท่ากับความเร่งคงที่นั้น
- เมื่อวัตถุมีความเร็วลดลง $\vec{v} < \vec{u}$ เราจะได้ว่า $\vec{a}$ มีค่าเป็นลบหรือ $\vec{a}$ มีทิศตรงข้ามการเคลื่อนที่ บางครั้งเรียก $\vec{a}$ ที่มีค่าเป็นลบ (-) ว่าความหน่วง

11. รถยนต์คันหนึ่งแล่นด้วยความเร็ว 20 เมตร/วินาที ไปทางทิศเหนือ แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็วเท่าเดิม ในเวลา 5 วินาที จงหาความเร็วของรถที่เปลี่ยนไป หลังจากเลี้ยวรถไปแล้ว

- 20 $\sqrt{2}$ เมตร/วินาที ทิศตะวันออกเฉียงเหนือ
- 40 เมตร/วินาที ทิศตะวันออกเฉียงเหนือ
- 20 $\sqrt{2}$ เมตร/วินาที ทิศตะวันออกเฉียงใต้
- 40 เมตร/วินาที ทิศตะวันออกเฉียงใต้

วิเคราะห์โจทย์

เมื่อรู้ $\vec{u} = 20 \text{ m/s}$ (ไปทางเหนือ), $\vec{v} = 20 \text{ m/s}$ (ไปทางตะวันออก) และ $t = 5$ วินาที ต้องการหา $\vec{v} - \vec{u}$ หาได้โดยวาดรูป $\vec{v} - \vec{u}$



$$\begin{aligned} \therefore |\vec{v} - \vec{u}| &= \sqrt{20^2 + 20^2} \\ &= 20\sqrt{2} \text{ m/s} \\ \text{จากรูป } \alpha &= 45^\circ \end{aligned}$$

ดังนั้น $\vec{v} - \vec{u}$ มีขนาด $20\sqrt{2}$ m/s มีทิศตะวันออกเฉียงใต้ คำตอบที่ถูกคือข้อ 3

12. จากข้อ 11 จงหาความเร่งของรถคันดังกล่าว ขณะเลี้ยวรถ

- | | |
|--|--|
| 1. $4\sqrt{2}$ เมตร/วินาที ทิศตะวันออกเฉียงเหนือ | 2. $4\sqrt{2}$ เมตร/วินาที ทิศตะวันออกเฉียงใต้ |
| 3. 8 เมตร/วินาที ทิศตะวันออกเฉียงเหนือ | 4. 8 เมตร/วินาที ทิศตะวันออกเฉียงใต้ |

วิเคราะห์โจทย์ ต้องการหา $\vec{a}$ ต้องรู้ $\vec{v} - \vec{u}$ และ t

$$\text{จาก } \vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{u}}{t} = \frac{20\sqrt{2}}{5}$$

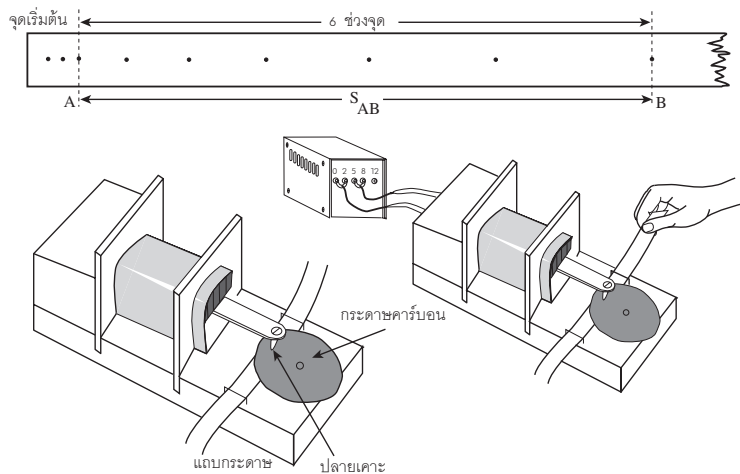
$$\therefore \vec{a} = 4\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

โดยทิศทางของ $\vec{a}$ ไปทางเดียวกัน $\vec{v} - \vec{u}$ เสมอ

ดังนั้น ความเร่งมีขนาด $4\sqrt{2}$ m/s² มีทิศตะวันออกเฉียงใต้ คำตอบที่ถูกคือข้อ 2

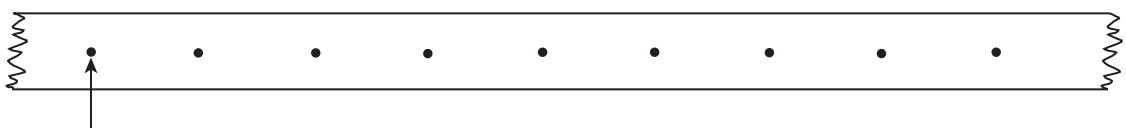
2.10 เครื่องเคาะสัญญาณเวลา (Ticker timer)

เครื่องเคาะสัญญาณเวลาเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการหาอัตราเร็วของวัตถุในช่วงเวลาสั้นๆ โดยช่วงเวลาในการเคลื่อนที่ของแถบกระดาษจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งที่อยู่ติดกัน จะเท่ากับ 1/50 วินาที

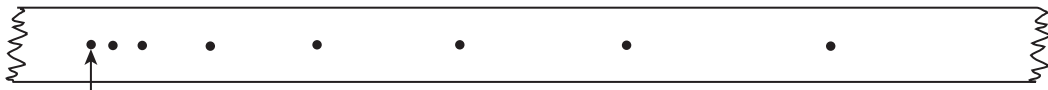


รูป 2.5 รูปแสดงเครื่องเคาะสัญญาณเวลา

ตัวอย่างลักษณะจุดบนแถบกระดาษบอกให้ทราบลักษณะการเคลื่อนที่ของวัตถุ



จุดเริ่มต้น รูป 1 ระยะระหว่างจุดสม่ำเสมอ แสดงว่า วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่

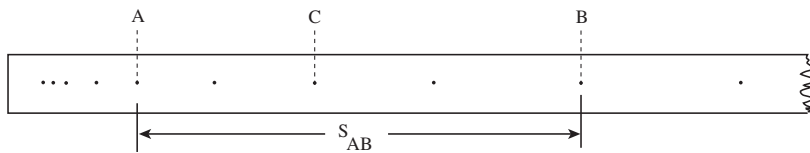


จุดเริ่มต้น รูป 2 ระยะห่างระหว่างจุดเพิ่มขึ้น แสดงว่า วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเพิ่มขึ้น



จุดเริ่มต้น รูป 3 ระยะห่างระหว่างจุดลดลง แสดงว่า วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วลดลง

2.10.1 การหาความเร็วเฉลี่ยและความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง จากแถบกระดาษ พิจารณาในช่วง AB



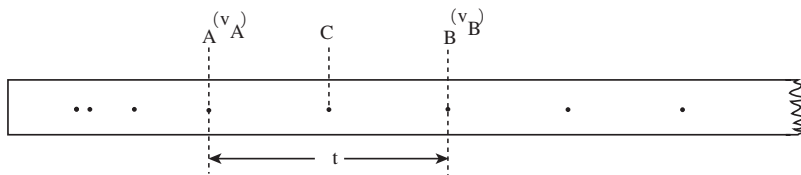
จาก $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$

$$\therefore \vec{v}_{av} = \frac{\vec{s}_{AB}}{\Delta t_{(AB)}}$$

ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง (v_C) หาได้จากความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาสั้นๆ ที่มีจุดนั้นอยู่ตรงกลางช่วง (จากตัวอย่างก็คือช่วง AB)

$$\vec{v}_C = \vec{v}_{av(A \rightarrow B)}$$

2.10.2 การหาความเร่งเฉลี่ยและความเร่งขณะใดขณะหนึ่ง จากแถบกระดาษ



พิจารณาในช่วง AB สามารถหาความเร็วขณะใดขณะหนึ่งที่ A ($\vec{v}_A$) และความเร็วขณะใดขณะหนึ่งที่ B ($\vec{v}_B$) ได้จากความรู้ในหัวข้อ 2.10.1

จาก $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

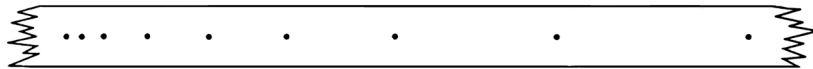
$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_B - \vec{v}_A}{\Delta t}$$



ความเร่งเฉลี่ย ($\vec{a}_{av}$) ก็คือความเร่งที่จุดกึ่งกลางช่วงนั้น คล้ายการหาความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง

$$\vec{a}_C = \vec{a}_{av}(A \rightarrow B)$$

13. ถ้าการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ลากแถบกระดาษซึ่งเครื่องเคาะสัญญาณที่เคาะทุกๆ $\frac{1}{50}$ วินาที ทำให้เกิดจุดดังรูปจากการสังเกตจุดเหล่านี้จะบอกได้ว่า ความเร่งเป็นอย่างไร

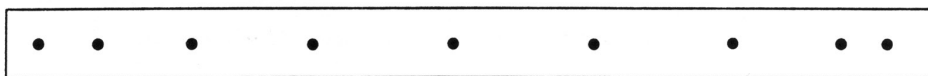


1. สม่าเสมอ 2. เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ 3. ลดลงเรื่อยๆ 4. เพิ่มแล้วลด

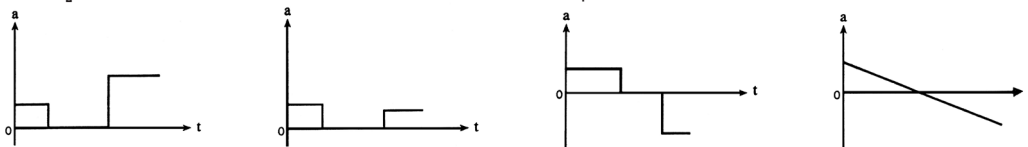
วิเคราะห์โจทย์

จากการวัดแถบกระดาษพบว่า แต่ละช่วงจุดที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาเท่ากัน ระยะห่าง เพิ่มขึ้นอย่างสม่าเสมอ แสดงว่าความเร่งเพิ่มขึ้นหรือ $\Delta \vec{v}$ มีค่าสม่าเสมอจาก $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ ดังนั้นถือว่า ความเร่งสม่าเสมอด้วย คำตอบที่ถูกคือข้อ 1

14. จากการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวเส้นตรง โดยใช้เครื่องเคาะสัญญาณเวลา ได้จุดบนแถบกระดาษดังรูป โดยที่ระยะห่างระหว่างจุดจะมีช่วงเวลาเท่ากัน



กราฟรูปใดที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร่งของวัตถุกับเวลา



วิเคราะห์โจทย์

จากลักษณะของจุดบนแถบกระดาษ อธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุได้ดังนี้

ตอนแรก จุดห่างเพิ่มขึ้น แสดงว่าความเร่งเพิ่มขึ้นหรือความเร่งมีค่าเป็นบวก (+)

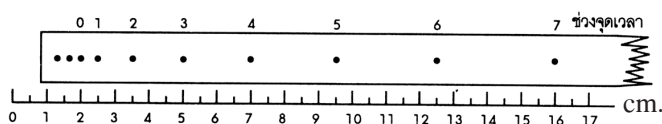
ตอนสอง จุดห่างเท่าๆ กัน แสดงว่าความเร่งคงที่หรือความเร่งมีค่าเป็นศูนย์ (0)

ตอนสาม จุดห่างลดลง แสดงว่าความเร่งลดลงหรือความเร่งมีค่าเป็นลบ (-)

พิจารณาจากกราฟความเร่งของวัตถุกับเวลา ข้อ 3 ถูก

คำตอบที่ถูกคือข้อ 3

15. วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่ไปในทิศ $-x$ ลากแถบกระดาษผ่านเครื่องเคาะสัญญาณเวลาชนิดเคาะ 50 ครั้งต่อวินาที ปรากฏข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุดังรูป จงหาขนาดของความเร่ง ณ ช่วงเวลาที่ 5 ในหน่วยเมตร/(วินาที)²



1. 1.42 2. 6.25 3. 9.80 4. 12.5



วิเคราะห์โจทย์

ต้องการหา a ที่ 5 ต้องหา v_4 และ v_6 ก่อน

$$\text{จาก} \quad v_4 = v_{av} (3 \rightarrow 5) = \frac{S(3 \rightarrow 5)}{t(3 \rightarrow 5)}$$

$$\therefore v_4 = \frac{(9.5 - 5) \times 10^{-2}}{2/50} = 1.125 \text{ m/s}$$

$$v_6 = v_{av} (5 \rightarrow 7) = \frac{S(5 \rightarrow 7)}{t(5 \rightarrow 7)}$$

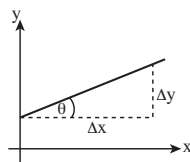
$$\therefore v_6 = \frac{(16 - 9.5) \times 10^{-2}}{2/50} = 1.625 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \text{และ} \quad a_5 &= a_{av} (4 \rightarrow 6) = \frac{v_6 - v_4}{t(4 \rightarrow 6)} \\ &= \frac{1.625 - 1.125}{2/50} \end{aligned}$$

$$\therefore a_5 = 12.5 \text{ m/s}^2$$

ดังนั้น ขนาดของความเร่ง ณ ช่วงจุดเวลาที่ 5 เท่ากับ 12.5 เมตร/วินาที² คำตอบที่ถูกคือข้อ 4

2.11 การหาความชัน (slope) ของกราฟ

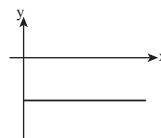
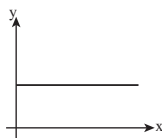


การหา slope ของกราฟเส้นตรงหาได้จาก

$$\begin{aligned} \text{slope} &= \tan \theta \\ &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \end{aligned}$$

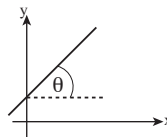
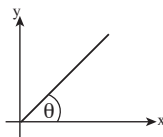
2.11.1 กราฟเส้นตรง

1. ถ้ากราฟเป็นเส้นตรงขนานกับแกนนอน จะได้ว่า slope จะมีค่าเท่ากับศูนย์

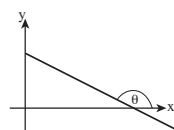
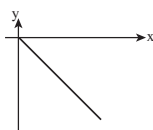


2. ถ้ากราฟเป็นเส้นตรงเอียงซ้ายหรือเอียงขวาจะได้ว่า slope มีค่าคงที่

2.1 ถ้ากราฟเอียงขวา จะได้ว่า slope คงที่บวก (+) ดังรูป $\theta < 90^\circ$

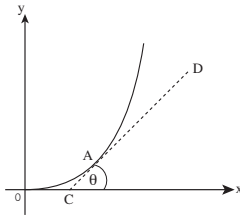


2.2 ถ้ากราฟเอียงซ้าย จะได้ว่า slope คงที่ลบ (-) ดังรูป $\theta > 90^\circ$





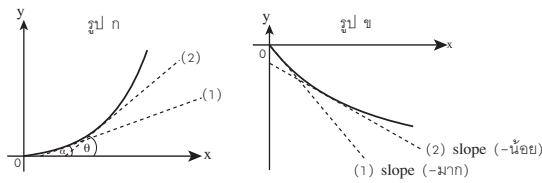
2.11.2 กราฟเส้นโค้ง



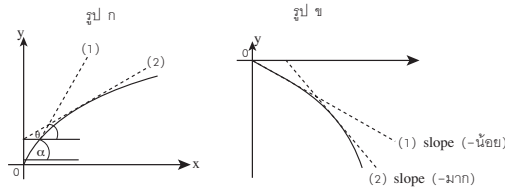
จากรูป ความชันของเส้นโค้งที่จุด A
 = slope ของเส้นสัมผัส CD
 = $\tan\theta$

กราฟเส้นโค้ง slope ของกราฟจะมีค่าไม่คงที่ ซึ่งแยกพิจารณาได้ 2 ลักษณะ

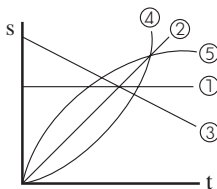
1. กราฟมีลักษณะเป็นเส้นโค้งหงาย slope มีค่าไม่คงที่โดยจะมีค่าเพิ่มขึ้น



2. กราฟมีลักษณะเป็นเส้นโค้งคว่ำ slope มีค่าไม่คงที่ โดยจะมีค่าลดลง



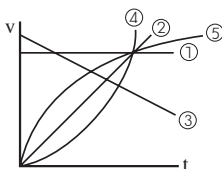
2.12 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง s - t, v - t และ a - t



จากค่าความชัน (slope) ของกราฟ s-t

$$\text{slope} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} = \vec{v}$$

ข้อสรุป จากราฟระหว่าง $\vec{r}$ กับ t เมื่อ $\vec{r}$ เป็นแกนตั้งและ t เป็นแกนนอนค่าความชัน (slope) ของกราฟมีค่าเท่ากับความเร็ว ($\vec{v}$) ของวัตถุ



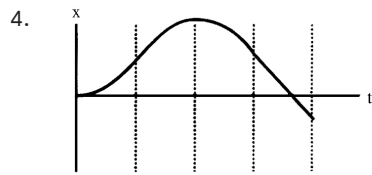
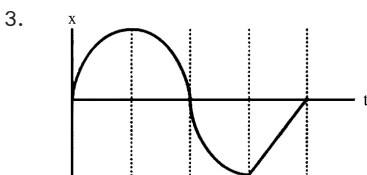
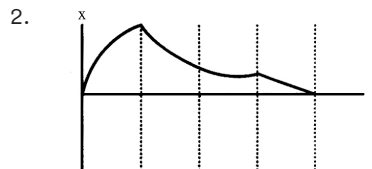
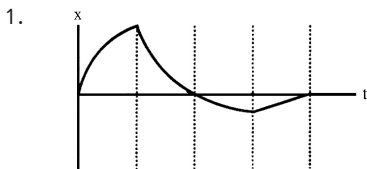
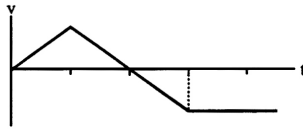
จากค่าความชัน (slope) ของกราฟ v - t

$$\text{slope} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$$

ข้อสรุป จากราฟระหว่าง $\vec{v}$ กับ t เมื่อ $\vec{v}$ (ความเร็ว) เป็นแกนตั้งและ t (เวลา) เป็นแกนนอนค่าความชัน (slope) ของกราฟมีค่าเท่ากับความเร่ง ($\vec{a}$) ของวัตถุ



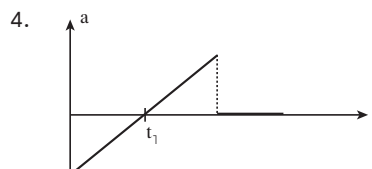
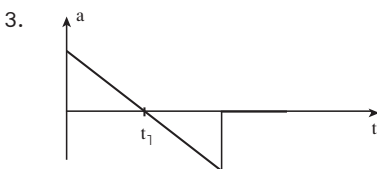
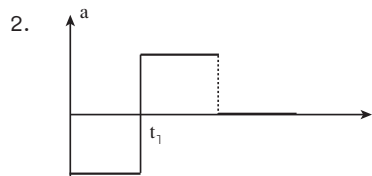
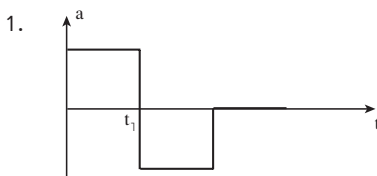
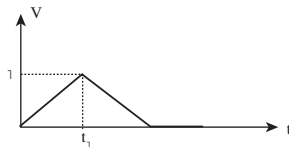
16. วัตถุเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงมีความเร็ว ณ เวลาต่างๆ กันดังรูป จงหาว่ากราฟของการกระจัด-เวลา ในข้อใดที่สอดคล้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุนี้



วิเคราะห์โจทย์ จากกราฟการกระจัด (x) กับเวลา (t) ค่า slope คือความเร็ว v จากกราฟที่กำหนดให้ ช่วงแรกความเร็ว (v) เพิ่มขึ้น กราฟการกระจัด (x) ค่า slope ช่วงแรกต้องเพิ่มขึ้น โดยกราฟต้องมีลักษณะเป็นเส้นโค้งหงาย ซึ่งมีรูปที่ถูกต้องเพียงรูปเดียว คือรูปในข้อ 4

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 4

17. ถ้ากราฟระหว่างความเร็วของวัตถุ v กับเวลา t ต่างๆ เป็นดังรูป กราฟของความเร่ง a กับเวลา t ต่างๆจะเป็นตามรูปใด



วิเคราะห์โจทย์

ค่า slope ของ กราฟ v t คือ ค่าความเร่ง (a)

ช่วงแรก slope มีค่าคงที่ (+) $\therefore$ a มีค่าคงที่ (+)

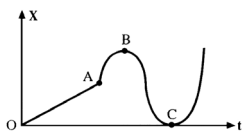
ช่วงสอง slope มีค่าคงที่ (-) $\therefore$ a มีค่าคงที่ (-)

ช่วงสาม slope มีค่าคงที่ (0) $\therefore$ a มีค่าคงที่เป็นศูนย์ (0)

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 1



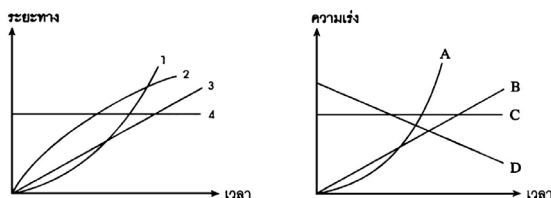
18. กราฟของตำแหน่งวัตถุบนแนวแกน X กับเวลา t เป็นดังรูป ช่วงเวลาใดหรือที่ตำแหน่งใดที่วัตถุไม่มีความเร่ง



1. ช่วง OA
2. ช่วง BC
3. ที่จุด B
4. ที่จุด C

วิเคราะห์โจทย์ 1. ค่า slope ของ กราฟ x , t คือ ค่าความเร็ว (v)
 2. ค่าความเร่ง (a) เป็นศูนย์เมื่อความเร็ว (v) คงที่ หรือ วัตถุหยุดนิ่ง
 จากกราฟช่วง OA slope คงที่ แสดงว่าวัตถุมีความเร็วคงที่หรือความเร่งมีค่าเป็นศูนย์
 คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 1

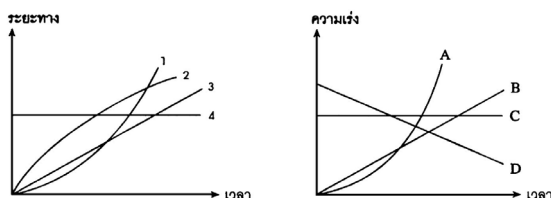
19. พิจารณากราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางที่เคลื่อนที่กับเวลาและกราฟระหว่างความเร่งกับเวลา



คำตอบข้อใดที่แสดงความสอดคล้องที่ถูกต้องของการเคลื่อนที่ของวัตถุหนึ่ง

1. 1 และ C
2. 2 และ B
3. 3 และ A
4. 4 และ D

วิเคราะห์โจทย์ พิจารณาจากกราฟที่กำหนดให้



จากรูปกราฟที่กำหนด ระหว่างระยะทางกับเวลา ความหมายของกราฟ พบว่าความชันของกราฟระหว่างระยะทางกับเวลาคือค่าความเร็ว

รูป 1 กราฟโค้งแบบพาราโบลาหงายแสดงว่าความเร็วมีค่าเพิ่มขึ้น เพราะความชัน (Slope) มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเวลาเพิ่มขึ้น

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad S &= ut + \frac{1}{2} at^2 \\ u &= 0, \text{ ถ้า } a \text{ คงที่} \\ S &\propto t^2 \text{ (กราฟระหว่าง } S \text{ กับ } t \text{ เป็นรูปพาราโบลา)} \end{aligned}$$

ดังนั้น อาจกล่าวได้ว่า ความเร่งคงที่ (เป็นบวก)

รูป 2 ทำนองเดียวกับรูป 1 แต่กราฟเป็นรูปพาราโบลาคว่ำ แสดงว่าความเร่งคงที่แต่มีค่า เป็นลบ

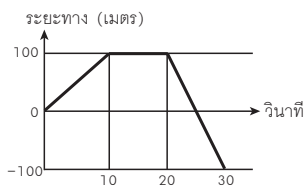
รูป 3 กราฟเป็นเส้นตรง ระยะทางแปรโดยตรงกับเวลา ความชันคงที่ แสดงว่าความเร็วมีค่าคงที่ หรือความเร่งเท่ากับศูนย์



- รูป 4** กราฟขนานกับแกนนอน หมายความว่า ระยะทางคงที่เสมอ แสดงว่าความเร็วเป็นศูนย์ จากกราฟความเร็วกับเวลา แปลความหมายได้ว่า
- รูป A** กราฟเป็นรูปพาราโบลาหงาย หมายความว่าความเร่งเพิ่มขึ้นอย่างไม่สม่ำเสมอ
- รูป B** กราฟเป็นเส้นตรงเฉียงกับแนวระดับ หมายความว่าความเร่งเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ
- รูป C** กราฟเป็นเส้นตรงขนานกับแกนนอน หมายความว่าความเร่งมีค่าคงที่
- รูป D** กราฟเป็นเส้นตรงเฉียงลง หมายความว่าความเร่งลดลงอย่างสม่ำเสมอ
- ดังนั้น เมื่อเปรียบเทียบกราฟรูปแรก ระหว่างระยะทางกับเวลาและกราฟรูปสองระหว่างความเร็วกับเวลา ที่ให้ความหมายเหมือนกัน คือ กราฟ รูป 1 กับรูป C

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 1

20. จากกราฟระหว่างระยะทางของการกระจัดในแนวเส้นตรงกับเวลาดังรูป จงหาความเร็วเฉลี่ยระหว่างเวลา 0 วินาที ถึง 25 วินาที



1. 15 m/s
2. 5 m/s
3. -5 m/s
4. 0 m/s

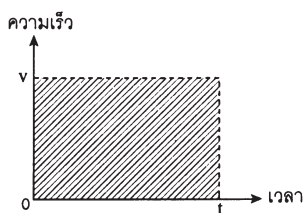
วิเคราะห์โจทย์ ต้องการหา $\vec{v}_{av}$ เมื่อรู้ $t = 25$ s, $\vec{S} = 0$

$$\text{จาก } v_{av} = \frac{\vec{S}}{t} = 0$$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 4

2.13 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ว (v) กับเวลา (t)

2.13.1 เมื่อความเร็วคงที่



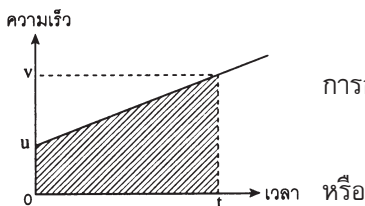
จากกราฟเมื่อความเร็วคงที่ การกระจัดของการเคลื่อนที่ $\vec{S} = \vec{v} \times t$

จากพื้นที่ใต้กราฟในช่วงเวลา 0 ถึง t เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

จาก พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง $\times$ ยาว = $v \times t$

ดังนั้น พื้นที่ใต้กราฟ = การกระจัดในการเคลื่อนที่ในช่วงเวลา 0 ถึง t

2.13.2 เมื่อความเร่งคงตัว



จากกราฟความเร็วของวัตถุเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ (ความเร่งคงที่)

การกระจัดของการเคลื่อนที่

$$s = v_{av} \times t$$

$$s = \left(\frac{u + v}{2} \right) \times t$$

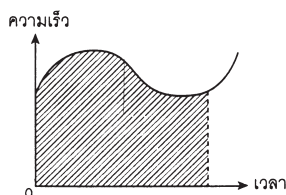
จากพื้นที่ใต้กราฟในช่วงเวลา 0 ถึง t เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

$$\text{จากพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู} = \frac{1}{2} \times (u + v) \times t = \left(\frac{u + v}{2} \right) \times t$$

ดังนั้น พื้นที่ใต้กราฟ = การกระจัดในการเคลื่อนที่ในช่วงเวลา 0 ถึง t



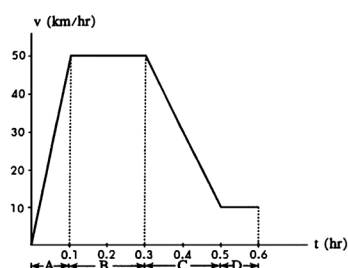
2.13.3 เมื่อความเร่งไม่คงตัว



จากกราฟอัตราเร็วของวัตถุไม่สม่ำเสมอ เราอาจหาการกระจัดได้ โดยการหาพื้นที่ใต้กราฟ ในช่วงเวลาของการเคลื่อนที่ซึ่งคล้ายกับ 2 รูปแรก

ข้อสรุป พื้นที่ใต้กราฟระหว่างอัตราเร็วกับเวลาหรือความเร็วกับเวลาในช่วงเวลาใดๆ คือ ระยะทางหรือการกระจัด ในช่วงเวลานั้นๆ

21. จากกราฟความเร็ว-เวลา ซึ่งแสดงการเดินทางในช่วงเวลา A, B, C และ D จงหาระยะทางที่เคลื่อนที่ไปได้ใน 0.5 ชั่วโมง



1. 18.5 กิโลเมตร
2. 19.5 กิโลเมตร
3. 20.0 กิโลเมตร
4. 40.0 กิโลเมตร

วิเคราะห์โจทย์

จากกราฟระหว่างความเร็วกับเวลา พื้นที่ใต้กราฟ คือระยะทางที่เคลื่อนที่ได้

$$\begin{aligned}
 \text{จากระยะทาง} &= \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู (0 - 0.3 ชม.)} + \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู (0.3 - 0.5 ชม.)} \\
 &= \frac{1}{2} (0.2 + 0.3) (50) + \frac{1}{2} (50 + 10) (0.2) \\
 &= \left(\frac{1}{2} \times 0.5 \times 50 \right) + \left(\frac{1}{2} \times 60 \times 0.2 \right) \\
 &= 12.5 + 6 = 18.5 \text{ กิโลเมตร}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ระยะทางที่เคลื่อนที่ไปได้ใน 0.5 ชั่วโมงเท่ากับ 18.5 กิโลเมตร

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 1

22. จากโจทย์ข้อ 21 กราฟความเร็ว-เวลา จงหาอัตราเร็วเฉลี่ยใน 0.2 ชั่วโมงแรก

1. 37.5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
2. 25.0 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
3. 15.0 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
4. 12.8 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ระยะทางกับเวลา สามารถหาอัตราเร็วเฉลี่ยได้

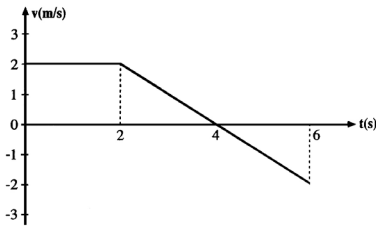
$$\begin{aligned}
 \text{จาก อัตราเร็วเฉลี่ย} &= \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}} \\
 \text{ได้ว่าอัตราเร็วเฉลี่ย (0 ถึง 0.2)} &= \frac{\text{ระยะทาง (0 ถึง 0.2)}}{\text{เวลา (0 ถึง 0.2)}} \\
 &= \frac{\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู (0 - 0.2)}}{0.2} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} (0.1 + 0.2) 50}{0.2} = 37.5 \text{ กิโลเมตร/ชั่วโมง}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราเร็วเฉลี่ยใน 0.2 ชั่วโมงแรกเท่ากับ 37.5 กิโลเมตร/ชั่วโมง คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 1



23. วัตถุเคลื่อนที่ใน 1 มิติ โดยมีความเร็วที่เวลาต่างๆ เป็นดังกราฟ ถ้าเมื่อเวลา $t = 6$ วินาที วัตถุอยู่นิ่งห่างจากตำแหน่งเริ่มต้น (เมื่อเวลา $t = 0$) กี่เมตร

วิเคราะห์โจทย์



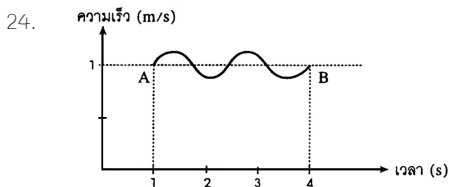
จากกราฟ v, t สามารถหา s (การกระจัด) ได้จากพื้นที่ใต้กราฟ

$$s = \text{พื้นที่ใต้กราฟ}$$

$$= \frac{1}{2} (2 + 4) 2 + \frac{1}{2} (-2)^2$$

$$\therefore S = 4 \text{ m}$$

ดังนั้นวัตถุอยู่ห่างจากตำแหน่งเริ่มต้น 4 เมตร



วัตถุอันหนึ่งเคลื่อนที่โดยมีความเร็วเปลี่ยนแปลงกับเวลาเป็นแบบ sine curve (ดังรูป) ซึ่งมีค่าแอมพลิจูดเป็น 0.3 เมตร/วินาที จงหาระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ไปได้ระหว่างจุด A กับ B

วิเคราะห์โจทย์

จากกราฟความเร็วกับเวลา สามารถหาระยะทางได้จากพื้นที่ใต้กราฟ

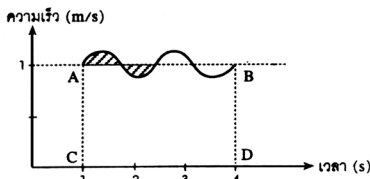
ระยะทางที่เคลื่อนที่ได้ = พื้นที่ใต้กราฟรูป sine curve

$$= \text{พื้นที่ } \square ABCD (\because \text{พื้นที่แรงสั่นบนเท่ากับส่วนล่าง})$$

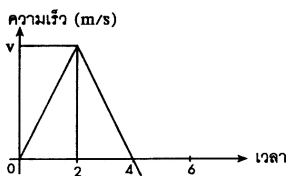
$$= 1 \times 3 = 3 \text{ เมตร}$$

ดังนั้น ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ไปได้ระหว่างจุด A กับ B

เท่ากับ 3 เมตร



25. จากกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับเวลาของการเคลื่อนที่เป็นดังรูป พบว่าภายหลังจากการเดินทางไปได้ 4 วินาที ระยะทางการเคลื่อนที่มีค่า 16 เมตร จงหาความเร่งที่เวลา 3 วินาที



1. $+2 \text{ m/s}^2$

2. -2 m/s^2

3. $+3 \text{ m/s}^2$

4. -4 m/s^2

วิเคราะห์โจทย์

จากกราฟ ต้องหาค่า v ที่ $t = 2 \text{ s}$ ก่อน

จาก $S = \text{พื้นที่ใต้กราฟ}$

$$16 = \frac{1}{2} \times 4 \times v$$

$$\therefore v = 8 \text{ m/s}$$

จาก $a_3 = \text{slope } (2 \rightarrow 4)$

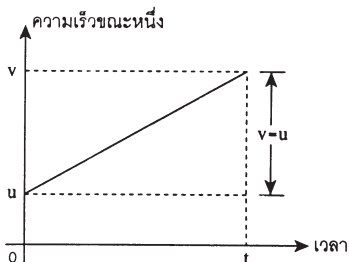
$$= \frac{0 - 8}{4 - 2}$$

$$\therefore a_3 = -4 \text{ m/s}^2$$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 4



2.14 สมการสำหรับคำนวณหาปริมาณต่างๆ ของการเคลื่อนที่ในแนวตรงด้วยความเร่งคงตัว



เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ในแนวตรงด้วยความเร่งคงตัวโดยเริ่มต้นวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว u ที่เวลาเริ่มต้น $t = 0$ หลังจากเวลาผ่านไป t วัตถุจะมีความเร็วเป็น v ถ้าเขียนกราฟความเร็วกับเวลาของการเคลื่อนที่ในกรณีนี้เขียนได้ดังรูป 2.6

รูป 2.6 กราฟความเร็ว - เวลาของการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่
เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว จะมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$v = u + at \quad \dots \textcircled{1}$$

$$s = \left(\frac{u + v}{2} \right) t \quad \dots \textcircled{2}$$

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$s = vt - \frac{1}{2} at^2 \quad \dots \textcircled{4}$$

$$v^2 = u^2 + 2as \quad \dots \textcircled{5}$$

สรุป เมื่อ u = ความเร็วต้น เมื่อ $t = 0$ v = ความเร็วปลายเมื่อ $t = t$ ใดๆ
 a = ความเร่งคงที่ t = ช่วงเวลาในการเคลื่อนที่
 s = การกระจัดที่ได้ในช่วงเวลา t

26. รถยนต์คันหนึ่ง วิ่งด้วยความเร็วคงที่ 10 เมตร/วินาที ขณะที่อยู่ห่างสิ่งกีดขวางเป็นระยะทาง 35 เมตร คนขับตัดสินใจห้ามล้อ โดยเสียเวลา 1 วินาที ก่อนที่ห้ามล้อจะทำงาน เมื่อห้ามล้อทำงานแล้ว รถจะต้องลดความเร็วในอัตราเท่าใด จึงจะทำให้รถหยุดพอดี เมื่อถึงสิ่งกีดขวางนั้น

1. 1.0 m/s^2

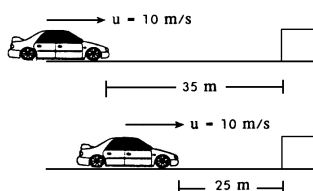
2. 1.5 m/s^2

3. 2.0 m/s^2

4. 3.0 m/s^2

วิเคราะห์โจทย์

วาดรูปแสดงการเคลื่อนที่ของรถ รู้ $u = 10 \text{ m/s}$



เมื่อเริ่มห้ามล้อ รถเข้าใกล้สิ่งกีดขวาง = S

จาก $S = v \times t = 10 \times 1 = 10 \text{ m}$

เมื่อเริ่มห้ามล้อรถอยู่ห่างจากสิ่งกีดขวาง (S) = $35 - 10 = 25 \text{ m}$

หา a เมื่อ $u = 10 \text{ m/s}$, $v = 0$, $S = 25 \text{ m}$

จาก $v^2 = u^2 + 2aS$

$0 = (10)^2 + 2a(25)$

$\therefore a = -2 \text{ m/s}^2$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 3



27. รถยนต์แล่นบนถนนตรงโดยมีความเร็วต้น 15.0 เมตรต่อวินาที ถ้ารถยนต์มีความเร่งคงตัว 3.0 เมตรต่อ (วินาที)² ในช่วงเวลานานเท่าไรรถจึงจะมีความเร็วเฉลี่ยเป็นสองเท่าของความเร็วต้น

1. 5.0 s 2. 10.0 s 3. 15.0 s 4. 20.0 s

วิเคราะห์โจทย์

เมื่อรู้ $u = 15 \text{ m/s}$, $a = 3 \text{ m/s}^2$, $v_{av} = 2u$ ต้องการหา t

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad v_{av} &= \frac{u + v}{2} \\ 2u &= \frac{u + v}{2} \\ v &= 3u = 45 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ} \quad v &= u + at \\ 45 &= 15 + 3t \\ \therefore t &= 10 \text{ s} \end{aligned}$$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 2

28. วัตถุอันหนึ่งกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 เมตร/วินาที ไปทางทิศเหนือ จากนั้นมีความเร่งไปทางทิศใต้ 5 เมตร/วินาที² เป็นเวลา 4 วินาที จงหาความเร็วของอนุภาคเป็นเท่าใด

1. 0 2. 20 เมตร/วินาที ไปทางเหนือ
3. 40 เมตร/วินาที ไปทางเหนือ 4. 40 เมตร/วินาที ไปทางใต้

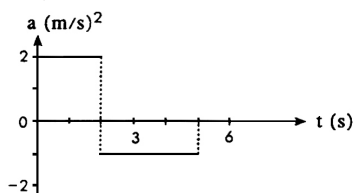
วิเคราะห์โจทย์

$u = 20 \text{ m/s}$, $a = -5 \text{ m/s}^2$, $t = 4 \text{ s}$ ต้องการหา v

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad v &= u + at \\ &= 20 + (-5) 4 \\ \therefore v &= 0 \end{aligned}$$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 1

29. วัตถุอันหนึ่งเคลื่อนที่จากนิ่งด้วยความเร่ง a ที่เวลา t ดังได้แสดงในรูป จงหาความเร็วของวัตถุที่เวลา 5 วินาที



1. 2 m/s
2. 1 m/s
3. 0 m/s
4. -1 m/s

วิเคราะห์โจทย์

จากกราฟพบว่า วัตถุเคลื่อนที่ 2 ช่วง ด้วยค่าความเร่งคงที่ต่างกัน ให้ v_t คือ ความเร็วที่เวลา t วินาที

$$\text{จากโจทย์} \quad v_0 = 0$$

พิจารณาในช่วง 2 วินาทีแรก

$$\begin{aligned} v_2 &= v_0 + at = 0 + 2(2) \\ v_2 &= 4 \text{ m/s} \end{aligned}$$

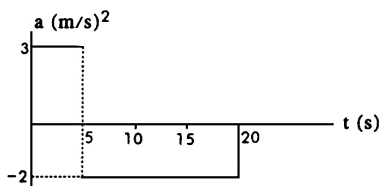
พิจารณาในช่วงวินาทีที่ 2 ถึง 5

$$\begin{aligned} v_5 &= v_2 + at = 4 + (-1)(3) \\ \therefore v_5 &= 1 \text{ m/s} \end{aligned}$$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 2



30. วัตถุเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงด้วยความเร่ง a ณ เวลา t ใดๆ ดังรูป โดยความเร่งที่มีทิศทางไปทางขวามีเครื่องหมายบวก ถ้าวัตถุมีความเร็วต้น 3.0 เมตร/วินาที วัตถุจะมีความเร็วเท่าใดที่วินาทีที่ 20



1. -12 m/s
2. $+12$ m/s
3. -15 m/s
4. $+15$ m/s

วิเคราะห์โจทย์

คล้ายข้อ 29 แต่อาจทำได้อีกวิธีหนึ่ง

เมื่อรู้กราฟ $a, t, u = 3$ m/s ต้องการหา v_{20}

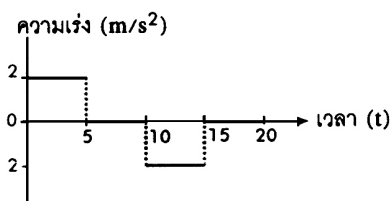
จาก $v = u + at$ หรือ $= u + \text{พื้นที่ใต้กราฟ}$

ได้ว่า $v_{20} = 3 + [(3 \times 5) + (-2 \times 15)]$

$$\therefore v_{20} = -12 \text{ m/s}$$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 1

31. จากการทดลองการเคลื่อนที่ของวัตถุ พบว่าความเร่งของวัตถุมีค่าแปรไปตามเวลาดังลักษณะที่แสดงไว้ในรูปกราฟ ถ้าหากวัตถุนี้เริ่มต้นเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่ากับศูนย์ไปทางขวามือ แสดงว่าตลอดระยะเวลา 20 วินาที การขจัดของวัตถุนี้มีค่าเป็นเท่าใด (ค่าบวกในกราฟสำหรับทิศไปทางขวามือ)



1. 100 เมตรไปทางขวามือ
2. 125 เมตรไปทางซ้ายมือ
3. 75 เมตรไปทางขวามือ
4. 75 เมตรไปทางซ้ายมือ
5. 125 เมตรไปทางขวามือ

วิเคราะห์โจทย์

ต้องการหา S ต้องเปลี่ยนกราฟ a, t ให้เป็นกราฟ v, t ก่อน โดยหา v_5, v_{10}, v_{15} และ v_{20} เมื่อ $u = 0$

$$v = u + at$$

$$v_5 = 0 + 2(5) = 10 \text{ m/s}$$

$$v_{10} = 10 + 0(5) = 10 \text{ m/s}$$

$$v_{15} = 10 + (-2)5 = 0 \text{ m/s}$$

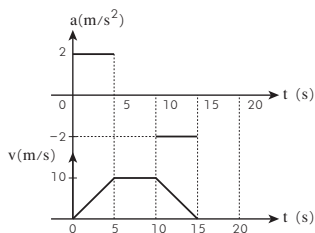
$$v_{20} = 0 + 0 = 0 \text{ m/s}$$

จากกราฟ v, t หา S ได้จากพื้นที่ใต้กราฟ

$$S = \text{พื้นที่ใต้กราฟ} = \frac{1}{2}(15 + 5)10$$

$$\therefore S = 100 \text{ m (ไปทางขวา)}$$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 1



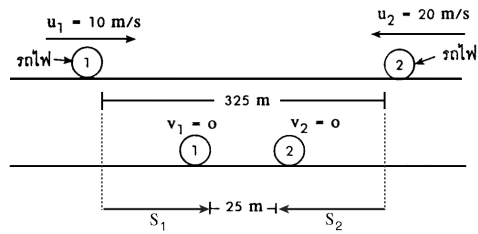
32. รถไฟ 2 ขบวน วิ่งเข้าหากันโดยวิ่งในรางเดียวกัน รถขบวนที่ 1 วิ่งด้วยความเร็ว 10 เมตร/วินาที ส่วนรถขบวนที่ 2 วิ่งด้วยความเร็ว 20 เมตร/วินาที ขณะที่อยู่ห่างกัน 325 เมตร รถไฟทั้ง 2 ขบวนต่างเบรกรถและหยุดได้พอดีพร้อมกันโดยอยู่ห่างกัน 25 เมตร เวลาที่รถทั้งสองใช้เป็นเท่าใด

1. 10 วินาที
2. 15 วินาที
3. 20 วินาที
4. 25 วินาที



วิเคราะห์โจทย์

วาดรูปแสดงตำแหน่งของรถไฟทั้งสองขบวน



1. สมมติหลังจากเบรกจนหยุดแล้ว รถไฟทั้งสองเคลื่อนที่ได้ทาง S_1 และ S_2 ตามลำดับ
2. เวลาที่รถทั้งสองใช้ตั้งแต่เริ่มเบรก จนหยุดเท่ากัน เท่ากับ t

$$\begin{aligned} \text{จาก } S &= \left(\frac{u + v}{2} \right) t \\ \text{รถขบวนที่ 1} \\ S_1 &= \left(\frac{u_1 + v_1}{2} \right) t \\ &= \left(\frac{10 + 0}{2} \right) t \\ &= 5t \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{รถขบวนที่ 2} \\ S_2 &= \left(\frac{u_2 + v_2}{2} \right) t \\ &= \left(\frac{20 + 0}{2} \right) t \\ &= 10t \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$\text{จากโจทย์ } S_1 + S_2 = 325 - 25 = 300 \text{ เมตร}$$

และจาก $\textcircled{1} + \textcircled{2}$

$$S_1 + S_2 = 5t + 10t$$

$$300 = 15t$$

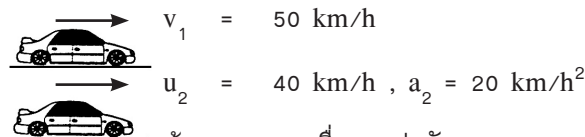
$$t = \frac{300}{15} = 20 \text{ วินาที} \quad \text{คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 3}$$

33. รถยนต์คันหนึ่งกำลังเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงตัว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ต่อมารถยนต์คันนี้วิ่งผ่านรถยนต์อีกคันหนึ่ง วิ่งหนีไปทางเดียวกันด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และมีอัตราเร่งคงตัว 20 กิโลเมตรต่อ(ชั่วโมง)² อีกนานเท่าใดรถยนต์ทั้งสองคันจะมาพบกันอีกครั้ง

1. ไม่มีทางเจอกันอีก 2. 1 ชั่วโมง 3. 2 ชั่วโมง 4. 3 ชั่วโมง

วิเคราะห์โจทย์

วาดรูปแสดงการเคลื่อนที่รถยนต์ ทั้งสองคัน

ต้องการหา t เมื่อ s เท่ากัน

$$\text{จาก } s_1 = s_2$$

$$v_1 t = u_2 t + \frac{1}{2} a_2 t^2$$



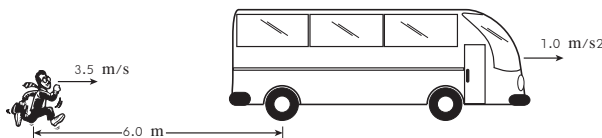
$$50 t = 40 t + \frac{1}{2} (20) t^2$$

$$10 t = 10 t^2$$

$$\therefore t = 1 \text{ h}$$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 2

34. รถบัสกำลังเคลื่อนออกจากป้ายด้วยความเร่ง 1.0 m/s^2 ชายผู้หนึ่งวิ่งไล่กวอดรถบัสจากรยะห่าง 6.0 m ด้วยความเร็วคงที่ 3.5 m/s จะต้องไล่กวอดนานกี่วินาทีจึงทันรถบัส



1. 2.0

2. 3.0

3. 5.0

4. 6.0

วิเคราะห์โจทย์

เมื่อรู้ $u_r = 0$, $a_r = 1 \text{ m/s}^2$, $s_r = s$, $v_{\text{คน}} = 3.5 \text{ m/s}$ $s_{\text{คน}} = s + 6$, $t_r = t_{\text{คน}} = t$
ต้องการหา t

$$\text{จาก } S_{\text{คน}} = S + 6$$

$$v_{\text{คน}} \times t = (u_r t + \frac{1}{2} a_r t^2) + 6$$

$$3.5 t = 0 + \frac{1}{2} (1) t^2 + 6$$

$$t^2 - 7t + 12 = 0$$

$$(t-3)(t-4) = 0$$

$$\therefore t = 3, 4 \text{ s}$$

เมื่อเวลาผ่านไป 3 วินาที ชายผู้หนึ่งวิ่งทันรถบัส และ แชนรถบัสไป
แล้วรถบัสวิ่งมาทันชายผู้หนึ่ง เมื่อเวลาผ่านไป 4 วินาที

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 2

35. จุด A กับจุด B อยู่ห่างกัน 75 เมตร ถ้าให้รถยนต์แล่นจากจุด A ไปจุด B จะต้องใช้เวลาเท่าใด โดยที่เริ่มต้นแล่นจาก A ด้วยความเร่งคงที่ 1 เมตร/วินาที^2 ได้ระยะหนึ่งก็เบรกรถยนต์ด้วยความหน่วงคงที่ 2 เมตร/วินาที^2 ให้รถยนต์หยุดนิ่งที่จุด B พอดี

1. 12.5 s

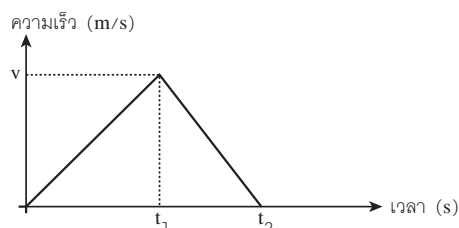
2. 15.0 s

3. 17.5 s

4. 20.0 s

วิเคราะห์โจทย์

เขียนกราฟระหว่าง v , t แสดงการเคลื่อนที่ของรถยนต์



สมมติให้รถยนต์เริ่มเคลื่อนที่ออกจากจุด A มีความเร็วต้น (u) = 0 และมีความเร่งคงที่ (a) = 1 m/s^2 จนกระทั่งมีความเร็ว v เมื่อเวลา t_1 หลังจากนั้นรถยนต์เคลื่อนที่ต่อไปด้วยความหน่วงคงที่ $a = -2 \text{ m/s}^2$ และไปหยุดที่จุด B เมื่อเวลา t_2 พอดี โดย A และ B ห่างกัน 75 m



ความชันของกราฟระหว่าง v กับ t คือ ค่าความเร่ง (a)

พิจารณา ($0 \rightarrow t_1$) ; $\frac{v}{t_1} = 1$

$$v = t_1 \quad \dots \textcircled{1}$$

พิจารณา ($t_1 \rightarrow t_2$) ; $\frac{v}{t_2 - t_1} = 2$

$$\frac{v}{v_1} = 2t_2 - 2t_1 \quad \dots \textcircled{2}$$

พื้นที่ใต้กราฟระหว่าง v กับ t คือ ระยะห่างจาก A ถึง B

ได้ว่า $\frac{1}{2} vt_2 = 75 \quad \dots \textcircled{3}$

แทนค่า t_1 ใน (2) ; $v = 2t_2 - 2v$

$$t_2 = \frac{3}{2} v \quad \dots \textcircled{4}$$

แทนค่า t_2 ใน (3) ; $\frac{1}{2} v \left(\frac{3}{2} v \right) = 75$

$$v^2 = 75 \times \frac{4}{3}$$

$$v = 10 \text{ m/s}$$

แทนค่า v ใน (4) ; $t_2 = \frac{3}{2} \times 10$

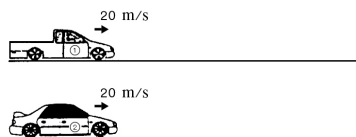
$$t_2 = 15 \text{ s}$$

ดังนั้น รถยนต์แล่นจาก A ไป B ใช้เวลา 15 วินาที

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 2

36. รถยนต์ 2 คันวิ่งคู่กันมาด้วยความเร็ว 20 เมตร/วินาทีเท่ากัน คนขับรถคันหนึ่งลดความเร็วลงด้วยความเร่ง -2 เมตร/วินาที² แล้วหยุดเป็นเวลา 40 วินาที จากนั้นจึงออกรถด้วยความเร่ง 2 เมตร/วินาที² จนมีความเร็ว 20 เมตร/วินาทีเท่าเดิม อยากทราบว่าขณะนี้รถทั้งสองคันอยู่ห่างกันกี่เมตร

วิเคราะห์โจทย์



วาดรูปแสดงการเคลื่อนที่ของรถยนต์ 2 คัน

ต้องหาเวลาจากรถคันที่ 1

ตอนแรกและตอนที่สาม

หา t_1, S_1 เมื่อรู้ $u = 20 \text{ m/s}, a = -2 \text{ m/s}^2, v = 0$

จาก $v = u + at$

$$0 = 20 + (-2)t$$

$$\therefore t_1 = 10 \text{ s}$$

จาก $S = \left(\frac{u + v}{2} \right) t$

$$= \left(\frac{20 + 0}{2} \right) 10$$

$$\therefore s_1 = 100 \text{ m}$$

หา t_3, S_3 เมื่อรู้ $u = 0, a = 2 \text{ m/s}^2, v = 20 \text{ m/s}$

จาก $v = u + at$

$$20 = 0 + 2(t)$$

$$\therefore t_3 = 10 \text{ s}$$

จาก $S = \left(\frac{u + v}{2} \right) t$

$$= \left(\frac{0 + 20}{2} \right) 10$$

$$\therefore s_3 = 100 \text{ m}$$

หา S คัน (1)

$$S = 100 + 100 = 200 \text{ m}$$

หา S คัน (2) เมื่อรู้ $v = 20 \text{ m/s}, t = 10 + 40 + 10 = 60 \text{ s}$

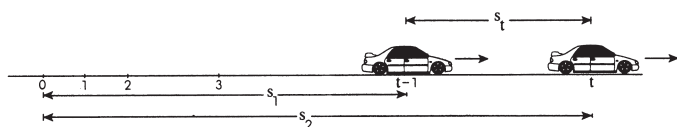
$$S = v \times t = 20 \times 60 = 1200 \text{ m}$$

$$\therefore \text{รถทั้งสองคันอยู่ห่างกัน} = 1,200 - 200 = 1,000 \text{ m}$$



2.15 ระยะทางในช่วงวินาทีหนึ่งวินาทีใด

ระยะทางในวินาทีหนึ่งวินาทีใด หมายถึง ระยะทางในช่วงเวลา 1 วินาที ณ วินาทีนั้นๆ เช่น ระยะทางในวินาทีที่ t คือ ระยะทางจากวินาทีที่ $(t - 1)$ ถึง วินาทีที่ t (S_t)



ได้ว่า

$$S_t = u + \frac{a}{2} (2t - 1)$$

37. วัตถุหนึ่งเริ่มเคลื่อนที่จากจุดหยุดนิ่ง ด้วยความเร่งคงที่ปรากฏว่าในวินาทีที่ 15 วัตถุเคลื่อนที่ได้ทาง 58 เมตร จงหาความเร่งของวัตถุ

วิเคราะห์โจทย์ เมื่อรู้ $u = 0$, $t = 15$ s, $S_{15} = 58$ m

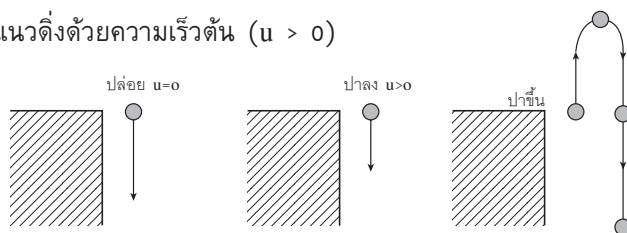
$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad S_t &= u + \frac{a}{2} (2t - 1) \\ 58 &= 0 + \frac{a}{2} [(2 \times 15) - 1] \\ 58 &= \frac{29a}{2} \\ \therefore a &= 4 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความเร่งของวัตถุเท่ากับ 4 เมตร/วินาที²

2.16 การคำนวณการเคลื่อนที่ของวัตถุภายใต้แรงดึงดูดของโลก

การเคลื่อนที่ในแนวตั้งภายใต้แรงดึงดูดของโลก คือ การเคลื่อนที่อย่างอิสระของวัตถุโดยมีความเร่งที่เท่ากับความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก (g) มีทิศทางพุ่งลงสู่จุดศูนย์กลางของโลกมีค่าประมาณ 9.8 หรือ 10 เมตร/วินาที² ลักษณะของการเคลื่อนที่มี 3 ลักษณะ

1. ปลอยลงในแนวตั้งด้วยความเร็วต้นเท่ากับศูนย์ ($u = 0$)
2. ปาลงในแนวตั้งด้วยความเร็วต้น ($u > 0$)
3. ปาขึ้นในแนวตั้งด้วยความเร็วต้น ($u > 0$)

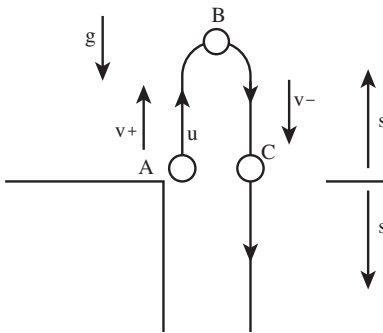


สมการสำหรับการคำนวณ

ลักษณะที่ 1 และ 2 วัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงด้วยความเร่ง (g) คงที่ ใช้สูตรคำนวณคือ

$$\begin{aligned} v &= u + at & s &= ut + \frac{1}{2} at^2 \\ s &= vt - \frac{1}{2} at^2 & s &= \left(\frac{u + v}{2} \right) t \\ v^2 &= u^2 + 2as \end{aligned}$$

เมื่อ $a = g$ และทุกปริมาณเป็นบวกหมด เพราะมีทิศทางเดียวกัน

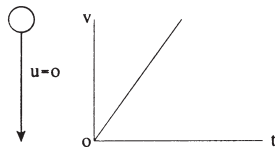


ส่วนลักษณะที่ 3 วัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง แต่มี 2 ทิศทางคือ ขึ้นและลง ดังนั้นปริมาณเวกเตอร์ต่างๆ ต้องกำหนดทิศทางโดยใช้ เครื่องหมายบวก (+) และลบ (-)

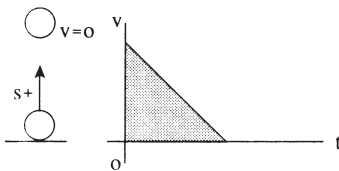
เงื่อนไขการกำหนดทิศทางของปริมาณต่างๆ

1. u มีค่าเป็นบวก (+) เสมอ
2. v มีค่าเป็น (+) เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ขึ้นจาก A ไป B
 v มีค่าเป็นลบ (-) เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ลงจาก B ไป C ไป D
 v มีค่าเป็นศูนย์ (0) เมื่อวัตถุอยู่ที่จุดสูงสุด B
3. S มีค่าเป็นบวก (+) เมื่อ วัตถุอยู่เหนือจุดเริ่มต้น (A)
 S มีค่าเป็นลบ (-) เมื่อ วัตถุอยู่ต่ำกว่าจุดเริ่มต้น (A)
 S มีค่าเป็นศูนย์ (0) เมื่อวัตถุอยู่ในระดับเดียวกับจุดเริ่มต้น
4. a มีค่าเป็น $-g$ เสมอ ถ้าเมื่อเริ่มต้นวัตถุเคลื่อนที่ขึ้นในแนวตั้ง

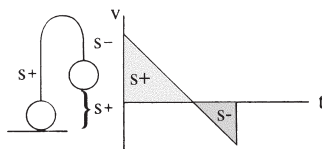
กราฟเมื่อวัตถุขึ้นลงในแนวดิ่ง



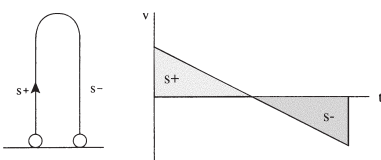
- * การปล่อยวัตถุลงมา ความเร็วจะมากขึ้น เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น



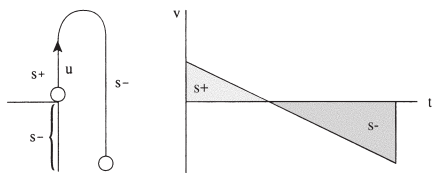
- * การขว้างวัตถุขึ้นไป ความเร็วจะน้อยลง เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น กราฟจึงตกลงมา



- * เมื่อขึ้นไปสูงสุด แล้วย้อนตกลงมา ความเร็วจะเป็นลบ การกระจัดของวัตถุ หาได้จากพื้นที่ใต้กราฟ

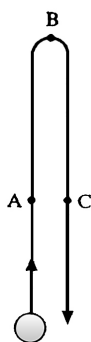


- * ถ้าย้อนกลับลงมา ถึงที่เดิมพอดี จะได้การกระจัดลัพธ์เป็นศูนย์การกระจัดลบจะเท่ากับการกระจัดบวก



* ถ้าย้อนกลับลงมา ต่ำกว่าจุดเริ่มต้น การกระจัดลบ จะมากกว่าการกระจัดบวก ดังรูป

38. โยนวัตถุก้อนหนึ่งขึ้นไปในแนวดิ่งโดยวัตถุขึ้นถึงจุดสูงสุดที่ B, ถ้า A และ C เป็นจุดที่ยังอยู่ในระดับเดียวกันดังรูป เมื่อไม่คิดผลของแรงต้านอากาศ ข้อต่อไปนี้ข้อใดถูก



1. ที่จุด B วัตถุมีความเร็วและความเร่งเป็นศูนย์
2. ที่จุด A และ C วัตถุมีความเร็วเท่ากัน
3. ที่จุด A และ C วัตถุมีความเร่งขนาดเท่ากัน แต่ทิศ ทางตรงกันข้าม
4. ที่จุด A, B และ C วัตถุมีความเร่งเท่ากัน ทั้งขนาด และทิศทาง

วิเคราะห์โจทย์ พิจารณาที่ละตัวเลือก

1. ที่จุด B (จุดสูงสุด) ความเร็วมีค่าเป็นศูนย์แต่ความเร่งไม่เป็นศูนย์ ข้อ 1 ผิด
2. ที่จุด A และ C อยู่ระดับเดียวกันที่ A วัตถุ เคลื่อนที่ขึ้นส่วนที่ C วัตถุเคลื่อนที่ลงความเร็วจึง ไม่เท่ากัน ข้อ 2 ผิด
3. ที่จุด A, B และ C วัตถุมีความเร่งเท่ากัน ทั้งขนาดและทิศทางคือ g มีทิศลง ข้อ 3 ผิด ส่วน ข้อ 4 ถูก

คำตอบที่ถูกคือข้อ 4

39. ชายคนหนึ่งโยนเหรียญขึ้นไปในแนวดิ่งด้วยความเร็วต้น 10 เมตร/วินาที เป็นเวลานานเท่าใดเหรียญจึงจะตกลงมาถึงตำแหน่งเริ่มต้น

1. 1 s
2. 2 s
3. 3 s
4. 4 s

วิเคราะห์โจทย์

เมื่อรู้ $u = 10 \text{ m/s}$, $a = -10 \text{ m/s}^2$, $S = 0$ ต้องการหา t

$$\begin{aligned} \text{จาก } S &= ut + \frac{1}{2} at^2 \\ 0 &= 10t + \frac{1}{2} (-10) t^2 \\ 5t^2 &= 10t \\ \therefore t &= 2 \text{ s} \end{aligned}$$

คำตอบที่ถูกคือข้อ 2

40. เด็กคนหนึ่งโยนพวงกุญแจขึ้นไปในแนวดิ่งเพื่อให้เพื่อนที่อยู่บนระเบียงสูงขึ้นไปและพบว่า เพื่อนรับพวงกุญแจได้ในเวลา 2 วินาทีต่อมา ถ้าจุดที่รับสูงกว่าจุดที่โยน 4 เมตร พวงกุญแจถึงมือผู้รับด้วยความเร็วเท่าไร

1. 12 m/s ในทิศขึ้น
2. 12 m/s ในทิศลง
3. 8 m/s ในทิศขึ้น
4. 8 m/s ในทิศลง

วิเคราะห์โจทย์

เมื่อรู้ $t = 2 \text{ s}$, $S = 4 \text{ m}$, $a = -10 \text{ m/s}^2$ ต้องการหา v

$$\begin{aligned} S &= vt - \frac{1}{2} at^2 \\ 4 &= v(2) - \frac{1}{2} (-10) (2)^2 \\ \therefore v &= -8 \text{ m/s (ลง)} \end{aligned}$$

คำตอบที่ถูกคือข้อ 4



41. เด็กชายคนหนึ่งขว้างลูกบอลขึ้นไปในแนวตั้ง เมื่อลูกบอลขึ้นไปได้สูง 5 เมตร อัตราเร็วของลูกบอลเท่ากับ 10 เมตรต่อวินาที ในแนวนั้น อัตราเร็วเริ่มต้นและระยะสูงสุดที่ลูกบอลเคลื่อนที่ได้มีค่าเท่าใด

1. 10 m/s และ 10 m
2. $10\sqrt{2}$ m/s และ $10\sqrt{2}$ m
3. 10 m/s และ $10\sqrt{2}$ m
4. $10\sqrt{2}$ m/s และ 10 m

วิเคราะห์โจทย์

เมื่อรู้ $S = 5$ m, $v = 10$ m/s, $a = -10$ m/s² ต้องการหา u และ S เมื่อ $v = 0$

หา u ; จาก $v^2 = u^2 + 2aS$

$$(10)^2 = u^2 + 2(-10)5$$

$$\therefore u = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$$

หา S (เมื่อ $v = 0$, $u = 10\sqrt{2}$ m/s, $a = -10$ m/s²)

จาก $v^2 = u^2 + 2aS$

$$0 = (10\sqrt{2})^2 + 2(-10)S$$

$$\therefore S = 10 \text{ m}$$

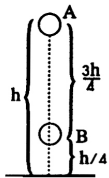
คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 4

42. ลูกบอลตกจากจุด A ซึ่งสูง h จากพื้น เมื่อผ่านจุด B ซึ่งสูง $\frac{h}{4}$ จากพื้น จะมีอัตราเร็วเท่าใด

1. $(\frac{gh}{2})^{\frac{1}{2}}$ m/s
2. $(gh)^{\frac{1}{2}}$ m/s
3. $(\frac{3gh}{2})^{\frac{1}{2}}$ m/s
4. $(2gh)^{\frac{1}{2}}$ m/s

วิเคราะห์โจทย์

เขียนรูป แสดงการตกของลูกบอล เมื่อรู้ $u = 0$, $a = g$, $S = \frac{3h}{4}$ ต้องการหา v



จาก $v^2 = u^2 + 2aS$

$$v^2 = 0 + 2g(\frac{3h}{4})$$

$$\therefore v = (\frac{3}{2}gh)^{\frac{1}{2}}$$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 3

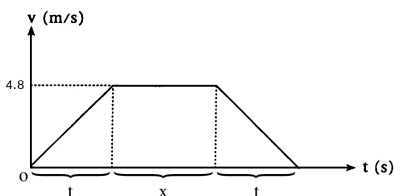
43. ลิฟต์เครื่องหนึ่งสามารถเคลื่อนที่ด้วยความเร่งในทิศขึ้นหรือลงได้เท่ากับ ± 1.2 เมตรต่อวินาที² และทำอัตราเร็วสูงสุดได้เท่ากับ 4.8 เมตรต่อวินาที ถ้าต้องการขนของจากชั้นล่างขึ้นไปยังชั้นที่ 16 ซึ่งมีความสูง 48 เมตร จงหาช่วงเวลาที่สั้นที่สุดในการขนของด้วยลิฟต์ตัวนี้

1. 14 s
2. 18 s
3. 21 s
4. 25 s

วิเคราะห์โจทย์

การแก้ปัญหาข้อนี้ควรเขียนกราฟระหว่าง v, t เพื่อแสดงการเคลื่อนที่ของลิฟต์

เมื่อรู้ $a_1 = 1.2$ m/s², $v_{\text{สูงสุด}} = 4.8$ m/s, $s = 48$ m



1. หา t

จาก $a = \text{slope}$

$$1.2 = \frac{4.8}{t}$$

$$t = 4 \text{ s}$$

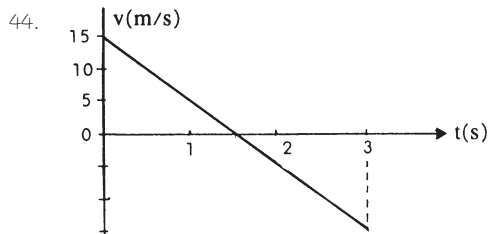
2. หา x

จาก $s = \text{พื้นที่ใต้กราฟ}$

$$48 = \frac{1}{2}(8 + 2x)4.8$$

$$x = 6 \text{ s}$$

$$\therefore \text{เวลาทั้งหมด} = 4 + 6 + 4 = 14 \text{ s} \quad \text{คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 1}$$



กราฟนี้เป็นกราฟความเร็วและเวลาของวัตถุที่ถูกโยนขึ้นไปตรงๆ ในแนวตั้งแล้วตกลงบนพื้นดิน วัตถุจะขึ้นถึงตำแหน่งสูงสุดเป็นระยะเท่าใด

1. 11.25 เมตร
2. 10.0 เมตร
3. 4.122 เมตร
4. 1.5 เมตร

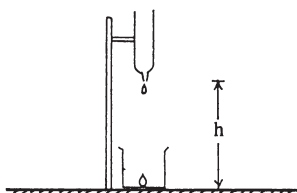
วิเคราะห์โจทย์

จากกราฟ v, t หาระยะสูงสุดจากพื้นที่ใต้กราฟเหนือแกน

$$\begin{aligned} \text{ระยะสูงสุด} &= \text{พื้นที่ใต้กราฟเหนือแกน} = \frac{1}{2} \times 1.5 \times 15 \\ \therefore \text{ระยะสูงสุด} &= 11.25 \text{ m} \end{aligned}$$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 1

45.



ในการปรับให้น้ำหยดจากปลายหลอดปิวเรีตซ์ชนิดที่หยดหนึ่งถึงพื้นอีกหยดหนึ่งถัดไปก็หยดออกทันที เมื่อปลายปิวเรีตซ์สูง (h) 50 เซนติเมตร หยดน้ำควรจะหยดกี่หยดต่อ 10 วินาที ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

1. 6 หยด
2. 20 หยด
3. 31 หยด
4. 49 หยด

วิเคราะห์โจทย์

สูตรที่จะคำนวณหาจำนวนหยดน้ำในเวลา 10 วินาที ไม่มีโดยตรง แต่เราสามารถหาเวลาที่หยดน้ำเคลื่อนที่ถึงพื้นได้ 1 หยด

จากโจทย์ รู้ $u = 0, a = 10 \text{ m/s}^2, S = 0.5 \text{ m}, t = ?$

$$\text{จาก } S = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$0.5 = 0 + \frac{1}{2} (10)t^2$$

$$t^2 = 0.1$$

$$t = \sqrt{0.1}$$

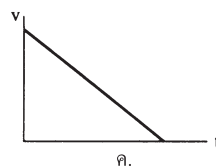
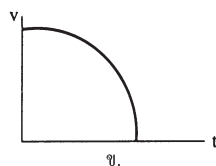
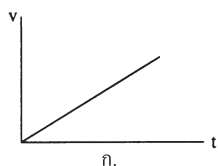
จะได้ว่า ในเวลา $\sqrt{0.1}$ วินาที มีหยดน้ำ หยดได้ 1 หยด

จะได้ว่า ในเวลา 10 วินาที มีหยดน้ำ หยดได้ $\frac{1 \times 10}{\sqrt{0.1}}$ หยด = 31.6 หยด

ดังนั้น ในเวลา 10 วินาที หยดน้ำควรจะหยดถึงพื้นได้ 31 หยด

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 3

46. จงพิจารณากราฟต่อไปนี้



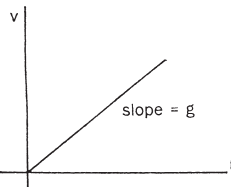
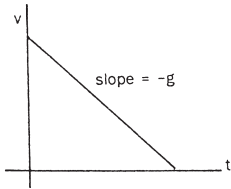
กรณีที่หนึ่ง มีการโยนวัตถุขึ้นไปในแนวตั้งจนวัตถุขึ้นไปถึงตำแหน่งสูงสุด

กรณีที่สอง มีการปล่อยวัตถุในแนวตั้งภายใต้แรงดึงดูดของโลก

1. กรณีที่หนึ่งกับ ก. กรณีที่สองกับ ข. 2. กรณีที่หนึ่งกับ ข. กรณีที่สองกับ ก.
3. กรณีที่หนึ่งกับ ข. กรณีที่สองกับ ค. 4. กรณีที่หนึ่งกับ ค. กรณีที่สองกับ ก.



วิเคราะห์โจทย์

เขียนกราฟระหว่าง v กับ t แสดงการเคลื่อนที่ของวัตถุตามกรณีที่หนึ่งและกรณีที่สอง

กรณีที่หนึ่ง โยนวัตถุขึ้นไปในแนวตั้งจนวัตถุขึ้นไปถึงตำแหน่งสูงสุดแสดงว่าเริ่มต้นวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วมากกว่าศูนย์และเมื่อเวลาผ่านไปความเร็วลดลงอย่างสม่ำเสมอ เพราะความเร่งคงที่และมีค่าเป็นลบ ($-g$) จนถึงจุดสูงสุดความเร็วมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งสอดคล้องกับกราฟ รูป ค.

กรณีที่สอง ปล่อยวัตถุตกในแนวตั้งภายใต้แรงดึงดูดของโลกแสดงว่าวัตถุมีความเร็วเริ่มต้นเป็นศูนย์ และเมื่อเวลาผ่านไปความเร็วเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอเพราะความเร่งคงที่และมีค่าเป็นบวก (g) ซึ่งสอดคล้องกับกราฟรูป ก.

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 4

47. ในขณะที่ถ่ายภาพยนต์ กล้องวิดีโอได้ถ่ายภาพการเคลื่อนที่ของกระถางที่ตกจากระเบียงของตึกสูงแห่งหนึ่ง ซึ่งพบว่ากระถางใช้เวลาในการเคลื่อนที่ผ่านหน้าต่างชั้นล่าง ซึ่งมีความสูง 1.5 เมตร ในเวลา 0.03 วินาที จงคำนวณว่าจุดที่กระถางเริ่มตกลงมา มีความสูงจากหน้าต่างชั้นล่างประมาณเท่าไร (ไม่คิดผลจากแรงต้านทานการเคลื่อนที่ของอากาศ)

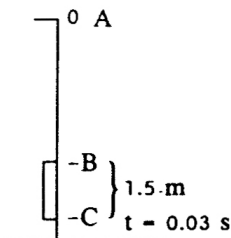
1. 50 m

2. 75 m

3. 100 m

4. 125 m

วิเคราะห์โจทย์

วาดรูป การเคลื่อนที่ของวัตถุ เมื่อรู้ $u = 0$, $a = 10 \text{ m/s}^2$, $S_{BC} = 1.5 \text{ m}$, $t_{BC} = 0.03 \text{ s}$ หา v_B ก่อน

$$\text{จาก } S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$1.5 = u(0.03) + \frac{1}{2}(10)(0.03)^2$$

$$u \text{ หรือ } v_B = 49.85 \text{ m}$$

หา S_{AB}

$$\text{จาก } v^2 = u^2 + 2aS$$

$$(49.85)^2 = 0 + 2(10)S$$

$$\therefore S = 124.25 \text{ m}$$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 4

48. ปล่อยลูกเหล็กกลมสูงจากพื้น h ลงบนพื้นทราย ลูกเหล็กจมลงในพื้นทราย L ถ้าคิดแรงต้านของทรายคงที่ เวลาที่ลูกเหล็กเคลื่อนที่ในทรายเป็นเท่าใด

1. $\frac{L}{\sqrt{gh}}$

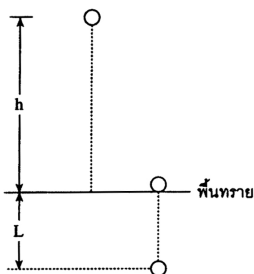
2. $\frac{2L}{\sqrt{gh}}$

3. $\frac{L}{2\sqrt{gh}}$

4. $L\sqrt{\frac{2}{gh}}$

วิเคราะห์โจทย์

เขียนรูป พร้อมรายละเอียด แล้วแยกพิจารณาการเคลื่อนที่ในอากาศกับในพื้นทราย

1. ในอากาศ รู้ $u_1 = 0$, $a_1 = g$, $S_1 = h$, $v_1 = u_2$ หา v_1 ก่อน

$$\text{จาก } v^2 = u^2 + 2aS$$

$$v^2 = 0 + 2gh$$

$$v_1 = \sqrt{2gh}$$



2. ในทราย รู้ $u_2 = v_1 = \sqrt{2gh}$, $v_2 = 0$, $S_2 = L$ หา t

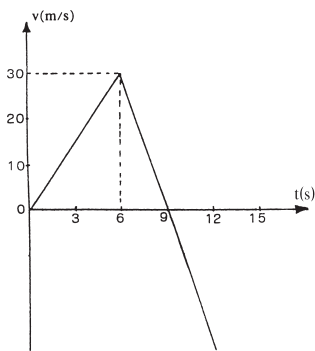
จาก $S = \left(\frac{u + v}{2} \right) t$

$L = \left(\frac{\sqrt{2gh} + 0}{2} \right) t$

$\therefore t = \frac{2L}{\sqrt{2gh}}$ หรือ $L\sqrt{\frac{2}{gh}}$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 4

49. สมมติว่ากราฟนี้แสดงความสัมพันธ์ของอัตราเร็วและเวลาในการเคลื่อนที่ของจรวดเครื่องหนึ่ง ซึ่งตกกลับมายังโลกหลังจากเชื้อเพลิงหมดระยะเวลานับจากจรวดขึ้นจากพื้นดินจนตกกลับถึงผิวโลกเป็นเวลาทั้งหมดกี่วินาที

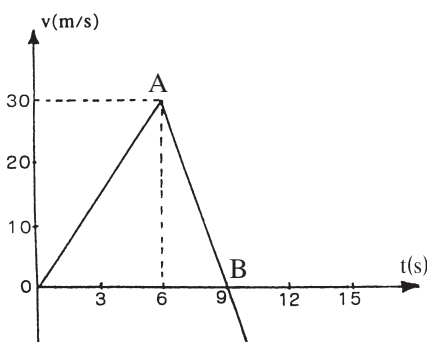


วิเคราะห์โจทย์

1. 9.0 วินาที
2. 11.2 วินาที
3. 14.0 วินาที
4. 14.2 วินาที

จากกราฟ v กับ t บอกให้รู้ถึง ลักษณะการเคลื่อนที่และตำแหน่งของจรวด ดังนี้

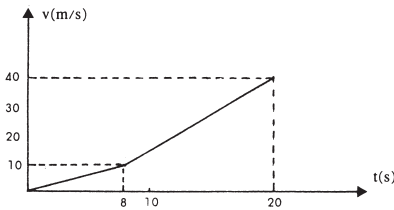
1. v มีค่าเป็นบวกแสดงว่า วัตถุกำลังเคลื่อนที่ขึ้น
 v มีค่าเป็นลบแสดงว่าวัตถุกำลังเคลื่อนที่ลง
2. พื้นที่ใต้กราฟเหนือแกน t บอกระยะทางของจรวดตอนขึ้น พื้นที่ใต้กราฟใต้แกน t บอกระยะทางของจรวดตอนลง



$$\begin{aligned}
 3. \quad \text{ระยะทางขาขึ้น} &= \text{ระยะทางขาลง} \\
 \text{ระยะทางขาขึ้น} &= \text{พท. } \Delta OAB \\
 &= \frac{1}{2} \times 9 \times 30 \\
 &= 135 \text{ m} \\
 \text{ระยะทางขาลง (S)} &= ut + \frac{1}{2} at^2 \\
 135 &= 0 + \frac{1}{2} (10) t^2 \\
 t^2 &= 27 \\
 t &= 3\sqrt{3} \\
 t_{\text{ลง}} &= 5.196 \text{ s}
 \end{aligned}$$

$\therefore$ ระยะเวลาที่จรวดใช้เคลื่อนที่ทั้งหมด = $9 + 5.196 = 14.196 \text{ s}$ คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 4

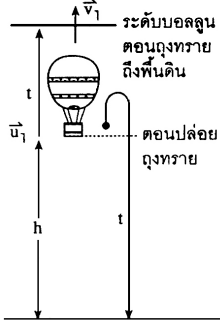
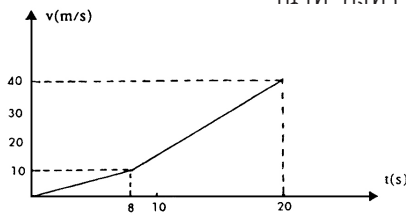
50. ปลอยลูกบอลลงที่มีถุงทรายสองถุงผูกติดกันอยู่ ลอยขึ้นจากพื้นดินในแนวตั้ง ปรากฏว่าเมื่อเวลาผ่านไป 8 วินาที ถุงทรายใบหนึ่งหลุดตกสู่พื้นดิน ถ้าบอลลงลอยขึ้นด้วยอัตราเร็วเปลี่ยนแปลงดังกราฟ (กำหนด $g = 10$ เมตร/วินาที²)



วิเคราะห์โจทย์

เขียนรูปแสดงการเคลื่อนที่ของลูกบอลและถุงทราย

เมื่อบอลล่นลอยสูงจากพื้นในเวลาวินาทีที่ 8 บอลล่นสูงจากพื้น h มีอัตราเร็ว 10 เมตร/วินาที ถุงทรายใบหนึ่งหลุดตงรูป ทำให้ความเร่งของบอลล่นเพิ่มขึ้น



ถามว่าขณะถุงทรายตกถึงพื้นดิน บอลล่นกำลังลอยขึ้นด้วยอัตราเร็วกี่เมตรต่อวินาที ?

1. 20
2. 25
3. 30
4. 35

หาความสูงของบอลล่นขณะปล่อยถุงทราย

จาก พื้นที่ใต้กราฟ 0 - 8 วินาที

= ความสูงของบอลล่นขณะปล่อยถุงทราย (h)ดังนั้น $h = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 = 40$ เมตร

หาเวลาที่ถุงทรายตกถึงพื้น

จาก $S = ut + \frac{1}{2} at^2$

$$-40 = 10t + \frac{1}{2} (-10)t^2$$

$$-40 = 10t - 5t^2$$

$$5t^2 - 10t - 40 = 0$$

$$t^2 - 2t - 8 = 0$$

$$(t - 4)(t + 2) = 0$$

$$t = 4 \text{ วินาที}$$

หาความเร่งของบอลล่นหลังจากปล่อยถุงทรายแล้ว

ความเร่งของบอลล่นหลังจากปล่อยถุงทรายแล้ว = ความชันของกราฟตั้งแต่วินาทีที่ออกไป

$$a = \frac{30}{12} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

หาความเร็วของบอลล่นขณะถุงทรายถึงพื้น

$$\text{จาก } v = u + at$$

$$v = 10 + (2.5)(4) = 20 \text{ m/s}$$

ดังนั้น ขณะถุงทรายตกถึงพื้นดิน บอลล่นกำลังลอยขึ้นด้วยอัตราเร็ว 20 เมตร/วินาที

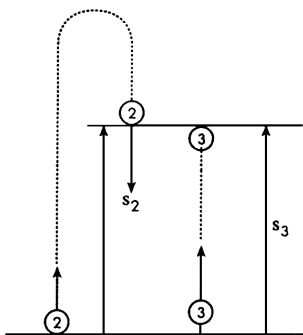
คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 1

51. ยิงกระสุนดิ่งขึ้นฟ้า 3 ลูกติดต่อกัน จากตำแหน่งเดียวกัน ด้วยอัตราเร็วต้น 10 เมตร/วินาที เท่ากัน และเว้นช่วงเวลาระหว่างลูกที่ติดกัน 1 วินาที ถามว่ากระสุนลูกที่ 2 และ 3 จะสวนกันที่ระยะสูงจากฐานยิงกี่เมตร

1. 1.25 เมตร
2. 3.75 เมตร
3. 5.00 เมตร
4. 6.50 เมตร

วิเคราะห์โจทย์

พิจารณาแนวการเคลื่อนที่ของลูกปืนลูกที่ 2 และ 3 จากรูป กระสุนลูกที่ 2 และ 3 จะสวนกันเมื่อกระสุนลูกที่ 2 กำลังลง ส่วนลูกที่ 3 กำลังขึ้น ขณะสวนทางกัน สิ่งทีกระสุนทั้งสองลูกเท่ากันคือ การกระจัดจากพื้น ส่วนเวลาทั้งสองลูกต่างกัน 1 วินาที ถ้าให้ลูกที่ 2 ใช้เวลา t ลูกที่ 3 ใช้เวลา $t - 1$



$$\text{จาก } S = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$\begin{aligned} S_2 &= 10t + \frac{1}{2} (-10) t^2 \\ &= 10t - 5t^2 \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_3 &= 10(t - 1) + \frac{1}{2} (-10) (t - 1)^2 \\ &= 10t - 10 - 5(t^2 - 2t + 1) \\ &= 10t - 10 - 5t^2 + 10t - 5 \\ &= 20t - 5t^2 - 15 \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_2 &= S_3 \\ 10t - 5t^2 &= 20t - 5t^2 - 15 \\ 10t &= 15 \\ t &= 1.5 \text{ วินาที} \end{aligned}$$

$$\text{แทนค่า } t \text{ ใน (1) } S_2 = 10(1.5) - 5(1.5)^2 = 3.75 \text{ เมตร}$$

ดังนั้น กระสุนลูกที่ 2 และ 3 จะสวนกันที่ระยะสูงจากฐานยิง 3.75 เมตร คำตอบที่ถูกคือข้อ 2

2.17 ความเร็วสัมพัทธ์ (Relative Velocity)

จากการศึกษาเรื่องการบอกตำแหน่งของวัตถุในหัวข้อ 2.4 ต้องเปรียบเทียบกับจุดอ้างอิง หรือแกนอ้างอิง ซึ่งเรียกว่า ระบบโคออร์ดิเนตอ้างอิง ในธรรมชาติรอบๆ ตัว เราพบว่า ผู้สังเกตกับผู้ถูกสังเกต ต่างใช้ระบบโคออร์ดิเนตของตนเองและมีการเคลื่อนที่สัมพัทธ์กัน กล่าวคือ ระบบหนึ่งมีความเร็วเมื่อเทียบกับอีกระบบหนึ่งทั้งๆ ที่ระบบนั้นมีความเร็วเป็นศูนย์หรือหยุดนิ่ง เมื่อเทียบกับระบบโคออร์ดิเนตของตนเอง เช่น ต้นไม้ที่อยู่ข้างทางจะอยู่นิ่งเมื่อเทียบกับระบบโคออร์ดิเนตของตนเองคือโลก แต่ถ้าเทียบกับคนซึ่งอยู่ในรถที่กำลังเคลื่อนที่จะเห็นต้นไม้ มีการเคลื่อนที่ เราอาจกล่าวได้ว่า **ต้นไม้มีความเร็วสัมพัทธ์กับคน** (ผู้สังเกต)

ดังนั้น วัตถุที่อยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ก็อาจมีความเร็วเปลี่ยนไป ถ้ามีการเปลี่ยนผู้สังเกต จึงพอสรุปได้ว่า **ความเร็วเป็นปริมาณสัมพัทธ์** (เปรียบเทียบกับผู้สังเกต)

สัญลักษณ์แสดงความเร็วสัมพัทธ์

ในการบอกความเร็วของวัตถุ หรือผู้ถูกสังเกตต้องบอกผู้สังเกตด้วย โดยใช้ตัวย่อหรือตัวอักษรตัวแรก (ซ้ายมือ) บอกชื่อวัตถุหรือผู้ถูกสังเกต อักษรตัวที่สอง (ขวามือ) บอกชื่อผู้สังเกตหรือสิ่งเปรียบเทียบ เช่น ความเร็วของวัตถุ A เทียบกับวัตถุ B หรือเรียกว่า ความเร็ว A สัมพัทธ์กับ B เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า $\vec{v}_{AB}$ และถ้าความเร็ว B สัมพัทธ์กับ A ก็เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า $\vec{v}_{BA}$ ดังรูป

$$\begin{array}{ccc} \vec{v}_A & \vec{v}_B = 0 & \vec{v}_{AB} \\ \textcircled{A} & \textcircled{B} & \leftarrow \textcircled{A} \end{array}$$

ได้ว่า

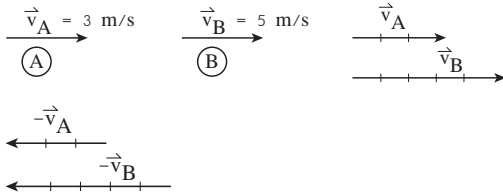
$$\vec{v}_{BA} = -\vec{v}_{AB}$$

หมายเหตุ ในการบอกความเร็วของวัตถุสัมพัทธ์กับโลก (E) อาจเขียนอักษรย่อตัวเดียวเฉพาะชื่อวัตถุ ก็ได้เช่น วัตถุ A มีความเร็ว v เทียบกับโลก เขียนได้ว่า

$$\vec{v}_{AE} \quad \text{หรือ} \quad \vec{v}_A$$



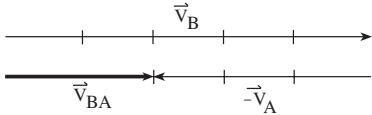
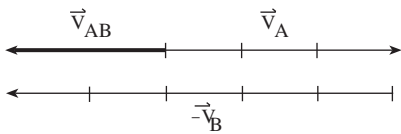
การหาความเร็วสัมพัทธ์ของวัตถุมีขั้นตอนดังนี้



1. เขียนเวกเตอร์ แสดงความเร็วของวัตถุ หรือสิ่งที่ถูกสังเกตและความเร็วของผู้สังเกต

2. เขียนเวกเตอร์ แสดงความเร็วตรงข้ามกับผู้สังเกต

3. ความเร็วสัมพัทธ์ หาได้จาก ผลบวกของความเร็วของวัตถุกับความเร็วกลับทิศของผู้สังเกต เช่น



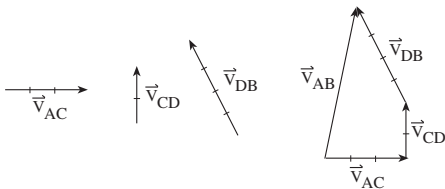
$\vec{v}_{AB}$ คือ ความเร็วของวัตถุ A (ผู้ถูกสังเกต) เทียบกับวัตถุ B (ผู้สังเกต)

$$\begin{aligned}\vec{v}_{AB} &= \vec{v}_A + (-\vec{v}_B) \\ &= -3 + (-5) \\ \vec{v}_{AB} &= -2 \text{ m/s}\end{aligned}$$

ถ้า $\vec{v}_{BA}$ คือ ความเร็วของวัตถุ B (ผู้ถูกสังเกต) เทียบกับวัตถุ A (ผู้สังเกต)

$$\begin{aligned}\vec{v}_{BA} &= \vec{v}_B + (-\vec{v}_A) \\ &= 5 + (-3) \\ \vec{v}_{BA} &= +2 \text{ m/s}\end{aligned}$$

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AC} + \vec{v}_{CD} + \vec{v}_{DB}$$

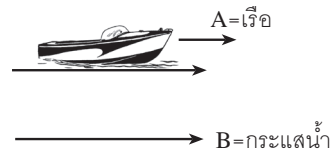
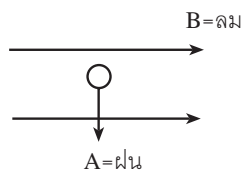
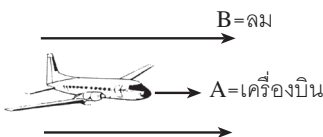


4. ในกรณีที่มีความเร็วสัมพัทธ์หลายปริมาณ การบวกต้องบวกอย่างเป็นระเบียบ ดังนี้

4.1 อักษรห้อยตัวหลังของพจน์หน้าตรงกับอักษรห้อยตัวหน้าของพจน์หลัง (C กับ C, D กับ D)

4.2 อักษรห้อยตัวหน้าของผลลัพธ์ตรงกับอักษรห้อยตัวหน้าของพจน์แรก (A กับ A) อักษรห้อยตัวหลังของผลลัพธ์ตรงกับอักษรห้อยตัวหลังของพจน์สุดท้าย (B กับ B)

5. ความเร็วของยานพาหนะ โดยทั่วไปจะบอกเป็นปริมาณสัมพัทธ์กับตัวกลางที่ยานพาหนะนั้นๆ เคลื่อนที่ เช่น ความเร็วของเครื่องบิน เป็นค่าสัมพัทธ์กับอากาศหรือลม ความเร็วของเรือเป็นค่าสัมพัทธ์กับกระแสน้ำ



E = โลก

ได้ว่า

$$\vec{v}_{AE} = \vec{v}_{AB} + \vec{v}_{BE}$$



52. วัตถุ A มีความเร็ว 20 เมตร/วินาที วัตถุ B มีความเร็ว 15 เมตร/วินาที เคลื่อนที่แนวเส้นตรง จงหาความเร็วของวัตถุ A สัมพัทธ์กับวัตถุ B เมื่อ

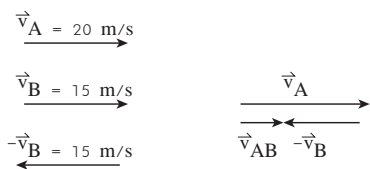
ก. วัตถุ A และ B เคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออกด้วยกัน

ข. วัตถุ A เคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออก ส่วนวัตถุ B เคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันตก

ค. วัตถุ A เคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออก ส่วนวัตถุ B เคลื่อนที่ไปทางทิศเหนือ

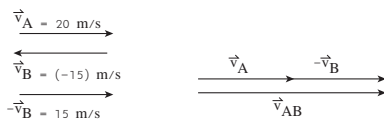
วิเคราะห์โจทย์

- เขียนเวกเตอร์ความเร็วตามโจทย์กำหนด
- กลับทิศความเร็วของผู้สังเกต
- หาความเร็วลัพธ์ของข้อ 1 และ 2 จะเป็นความเร็วสัมพัทธ์



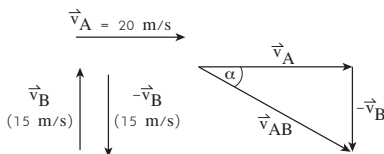
ก. จาก $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A + (-\vec{v}_B)$
 ได้ว่า $\vec{v}_{AB} = 20 - 15$
 $\therefore \vec{v}_{AB} = 5 \text{ m/s}$ (ทิศตะวันออก)

ดังนั้น ความเร็วของวัตถุ A สัมพัทธ์กับวัตถุ B เท่ากับ 5 เมตรต่อ วินาทีไปทางทิศตะวันออก



ข. จาก $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A + (-\vec{v}_B)$
 ได้ว่า $\vec{v}_{AB} = 20 + 15$
 $\therefore \vec{v}_{AB} = 35 \text{ m/s}$ (ทิศตะวันออก)

ดังนั้น ความเร็วของวัตถุ A สัมพัทธ์กับวัตถุ B เท่ากับ 35 เมตรต่อวินาที ไปทางทิศตะวันออก



ค. จาก $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A + (-\vec{v}_B)$
 ได้ว่า $|\vec{v}_{AB}| = \sqrt{v_A^2 + v_B^2}$
 $= \sqrt{(20)^2 + (15)^2}$
 $\therefore |\vec{v}_{AB}| = 25 \text{ m/s}$
 และ $\tan \alpha = \frac{v_B}{v_A} = \frac{15}{20}$
 $\therefore \alpha = \tan^{-1} \frac{3}{4}$ หรือ 37°

ดังนั้น ความเร็วของวัตถุ A สัมพัทธ์กับวัตถุ B

เท่ากับ 25 เมตรต่อวินาที มีทิศตะวันออกเฉียงไปทางใต้ 37° องศา

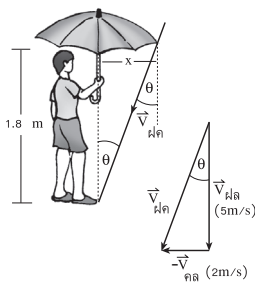
53. ชายคนหนึ่ง กำลังเดินกลางฝนด้วยความเร็ว 2.0 เมตร/วินาที โดยขอบร่มอยู่สูงจากพื้น 1.8 เมตร และฝนตกลงในแนวดิ่งด้วยความเร็ว 5.0 เมตร/วินาที ถ้าชายคนนั้นไม่ต้องการเปียกฝน เขาจะต้องยื่นขอบร่มให้ห่างจากตัวเขาอย่างน้อยเท่าไร

วิเคราะห์โจทย์

- ขอบร่มห้าน้อยที่สุด เม็ดฝนตกลงที่ปลายเท้าพอดี
- วาดรูปแสดงความเร็วของคนและฝน

กำหนดให้

ฝ = ฝน, ค = คน, ล = โลก



จากโจทย์

$$\vec{v}_{\text{ฝน}} = 5 \text{ m/s} \text{ ทิศ } \downarrow$$

$$\vec{v}_{\text{คน}} = 2 \text{ m/s} \text{ ทิศ } \rightarrow$$

$$\vec{v}_{\text{ผล}} = \vec{v}_{\text{ฝน}} + \vec{v}_{\text{คน}}$$

$$= \vec{v}_{\text{ฝน}} + (-\vec{v}_{\text{คน}})$$

$$\text{จาก } \tan \theta = \frac{v_{\text{คน}}}{v_{\text{ฝน}}} = \frac{x}{1.8}$$

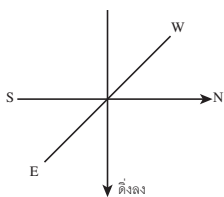
$$\frac{2}{5} = \frac{x}{1.8}$$

$$\therefore x = 0.72 \text{ m}$$

ดังนั้น เขาต้องยื่นขอบร่มให้ห่างจากตัวเขายอย่างน้อย 0.72 เมตร

54. รถยนต์แล่นด้วยความเร็ว 20 เมตร/วินาที ไปทางทิศเหนือ ขณะนั้นมีฝนตกลงในแนวตั้ง ซึ่งปรากฏว่า น้ำฝนตกกระทบทำมุม 60° กับแนวตั้ง จงหาอัตราเร็วของน้ำฝน

วิเคราะห์โจทย์



กำหนดให้ ร = รถยนต์, ฝน = น้ำฝน, ล = โลก

$$\text{เมื่อรู้ } \vec{v}_{\text{รถ}} = 20 \text{ m/s} \text{ ทิศ } \rightarrow (\text{เหนือ})$$

$$\vec{v}_{\text{ฝน}} = \text{ไม่รู้}$$

$$\vec{v}_{\text{ผล}} = \text{ต้องการหา}$$

$$\text{จาก } \vec{v}_{\text{ผล}} = \vec{v}_{\text{ฝน}} + \vec{v}_{\text{รถ}}$$

$$\text{ได้ว่า } \tan 60^\circ = \frac{v_{\text{รถ}}}{v_{\text{ฝน}}}$$

$$\sqrt{3} = \frac{20}{v_{\text{ฝน}}}$$

$$v_{\text{ฝน}} = \frac{20}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore v_{\text{ฝน}} = 11.55 \text{ m/s}$$

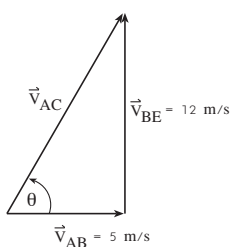
ดังนั้น อัตราเร็วของน้ำฝนเท่ากับ 11.55 เมตรต่อวินาที

55. เด็กคนหนึ่งขว้างวัตถุออกไปด้วยความเร็ว 5 เมตร/วินาที จากด้านข้างของรถบรรทุกในแนวระดับตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของรถบรรทุก ซึ่งกำลังแล่นด้วยความเร็ว 12 เมตร/วินาที จงหาความเร็วของวัตถุ และทิศทางการเคลื่อนที่

ก. เมื่อเทียบกับผู้สังเกตที่ยืนอยู่ข้างถนน

ข. เมื่อเทียบกับผู้สังเกตที่นั่งอยู่บนรถบรรทุกด้วยกัน

วิเคราะห์โจทย์



1. เขียนเวกเตอร์แสดงทิศทางความเร็วของวัตถุและรถบรรทุก พร้อมทั้งกำหนดสัญลักษณ์

2. วาดรูป หาความเร็วสัมพัทธ์ตามหลักการหาความเร็วสัมพัทธ์

กำหนดให้

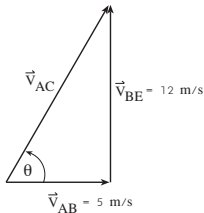
A = วัตถุ, B = รถบรรทุก,

C = ผู้สังเกตบนถนน, D = ผู้สังเกตบนรถบรรทุก,

E = โลก



จากโจทย์ $\vec{v}_{BE} = 12 \text{ m/s}$ ทิศ $\uparrow$, $\vec{v}_{CE} = 0$
 $\vec{v}_{AB} = 5 \text{ m/s}$ ทิศ $\rightarrow$ $\rightarrow \vec{v}_{CE} = \vec{v}_{EC} = 12 \text{ m/s} \uparrow$
 ต้องการหา $\vec{v}_{AC}$ และ $\vec{v}_{AD}$



ก. จาก $\vec{v}_{AC} = \vec{v}_{AB} + \vec{v}_{BE} + \vec{v}_{EC}$

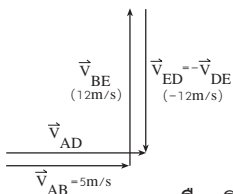
$$v_{AC} = \sqrt{(5)^2 + (12)^2}$$

$$v_{AC} = 13 \text{ m/s}$$

$$\text{และ } \tan \theta = \frac{12}{5}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \frac{12}{5} = 67.38^\circ$$

ดังนั้น ผู้สังเกตที่ยืนข้างถนนจะเห็นวัตถุมีความเร็ว 13 เมตรต่อวินาที เอียงไปทางด้านหน้ารถทำมุม 67.38° กับแนวขั้ว



ข. จาก $\vec{v}_{AD} = \vec{v}_{AB} + \vec{v}_{BE} + \vec{v}_{ED}$

$$\therefore \vec{v}_{AD} = \vec{v}_{AB}$$

$$v_{AD} = 5 \text{ m/s} \text{ ทิศตั้งฉากกับรถบรรทุก}$$

หรืออธิบายได้ว่า ผู้สังเกตบนรถ (D) และวัตถุ A มีระบบโคออร์ดิเนตอ้างอิงเดียวกันคือ รถบรรทุก ผู้สังเกตจะเห็นวัตถุมีความเร็วเท่ากับวัตถุจริงๆ คือ 5 m/s ในทิศตั้งฉากกับรถบรรทุก

56. A ยืนอยู่กลางสนามเห็น B เดินไปทางทิศตะวันออก และเห็น C เดินไปทางทิศตะวันตกเฉียงเหนือ ด้วยอัตราเร็วเท่ากับ B ถ้า B สังเกตดู C จะเห็น C เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าไร

วิเคราะห์โจทย์

1. วาดเวกเตอร์แสดงความเร็วของ B และ C เมื่อเทียบกับ A

2. เขียนสมการหา $\vec{v}_{CB}$

จากโจทย์ $\vec{v}_{BA} = v$ ทิศ $\rightarrow$ $\vec{v}_{CA} = v$ ทิศ $\nearrow 45^\circ$

หา v_{CB} จาก $\vec{v}_{CB} = \vec{v}_{CA} + \vec{v}_{AB} = \vec{v}_{CA} + (-\vec{v}_{BA})$

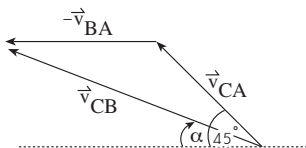
$$v_{CB} = \sqrt{v^2 + v^2 + 2v^2 \cos 45^\circ}$$

$$= \sqrt{v^2 (2 + \sqrt{2})}$$

$$\therefore v_{CB} = 1.85 v$$

$$\therefore \alpha = \frac{45}{2} = 22.5^\circ$$

ดังนั้น B สังเกตเห็น C เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $1.85 v$ ในทิศตะวันตกเฉียงเหนือ ทำมุม 22.5° กับทิศตะวันตก





57. เครื่องบินลำหนึ่งบินด้วยความเร็ว 300 เมตร/วินาที สัมพัทธ์กับอากาศและนักบิน ตั้งเข็มทิศชี้ไปทางทิศเหนือ ต่อมานักบินพบว่า เครื่องบินบินอยู่เหนือเมืองๆ หนึ่ง ซึ่งอยู่ในทิศทำมุม 10° กับทิศเหนือของสนามบินตอนต้น อยากรหาว่าระหว่างบินลมมีอัตราอย่างน้อยที่สุดเท่าใด ($\sin 10^\circ = 0.174$, $\cos 10^\circ = 0.985$, $\tan 10^\circ = 0.176$)

- วิเคราะห์โจทย์ 1. เขียนเวกเตอร์ แสดงความเร็วของเครื่องบินและลม
2. อัตราเร็วลมน้อยสุดต้องมีทิศตั้งฉากกับความเร็วของเครื่องบินสัมพัทธ์โลก

กำหนดให้ บ = เครื่องบิน, อ = อากาศ หรือลม, ล = โลก

จากโจทย์

$$\begin{aligned}\vec{v}_{\text{บอ}} &= 300 \text{ m/s} & \text{ทิศ } \uparrow \\ \vec{v}_{\text{บล}} &= \text{ต้องการหา} & \text{ทิศ } 10^\circ \\ \vec{v}_{\text{อล}} &= \text{ทิศตั้งฉากกับ } \vec{v}_{\text{บอ}}\end{aligned}$$

จาก $\vec{v}_{\text{บล}} = \vec{v}_{\text{บอ}} + \vec{v}_{\text{อล}}$

และ $\vec{v}_{\text{อล}} \perp \vec{v}_{\text{บล}}$

จาก $\sin 10^\circ = \frac{v_{\text{อล}}}{v_{\text{บอ}}}$

$$v_{\text{อล}} = 300 \sin 10^\circ = 300(0.174)$$

$$\therefore v_{\text{อล}} = 52.2 \text{ m/s}$$

ดังนั้น อัตราเร็วลมน้อยที่สุดมีค่า 52.2 เมตรต่อวินาที

58. น้ำในแม่น้ำไหลด้วยอัตราเร็ว 8 เมตร/วินาที ชายคนหนึ่งพายเรือด้วยอัตราเร็วในน้ำนิ่ง 6 เมตร/วินาที โดยตั้งหัวเรือไปยังฝั่งตรงข้าม

ก. เรือจะแล่นไปทางทิศใด

ข. ถ้าแม่น้ำกว้าง 900 เมตร เรือจะถึงฝั่งตรงข้าม ห่างจากจุดตั้งต้นเท่าใด (ตามแนวชายฝั่ง)

วิเคราะห์โจทย์ การแก้ปัญหาคล้ายข้อ 57

กำหนดให้ ร = เรือ, น = น้ำ, ล = โลก

(ก) จากโจทย์

$$\vec{v}_{\text{นล}} = 8 \text{ m/s} \quad \text{ทิศ } \rightarrow$$

$$\vec{v}_{\text{รล}} = 6 \text{ m/s} \quad \text{ทิศ } \uparrow$$

ต้องการหา $\vec{v}_{\text{รล}}$

จาก $\vec{v}_{\text{รล}} = \vec{v}_{\text{รน}} + \vec{v}_{\text{นล}}$

$$v_{\text{รล}} = \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$\frac{v_{\text{รล}}}{v_{\text{รล}}} = 10 \text{ m/s}$$

และ $\tan \theta = \frac{v_{\text{นล}}}{v_{\text{รล}}} = \frac{8}{6}$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{4}{3} \text{ หรือ } 53^\circ$$

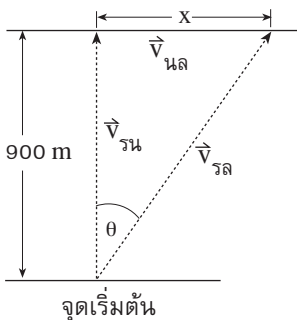
ดังนั้น เรือจะแล่นในทิศทำมุม 53° กับแนวตรงข้ามจุดเริ่มต้น ด้วยอัตราเร็ว 10 เมตรต่อวินาที

(ข) หา x ; จาก $\tan \theta = \frac{x}{900}$

$$\frac{4}{3} = \frac{x}{900}$$

$$\therefore x = 1,200 \text{ m}$$

ดังนั้น เรือจะถึงฝั่งตรงข้ามห่างจากจุดเริ่มต้น 1,200 เมตร



บทที่ 3

แรง มวล และกฎการเคลื่อนที่

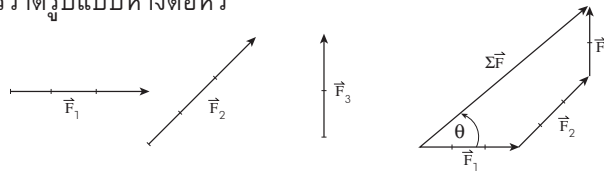
3.1

แรง (FORCE)

แรงเป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง จึงจัดแรงเป็นปริมาณเวกเตอร์หน่วยของแรงในระบบเอสไอเป็นนิวตัน (N) และสัญลักษณ์แทนแรงนิยมใช้ F หรือ $\vec{F}$

การหาแรงลัพธ์ (Resultant Force)

1. โดยวิธีการวาดรูปแบบหางต่อหัว

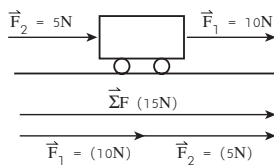


จากการวัดขนาดของแรงลัพธ์ ($\Sigma \vec{F}$) ได้ 6.5 หน่วย ทำมุม θ กับ $\vec{F}_1$

รูป 3.1 แสดงการหาแรงลัพธ์ ($\Sigma \vec{F}$) โดยวิธีการวาดรูปแบบหางต่อหัว

2. โดยวิธีการคำนวณ ใช้หาแรงลัพธ์ของแรงย่อยที่มี 2 แรง ซึ่งแบ่งได้ 3 ลักษณะ

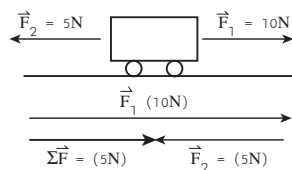
ก. แรงสองแรงไปทางเดียวกัน แรงลัพธ์มีขนาดเท่ากับผลบวกของแรงทั้งสอง ส่วนทิศทางของแรงลัพธ์ไปทางเดียวกับแรงทั้งสอง ดังรูป 3.2



$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ &= 10 + 5 \\ \therefore \Sigma \vec{F} &= 15 \text{ N (ไปทาง } \vec{F}_1, \vec{F}_2 \text{)}\end{aligned}$$

รูป 3.2 แสดงการหาแรงลัพธ์ของแรงย่อย 2 แรง ซึ่งมีทิศทางไปทางเดียวกัน

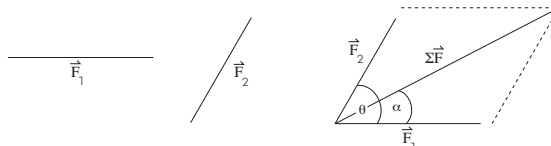
ข. แรงสองแรงสวนทางกัน แรงลัพธ์มีขนาดเท่ากับผลต่างของแรงทั้งสอง ทิศทางของแรงลัพธ์ไปทางแรงที่มีขนาดมาก ดังรูป 3.3



$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ \text{หรือ } |\Sigma \vec{F}| &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ &= 10 - 5 \\ &= 5 \text{ N (ไปทาง } \vec{F}_1 \text{)}\end{aligned}$$

รูป 3.3 แสดงการหาแรงลัพธ์ของแรงย่อย 2 แรง ซึ่งมีทิศทางตรงข้ามกัน

ค. แรงสองแรงทำมุม θ ต่อกัน ขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์หาได้จากการสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน และใช้สูตรคำนวณ ดังรูป 3.4



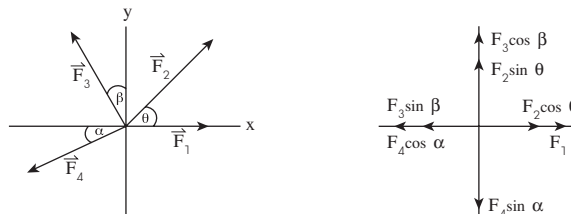
รูปที่ 3.4 แสดงการหาแรงลัพธ์ของแรงย่อย 2 แรงที่ทำมุม α ต่อกัน



$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta}$$

$$\tan\alpha = \frac{F_2\sin\theta}{F_1 + F_2\cos\theta}$$

3. การแยกเวกเตอร์ ใช้หาแรงลัพธ์เมื่อมีแรงย่อยมากกว่า 2 แรง โดยอาศัยการแยกเวกเตอร์มาแยกแรงเหล่านั้นให้อยู่บนแกน x และแกน y หรือแกนตั้งฉากใดๆ 2 แกน แล้วรวมแรงในแต่ละแกนให้เป็น แรงเดียว และนำแรงลัพธ์จากแกนทั้งสอง มาหาแรงลัพธ์สุดท้ายอีกครั้งหนึ่ง ดังรูป 3.5



รูป 3.5 แสดงการแยกแรงให้อยู่บนแกน x และแกน y เพื่อหาแรงลัพธ์

จากรูป 3.5 ให้ F_x เป็นแรงลัพธ์ทางแกน x (ขวา +, ซ้าย -)

F_y เป็นแรงลัพธ์ทางแกน y (ขึ้น +, ลง -)

$$\text{ได้ว่า } F_x = F_1 + F_2 \cos\theta - F_3 \sin\beta - F_4 \cos\alpha$$

$$F_y = F_2 \sin\theta + F_3 \cos\beta - F_4 \sin\alpha$$

$$\text{และ } \Sigma F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\tan\alpha = \frac{F_y}{F_x}$$

1. เมื่อแรงสองแรงทำมุมกันเป็นค่าต่างๆ ผลรวมของแรงมีค่าต่ำสุด 2 นิวตัน และมีค่าสูงสุด 14 นิวตัน ผลรวมของแรงทั้งสองเมื่อกระทำตั้งฉากกันจะมีค่าเท่าใด

1. 12 N

2. 10 N

3. $5\sqrt{2}$ N

4. 8 N

วิเคราะห์โจทย์

1. แรงลัพธ์ต่ำสุดเมื่อแรงสองแรง มีทิศตรงข้ามกัน
2. แรงลัพธ์สูงสุด เมื่อแรงสองแรง มีทิศเดียวกัน
3. ต้องการหาแรงลัพธ์ เมื่อแรงสองแรงตั้งฉากกัน ต้องหาแรงย่อยสองแรงก่อน

$$\text{จาก } 2 = A - B \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{และ } 14 = A + B \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \quad 16 = 2A$$

$$A = 8 \text{ N}$$

$$\text{และ } B = 6 \text{ N}$$

$$\text{เมื่อ } \vec{A} \perp \vec{B} ; \text{ จาก } R = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{8^2 + 6^2}$$

$$\therefore R = 10 \text{ N}$$

คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ 2



3.2 มวล (Mass)

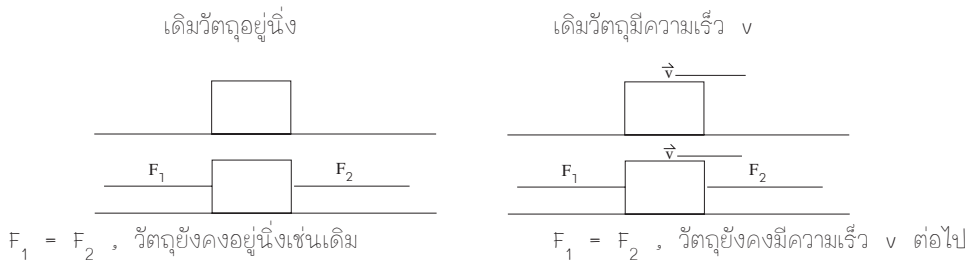
สมบัติของวัตถุที่ต้านต่อการเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้นเรียกว่า “ความเฉื่อย” (Inertia) และปริมาณที่บอกให้ทราบว่า วัตถุใดมีความเฉื่อยมากหรือน้อย ก็คือ มวลของวัตถุ

อาจสรุปได้ว่า มวลเป็นปริมาณที่บอกให้ทราบถึงการต้านการเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยวัตถุที่มีมวลมากจะมีการต้านการเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่มาก ส่วนวัตถุที่มีมวลน้อยจะมีการต้านการเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่น้อย

มวลเป็นปริมาณสเกลาร์ ใช้สัญลักษณ์โดยทั่วไปคือ “m” หน่วยของมวลใช้กิโลกรัม “kg”

3.3 กฎการเคลื่อนที่ข้อที่หนึ่งของนิวตัน

จากการศึกษาเกี่ยวกับแรงและสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ ดังรูป 3.6



รูป 3.6 แสดงสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ เมื่อแรงลัพธ์เป็นศูนย์

จากรูป 3.6 สรุปได้ว่า วัตถุที่อยู่นิ่ง ถ้าไม่มีแรงภายนอกอื่นใดมากระทำต่อวัตถุ หรือถ้ามีแรงภายนอกหลายแรงมากระทำต่อวัตถุ แต่แรงลัพธ์ของแรงภายนอกเหล่านั้นเป็นศูนย์แล้ววัตถุนั้นยังคงรักษาสภาพนิ่งไว้อย่างเดิม

จากการพิจารณาดังข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ถ้าแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ วัตถุจะไม่เปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่กล่าวคือ ถ้าเดิมวัตถุอยู่นิ่งก็จะอยู่นิ่งตลอดไป แต่ถ้าเดิมวัตถุกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วค่าหนึ่ง วัตถุนั้นก็จะยังคงเคลื่อนที่ต่อไปในแนวตรงตามทิศทางเดิมด้วยความเร็วคงตัวนั้นตลอดไป

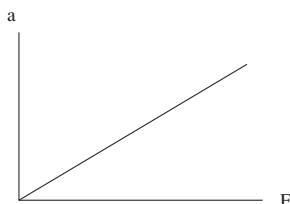
นิวตัน (Sir Isaac Newton) นักวิทยาศาสตร์และนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษได้สรุปเกี่ยวกับการรักษาสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ ทั้งสภาพอยู่นิ่งและสภาพการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว เป็นกฎการเคลื่อนที่ข้อที่หนึ่งของนิวตัน มีใจความว่า

“วัตถุจะคงสภาพอยู่นิ่ง หรือสภาพเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวในแนวตรง นอกจากจะมีแรงลัพธ์ซึ่งมีค่าไม่เป็นศูนย์มากระทำ”

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่หนึ่งของนิวตัน มีชื่อเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า “กฎความเฉื่อย (Inertia Law)”

3.4 กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน

1. เมื่อมวลของวัตถุ (m) มีค่าคงตัว ให้แรงลัพธ์ (F) กระทำต่อวัตถุมีค่าเปลี่ยนแปลง ทำให้ความเร่ง (a) ของวัตถุเปลี่ยนแปลงไปด้วย ซึ่งเมื่อเขียนกราฟระหว่างแรงลัพธ์ (F) กับความเร่ง (a) จะได้กราฟดังรูป



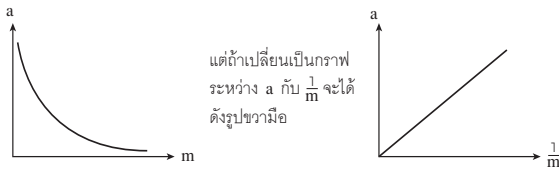
จากกราฟจะได้ว่าเมื่อมวล (m) มีค่าความเร่ง (a) แปรผันตรงกับขนาดของแรงลัพธ์ (F) ซึ่งเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ว่า

$$a \propto F$$

..... ① เมื่อ m คงตัว



2. เมื่อแรงลัพธ์ (F) มีค่าคงตัว เมื่อเปลี่ยนมวล (m) ของวัตถุทำให้ความเร่ง (a) ของวัตถุเปลี่ยนไป ซึ่งเมื่อเขียนกราฟระหว่างมวล (m) กับความเร่ง (a) จะได้กราฟดังรูป



จากกราฟจะได้ว่าขนาดของความเร่ง (a) แปรผกผันกับมวล m เมื่อแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเป็นแรงคงตัว ซึ่งเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ว่า

$$a \propto \frac{1}{m}$$

..... ② เมื่อ F คงตัว

จากความสัมพันธ์ ① และ ② ถ้าการทดลองอยู่ภายใต้สภาพแวดล้อมเดียวกัน สามารถสรุปรวมกันได้ว่า

$$\begin{aligned} a &\propto \frac{F}{m} \\ \text{หรือ} \quad F &\propto ma \\ \text{ซึ่งอาจเขียนได้ว่า} \quad F &= kma \quad \dots\dots ③ \end{aligned}$$

จากนิยาม แรง 1 นิวตัน เป็นแรงที่ทำให้วัตถุมวล 1 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง 1 เมตร/วินาที²

จากสมการ (3) ถ้า $F = 1 \text{ N}$ และ $m = 1 \text{ kg}$ จะได้ว่า $a = 1 \text{ m/s}^2$ นั่นคือจะได้ว่า $k = 1$ ดังนั้นสมการ (3) จะเขียนใหม่ได้ว่า

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

และถ้ามีแรงหลายแรงกระทำต่อวัตถุ อาจเขียนได้ว่า

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

นิวตันได้สรุปเกี่ยวกับแรงและการเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ เป็นกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน ว่า

“เมื่อมีแรงลัพธ์ซึ่งมีขนาดไม่เป็นศูนย์มากระทำต่อวัตถุจะทำให้วัตถุเกิดความเร่งในทิศเดียวกับแรงลัพธ์ที่มากระทำและขนาดของความเร่งจะแปรผันตรงกับขนาดของแรงลัพธ์และจะแปรผกผันกับมวลของวัตถุ”

สำหรับแรงกระทำในแนวเส้นตรงกำหนดให้

แรงที่มีทิศเดียวกับการเคลื่อนที่มีค่าเป็นบวก (+)

แรงที่มีทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่มีค่าเป็นลบ (-)

3.5

น้ำหนัก (Weight)

$$\vec{w} = m\vec{g}$$

เนื่องจากน้ำหนัก เป็นแรงที่โลกดึงดูดวัตถุ น้ำหนักจึงเป็นปริมาณเวกเตอร์มีทิศเดียวกับความเร่ง $\vec{g}$ ดังนั้นน้ำหนักจึงมีทิศทางพุ่งเข้าหาจุดศูนย์กลางโลก (ลงในแนวตั้ง) เสมอหน่วยของน้ำหนักเป็น นิวตัน

3.6

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สามของนิวตัน

จากการศึกษาในขณะที่มีแรงมากระทำต่อวัตถุ วัตถุจะออกแรงโต้ตอบแรงที่มากกระทำนั้น เช่น เมื่อเราออกแรงผลักกำแพง เราจะรู้สึกกำแพงก็ออกแรงผลักมือเรา ดังรูป 3.7 หรือเมื่อเราออกแรงดึงเครื่องชั่งสปริง เราจะรู้สึกว่าเครื่องชั่งสปริงก็ดึงมือเรา ดังรูป 3.8 และยิ่งเราออกแรงดึงเครื่องชั่งสปริงด้วยแรงมากขึ้นเท่าไร เราก็จะรู้สึกว่าเครื่องชั่งสปริงยิ่งดึงมือเรามากยิ่งขึ้นเท่านั้น